Espai
grapa

www.uoc.edu

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	23/01/2008	11:15

Ì75.056Â23Â01Â08ÂEX=Î

75.056 23 01 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningun material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	23/01/2008	11:15

<u>Problema 1</u>

a) Formalizad utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

1) Si la gente no tuviera hipotecas, viviría alegre o viajaría a países extranjeros.
   $\neg H \rightarrow A \vee V$
2) La gente no vive alegre si tiene una hipoteca y no viaja a países extranjeros.
   $H \wedge \neg V \rightarrow \neg A$
3) Si la gente tiene hipotecas o no vive alegre, entonces solo si viaja a países extranjeros vive alegre.
   $(H \vee \neg A) \rightarrow (A \rightarrow V)$

Átomos:
- H: Tener hipoteca
- A: Vivir alegre
- V: Viajar a países extranjeros

b) Formalizad utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Usad los predicados y la constante que se indican

1) Hay enfermos que tienen prohibido hacer ciertos deportes.
   $\exists x \exists y [E(x) \wedge D(y) \wedge P(x,y)]$
2) Los enfermos hacen cualquier deporte.
   $\forall x [E(x) \rightarrow \forall y [D(y) \rightarrow H(x,y))]]$
3) Cualquiera que haga algún deporte de los que tiene prohibido es un loco.
   $\forall x [\exists y [D(y) \wedge P(x,y) \wedge H(x,y)] \rightarrow L(x)]$
4) Hay locos que son enfermos.
   $\exists x [E(x) \wedge L(x)]$

Predicados:
- E(x): x es un enfermo
- D(x): x es un deporte
- P(x, y): x tiene prohibido y
- H(x,y): x hace y
- L(x): x está loco

<u>Problema 2</u>

Demostrad, utilizando deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero no podéis utilizar equivalentes deductivos.

a) $\neg(T \vee R), \neg T \rightarrow R, \neg Q \vee \neg T \therefore \neg(Q \vee R)$

1.	$\neg(T \vee R)$			P
2.	$\neg T \rightarrow R$			P
3.	$\neg Q \vee \neg T$			P
4.		$Q \vee R$		H
5.			Q	H

6.			¬T	SD 3,5
7.			R	E→ 2,6
8.			T∨R	I∨ 7
9.			¬(Q∨R)	QS 1,8
10.			R	H
11.			T∨R	I∨10
12.			¬(Q∨R)	QS 1,11
13.		¬(Q∨R)		E∨ 4,9,12
14.	¬(Q∨R)			I¬ 4,4,13

b) Q→¬R, T∨¬P,¬(R→T) .·.¬P∧¬Q

1.	Q→¬R			P
2.	T∨¬P			P
3.	¬(R→T)			P
4.		P		H
5.		T		SD 2,4
6.			R	H
7.			T	It 5
8.		R→T		I→ 6,7
9.	¬P			I¬ 4,3,8
10.		Q		H
11.		¬R		E→ 1,10
12.			R	H
13.			T	QS 11,12
14.		R→T		I→ 12,13
15.	¬Q			I¬ 10,3,14
16.	¬P∧¬Q			I∧ 9,15

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	23/01/2008	11:15

Problema 3

a) El razonamiento siguiente NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$S \to \neg R$
$Q \to \neg S \wedge \neg T$
$\neg S \wedge R \to W \vee T$
$T \wedge S \to W$
$\therefore\ \neg Q \vee \neg S \vee \neg T \to \neg W \wedge S$

Buscamos las FNC:

1ª Premisa:
$S \to \neg R$
$\neg S \vee \neg R$
$FNC(S \to \neg R) = \neg S \vee \neg R$

2ª Premisa:
$Q \to \neg S \wedge \neg T$
$\neg Q \vee (\neg S \wedge \neg T)$
$(\neg Q \vee \neg S) \wedge (\neg Q \vee \neg T)$
$FNC(Q \to \neg S \wedge \neg T) = (\neg Q \vee \neg S) \wedge (\neg Q \vee \neg T)$

3ª Premisa:
$\neg S \wedge R \to W \vee T$
$\neg(\neg S \wedge R) \vee W \vee T$
$S \vee \neg R \vee W \vee T$
$FNC(\neg S \wedge R \to W \vee T) = S \vee \neg R \vee W \vee T$

