Espai
grapa

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	26/06/2007	13:30

75.056 26 06 07 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No puede añadirse hojas adicionales**
- **No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Problema 1

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	26/06/2007	13:30

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las siguientes frases. Utilizad los átomos indicados

1) Para que los niños tengan sueño es necesario que hayan madrugado mucho
   $S \rightarrow M$ -||- $\neg M \rightarrow \neg S$
2) Si los niños tienen sueño o tienen mucho hambre, lloran i no obedecen a sus padres
   $S \vee H \rightarrow L \wedge \neg O$
3) Si los niños están contentos, juegan cuando no tienen sueño
   $C \rightarrow (\neg S \rightarrow J)$

Átomos:
- C: Los niños están contentos
- J: Los niños juegan
- S: Los niños tienen mucho sueño
- M: Los niños han madrugado mucho
- H: Los niños tienen mucho hambre
- L: Los niños lloran
- O: Los niños obedecen a sus padres

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las siguientes frases. Utilizad los predicados y la constante indicados

1) Todos los países industrializados emiten algún gas nocivo para la capa de ozono (cada país industrializado emite algún gas nocivo para la capa de ozono)

   $\forall x\{P(x) \wedge I(x) \rightarrow \exists y[G(y) \wedge E(x,y)]\}$

2) Algunos países emiten todos los gases que son nocivos para la capa de ozono

   $\exists x\{P(x) \wedge \forall y[G(y) \rightarrow E(x,y)]\}$

3) El freón 22 es un gas nocivo para la capa de ozono pero, afortunadamente, ningún país industrializado lo emite

   $G(a) \wedge \neg\exists x[P(x) \wedge I(x) \wedge E(x,a)]$

Predicados:
- P(x): x es un país
- I(x): x es industrializado
- G(x): x es un gas nocivo para la capa de ozono
- E(x,y): x emite y (y es emitido por x)

Constantes:
- a: el freón 22 (clorodifluorometano)

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero NO equivalencias deductivas.

a) $P \rightarrow \neg Q \land \neg R,\ S \rightarrow Q,\ R \lor S \therefore \neg P$

1.-	$P \rightarrow \neg Q \land \neg R$		P
2.-	$S \rightarrow Q$		P
3.-	$R \lor S$		P
4.-		P	H
5.-		$\neg Q \land \neg R$	E→ 1, 4
6.-		$\neg Q$	E∧ 5
7.-		$\neg S$	MT 2, 6
8.-		R	SD 3, 7
9.-		$\neg R$	E∧ 5
10.-	$\neg P$		I¬ 4,8,9

b) $(R \rightarrow T) \lor (P \land Q),\ \neg R \rightarrow W,\ \neg T \land \neg Q \therefore W \lor S$

1.	$(R \rightarrow T) \lor (P \land Q)$		P
2.	$\neg R \rightarrow W$		P
3.	$\neg T \land \neg Q$		P
4.		$R \rightarrow T$	H
5.		$\neg T \land \neg Q$	It 3
6.		$\neg T$	E∧ 5
7.		$\neg R$	MT 4,6
8.		W	E→ 2, 7
9.		$P \land Q$	H
10.		Q	E∧ 9
11.		$\neg T \land \neg Q$	It 3
12.		$\neg Q$	E∧ 11
13.		W	QS 10, 12
14.	W		E∨ 1, 8, 13
15.	$W \lor S$		I∨ 14

Problema 3

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	26/06/2007	13:30

a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución lineal con la estrategia del conjunto de soporte (apoyo) para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas.

$R \to S$,
$Q \wedge \neg S \to T$,
$\neg S \wedge (T \to \neg W)$,
$(Q \vee S) \wedge (W \vee R)$
$\therefore P \vee R \to T$

FNC $[R \to S] = \neg R \vee S$
FNC $[Q \wedge \neg S \to T] = \neg Q \vee S \vee T$
FNC $[\neg S \wedge \neg P \wedge (T \to \neg W)] = \neg S \wedge (\neg T \vee \neg W)$
FNC $[(Q \vee S) \wedge (W \vee R)] = (Q \vee S) \wedge (W \vee R)$
FNC$\neg [P \vee R \to T] = (P \vee R) \wedge \neg T$

