

Examen 2025/26-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	17/1/2026	10:00

Este enunciado también corresponde a las siguientes asignaturas:

- 81.506 - Matemáticas I

Ficha técnica del examen

Examen 2025/26-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	17/1/2026	10:00

Enunciados

1. Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- a) Sean $z_1 = 3 - 5i$ y $z_2 = 1 + 2i$. Calculad el producto $z_1 \cdot z_2$, el cociente $\frac{z_1}{z_2}$, y expresad ambos resultados en forma binómica.
- b) Sea $z = -4 + 4\sqrt{3}i$. Calculad todas las raíces cúbicas de z y expresadlas en forma polar, indicando los argumentos en grados en el intervalo $[0^\circ, 360^\circ]$.

2. Considerad el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} kx - (k - (a + 1))z = k \\ kx + (k + 1)y = k \\ 2kx + (k - (a + 1))z = 2k^2 \end{cases}$$

donde el parámetro a es la **primera cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC.

Se pide:

- a) Utilizando el teorema de Rouché-Fröbenius, discutid el sistema en función del parámetro $k \in \mathbb{R}$.
- b) Determinad las soluciones del sistema para $k = 1$.

3. Consideraremos el subespacio vectorial F de \mathbb{R}^4 generado por los siguientes vectores:

$$v_1 = (1, 0, 1, 0), \quad v_2 = (0, 1, 1, 1), \quad v_3 = (1, 1, 2, 1), \quad v_4 = (2, -1, 1, -1)$$

Se pide:

- a) Determinad la dimensión del subespacio F y escoged una base, que llamaremos A .
- b) Consideremos el vector $w = (a, 2a + 2, 3a + 2, 2a + 2)$ donde a es la **tercera cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC. Calculad las coordenadas de w en la base A .
- c) Consideremos una nueva base de F dada por $B = \{u_1, u_2\}$ donde $u_1 = (2, 2, 4, 2)$ y $u_2 = (4, -2, 2, -2)$. Calculad la matriz de cambio de base de la base B a la base A . Haciendo uso de la matriz anterior, calculad las coordenadas del vector w en la nueva base B .

4. Sustituid el parámetro c por la **segunda cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC en los siguientes puntos de \mathbb{R}^2 :

$$A = (-1, c + 1)$$

$$B = (-3, 2c + 2)$$

$$A' = (c + 1, 5)$$

Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- a) Escribid la matriz 3×3 de la traslación que lleva el punto A al punto A' .
- b) Encontrad el punto B' que es la imagen de B por la traslación anterior.
- c) Escribid la matriz 3×3 de un giro de ángulo 270° centrado en el punto $C = (0, -2c - 2)$.
- d) Encontrad la imagen de A' y B' por el giro anterior.
- e) Construid la matriz composición de la traslación y el giro. Podéis comprobar si la imagen de A y B utilizando esta matriz coincide con las imágenes encontradas en el apartado d).