Lógica / 21 de junio de 2025 / José Carlos López Henestrosa

Actividad 1

a) Átomos:

- R: resuelvo ecuaciones
- S: simplifico los resultados
- C: conozco las bases matemáticas
- I: me siento inseguro
- E: me equivoco con los signos
- P: hago un buen planteamiento del problema

Formalizaciones

1) $R \to (I \to (\neg C \lor \neg P))$
2) $(R \land I) \to (S \to E)$ *
3) $(P \land \neg E) \to C$

b) Átomos (predicados y constantes)

- $P(x)$: x es un policía
- $C(x)$: x es una condecoración
- $V(x)$: x es veterano
- $M(x)$: x es un malhechor
- $R(x)$: x es reconocido/da
- $T(x,y)$: x tiene y
- $D(x,y)$: x detiene a y
- a: Clint Eastwood
- b: la Placa Dorada

Formalizaciones

1) $\exists x (M(x) \land R(x) \land \forall y ((P(y) \land V(y)) \to \neg D(y x)))$
2) $\exists x (C(x) \land R(x) \land \forall y (T(y,x) \to (P(y) \land V(y))))$
3) $(\forall x (P(x) \to \exists y (M(y) \land D(x,y)))) \to \exists z (C(z) \land R(z) \land T(a,z))$

Lógica / 21 de junio de 2025 / José Carlos López Henestrosa

Actividad 2

1	$\neg A \to (B \to \neg E)$	P
2	$\neg B \vee E$	P
3	$\neg A$	H
4	B	H
5	$\neg B$	H
6	$\neg C$	H
7	B	it 4
8	$\neg B$	it 5
9	$\neg\neg C$	I¬ 6,7,8
10	C	E¬ 9
11	E	H
12	$B \to \neg E$	E→ 1,3
13	$\neg E$	E→ 12,4
14	$\neg C$	H
15	E	it 11
16	$\neg E$	it 13
17	$\neg\neg C$	I¬ 14,15,16
18	C	E¬ 18
19	C	E∨ 2,10,18
20	$B \to C$	I→ 4,19
21	$\neg A \to (B \to C)$	I→ 3,20

Lógica / 21 de junio de 2025 / José Carlos López Henestrosa

Actividad 3 a)

$FNC[D \vee C \wedge (\neg E \to A)] = D \vee C \wedge (\neg\neg E \vee A)$ $(A \to B = \neg A \vee B)$

$\boxed{D \vee C \wedge (E \vee A)}$ $(\neg\neg A = A)$

$FNC[D \to (A \to \neg B)] = D \to (\neg A \vee \neg B)$ $(A \to B = \neg A \vee B)$

$\boxed{\neg D \vee \neg A \vee \neg B}$ $(A \to B = \neg A \vee B)$

$FNC[C \to A] = \boxed{\neg C \vee A}$ $(A \to B = \neg A \vee B)$

$FNC[\neg(\neg E \wedge B \to C)] = \neg(\neg(\neg E \wedge B) \vee C)$ $(A \to B = \neg A \vee B)$

(negación de la conclusión) $\neg(\neg\neg E \vee \neg B \vee C)$ $(\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B)$

$\neg(E \vee \neg B \vee C)$ $(\neg\neg A = A)$

$\neg E \wedge \neg\neg B \wedge \neg C$ $(\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B)$

$\boxed{\neg E \wedge B \wedge \neg C}$ $(\neg\neg A = A)$

El conjunto de cláusulas resultante es:

$S = \{D \vee C, \; E \vee A, \neg D \vee \neg A \vee \neg B, \neg C \vee A, \boxed{\neg E, B, \neg C}\}$, donde el conjunto de apoyo está formado por las tres últimas cláusulas.

La cláusula $\neg C$ del conjunto de apoyo subsume a la primera cláusula de $\neg C \vee A$.

El conjunto de cláusulas se reduce a:

$S' = \{D \vee C, \; E \vee A, \neg D \vee \neg A \vee \neg B, \boxed{\neg E, B, \neg C}\}$

Frontales	Laterales
$\neg C$	$D \vee C$
D	$\neg D \vee \neg A \vee \neg B$
$\neg A \vee \neg B$	B
$\neg A$	$E \vee A$
E	$\neg E$
$\square$	

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es $\boxed{\text{correcto}}$.

Lógica / 22 de junio de 2025 / José Carlos López Henestrosa

Actividad ~~4~~ 3 b)

$$FNS[\forall x(P(x) \to \exists y Q(x,y))] = \forall x(\neg P(x) \lor \exists y Q(x,y)) \quad (A \to B = \neg A \lor B)$$

$$\boxed{\forall x(\neg P(x) \lor Q(x, f(x)))} \quad \text{(Eskolemización)}$$

$$FNS[\forall x \forall y(Q(x,y) \to \neg S(y))] = \boxed{\forall x \forall y(\neg Q(x,y) \lor \neg S(y))} \quad (A \to B = \neg A \lor B)$$

$$FNS[\neg \forall x(P(x) \to \exists y \neg S(y))] = \neg \forall x(\neg P(x) \lor \exists y \neg S(y)) \quad (A \to B = \neg A \lor B)$$

(negación de la conclusión)

$$\exists x \neg(\neg P(x) \lor \exists y \neg S(y)) \quad (\neg \forall x A(x) = \exists x \neg A(x))$$

$$\exists x(\neg\neg P(x) \land \neg \exists y \neg S(y)) \quad (\neg(A \lor B) = \neg A \land \neg B)$$

$$\exists x(P(x) \land \neg \exists y \neg S(y)) \quad (\neg\neg A = A)$$

$$\exists x(P(x) \land \forall y \neg\neg S(y)) \quad (\neg \exists x A(x) = \forall x \neg A(x))$$

$$\exists x(P(x) \land \forall y S(y)) \quad (\neg\neg A = A)$$

$$\forall y \exists x(P(x) \land S(y)) \quad \text{(mover cuant. universal a izq.)}$$

$$\boxed{\forall y(P(g(y)) \land S(y))} \quad \text{(Eskolemización)}$$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:

$$S = \{\neg P(x) \lor Q(x, f(x)), \neg Q(x,y) \lor \neg S(y), \boxed{P(g(y)), S(y)}\}$$

Donde las últimas dos cláusulas marcadas forman el conjunto de apoyo.

Troncales	Laterales	Sustituciones
$S(y)$	$\neg Q(x,y) \lor \neg S(y)$	
$\neg Q(x, f(x))$	$\neg P(x) \lor Q(x, f(x))$	y por $f(x)$ (troncal)
$\neg P(x)$	$P(g(y))$	x por a (troncal)
$\square$		

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido, como ya se nos había indicado.

Lógica / 21 de junio de 2025 / José Carlos López Henestrosa

Actividad 4

1	$\forall x (P(x) \to Q(x))$	P
2	$\forall x (\neg Q(x) \to \exists y (T(y) \land P(x)))$	P
3	$\exists x (\neg Q(x) \land \forall y S(x,y))$	H
4	$\neg Q(a) \land \forall y S(a,y)$	E∃3
5	$\neg Q(a)$	E∧4
6	$\forall y S(a,y)$	E∧4
7	$\neg Q(a) \to \exists y (T(y) \land P(a))$	E∀2
8	$\exists y (T(y) \land P(a))$	E→7,5
9	$T(b) \land P(a)$	E∃8
10	$P(a)$	E∧9
11	$P(a) \to Q(a)$	E∀1
12	$Q(a)$	E→11,10
13	$\neg Q(a)$	it 5
14	$\neg \exists x (\neg Q(x) \land \forall y S(x,y))$	I¬3,12,13