Espai grapa

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	16/06/2007	18:45

75.056 16 06 07 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No puede añadirse hojas adicionales**
- **No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**

- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Problema 1

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	16/06/2007	18:45

a) Formalizad utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

1) Los espectadores van a ver una película si tiene actores conocidos y se usan efectos especiales
   $A \wedge F \rightarrow E$
2) Una película tiene actores conocidos solo si el director es famoso
   $A \rightarrow D$ -||- $\neg D \rightarrow \neg A$
3) Si una película tiene actores conocidos y su director es famoso, los espectadores no irán a verla si no se usan efectos especiales
   $A \wedge D \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg E)$

Átomos:
- E: Los espectadores van a ver una película
- A: Una película tiene actores conocidos
- F: En una película se usan efectos especiales
- D: El director de una película es famoso

b) Formalizad utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Usad los predicados y la constante que se indican

1) Todos los pájaros que viven en la selva tienen colores llamativos
   $\forall x[P(x) \wedge S(x) \rightarrow L(x)]$
2) Hay pájaros que tienen colores llamativos que son presa de otros pájaros
   $\exists x\{P(x) \wedge L(x) \wedge \exists y[P(y) \wedge R(x,y)]\}$
3) Hilario es un pájaro que tiene colores llamativos; si Hilario fuera de plástico, no sería presa de otros pájaros.
   $P(a) \wedge L(a) \wedge (G(a) \rightarrow \neg\exists x[P(x) \wedge R(a,x)])$

Predicados:
- P(x): x es pájaro
- L(x): x tiene colores llamativos
- S(x): x vive en la selva
- R(x,y): x es presa de y
- G(x): x es de plástico

Constantes:
- a: Hilario

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	16/06/2007	18:45

Problema 2

Demostrad, utilizando deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero NO equivalencias deductivas.

a) P→¬R∧¬Q, ¬S→R ∴ (S→Q) → ¬P

1.-	P→ ¬R ∧ ¬Q			P
2.-	¬S→R			P
3.-		S→Q		H
4.-			P	H
5.-			¬R∧¬Q	E→ 1,3
6.-			¬Q	E∧ 5
7.-			¬S	MT 3, 6
8.-			R	E→ 2, 7
9.-			¬R	E∧ 5
10.-		¬P		I¬ 4, 8, 9
11.-	(S→Q)→¬P			I→ 3, 10

b) Q→P, ¬Q→¬S, ¬P ∴ ¬(S∨P)

1.	Q→P			P
2.	¬Q→¬S			P
3.	¬P			P
4.		S∨P		H
5.			S	H
6.			Q	MT 2,5
7.			P	E→ 1,6
8.			¬P	It 3
9.			¬(S∨P)	QS 7,8
10.			P	H
11.			¬P	It3
12.			¬(S∨P)	QS 10,11
13.		¬(S∨P)		E∨4,9,12
14.	¬(S∨P)			I¬ 4,13

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	16/06/2007	18:45

Problema 3

a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia de conjunto de soporte para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

$P \vee Q \rightarrow S$,
$\neg P \rightarrow Q \vee R$,
$\neg(\neg Q \wedge R)$
$S \rightarrow T$
$T \rightarrow P$
$\therefore T \vee (Q \wedge \neg S)$

FNC $[P \vee Q \rightarrow S] = \neg(P \vee Q) \vee S = (\neg P \wedge \neg Q) \vee S = (\neg P \vee S) \wedge (\neg Q \vee S)$
FNC $[\neg P \rightarrow Q \vee R] = P \vee Q \vee R$
FNC $[\neg(\neg Q \wedge R)] = Q \vee \neg R$
FNC $[S \rightarrow T] = \neg S \vee T$
FNC $[T \rightarrow P] = \neg T \vee P$
FNC $\neg[T \vee (Q \wedge \neg S)] = \neg T \wedge (\neg Q \vee S)$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:

