

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

M: "Tener un buen motor"

H: "Ser hábil"

P: "Tener paciencia"

G: "Ganar una carrera"

C: "Ganar el campeonato"

1) Cuando no tienes un buen motor, es necesario ser hábil y tener paciencia para poder ganar una carrera.

$$\neg M \rightarrow (G \rightarrow H \wedge P)$$

2) Si tienes un buen motor y eres hábil, puedes ganar una carrera si tienes paciencia.

$$M \wedge H \rightarrow (P \rightarrow G)$$

3) Para ganar el campeonato no es necesario ganar una carrera.

$$\neg(C \rightarrow G)$$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

Predicados

M(x): x es un monstruo

F(x): x echa fuego por la boca

R(x): x echa rayos radioactivos por los ojos

A(x, y): x ataca y

S(y): x se salva

C(x): x es una ciudad

Constantes

a: Gamera

b: Godzilla

c: Tokyo

1) Todos los monstruos echan fuego por la boca o echan rayos radioactivos por los ojos, pero no las dos cosas a la vez

$$\forall x[M(x) \rightarrow (F(x) \vee R(x)) \wedge \neg(F(x) \wedge R(x))]$$

2) Si Godzilla ataca Tokyo entonces Tokyo solo se salva si Gamera ataca a Godzilla

$$A(b, c) \rightarrow (S(c) \rightarrow A(a, b))$$

3) Si un monstruo que echa fuego por la boca ataca una ciudad entonces será atacado por algún monstruo que eche rayos radiactivos por los ojos.

$$\forall x[M(x) \wedge F(x) \wedge \exists y[C(y) \wedge A(x, y)] \rightarrow \exists z[M(z) \wedge R(z) \wedge A(z, x)]]$$

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$A \rightarrow \neg B, D \rightarrow \neg C, B \rightarrow C \therefore B \rightarrow \neg D \wedge \neg A$

(1)	$A \rightarrow \neg B$			P
(2)	$D \rightarrow \neg C$			P
(3)	$B \rightarrow C$			P
(4)		B		H
(5)			D	H
(6)			C	$E \rightarrow 3,4$
(7)			$\neg C$	$E \rightarrow 2,5$
(8)		$\neg D$		$I \neg 5,6,7$
(9)			A	H
(10)			B	it 4
(11)			$\neg B$	$E \rightarrow 1,9$
(12)		$\neg A$		$I \neg 9,10,11$
(13)		$\neg D \wedge \neg A$		$I \wedge 8,12$
(14)	$B \rightarrow \neg D \wedge \neg A$			$I \rightarrow 4,13$

Problema 3

Analizad la validez o invalidez del siguiente razonamiento utilizando el método de resolución.

$B \rightarrow P \wedge A, A \rightarrow S \wedge F, F \vee S \rightarrow G, G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) \therefore A \rightarrow \neg G \wedge \neg B$

Normalización de las premisas y de la negación de la conclusión:

$$B \rightarrow P \wedge A = \neg B \vee (P \wedge A) = (\neg B \vee P) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow S \wedge F = \neg A \vee (S \wedge F) = (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F)$$

$$F \vee S \rightarrow G = \neg(F \vee S) \vee G = (\neg F \wedge \neg S) \vee G = (\neg F \vee G) \wedge (\neg S \vee G)$$

$$G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) = G \rightarrow (\neg S \vee \neg A) = \neg G \vee \neg S \vee \neg A$$

$$\neg(A \rightarrow \neg G \wedge \neg B) = \neg(\neg A \vee (\neg G \wedge \neg B)) = (A \wedge \neg(\neg G \wedge \neg B)) = A \wedge (\neg\neg G \vee \neg\neg B) = A \wedge (G \vee B)$$

Conjunto de cláusulas resultantes:

$$\neg B \vee P, \neg B \vee A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee G, \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A, A, G \vee B$$

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

(en **negrita**, el conjunto de soporte)

La cláusula $(\neg B \vee P)$ se puede eliminar porque no existe ninguna cláusula que contenga $\neg P$ (literal puro).
 La cláusula $(\neg B \vee A)$ se puede eliminar porque existe la cláusula A (subsunción).
 Las dos cláusulas eliminadas equivalen a la primera premisa. Por tanto, si el razonamiento es válido, la primera premisa no interviene en la validación.

Entonces, el conjunto resultante de cláusulas es:

$\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A** , **$G \vee B$**

La cláusula $(G \vee B)$ se puede eliminar porque no existe ninguna cláusula que contenga $\neg B$ (literal puro).
 Esta cláusula es una parte de la conclusión que se pretende demostrar a partir de las premisas. Por lo tanto, si el razonamiento es válido, sólo una parte de la conclusión interviene realmente en la validación.

Entonces, el conjunto resultante de cláusulas es:

$\neg A \vee S$, $\neg A \vee F$, $\neg F \vee G$, $\neg S \vee G$, $\neg G \vee \neg S \vee \neg A$, **A**

Resolución:

$\neg A \vee S$	A
S	$\neg S \vee G$
G	$\neg G \vee \neg S \vee \neg A$
$\neg S \vee \neg A$	A
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	A
•	

Hemos observado que la primera premisa no se utiliza. Y por lo que se refiere a la conclusión, únicamente se necesita A . Esto indica que de las premisas se puede deducir $\neg A$ y, consecuentemente, que si introducimos A como hipótesis podremos deducir cualquier cosa (en particular $\neg G \wedge \neg B$).

Problema 4

Demuestra por resolución la validez del siguiente razonamiento

$\forall x [R(x) \rightarrow \exists y S(x,y) \wedge \forall z (S(x,z) \rightarrow \neg M(z))]$
 $\forall u \forall v (M(u) \rightarrow S(u,v))$
 $\therefore \forall x [R(x) \rightarrow \exists w [S(x,w) \wedge \neg M(x)]]$

Solución:

$FNS(\forall x [R(x) \rightarrow \exists y S(x,y) \wedge \forall z (S(x,z) \rightarrow \neg M(z))]) =$
 $\forall x ([\neg R(x) \vee S(x,f(x))] \wedge [\neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z)])$

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

$$\text{FNS}(\forall u \forall v (M(u) \rightarrow S(u,v))) = \forall u \forall v [\neg M(u) \vee S(u,v)]$$

$$\text{FNS}(\neg \forall x [R(x) \rightarrow \exists w [S(x,w) \wedge \neg M(x)]]) = \\ \forall w [R(a) \wedge (\neg S(a,w) \vee M(a))]$$

Conjunto de cláusulas = $\{ \neg R(x) \vee S(x,f(x)), \neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z), \neg M(u) \vee S(u,v), \mathbf{R(a)}, \mathbf{\neg S(a,w) \vee M(a)} \}$

Resolución:

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales	
R(a)	$\neg R(x) \vee S(x,f(x))$ $\neg R(a) \vee S(a,f(a))$	Substitución x por a
S(a,f(a))	$\neg S(a,w) \vee M(a)$ $\neg S(a,f(a)) \vee M(a)$	Substitución w por f(a)
M(a)	$\neg M(u) \vee S(u,v)$ $\neg M(a) \vee S(a,v)$	Substitución u por a
S(a,v)	$\neg R(x) \vee \neg S(x,z) \vee \neg M(z)$ $\neg R(a) \vee \neg S(a,v) \vee \neg M(v)$	Substitución x por a z por v
$\neg R(a) \vee \neg M(v)$	R(a)	
$\neg M(v)$ $\neg M(a)$	M(a)	Substitución v por a
□		

Hemos llegado a cláusula vacía por consiguiente el razonamiento es válido.

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30