

Derivación 1 (solución)

Solución

Suponemos que el término de grado superior de $f(x)$ es cx^n , donde $c \neq 0$. Podemos calcular la primera y la segunda derivada de este término, obteniendo

$$\begin{aligned}f'(x) &= ncx^{n-1}, \\f''(x) &= n(n-1)cx^{n-2}.\end{aligned}$$

Como la igualdad debe cumplirse también para el término de grado superior, tenemos que

$$cx^n = ncx^{n-1} \cdot n(n-1)cx^{n-2}.$$

Lo primero en que nos fijamos es en que los grados de ambos lados de la igualdad deben coincidir, por lo que $n = n-1 + n-2$, de donde $n = 3$.

Después, nos podemos fijar en los coeficientes. Por un lado tenemos c y por el otro $c^2n^2(n-1)$. Como sabemos que deben coincidir y que $n = 3$, nos queda

$$c = c^2 \cdot 3^2 \cdot (3-1),$$

y por lo tanto $c = \frac{1}{18}$.