Espai grapa

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/06/2013	15:30

05.570 15 06 13 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%, problema 2: 25%, problema 3: 25%, problema 4: 20%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2012/13-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	15/06/2013	15:30

Problema 1

a) Respon les següents preguntes utilitzant els àtoms proposats:

I: Invertir molts diners
O: Poder obrir un negoci
S: Tenir socis
C: Tenir una cartera de clients

1) Formalitza la frase "És necessari invertir molts diners per a poder obrir un negoci, quan no tens socis."

   $\neg S \rightarrow (O \rightarrow I)$

2) Quin dels següents enunciats és una formalització correcta de la frase "Si no tens socis ni una cartera de clients, cal que inverteixis molts diners per a poder obrir un negoci."?

   a. $\neg S \wedge C \rightarrow (I \rightarrow O)$
   b. $\neg S \wedge \neg C \rightarrow (\neg O \rightarrow \neg I)$
   c. $\boldsymbol{\neg S \wedge \neg C \rightarrow (\neg I \rightarrow \neg O)}$

3) Quin dels següents enunciats és una formalització correcte de la frase "Per a poder obrir un negoci no cal invertir molts diners ni tenir una cartera de clients, si tens socis."?

   a. $\neg(O \rightarrow I \wedge C) \rightarrow S$
   b. $\boldsymbol{S \rightarrow \neg(O \rightarrow I \wedge C)}$
   c. $S \rightarrow \neg(I \wedge C) \rightarrow \neg O$

b) Respon les següents preguntes utilitzant els predicats proposats:

Domini: un conjunt no buit
R(x): x és ric
F(x): x és famós
H(x): x és honrat
S(x): x té comptes a Suïssa
I(x,y): x vol imitar a y

1) Formalitza la frase "No tots els rics són famosos, però alguns sí ho són."

   $\neg\forall x(R(x) \rightarrow F(x)) \wedge \exists x(R(x) \wedge F(x))$

2) Quina de les següents fórmules és una formalització correcte de la frase "Hi ha rics a qui ningú vol imitar que tenen comptes a Suïssa."?

   a. $\exists x\{R(x) \wedge S(x) \wedge \neg\forall y[\neg I(y,x)]\}$
   b. $\exists x\{R(x) \wedge S(x) \wedge \neg\forall y[I(y,x)]\}$
   c. $\boldsymbol{\exists x\{R(x) \wedge S(x) \wedge \neg\exists y[I(y,x)]\}}$

3) Indica quina frase formalitza la fórmula $\forall x[\, H(x) \rightarrow \neg R(x) \wedge \neg F(x)]$

   a. No és necessari ser ric ni famós per ser honrat.
   b. És necessari no ser ric ni famós per ser honrat.
   c. No tots els que no són rics ni famosos són honrats.

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/06/2013	15:30

Problema 2

Demostra la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (és a dir, no pots utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius ni teoremes):

$\neg P \rightarrow \neg Q,\ Q \vee R,\ R \rightarrow T \wedge S \therefore \neg P \rightarrow T$

1.	$\neg P \rightarrow \neg Q$				P
2.	$Q \vee R$				P
3.	$R \rightarrow T \wedge S$				P
4.		$\neg P$			H
5.		$\neg Q$			E→ 1,4
6.			R		H
7.			$T \wedge S$		E → 3,6
8.			T		E∧ 7
9.			Q		H
10.				$\neg T$	H
11.				$\neg Q$	It 5
12.				Q	It 9
13.			$\neg\neg T$		I¬ 10,11,12
14.			T		E¬ 13
15.		T			E∨ 2, 8, 14
16.	$\neg P \rightarrow T$				I→ 4,15

Examen 2012/13-2

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	15/06/2013	15:30

Problema 3

Analitza la validesa o la invalidesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució. Comprova la consistència de les premisses.

$B \rightarrow A \vee C,\ \neg B \rightarrow C,\ \neg B \rightarrow A,\ \neg(C \rightarrow D),\ A \rightarrow B \therefore B \wedge C$

Busquem la FNC de les premisses i de la negació de la conclusió:

$B \rightarrow A \vee C = \neg B \vee A \vee C$
$\neg B \rightarrow C = B \vee C$
$\neg B \rightarrow A = B \vee A$
$\neg(C \rightarrow D) = \neg(\neg C \vee D) = C \wedge \neg D$
$A \rightarrow B = \neg A \vee B$
$\neg(B \wedge C) = \neg B \vee \neg C$

Conjunt de clàusules resultants (en **negreta**, el conjunt de suport):

$\{\neg B \vee A \vee C, B \vee C, B \vee A, C, \neg D, \neg A \vee B,$ $\mathbf{\neg B \vee \neg C}\}$

La clàusula $\neg D$ es pot eliminar perquè es un literal pur. Llavors, el conjunt resultant de clàusules és:

$\{\neg B \vee A \vee C, B \vee C, B \vee A, C, \neg A \vee B,$ $\mathbf{\neg B \vee \neg C}\}$

Resolució:

$\neg B \vee \neg C$	C
$\neg B$	$B \vee A$
A	$\neg A \vee B$
B	$\neg B$
$\square$	

Hem arribat a la clàusula buida, per tant **el raonament és vàlid.**
Podem observar que la primera i segona premisses no s'utilitzen.

