

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal

Examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total: 2 h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Pàgina 1 de 12

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

B: ballar la samba
P: fer una pirueta
C: caure a terra
I: estar en bona forma

1) Si balles la samba, fas una pirueta i no estàs en forma llavors caus a terra

$$B \wedge P \wedge \neg E \rightarrow C$$

2) Si fas una pirueta quan balles la samba, solament caus a terra si no estàs en forma

$$(B \rightarrow P) \rightarrow (C \rightarrow \neg E)$$

3) Si quan balles samba fas piruetes llavors estàs en forma o caus a terra (però no les dues coses)

$$(B \rightarrow P) \rightarrow (E \vee C) \wedge \neg(E \wedge C)$$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Predicats

M(x): x és un músic
N(x): x és novell
O(x): x és una obra de renom internacional
A(x): x és un auditori selecte
C(x,y): x ha compostat y
T(x,y): x toca a y

Domini: conjunt no buit qualsevol.

1) Els músics que han compostat obres de renom internacional toquen en auditoris selectes.

$$\forall x \{M(x) \wedge \exists y [O(y) \wedge C(x,y)] \rightarrow \exists y [A(y) \wedge T(x,y)]\}$$

2) Els músics novells han d'haver compostat obres de renom internacional per tocar en auditoris selectes.

$$\forall x \{M(x) \wedge N(x) \wedge \exists y [A(y) \wedge T(x,y)] \rightarrow \exists y [O(y) \wedge C(x,y)]\} \text{ -||- } \\ \text{-||- } \forall x \{M(x) \wedge N(x) \wedge \neg \exists y [O(y) \wedge C(x,y)] \rightarrow \neg \exists y [A(y) \wedge T(x,y)]\}$$

3) Quan totes les obres de renom internacionals siguin compostades per músics novells, cap músic no tocarà en auditoris selectes.

$$\forall \{O(x) \rightarrow \exists y [M(y) \wedge N(y) \wedge C(y,x)]\} \rightarrow \neg \exists x \{M(x) \wedge \exists y [A(y) \wedge T(x,y)]\}$$

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Problema 2

Demostreu la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (no podeu utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius):

$$\neg Q \rightarrow \neg R, S \rightarrow Q \vee T \therefore R \vee S \rightarrow Q \vee T$$

1.	$\neg Q \rightarrow \neg R$				P
2.	$S \rightarrow Q \vee T$				P
3.		$R \vee S$			H
4.			R		H
5.				$\neg Q$	H
6.				$\neg R$	$E \rightarrow 1,5$
7.				R	It 4
8.			$\neg\neg Q$		$I \neg 5,6,7$
9.			Q		$E \neg 8$
10.			$Q \vee T$		$I \vee 9$
11.			S		H
12.			$Q \vee T$		$E \rightarrow 2,11$
13.		$Q \vee T$			$E \vee 3,10,12$
14.	$R \vee S \rightarrow Q \vee T$				$I \rightarrow 3,13$

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Problema 3

Demostreu la validesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució, fent ús de l'estratègia del conjunt de suport.

$$H \rightarrow G, \neg F \rightarrow H, \neg H \rightarrow (G \rightarrow \neg F), F \rightarrow H \therefore H$$

Quan hagueu obtingut el conjunt de clàusules necessari per aplicar el mètode de resolució, simplifiqueu-lo tot contestant les següents preguntes: Hi ha clàusules subsumides? Es pot utilitzar el criteri del literal pur?

SOLUCIÓ:

$\text{FNC } (H \rightarrow G) = \neg H \vee G$ (1 clàusula)
 $\text{FNC } (\neg F \rightarrow H) = F \vee H$ (1 clàusula)
 $\text{FNC } (\neg H \rightarrow (G \rightarrow \neg F)) = H \vee \neg G \vee \neg F$ (1 clàusula)
 $\text{FNC } (F \rightarrow H) = \neg F \vee H$ (1 clàusula)
 $\text{FNC } (\neg H) = \neg H$ (1 clàusula)

El conjunt de clàusules procedent de les premisses és:

$$S = \{ \neg H \vee G, F \vee H, H \vee \neg G \vee \neg F, \neg F \vee H \}$$

$$\text{Conjunt de suport} = \{ \neg H \}$$

Reducció del conjunt de clàusules:

- **Hi ha clàusules subsumides?** Sí, la clàusula $\neg F \vee H$ subsumeix la clàusula $H \vee \neg G \vee \neg F$
- **Es pot utilitzar el criteri del literal pur?** Sí, aplicant la regla del literal pur, podem eliminar la clàusula $\neg H \vee G$ (ja que no hi ha cap clàusula que contingui el literal $\neg G$).

D'aquesta manera, el conjunt de clàusules és:

$$S = \{ F \vee H, \neg F \vee H \}$$

$$\text{Conjunt de suport} = \{ \neg H \}$$

Resolució:

Clàusules laterals	Clàusules troncs
$\neg H$	$F \vee H$
F	$\neg F \vee H$
H	$\neg H$
\square	

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Problema 4

Demostra per resolució, fent ús de l'estratègia del conjunt de suport, la validesa del següent raonament

$\forall x\{M(x) \wedge B(x) \rightarrow \exists y[P(y) \wedge T(x,y)]\},$
 $\neg \exists x P(x)$
 $\therefore \forall x\{M(x) \rightarrow \neg B(x)\}$

Solució:

$FNS(\forall x\{M(x) \wedge B(x) \rightarrow \exists y[P(y) \wedge T(x,y)]\}) =$
 $\forall x([\neg M(x) \vee \neg B(x) \vee P(f(x))] \wedge [\neg M(x) \vee \neg B(x) \vee T(x,f(x))])$

$FNS(\neg \exists x P(x)) = \forall x \neg P(x)$

$FNS(\neg \forall x\{M(x) \rightarrow \neg B(x)\}) = M(a) \wedge B(a)$

Conjunt de clàusules = $\{ \neg M(x) \vee \neg B(x) \vee P(f(x)), \neg M(x) \vee \neg B(x) \vee T(x,f(x)), \neg P(x), \mathbf{M(a)}, \mathbf{B(a)} \}$

Resolució:

Clàusules troncats	Clàusules laterals	
M(a)	$\neg M(x) \vee \neg B(x) \vee P(f(x))$ $\neg M(a) \vee \neg B(a) \vee P(f(a))$	Substituir x per a
$\neg B(a) \vee P(f(a))$	$\neg P(x)$ $\neg P(f(a))$	Substituir x per f(a)
$\neg B(a)$	B(a)	
□		

Hem arribat a clàusula buida per tant el raonament és vàlid

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	23/01/2013	18:30