

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

75570210112XXXXXX
75.570 21 01 12 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material.
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Problema 1

a) Formalizad en el lenguaje de enunciados. Utilizad los átomos propuestos.

G: Los guepardos huyen
T: Los tigres se asustan (= los tigres son asustados)
R: Se ven rinocerontes
E: Los elefantes se acercan

- 1) Cuando los guepardos huyen es necesario no asustar a los tigres para poder ver rinocerontes
 $G \rightarrow (R \rightarrow \neg T)$
- 2) Si ni se ven rinocerontes ni los elefantes se acercan, los tigres se asustan o los guepardos huyen pero no ambas cosas simultáneamente.
 $\neg R \wedge \neg E \rightarrow (T \vee G) \wedge \neg (T \wedge G)$
- 3) Si para ver rinocerontes se tiene que asustar a los tigres, los guepardos huyen cuando los elefantes se acercan.
 $(R \rightarrow T) \rightarrow (E \rightarrow G)$

b) Formalizad en el lenguaje de la lógica de predicados. Utilizad predicados los indicados.

Dominio: un conjunto no vacío

L(x): x es un hombre lobo
P(x): x es una persona
M(x): x se muere
B(x): x es una bala de plata
D(x,y,z): x dispara y a z
I(x): x es inocente
S(x): x sale a la calle cuando hay luna llena

- 1) Los hombres lobo solo se mueren si alguna persona les dispara una bala de plata
 $\forall x \{L(x) \wedge M(x) \rightarrow \exists y \exists z [P(y) \wedge B(z) \wedge D(y,z,x)]\}$
- 2) No todas las personas que salen a la calle cuando hay luna llena son hombres lobo, pero alguna sí.
 $\neg \forall x [P(x) \wedge S(x) \rightarrow L(x)] \wedge \exists x [P(x) \wedge S(x) \wedge L(x)]$
- 3) Algunos hombres lobo disparan balas de plata a personas inocentes.
 $\exists x \{L(x) \wedge \exists y \exists z [P(y) \wedge I(y) \wedge B(z) \wedge D(x,z,y)]\}$

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Problema 2

Demostrad, usando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos)

$$Q \rightarrow R \wedge T, \quad S \rightarrow (\neg T \rightarrow \neg P), \quad P \therefore Q \vee S \rightarrow T$$

Solución

| | | | | | |
|------|---|------------|---------------|-----------------------------|-----------------------|
| (1) | $Q \rightarrow R \wedge T$ | | | | P |
| (2) | $S \rightarrow (\neg T \rightarrow \neg P)$ | | | | P |
| (3) | P | | | | P |
| (4) | | $Q \vee S$ | | | H |
| (5) | | | Q | | H |
| (6) | | | $R \wedge T$ | | $E \rightarrow 1, 5$ |
| (7) | | | T | | $E \wedge 6$ |
| | | | | | |
| (8) | | | S | | H |
| (9) | | | | $\neg T$ | H |
| (10) | | | | $\neg T \rightarrow \neg P$ | $E \rightarrow 2, 8$ |
| (11) | | | | $\neg P$ | $E \rightarrow 9, 10$ |
| (12) | | | | P | It 3 |
| (13) | | | $\neg \neg T$ | | I $\neg 9, 11, 12$ |
| (14) | | | T | | $E \neg 13$ |
| (15) | | T | | | $E \vee 4, 7, 14$ |
| (16) | $Q \vee S \rightarrow T$ | | | | $I \rightarrow 4, 15$ |

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Problema 3

Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de soporte para descubrir si el siguiente razonamiento es válido o no. Descubrid también si las premisas son o no consistentes. Aplicad la regla de subsunción y la del literal puro siempre que ello sea posible

$$D \rightarrow R \wedge \neg A, \quad A \rightarrow S \wedge F, \quad F \vee S \rightarrow G, \quad G \rightarrow (\neg S \rightarrow F) \quad \therefore \neg(G \vee D)$$

Solución

$$\begin{aligned} \text{FNC}(D \rightarrow R \wedge \neg A) &= (\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee \neg A) \\ \text{FNC}(A \rightarrow S \wedge F) &= (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F) \\ \text{FNC}(F \vee S \rightarrow G) &= (\neg F \vee \neg S) \wedge (\neg S \vee G) \\ \text{FNC}(G \rightarrow (\neg S \rightarrow F)) &= \neg G \vee S \vee F \\ \text{FNC}(\neg \neg(G \vee D)) &= A \wedge (G \vee D) \end{aligned}$$

$$S = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee \neg A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee \neg S, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F, \mathbf{G \vee D} \}$$

Ninguna clausula subsume a ninguna otra.

