

Examen 2005/06-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	17/06/2006	13:30

75056170606XXXXX
75.056 17 06 06 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código
personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No puede añadirse hojas adicionales
- No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; Problema 2: 30%; Problema 3: 20%; Problema 4: 20%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Problema 1

a) Formaliza utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Utiliza los átomos indicados:

- 1) El perro ladra y mueve la cola
- 2) El perro mueve la cola sólo cuando llego a casa
- 3) Si llego a casa y el perro ladra, entonces sólo mueve la cola si come un trozo de salchichón.

Átomos:

- L: el perro ladra
- M: el perro mueve la cola
- C: llego a casa
- S: el perro come un trozo de salchichón

b) Formaliza utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Utiliza los predicados indicados:

Examen 2005/06-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	17/06/2006	13:30

- 1) Todos los coches están sucios o tienen alguna rayada.
- 2) Hay coches que circulan por el campo y están sucios
- 3) Si un coche es gris, entonces si circula por el campo tendrá alguna rayada y estará sucio.

Predicados:

- $C(x)$: x es un coche
- $S(x)$: x está sucio
- $R(x)$: x es una rayada
- $T(x,y)$: x tiene y
- $I(x)$: x circula por el campo
- $G(x)$: x es gris

SOLUCIÓN

a)

- 1) $L \wedge M$
- 2) $M \rightarrow C$
- 3) $C \wedge L \rightarrow (M \rightarrow S)$

b)

- 1) $\forall x [C(x) \rightarrow S(x) \vee \exists y [R(y) \wedge T(x,y)]]$
- 2) $\exists x [C(x) \wedge I(x) \wedge S(x)]$
- 3) $\forall x [C(x) \wedge G(x) \rightarrow [I(x) \rightarrow \exists y [R(y) \wedge T(x,y)] \wedge S(x)]]$

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Sólo podéis utilizar las 9 reglas básicas (es decir, no podéis utilizar ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$$P \vee W \rightarrow \neg R \wedge \neg T, \neg(Q \rightarrow T) \rightarrow R \therefore P \rightarrow (Q \rightarrow T)$$

SOLUCIÓN

1.	$P \vee W \rightarrow \neg R \wedge \neg T$		P
2.	$\neg(Q \rightarrow T) \rightarrow R$		P
3.			H
4.		P	H
5.		$\neg(Q \rightarrow T)$	H
6.		R	E \rightarrow 2, 4
7.		$P \vee W$	I \vee 3
8.		$\neg R \wedge \neg T$	E \rightarrow 1, 6
9.		$\neg R$	E \wedge 7
10.		$\neg\neg(Q \rightarrow T)$	I \neg 4, 5, 8
11.	$P \rightarrow (Q \rightarrow T)$	$Q \rightarrow T$	E \neg 9
			I \rightarrow 3, 10

Problema 3

Dados los enunciados A y B utilizad el método de resolución, con estrategia de conjunto de soporte, para demostrar si de A se deduce o no B:

Examen 2005/06-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	17/06/2006	13:30

$$A = \exists y [\exists x A(x,y) \rightarrow \forall z \neg A(z,y)]$$

$$B = \forall x [\forall y A(x,y) \rightarrow \exists z \neg A(z,z)]$$

SOLUCIÓN

Demostremos $A \therefore B$:

Skolemizando

$$A = \exists y [\exists x A(x,y) \rightarrow \forall z \neg A(z,y)]$$

$$A = \exists y [\neg \exists x A(x,y) \vee \forall z \neg A(z,y)]$$

$$A = \exists y [\forall x \neg A(x,y) \vee \forall z \neg A(z,y)]$$

$$A = [\forall x \neg A(x,a) \vee \forall z \neg A(z,a)]$$

$$A = [\neg A(x,a) \vee \neg A(z,a)]$$

$$\neg B = \neg \forall x [\forall y A(x,y) \rightarrow \exists z \neg A(z,z)]$$

$$\neg B = \neg \forall x [\neg \forall y A(x,y) \vee \exists z \neg A(z,z)]$$

$$\neg B = \exists x [\forall y A(x,y) \wedge \forall z A(z,z)]$$

$$\neg B = [\forall y A(b,y) \wedge \forall z A(z,z)]$$

$$\neg B = [A(b,y) \wedge A(z,z)]$$

Por tanto el conjunto de cláusulas es:

$$\{\neg A(x,a) \vee \neg A(z,a), A(b,y), A(z,z)\}$$

Si hacemos resolución

$A(b,y)$	$\neg A(x,a) \vee \neg A(z,a)$	$\{x=b, y=a\}$
$\neg A(z,a)$	$A(b,y)$	$\{z=b, y=a\}$
Válido		

Problema 4

Dada la siguiente tabla de verdad:

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$\neg P \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$R \vee (P \rightarrow Q)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	F	V

Examen 2005/06-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	17/06/2006	13:30

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$\neg P \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$	$R \vee (P \rightarrow Q)$
F	F	F	V	V	V	F	V

- a) ¿Es cierto que de $P \wedge (Q \vee R)$ se deduce $R \vee (P \rightarrow Q)$? Justifícalo
- b) ¿Es cierto que de $P \rightarrow Q$ y $P \wedge (Q \vee R)$ se deduce $\neg P \vee R$? Justifícalo
- c) Demuestra mediante tablas de verdad la validez o invalidez del siguiente razonamiento:
 $Q \rightarrow R, \neg P \vee R \therefore \neg(P \wedge Q)$

SOLUCIÓN

- a) Sí, es cierto, porque no se puede encontrar ningún contraejemplo en la tabla de verdad.
- b) Si hacemos la tabla de verdad del razonamiento

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \wedge (Q \vee R))$	$\neg P \vee R$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F
V	F	V	F	V	F	V
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	F	F	V

Podemos ver que la línea 2 es un contraejemplo del razonamiento

- c) Si hacemos la tabla de verdad del razonamiento

Examen 2005/06-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	17/06/2006	13:30

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$\neg P \vee R$	$(Q \rightarrow R) \wedge (\neg P \vee R)$	$\neg(P \wedge Q)$
V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V

El razonamiento es inválido ya que tenemos un contraejemplo en la línea 1