4ª Premisa
$T \wedge S \to W$
$\neg(T \wedge S) \vee W$
$\neg T \vee \neg S \vee W$
$FNC(\neg T \wedge S \to W) = \neg T \vee \neg S \vee W$

Negación de la conclusión
$\neg(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T \to \neg W \wedge S)$
$\neg(\neg(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \vee (\neg W \wedge S))$
$\neg\neg(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge \neg(\neg W \wedge S)$
$(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (\neg\neg W \vee \neg S)$
$(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (W \vee \neg S)$
$FNC(\neg(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T \to \neg W \wedge S)) = (\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (W \vee \neg S)$

El conjunto de cláusulas obtenido es:
$S = \{ \neg S \vee \neg R,\ \neg Q \vee \neg S,\ \neg Q \vee \neg T,\ S \vee \neg R \vee W \vee T,\ \neg T \vee \neg S \vee W,\ \boldsymbol{\neg Q \vee \neg S \vee \neg T},\ \boldsymbol{W \vee \neg S} \}$

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contienen W ya que no tenemos ninguna cláusula con ¬W.

$S = \{ \neg S \vee \neg R,\ \neg Q \vee \neg S,\ \neg Q \vee \neg T,\ \boldsymbol{\neg Q \vee \neg S \vee \neg T} \}$

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contienen ¬Q ya que no tenemos ninguna cláusula con Q.

S = { ¬S ˅ ¬R }

Es obvio que de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía.
Así pues, podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo usando el método de resolución.

∀x{Q(x) → ∃y[P(x,y) ˄ ¬R(x)]}
∀x ∀y ¬P(x,y)
∀x [¬R(x) → P(x,x)]
∴ ∀x (¬P(x,x) ˄ ¬Q(x))

La FNS de ∀x{Q(x) → ∃y[P(x,y) ˄ ¬R(x)]} es ∀x [(¬Q(x)˅ P(x,f(x))) ˄ (¬Q(x) ˅ ¬R(x))]
La FNS de ∀x ∀y ¬P(x,y) es ∀x ∀y ¬P(x,y)
La FNS de ∀x [¬R(x) → P(x,x)] es ∀x [R(x) ˅ P(x,x)]
La FNS de ¬ ∀x (¬P(x,x) ˄ ¬Q(x)) es P(a,a) ˅ Q(a)

S = { ¬Q(x)˅ P(x,f(x)), ¬Q(x) ˅ ¬R(x), ¬P(x,y), R(x) ˅ P(x,x), **P(a,a) ˅ Q(a)** }

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales	
P(a,a) ˅ Q(a)	¬Q(x)˅ P(x,f(x)) ¬Q(a)˅ P(a,f(a))	Sustituimos x por a
P(a,a) ˅ P(a,f(a))	¬P(x,y) ¬P(a,f(a))	Sustituimos x por a Sustituimos y por f(a)
P(a,a)	¬P(x,y) ¬P(a,a)	Sustituimos x por a Sustituimos y por a
•		

Problema 4

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

∀x ¬R(x) ˅ ∃x∃y [S(x,y) ˄¬T(y)]
∃x[R(x) ˄∀yS(x,y)]
∴ ∀x [R(x) →T(x)]

Proponed una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo.
y tal que R(1)= V y T(2)=V.

Un contraejemplo debe hacer ciertas la premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
[¬R(1) ˄¬R(2)] ˅ [S(1,1) ˄¬T(1)] ˅ [S(1,2) ˄¬T(2)] ˅ [S(2,1) ˄¬T(1) ˅ [S(2,2) ˄¬T(2)]

La segunda equivale a:
[R(1) ˄ (S(1,1) ˄S(1,2))] ˅ [R(2) ˄ (S(2,1) ˄S(2,2))]

La conclusión equivale a:
[R(1) →T(1)] ˄ [R(2) →T(2)]

Así, una interpretación que es un contraejemplo es
R(1)=T(2)=S(1,1)= S(1,2)=V y R(2)=T(1)= S(2,1)=S(2,2)=F.

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	23/01/2008	11:15

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	23/01/2008	11:15