

## Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	20/1/2024	17:00

**Este enunciado también corresponde a las siguientes asignaturas:**

---

- 81.506 - Matemáticas I

### Ficha técnica del examen

---

- No es necesario que escribas tu nombre. Una vez resuelta la prueba final, solo se aceptan documentos en formato .doc, .docx (Word) y .pdf.
  - Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la que te has matriculado.
  - Tiempo total: **2 horas**                      Valor de cada pregunta: **25%**
  - ¿Se puede consultar material durante la prueba? **SÍ**    ¿Qué materiales están permitidos? **Todos**
  - ¿Puede utilizarse calculadora? **SÍ**    ¿De qué tipo? **PROGRAMABLE**
  - Si hay preguntas tipo test, ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO**    ¿Cuánto?
  - Indicaciones específicas para la realización de este examen: **Puedes utilizar cualquier material y calculadora (incluyendo la Calcme) para comprobar los cálculos, pero tienes que asegurarte que detallas y justificas todos los pasos seguidos para llegar a la solución.**
  - No es necesario que te identifiques con el nombre o el número del carné de estudiante. La autoría de la prueba es detectada por el propio sistema.
  - Tienes que resolver el examen de forma manuscrita: en una tablet donde puedas escribir directamente o en papel. **NO** se aceptarán respuestas realizadas con un procesador de textos.
  - No es necesario imprimir el enunciado, puedes resolver las preguntas en una hoja en blanco. Utiliza un bolígrafo de tinta azul o negra. Digitaliza tus respuestas en un único archivo en formato PDF (puedes hacerlo con un escáner o con un dispositivo móvil). Dispones de **10 minutos extras** para la digitalización y entrega de la prueba.
-

# Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	20/1/2024	17:00

## Enunciados

1. Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- Dados los números complejos  $z_1 = m + 2i$ ,  $z_2 = i$  y  $z_3 = 4 + ni$ . Encontrad los valores de  $m$  y  $n$  ( $m, n \in \mathbb{R}$ ) tales que:  $\frac{z_1^2}{z_2} = \overline{z_3}$
- Calculad las raíces quintas del número complejo  $3 - 2i$ . Proporcionad el resultado en forma polar y los ángulos en grados dentro del intervalo  $[0, 360^\circ)$ .

2. Considerad el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{aligned} -x + ky + z &= k \\ kx + ay + (k+2)z &= 2a \\ 2x + 3ay + 4z &= 6a - k \end{aligned} \right\}$$

Substituid el parámetro  $a$  por la **primera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC y con el sistema obtenido:

- Discutid el sistema en función de los diferentes valores del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ .
- Resolved el sistema para  $k = a + 1$ .

3. Sean:

$e_1 = (1, -1, 0, 1)$ ,  $e_2 = (0, 1, 1, 1)$ ,  $e_3 = (0, 0, 0, a + 3)$ ,  $e_4 = (2, 0, 2, 2a + 10)$ ,  $v = (3, -2, 1, 3a + 13)$  vectores de  $\mathbb{R}^4$  donde  $a$  es la **tercera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC.

Y sea  $F = \langle e_1, e_2, e_3, e_4 \rangle$ .

Decid si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y **justificad vuestra respuesta**:

- La dimensión de  $F$  es 4.
- $A = \{(1, -1, 0, 1), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 0, a + 3)\}$  es una base de  $F$ .
- $v \in F$  y sus coordenadas en la base  $A$  son  $(3, 1, 3)$ .
- $C_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  es la matriz de cambio de base de la base  $A$  anterior a la base:  
 $B = \{(1, -1, 0, 1), (1, 0, 1, 2), (0, 1, 1, a + 4)\}$

4. Substituid el parámetro  $a$  por la **segunda cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC en la siguiente definición de las imágenes de los vectores de la base canónica  $C$  de  $\mathbb{R}^3$  por una aplicación lineal:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ f(1, 0, 0) &= (0, 0, (a+1)(a+b)) \\ f(0, 1, 0) &= \left(0, 1, \frac{a+b-1}{a+1}\right) \\ f(0, 0, 1) &= (0, 0, a+b) \end{aligned}$$

Considerad que  $b$  es un parámetro real.

Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- Calculad, en función del valor del parámetro  $b$ , una base del núcleo de la aplicación  $f$ , decid cuál es su dimensión y determinad la dimensión de la imagen de  $f$ .
- Calculad para qué valor del parámetro  $c \in \mathbb{R}$  el vector  $v = (0, c, 1)$  es vector propio de la aplicación lineal  $f$  y cuál es su valor propio correspondiente. Construid una matriz diagonal para la aplicación  $f$ .