Espai grapa

Examen 2008/09-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	21/01/2009	16:30

05.056 21 01 09 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2008/09-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	21/01/2009	16:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1) Si hi hagués vida intel·ligent a Mart llavors, si tingués una forma que poguéssim reconèixer ja l'hauríem descobert.
   $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

2) Només descobrirem vida intel·ligent a Mart si té una forma que puguem reconèixer.
   $R \rightarrow Q$

3) O no hi ha vida intel·ligent a Mart, o n'hi ha i no té una forma que puguem reconèixer; però no totes dues coses alhora.
   $(\neg P \vee (P \wedge \neg Q)) \wedge \neg(\neg P \wedge (P \wedge \neg Q))$

Àtoms:
- P: Hi ha vida intel·ligent a Mart.
- Q: (La vida intel·ligent a Mart) té una forma que podem reconèixer
- R: S'ha descobert vida intel·ligent a Mart

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1) Alguns informàtics coneixen tots els sistemes operatius.
   $\exists x[I(x) \wedge \forall y[S(y) \rightarrow C(x,y)]]$

2) Els que coneixen una cosa horripilant visiten un psiquiatra.
   $\forall x[\exists y[H(y) \wedge C(x,y)] \rightarrow \exists z[P(y) \wedge V(x, z)]]$

3) Alguns informàtics visiten un psiquiatra.
   $\exists x[I(x) \wedge \exists y[P(y) \wedge V(x,y)]]$

Domini: Un conjunt qualsevol no buit
Predicats:
- I(x): x és informàtic
- C(x,y): x coneix a y
- H(x): x és horripilant
- P(x): x és un psiquiatra
- V(x,y): x visita a y
- S(x): x és un sistema operatiu

www.uoc.edu

Examen 2008/09-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	21/01/2009	16:30

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que els següents raonaments són correctes. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$T \rightarrow P \vee S,\ P \rightarrow S,\ S \rightarrow R \therefore T \rightarrow R$

(1)	$T \rightarrow P \vee S$			P
(2)	$P \rightarrow S$			P
(3)	$S \rightarrow R$			P
(4)		T		H
(5)		$P \vee S$		E$\rightarrow$ 1, 4
(6)			P	H
(7)			S	E$\rightarrow$ 2, 6
(8)			R	E$\rightarrow$ 3, 7
(9)			S	H
(10)			R	E$\rightarrow$ 3, 9
(11)		R		E$\vee$ 5, 8, 10
(12)	$T \rightarrow R$			I$\rightarrow$ 4, 11

Problema 3

El raonament següent NO és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$P \rightarrow R \wedge P$
$Q \rightarrow \neg(R \wedge P)$
$(R \rightarrow P) \rightarrow P \vee S$
$\therefore$
$\neg Q \wedge \neg S \wedge P$

Cerquem les FNC:

1a Premissa:
$P \rightarrow R \wedge P$
$\neg P \vee (R \wedge P)$
$(\neg P \vee R) \wedge (\neg P \vee P)$
$\neg P \vee R$

FNC($P \rightarrow R \wedge P$) = $\neg P \vee R$

2a Premissa
$Q \rightarrow \neg(R \wedge P)$
$\neg Q \vee \neg(R \wedge P)$
$\neg Q \vee \neg R \vee \neg P$

FNC($Q \rightarrow \neg(R \wedge P)$) = $\neg Q \vee \neg R \vee \neg P$

3a Premissa
$(R \to P) \to P \lor S$
$(\neg R \lor P) \to P \lor S$
$\neg(\neg R \lor P) \lor P \lor S$
$(R \land \neg P) \lor P \lor S$
$(R \lor P \lor S) \land (\neg P \lor P \lor S)$
$R \lor P \lor S$

FNC($(R \to P) \to P \lor S$) = $R \lor P \lor S$

Negació de la conclusió
$\neg(\neg Q \land \neg S \land P)$
$Q \lor S \lor \neg P$

FNC($\neg(\neg Q \land \neg S \land P)$) = $Q \lor S \lor \neg P$

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):

{ $\neg P \lor R$, $\neg Q \lor \neg R \lor \neg P$, $R \lor P \lor S$, **$Q \lor S \lor \neg P$** }

Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen S ja que no tenim cap clàusula amb ¬S.

{ $\neg P \lor R$, $\neg Q \lor \neg R \lor \neg P$ }

Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen ¬Q ja que no tenim cap clàusula amb Q.

{ $\neg P \lor R$ }

És obvi que aquest conjunt no permet obtenir la clàusula buida.

D'aquesta manera podem afirmar que el raonament NO és vàlid.