S = {$\neg P \vee S$, $\neg Q \vee S$, $P \vee Q \vee R$, $Q \vee \neg R$, $\neg S \vee T$, $\neg T \vee P$, $\boldsymbol{\neg T}$, $\boldsymbol{\neg Q \vee S}$} Las dos últimas (negrita) son el conjunto de soporte

Se puede observar que la cláusula $\neg T$ subsume la cláusula $\neg T \vee P$ y la cláusula de la negación de la conclusión $\neg Q \vee S$ aparece también en las premisas, lo cual reduce el conjunto a

S'= {$\neg P \vee S$, $\neg Q \vee S$, $P \vee Q \vee R$, $Q \vee \neg R$, $\neg S \vee T$, $\boldsymbol{\neg T}$}

La regla del literal puro no es aplicable

Troncales	laterales
$\neg T$	$\neg S \vee T$
$\neg S$	$\neg P \vee S$
$\neg P$	$P \vee Q \vee R$
$Q \vee R$	$Q \vee \neg R$
Q	$\neg Q \vee S$
S	$\neg S$
$\bullet$	

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	16/06/2007	18:45

b) El siguiente razonamiento no es válido. Encontrad el conjunto de cláusulas que se derivan de él y razonad la imposibilidad de obtener la cláusula vacía ($\bullet$).

$\forall x\{Q(x) \rightarrow \exists y[P(x,y) \wedge Q(y)]\}$
$\forall x \forall y\, P(x,y)$
$\therefore \forall x\ (P(x,x) \wedge Q(x))$

La FNS de $\forall x\{Q(x) \rightarrow \exists y[P(x,y) \wedge Q(y)]\}$ es $\forall x[(\neg Q(x) \vee P(x,f(x))) \wedge (\neg Q(x) \vee Q(f(x)))]$
La FNS de $\forall x \forall y\, P(x,y)$ es $\forall x \forall y P(x,y)$
La FNS de $\neg \forall x\ (P(x,x) \wedge Q(x))$ es $\neg P(a,a) \vee \neg Q(a)$

El conjunto de cláusulas resultantes es:

$S=\{\neg Q(x) \vee P(x,f(x))\ ,\ \ \neg Q(x) \vee Q(f(x)),\quad P(x,y),\quad \mathbf{\neg P(a,a) \vee \neg Q(a)}\ \}$

Podemos observar que la cláusula $\neg P(a,a) \vee \neg Q(a)$ no se puede resolver con $\neg Q(x) \vee Q(f(x))$ ya que para unificar los predicados Q, tendríamos que unificar constante con función, lo que no es posible. Esto impide hacer resoluciones con la cláusula de la negación de la conclusión.

Si comprobamos si el resto de cláusulas son inconsistentes podemos comprobar que al eliminar la cláusula de la negación de la conclusión no nos quedan predicados P negados, por lo que podemos eliminar todas las cláusulas con el predicado P. Esto nos deja una única cláusula que evidentemente no nos permite hacer ninguna resolución.

Problema 4

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

$\forall x[P(x) \vee Q(x,x)]$
$\forall x[P(x) \rightarrow \exists y Q(x,y)]$
$\therefore \exists x \forall y Q(x,y)$

Dad una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo

Un contraejemplo ha de hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:

$[\ P(1) \vee Q(1,1)] \wedge [\ P(2) \vee Q(2,2)]$

La segunda equivale a:

$[\ P(1) \rightarrow Q(1,1) \vee Q(1,2)] \wedge [\ P(2) \rightarrow Q(2,1) \vee Q(2,2)]$

La conclusión equivale a:

$[\ Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \vee [\ Q(2,1) \wedge Q(2,2)]$

Si escogemos la interpretación:

$P(1)= F,\ P(2)=F,\ Q(1,1)=V,\ Q(1,2)=F,\ Q(2,1)=F,\ Q(2,2)=V$

Las dos premisas son verdaderas y la conclusión es falsa