La regla del literal puro permite eliminar $\neg D \vee R$ por ausencia del literal $\neg R$

La ausencia del literal A permite eliminar todas las cláusulas que contienen el literal $\neg A$

$$S' = \{ \neg F \vee \neg S, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F, \mathbf{G \vee D} \}$$

La ausencia del literal $\neg D$ permite eliminar la cláusula $G \vee D$. Con la desaparición de esta cláusula que era la única proveniente del soporte vemos que si el razonamiento es correcto seguro que lo es per inconsistencia de las premisas.

$$S'' = \{ \neg F \vee \neg S, \neg S \vee G, \neg G \vee S \vee F \}$$

Iniciando la resolución con $\neg F \vee \neg S$

| Cláusulas troncales | Cláusulas laterales |
|----------------------|------------------------|
| $\neg F \vee \neg S$ | $\neg G \vee S \vee F$ |
| Teorema | |

Iniciando la resolución con $\neg S \vee G$

| Cláusulas troncales | Cláusulas laterales |
|---------------------|------------------------|
| $\neg S \vee G$ | $\neg G \vee S \vee F$ |
| Teorema | |

Iniciando la resolución con $\neg G \vee S \vee F$

| Clausulas troncales | Cláusulas laterales |
|------------------------|----------------------|
| $\neg G \vee S \vee F$ | $\neg F \vee \neg S$ |
| Teorema | |

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Puesto que ninguna de las posibilidades conduce a la cláusula vacía, podemos concluir que el razonamiento es incorrecto y que, por lo tanto, sus premisas eran consistentes

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Problema 4

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis utilizar las reglas básicas, las reglas derivadas y los equivalentes deductivos vistos en la asignatura

$\forall y Q(y) \rightarrow \exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$
 $\therefore \forall x(P(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow \exists y \neg Q(y)$

Solución

| | | | | |
|----|--|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------|
| 1 | $\forall y Q(y) \rightarrow \exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$ | | | P |
| 2 | | $\forall x(P(x) \rightarrow R(x))$ | | H |
| 3 | | | $\neg \exists y \neg Q(y)$ | H |
| 4 | | | $\forall y \neg \neg Q(y)$ | ED 3 |
| 5 | | | $\forall y Q(y)$ | ED 4 |
| 6 | | | $\exists x(P(x) \wedge \neg R(x))$ | E \rightarrow 1,5 |
| 7 | | | $P(a) \wedge \neg R(a)$ | E \exists 6 |
| 8 | | | $P(a) \rightarrow R(a)$ | E \forall 2 |
| 9 | | | $P(a)$ | E \wedge 7 |
| 10 | | | $R(a)$ | E \rightarrow 8,9 |
| 11 | | | $\neg R(a)$ | E \wedge 7 |
| 12 | | $\neg \neg \exists y \neg Q(y)$ | | I \neg 3, 10, 11 |
| 13 | | $\exists y \neg Q(y)$ | | E \neg 12 |
| 14 | $\forall x(P(x) \rightarrow R(x)) \rightarrow \exists y \neg Q(y)$ | | | I \rightarrow 2, 13 |

Examen 2011/12-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|------------|--------|------------|-------------|
| Lógica | 75.570 | 21/01/2012 | 18:30 |

Problema 5

Considerad como dominio U el conjunto de socios de un club y considerad en este dominio los conjuntos siguientes:

P: conjunto de los socios que son pintores

M: conjunto de los socios que les gusta el mar

E: conjunto de los socios que son escultores

Usando los conjuntos anteriores y mediante el lenguaje de los conjuntos (y sin cuantificadores) expresad los conjuntos y enunciados siguientes:

1) El conjunto de los socios escultores que no les gusta el mar o que no son pintores.

2) Hay socios pintores que no son escultores que les gusta el mar.

Solución

$$E \cap (\overline{M} \cup \overline{P})$$

$$P \cap \overline{E} \cap M \neq \emptyset$$