<u>Problema 4</u>

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$\forall x[M(x) \land \neg I(x) \to \forall y \forall z[O(y) \to A(x,z,y)]]$
$\forall x[M(x) \land I(x) \to \forall y \forall z[O(y) \land L(y) \to A(x,z,y)]]$
$\exists x[O(x) \land R(x)] \land \exists y[O(y) \land L(y)]$
$\therefore \exists x[O(x) \land \forall y[M(y) \to \exists z\, A(y,z,x)]]$

Cerquem les FNS:

1a Premissa:
$\forall x[M(x) \land \neg I(x) \to \forall y \forall z[O(y) \to A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg(M(x) \land \neg I(x)) \lor \forall y \forall z[O(y) \to A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg(M(x) \land \neg I(x)) \lor \forall y \forall z[\neg O(y) \lor A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg M(x) \lor \neg\neg I(x) \lor \forall y \forall z[\neg O(y) \lor A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg M(x) \lor I(x) \lor \forall y \forall z[\neg O(y) \lor A(x,z,y)]]$
$\forall x \forall y \forall z[\neg M(x) \lor I(x) \lor \neg O(y) \lor A(x,z,y)]$

FNS($\forall x[M(x) \land \neg I(x) \to \forall y \forall z[O(y) \to A(x,z,y)]]$) = $\forall x \forall y \forall z[\neg M(x) \lor I(x) \lor \neg O(y) \lor A(x,z,y)]$

Examen 2008/09-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	21/01/2009	16:30

2a Premissa:
$\forall x[M(x) \wedge I(x) \rightarrow \forall y \forall z[O(y) \wedge L(y) \rightarrow A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg(M(x) \wedge I(x)) \vee \forall y \forall z[O(y) \wedge L(y) \rightarrow A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg(M(x) \wedge I(x)) \vee \forall y \forall z[\neg(O(y) \wedge L(y)) \vee A(x,z,y)]]$
$\forall x[\neg M(x) \vee \neg I(x) \vee \forall y \forall z[\neg O(y) \vee \neg L(y) \vee A(x,z,y)]]$
$\forall x \forall y \forall z[\neg M(x) \vee \neg I(x) \vee \neg O(y) \vee \neg L(y) \vee A(x,z,y)]$

FNS($\forall x[M(x) \wedge I(x) \rightarrow \forall y \forall z[O(y) \wedge L(y) \rightarrow A(x,z,y)]]$**) =** $\forall x \forall y \forall z[\neg M(x) \vee \neg I(x) \vee \neg O(y) \vee \neg L(y) \vee A(x,z,y)]$

3a Premissa:
$\exists x[O(x) \wedge R(x)] \wedge \exists y[O(y) \wedge L(y)]$
$O(a) \wedge R(a) \wedge O(b) \wedge L(b)$

FNS($\exists x[O(x) \wedge R(x)] \wedge \exists y[O(y) \wedge L(y)]$**) =** $O(a) \wedge R(a) \wedge O(b) \wedge L(b)$

Negació de la conclusió:
$\neg(\exists x[O(x) \wedge \forall y[M(y) \rightarrow \exists z A(y,z,x)]])$
$\neg(\exists x[O(x) \wedge \forall y[\neg M(y) \vee \exists z A(y,z,x)]])$
$\forall x[\neg(O(x) \wedge \forall y[\neg M(y) \vee \exists z A(y,z,x)])]$
$\forall x[\neg O(x) \vee \neg \forall y[\neg M(y) \vee \exists z A(y,z,x)]]$
$\forall x[\neg O(x) \vee \exists y[\neg(\neg M(y) \vee \exists z A(y,z,x))]]$
$\forall x[\neg O(x) \vee \exists y[\neg\neg M(y) \wedge \neg\exists z A(y,z,x)]]$
$\forall x[\neg O(x) \vee \exists y[M(y) \wedge \forall z \neg A(y,z,x)]]$
$\forall x[\neg O(x) \vee [M(f(x)) \wedge \forall z \neg A(f(x),z,x)]]$
$\forall x \forall z[\neg O(x) \vee [M(f(x)) \wedge \neg A(f(x),z,x)]]$
$\forall x \forall z[(\neg O(x) \vee M(f(x))) \wedge (\neg O(x) \vee \neg A(f(x),z,x))]$

FNS($\neg(\exists x[O(x) \wedge \forall y[M(y) \rightarrow \exists z A(y,z,x)]])$**) =** $\forall x \forall z[(\neg O(x) \vee M(f(x))) \wedge (\neg O(x) \vee \neg A(f(x),z,x))]$

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):