A continuació comprovem la consistència de les premisses:

$\{\neg B \vee A \vee C, B \vee C, B \vee A, C, \neg A \vee B\}$

Aplicant la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb C ja que no hi ha $\neg C$. Ens queda:

$\{B \vee A, \neg A \vee B\}$

Aplicant un altre cop la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb B ja que no hi ha $\neg B$, i ens quedem sense clàusules. Amb un conjunt de clàusules buit no es pot construir un arbre de resolució que ens porti a la clàusula buida. Per tant, queda demostrat que **les premisses són consistents**.

[redacted]

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	15/06/2013	15:30

Problema 4

a) Fes el pas de fórmules a enunciats del següent raonament en el domini {1,2}

$\exists x[P(x) \rightarrow \forall y Q(x,y)]$
$\exists x[P(x) \wedge R(x) \wedge \neg \forall y\, Q(x,y)]$
$\forall x Q(x,x)$
$\therefore \forall x[R(x) \wedge \neg P(x)]$

b) Donats els enunciats trobats a l'apartat anterior, indica si les següents interpretacions són o no un contraexemple. Justifica la teva resposta.

I1: <{1,2}, {P(1)=V, P(2)=V, R(1)=V, R(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=F, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V}>
I2: <{1,2}, {P(1)=F, P(2)=V, R(1)=V, R(2)=V, Q(1,1)=V, Q(1,2)=F, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V}>

SOLUCIÓ

a)

$\exists x[P(x) \rightarrow \forall y Q(x,y)]$
$[P(1) \rightarrow \forall y Q(1,y)] \vee [P(2) \rightarrow \forall y Q(2,y)]$
$[P(1) \rightarrow Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \vee [P(2) \rightarrow \forall y Q(2,y)]$
$[P(1) \rightarrow Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \vee [P(2) \rightarrow Q(2,1) \wedge Q(2,2)]$

$\exists x[P(x) \wedge R(x) \wedge \neg \forall y\, Q(x,y)]$
$[P(1) \wedge R(1) \wedge \neg \forall y\, Q(1,y)] \vee [P(2) \wedge R(2) \wedge \neg \forall y\, Q(2,y)]$
$[P(1) \wedge R(1) \wedge \neg(Q(1,1) \wedge Q(1,2))] \vee [P(2) \wedge R(2) \wedge \neg \forall y\, Q(2,y)]$
$[P(1) \wedge R(1) \wedge \neg(Q(1,1) \wedge Q(1,2))] \vee [P(2) \wedge R(2) \wedge \neg(Q(2,1) \wedge Q(2,2))]$

$\forall x Q(x,x)$
$Q(1,1) \wedge Q(2,2)$

$\forall x[R(x) \wedge \neg P(x)]$
$[R(1) \wedge \neg P(1)] \wedge [R(2) \wedge \neg P(2)]$

b)

I1: <{1,2}, {P(1)=V, P(2)=V, R(1)=V, R(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=F, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V}>

Avaluem primer la conclusió:
$[R(1) \wedge \neg P(1)] \wedge [R(2) \wedge \neg P(2)]$
$[V \wedge \neg V)] \wedge [V \wedge \neg V]$
$[V \wedge F)] \wedge [V \wedge F]$
$F \wedge F$
F
Com la conclusió avalua a fals, la interpretació pot ser un contraexemple.

Continuem ara amb les premisses.

En primer lloc, mirem si amb aquesta interpretació la tercera premissa (que és la més senzilla d'avaluar) es certa per la interpretació donada:
Q(1,1) ∧ Q(2,2)
F ∧ V
F

Com la tercera premissa avalua a fals, podem afirmar que **la interpretació no és un contraexemple**.

I2: <{1,2}, {P(1)=F, P(2)=V, R(1)=V, R(2)=V, Q(1,1)=V, Q(1,2)=F, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V}>

Avaluem primer la conclusió.
[R(1) ∧ ¬P(1)] ∧ [R(2) ∧ ¬P(2)]
[F ∧ ¬V)] ∧ [V ∧ ¬V]
[F ∧ F)] ∧ [V ∧ F]
F ∧ F
F
Com la conclusió avalua a fals, la interpretació pot ser un contraexemple.

Continuem ara amb les premisses.
En primer lloc, mirem si amb aquesta interpretació la tercera premissa (que és la més senzilla d'avaluar) es certa per la interpretació donada:
Q(1,1) ∧ Q(2,2)
V ∧ V
V
Com la tercera premissa avalua a cert, és possible que la interpretació sigui un contraexemple.

Avaluem ara la primera premissa:
[P(1) → Q(1,1) ∧ Q(1,2)] ∨ [P(2) → Q(2,1) ∧ Q(2,2)]
[F → V ∧ F] ∨ [F → F ∧ V]
[F → F] ∨ [F → F]
V ∨ V
V
Com la primera premissa avalua a cert, encara és possible que la interpretació sigui un contraexemple.

Avaluem finalment la segona premissa:
[P(1) ∧ R(1) ∧ ¬(Q(1,1) ∧ Q(1,2))] ∨ [P(2) ∧ R(2) ∧ ¬(Q(2,1) ∧ Q(2,2))]
[F ∧ V ∧ ¬(V ∧ F)] ∨ [V ∧ V ∧ ¬ (F ∧ V)]
[F ∧ V ∧ ¬F] ∨ [V ∧ V ∧ ¬F]
[F ∧ V ∧ V] ∨ [V ∧ V ∧ V]
F ∨ V
V
La segona premissa també avalua a cert.

Així doncs, tenim que totes les premisses avaluen a cert mentre la conclusió avalua a fals. Per tant, podem afirmar que **la interpretació és un contraexemple**.