

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

75570180112XXXXXX
75.570 18 01 12 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material.
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

R: Se oyen muchas risas
 S: Todo el público está sentado
 T: Se levanta el telón
 C: Vemos a los cómicos en escena
 L: Las luces están encendidas

1) Solo cuando se oyen muchas risas y todo el público está sentado, se levanta el telón y vemos a los cómicos en escena.

$$T \wedge C \rightarrow R \wedge S$$

2) Cuando se levanta el telón se oyen muchas risas, y cuando no se levanta no todo el público está sentado si las luces están encendidas.

$$(T \rightarrow R) \wedge (\neg T \rightarrow (L \rightarrow \neg S))$$

3) Cuando las luces no están encendidas y el telón se levanta, es necesario que todo el público esté sentado para ver a los cómicos en escena.

$$\neg L \wedge T \rightarrow (C \rightarrow S)$$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

Dominio: un conjunto no vacío

V(x): x es un vampiro

M(x,y): x muerde y

C(x,y,z): x clava y a z

F(x): x es de madera

E(x,y): x evita y

S(x): x es una estaca

L(x): x es de plástico

P(x): x es una persona

1) Los vampiros evitan las cosas de madera

$$\forall x \{V(x) \rightarrow \forall y [F(y) \rightarrow E(x,y)]\}$$

2) Si una persona clava una estaca de plástico a un vampiro, este la morderá (a la persona)

$$\forall x \{P(x) \rightarrow \forall y [V(y) \wedge \exists z (S(z) \wedge L(z) \wedge C(x,z,y) \rightarrow M(y,x))]\}$$

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

3) Todos los vampiros muerden cosas de madera o de plástico

$$\forall x \{V(x) \rightarrow \exists y [(F(y) \vee L(y)) \wedge M(x,y)]\}$$

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$$Q \rightarrow W, \neg(\neg S \wedge T) \rightarrow \neg W, P \rightarrow \neg S \quad \therefore Q \vee P \rightarrow \neg S$$

Solución

1	$Q \rightarrow W$				P
2	$\neg(\neg S \wedge T) \rightarrow \neg W$				P
3	$P \rightarrow \neg S$				P
4		$Q \vee P$			H
5			Q		H
6			W		$E \rightarrow 1,5$
7				$\neg(\neg S \wedge T)$	H
8				$\neg W$	$E \rightarrow 2,7$
9				W	It 6
10			$\neg\neg(\neg S \wedge T)$		$I \neg 7,8,9$
11			$\neg S \wedge T$		$E \neg 10$
12			$\neg S$		$E \wedge 11$
13			P		H
14			$\neg S$		$E \rightarrow 3,13$
15		$\neg S$			$E \vee 4,12,14$
16	$Q \vee P \rightarrow \neg S$				$I \rightarrow 4,15$

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Problema 3

El razonamiento que se da a continuación es válido. Utilizad el método de resolución para determinar si su validez puede atribuirse a la inconsistencia de las premisas o no. Usad las reglas de subsumción y del literal puro siempre que sea posible.

$$D \rightarrow R \wedge A, \quad (R \rightarrow \neg D) \wedge (S \rightarrow D), \quad (D \vee A) \wedge (A \rightarrow S), \quad \neg A \rightarrow D \vee R \quad \therefore \quad S \wedge \neg R$$

Solución

$$\begin{aligned} \text{FNC}(D \rightarrow R \wedge A) &= (\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee A) \\ \text{FNC}((R \rightarrow \neg D) \wedge (S \rightarrow D)) &= (\neg R \vee \neg D) \wedge (\neg S \vee D) \\ \text{FNC}((D \vee A) \wedge (A \rightarrow S)) &= (D \vee A) \wedge (\neg A \vee S) \\ \text{FNC}(\neg A \rightarrow D \vee R) &= A \vee D \vee R \end{aligned}$$

Dado que solo queremos determinar la consistencia de las premisas no es necesario considerar la conclusión del razonamiento y, por esta razón, no se calcula la FNC.

$$Sp = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg R \vee \neg D, \neg S \vee D, D \vee A, \neg A \vee S, A \vee D \vee R \}$$

$D \vee A$ subsume $A \vee D \vee R$

No se puede aplicar la regla del literal puro.

$$S'p = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg R \vee \neg D, \neg S \vee D, D \vee A, \neg A \vee S \}$$

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
$\neg D \vee R$	$\neg R \vee \neg D$
$\neg D$	$\neg S \vee D$
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	$D \vee A$
D	$\neg D$
•	

Por lo tanto, las premisas son inconsistentes por lo que el razonamiento sería correcto con cualquier conclusión.

Problema 4

Demostred que la interpretación $\langle 1, 2: a=1, b=2, R(1)=\text{cierto } R(2)=\text{falso } S(1,2)=\text{cierto } S(1,1)=S(2,1)=S(2,2)=\text{falso}, W(1,1)=W(2,1)=W(2,2)=\text{falso}, W(1,2)=\text{cierto} \rangle$ es un contraejemplo de:

$$\forall x \forall y (R(x) \wedge S(x,y) \rightarrow \exists z W(x,z)), \quad \forall x \neg W(b,x) \quad \therefore \quad \exists y R(y) \wedge \neg S(a,b).$$

Solución:

Interpretación y valoración de las premisas:

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Primera premisa

$$(R(1) \wedge S(1,1) \rightarrow W(1,1) \vee W(1,2)) \wedge (R(1) \wedge S(1,2) \rightarrow W(1,1) \vee W(1,2)) \wedge (R(2) \wedge S(2,1) \rightarrow W(2,1) \vee W(2,2)) \wedge (R(2) \wedge S(2,2) \rightarrow W(2,1) \vee W(2,2))$$

$$(C \wedge F \rightarrow F \vee C) \wedge (C \wedge C \rightarrow F \vee C) \wedge (F \wedge F \rightarrow F \vee F) \wedge (F \wedge F \rightarrow F \vee F) = C \wedge C \wedge C = C$$

Segunda premisa

$$\neg W(2,1) \wedge \neg W(2,2) = \neg F \wedge \neg F = C$$

Conclusión

$$(R(1) \vee R(2)) \wedge \neg S(1,2) = (C \vee F) \wedge \neg C = C \wedge F = F$$

Las premisas son verdaderas y la conclusión falsa por lo tanto es un contraejemplo.

Problema 5

Considerad un sistema de 4 conmutadores (A, B, C, D) que permiten accionar un cierto mecanismo. Cada conmutador admite dos posiciones: 0 y 1. Dad una expresión booleana que exprese la condición de que haya un número par de conmutadores en la posición 1; es decir que la expresión valga 1 si el número de conmutadores en la posición 1 es par, y que valga 0 en caso contrario. (No es necesario hacer ninguna tabla ni tampoco justificar como se ha obtenido la expresión. Con sólo dar la expresión solicitada es suficiente.)

Solución:

$$A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot (\neg C) \cdot (\neg D) + A \cdot (\neg B) \cdot C \cdot (\neg D) + A \cdot (\neg B) \cdot (\neg C) \cdot D + (\neg A) \cdot B \cdot C \cdot (\neg D) + (\neg A) \cdot B \cdot (\neg C) \cdot D + (\neg A) \cdot (\neg B) \cdot C \cdot D + (\neg A) \cdot (\neg B) \cdot (\neg C) \cdot (\neg D)$$

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00

Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	18/01/2012	09:00