{ $\neg M(x) \vee I(x) \vee \neg O(y) \vee A(x,z,y)$, $\neg M(x) \vee \neg I(x) \vee \neg O(y) \vee \neg L(y) \vee A(x,z,y)$, $O(a)$, $R(a)$, $O(b)$, $L(b)$, **$\neg O(x) \vee M(f(x))$, $\neg O(x) \vee \neg A(f(x),z,x)$** }

Clàusules troncals	**Clàusules laterals**	
$\neg O(x) \vee \neg A(f(x),z,x)$ $\neg O(b) \vee \neg A(f(b),z,b)$	$O(b)$	Substituïm x per b
$\neg A(f(b),z,b)$	$\neg M(x) \vee I(x) \vee \neg O(y) \vee A(x,z,y)$ $\neg M(f(b)) \vee I(f(b)) \vee \neg O(b) \vee A(f(b),z,b)$	Substituïm x per f(b) i y per b
$\neg M(f(b)) \vee I(f(b)) \vee \neg O(b)$	$\neg M(x) \vee \neg I(x) \vee \neg O(y) \vee \neg L(y) \vee A(x,z,y)$ $\neg M(f(b)) \vee \neg I(f(b)) \vee \neg O(b) \vee \neg L(b) \vee A(f(b),z,b)$	Substituïm x per f(b) i y per b
$\neg M(f(b)) \vee \neg O(b) \vee \neg L(b) \vee A(f(b),z,b)$	$L(b)$	
$\neg M(f(b)) \vee \neg O(b) \vee A(f(b),z,b)$	$\neg O(x) \vee \neg A(f(x),z,x)$ $\neg O(b) \vee \neg A(f(b),z,b)$	Substituïm x per b

$\neg M(f(b)) \vee \neg O(b)$	$\neg O(x) \vee M(f(x))$ $\neg O(b) \vee M(f(b))$	Substituïm x per b
$\neg O(b)$	$O(b)$	
Cláusula vacía		

Problema 5

Considereu el següent raonament (incorrecte)

$\forall x[P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y)]$
$\exists x[Q(x) \wedge \neg\exists y\, R(x,y)]$
$\therefore$
$\neg\exists x[Q(x) \wedge P(x)]$

Doneu una interpretació en el domini {1,2} tal que R(1,1)=R(1,2)=V, que en sigui un contraexemple.

Un contraexemple ha de fer certes les premisses i falsa la conclusió.

Passem les fórmules de las premisses i la conclusió a enunciats:

Primera premissa:
$\forall x\, [P(x) \rightarrow \exists y\, R(x,y)]$
$(P(1) \rightarrow \exists y\, R(1,y)) \wedge (P(2) \rightarrow \exists y\, R(2,y))$
$(P(1) \rightarrow R(1,1) \vee R(1,2)) \wedge (P(2) \rightarrow R(2,1) \vee R(2,2))$

Segona premissa:
$\exists x\, [Q(x) \wedge \neg\exists y\, R(x,y)]$

$\exists x\, [Q(x) \wedge \forall y\, \neg R(x,y)]$
$(Q(1) \wedge \forall y\, \neg R(1,y)) \vee (Q(2) \wedge \forall y\, \neg R(2,y))$
$(Q(1) \wedge \neg R(1,1) \wedge \neg R(1,2)) \vee (Q(2) \wedge \neg R(2,1) \wedge \neg R(2,2))$

Conclusió:
$\neg\exists x\, [Q(x) \wedge P(x)]$
$\forall x\, [\neg Q(x) \vee \neg P(x)]$
$(\neg Q(1) \vee \neg P(1)) \wedge (\neg Q(2) \vee \neg P(2))$

Ara hem de cercar quins valors fan certes les premisses i falsa la conclusió.

Estudiem la segona premissa. Tenint en compte que R(1,1)=R(1,2)=V, la primera part de la disjunció és falsa. Per tant, perquè la segona premissa sigui certa és necessari que R(2,1)=R(2,2)=F i Q(2)=V.

A continuació estudiem la primera premissa. D'acord amb els valors trobats anteriorment per R(2,1) y R(2,2), perquè la primera premissa sigui certa ha de passar que P(2)=F.

D'acord amb els valors que hem trobat anteriorment, perquè la conclusió sigui falsa ha de passar que Q(1)=P(1)=V.

Per tant tenim que la següent interpretació és un contraexemple del raonament proposat:

$<\{1, 2\}, \{ R(2,1)=R(2,2)=F, Q(2)=V, R(1,1)=R(1,2)=V, P(2)=F, Q(1)=P(1)=V\}, \{\}>$