El conjunto de cláusulas resultante es:
S = $\{\neg R \vee S,\ \ \neg Q \vee S \vee T,\ \ \neg S,\ \ \neg T \vee \neg W\ \ Q \vee S,\ \ W \vee R,\ \ \mathbf{P \vee R, \neg T}\}$ El conjunto de soporte está formado por las dos últimas cláusulas (en negrita)
La cláusula $\neg T$ subsume a la cláusula $\neg T \vee \neg W$ y con esto el conjunto de cláusulas potencialmente útiles se reduce a: S' = $\{\neg R \vee S,\ \ \neg Q \vee S \vee T,\ \ \neg S,\ \ Q \vee S,\ \ W \vee R,\ \ \mathbf{P \vee R, \neg T}\}$
La regla del literal puro permite eliminar de este conjunto la cláusula $W \vee R$ por ausencia del literal $\neg W$ y también la cláusula $P \vee R$ por ausencia del literal $\neg P$. Esto reduce de nuevo el conjunto a
S'' = $\{\neg R \vee S,\ \ \neg Q \vee S \vee T,\ \ \neg S,\ \ Q \vee S,\ \ \mathbf{\neg T}\}$. Ahora, la ausencia de R permite descartar $\neg R \vee S$ por lo cual el conjunto de cláusulas útiles se reduce a S''' = $\{\neg Q \vee S \vee T,\ \ \neg S,\ \ Q \vee S,\ \ \mathbf{\neg T}\}$

Troncales	Laterales
$\neg T$	$\neg Q \vee S \vee T$
$\neg Q \vee S$	$\neg S$
$\neg Q$	$Q \vee S$
S	$\neg S$
•	

b) El siguiente razonamiento no es válido. Hallad el conjunto de cláusulas correspondiente y razonad la imposibilidad de obtener la cláusula vacía (•)

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	26/06/2007	13:30

$\forall x P(x) \rightarrow \forall y \exists z Q(y,z)$
$\exists y \forall z \neg Q(y,z)$
$\therefore \neg \exists x P(x)$

La FNS de $\forall x P(x) \rightarrow \forall y \exists z Q(y,z)$ es $\forall y[\neg P(a) \vee Q(y,f(y))]$
La FNS de $\exists y \forall z \neg Q(y,z)$ es $\forall z \neg Q(b,z)$
La FNS de $\neg\neg\exists x P(x)$ es $P(c)$

El conjunto de cláusulas resultante es
$S = \{ \neg P(a) \vee Q(y,f(y)),\ \ \neg Q(b,z),\ \ P(c)\}$

Observamos que el literal $\neg P(a)$ de la primera cláusula nunca podrá ser eliminado porqué no puede resolverse contra $P(c)$ porqué la discrepancia a/c no es resoluble. El conjunto de cláusulas se reduce a $S = \{\neg Q(b,z),\ \ P(c)\}$ y de este conjunto no puede obtenerse •

Problema 4

La fórmula $\forall y \exists x P(x,y) \rightarrow \exists y \forall x P(x,y)$ **no** es una tautología. Dad una interpretación en el dominio {1,2} que lo muestre.

Para mostrar que la fórmula no es una tautología hallaremos una interpretación que la haga falsa. Puesto que se trata de una implicación, será falsa cuando el antecedente sea cierto pero el consecuente sea falso

En el dominio {1, 2) el antecedente es equivalente a

$\forall y \exists x P(x,y) = \forall y[\ P(1,y) \vee P(2,y)] = [\ P(1,1) \vee P(2,1)] \wedge [\ P(1,2) \vee P(2,2)]$

En el dominio {1,2} el consecuente es equivalente a

$\exists y \forall x P(x,y) = \exists y[P(1,y) \wedge P(2,y)] = [P(1,1) \wedge P(2,1)] \vee [P(1,2) \wedge P(2,2)]$

Para hacer falso el consecuente hay que hacer falsos los dos disjuntandos:

$[P(1,1) \wedge P(2,1)] = F$
$[P(1,2) \wedge P(2,2)] = F$

Una posibilidad es $P(1,1)=F$ i $P(2,2)=F$

con ello el antecedente pasa a ser

$[\ F \vee P(2,1)] \wedge [\ P(1,2) \vee F] = P(2,1) \wedge P(1,2)$

Si queremos que este antecedente sea cierto es necesario que $P(1,2)=V$ i $P(2,1) = V$

Luego, una interpretación que no hace cierta la fórmula y consecuentemente nos permite afirmar que no se trata de una tautología sería
$< \{1,2\}, \{P(1,1)=F, P(1,2)=V, P(2,1)=V, P(2,2)=F\}, \varnothing\}$