

## Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	19/6/2021	09:30

**Aquest enunciat també correspon a les assignatures següents:**

---

- 11.506 - Matemàtiques I

### Fitxa tècnica de l'examen

---

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura de què t'has matriculat.
  - Temps total: **2 hores**                      Valor de cada pregunta: **25%**
  - Es pot consultar cap material durant l'examen? **SÍ**      Quins materials estan permesos? **TOTS**
  - Es pot fer servir calculadora? **SÍ**      De quin tipus? **PROGRAMABLE**
  - Si hi ha preguntes tipus test, descompten les respostes errònies? **NO**      Quant?
  - Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen: **Pots utilitzar qualsevol material i calculadora (incloent-hi la Calcme) per comprovar els càlculs, però has d'assegurar-te que detalles i justifiques tots els passos seguits per arribar a la solució.**
  - No és necessari que t'identifiquis amb el nom o el número del carnet d'estudiant. L'autoria de la prova és detectada pel propi sistema.
  - Has de resoldre l'examen de forma manuscrita: en una tablet on puguis escriure directament o en paper. **NO s'acceptaran respostes realitzades amb un processador de textos.**
  - No cal imprimir l'enunciat, pots resoldre les preguntes en un full en blanc. Utilitza un bolígraf de tinta blava o negra. Digitalitza les teves respostes en un únic fitxer en format PDF (pots fer-ho amb un escàner o amb un dispositiu mòbil). Disposes de 10 minuts extres per a la digitalització i lliurament de la prova.
-

## Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	19/6/2021	09:30

### Enunciats

#### 1. Responen

- Trobeu el valor de  $c$  per a què el nombre complex  $c + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  compleixi que el seu quadrat sigui igual al seu conjugat.
- Resoleu la següent equació i proporcioneu els resultats en forma binòmica i polar:  $x^3 - (1 - i) = 0$ .

#### 2. Considereu el sistema d'equacions lineals:

$$\begin{cases} (a+1)x + (a+2)y + 3z = 1 \\ (a+2)x + (a+1)y - z = 2 \end{cases}$$

on el paràmetre  $a$  és la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC. Es demana:

- Determineu els valors de  $\alpha$  i  $\beta$  de forma que, a l'afegir al sistema anterior una tercera equació de la forma  $(2a+5)x + (2a+1)y + \alpha z = \beta$ , el sistema resultant tingui les mateixes solucions que el sistema inicial.
  - Determineu la solució del sistema donat, tal que la suma dels valors de les incògnites sigui igual a la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC.
3. Sigui  $e_1 = (1, -1, 2)$ ,  $e_2 = (0, 3, -6)$ ,  $e_3 = (1, 0, 0)$  i  $e_4 = (0, -4, 8)$  vectors de  $\mathbb{R}^3$ . Sigui  $E = \langle e_1, e_2, e_3, e_4 \rangle$ . Sigui  $v = (a+2, 2a-2, -4a+4)$  on  $a$  és la primera xifra de la dreta del vostre IDP.
- Calculeu la dimensió de  $E$  i una base  $A$ . Demostreu si el vector  $v$  pertany al subespai  $E$ . En cas afirmatiu, calculeu-ne les coordenades en la base  $A$ .
  - Trobeu un vector  $w$  de forma que  $B = \{v, w\}$  sigui una base de  $E$ . Calculeu la matriu de canvi de base de la base  $A$  a la base  $B$  i de la base  $B$  a la base  $A$ .

#### 4. Sigui $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'aplicació lineal definida en la base canònica per

$$\begin{aligned} f(x, y) = & (x + (b-a)(a+1)x + (a+1)^2(a-b)y, \\ & (b-a)x + y + (a-b)(a+1)y) \end{aligned}$$

Substituiu el paràmetre  $a$  per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC. Es demana:

- Calculeu la matriu de  $f$  en la base canònica de  $\mathbb{R}^2$ .
- Determineu si  $f$  és un isomorfisme.
- Calculeu el polinomi característic de  $f$  i els valors propis de  $f$ . Podem determinar si  $f$  és diagonalitzable coneixent només els seus valors propis?