Forma binómica a polar:

Forma binómica: (a+bi)

Hallar módulo y argumento

$1+\sqrt{3}i$

$\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=$

$\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$ módulo

$\text{argumento}=\text{arctg}\frac{b}{a}=$

$\text{arctg}\frac{\sqrt{3}}{1}=\text{arctg}\sqrt{3}=$

60^0

RESULTADO : 2_{60^0}

Ojo con los signos:

+,+ : Primer cuadrante: argum.
-,+ : Segundo cuadrante: 180-argum
-,- : Tercer cuadrante: 180+argum
+,-: Cuarto cuadrante: 360-argum

Complejo polar a binómica:

Forma binómica: (a+bi)

5_{30^0}

5=módulo

30^0=argumento

FORMULA

$\text{módulo}\cdot(\text{Coseno}_{\text{argumento}}+\text{Seno}_{\text{argumento}}\cdot i)$

$\text{Coseno}_{30^0}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{Seno}_{30^0}=\frac{1}{2}$

$5\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=\frac{5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$

Si el argumento está en radianes:

$\pi\,\text{rad}=180^0$

$\boxed{\text{fórmula}:\frac{X\cdot 180}{Y}}$

$\frac{3\pi}{4}\text{rad}\cdot\frac{180^0}{\pi\,\text{rad}}=\frac{3\cdot 180}{4}$

$=\frac{540}{4}=135^0$

Raíces de un complejo:

1º- Pasar a polar

$\sqrt[4]{1+\sqrt{3}i}$

$a=1$

$b=\sqrt{3}$

$\text{módulo}: M=\sqrt{a^2+b^2}$

$=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}$

$=\sqrt{4}=2$

$\text{argumento}:\ \text{arctg}\frac{b}{a}=$

$\text{arctg}\frac{\sqrt{3}}{1}=\text{arctg}\sqrt{3}=60^0$

solución polar : 2_{60^0}

Ojo con los signos:

+,+ : Primer cuadrante: argum.
-,+ : Segundo cuadrante: 180-argum
-,- : Tercer cuadrante: 180+argum
+,-: Cuarto cuadrante: 360-argum

2º - Hallar raices

$\sqrt[n]{\text{Módulo}}_{\frac{\text{argumento}+360\cdot k}{n}}$

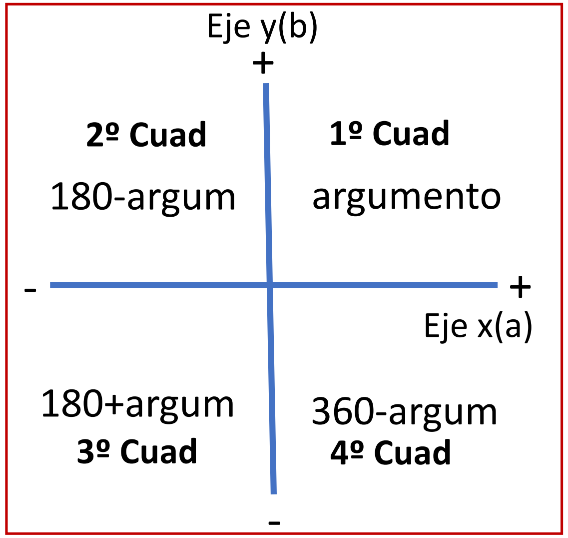
$k=0,1,2,\ldots n-1$

$\sqrt[4]{2}_{\frac{60+360\cdot 0}{4}}=\frac{60}{4}=\sqrt[4]{2}_{15}$

$\sqrt[4]{2}_{\frac{60+360\cdot 1}{4}}=\frac{420}{4}=\sqrt[4]{2}_{105}$

$\sqrt[4]{2}_{\frac{60+360\cdot 2}{4}}=\frac{780}{4}=\sqrt[4]{2}_{195}$

$\sqrt[4]{2}_{\frac{60+360\cdot 3}{4}}=\frac{1140}{4}=\sqrt[4]{2}_{285}$



CALCULAR DIMENSION DE “F” Y ENCONTRAR UNA BASE

Ejemplo

F=<(1,-1,3),(0,2,-1),(1,1,2),(0,0,1),(3,3,0)>

Matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular rango por determinantes

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow 2$$ (Distinto de cero)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow 2$$ (Distinto de cero)

DIMENSION: 3 BASE: (1,-1,3),(0,2,-1),(0,0,1)

Si nos piden más de una base (o nos dan alguna y nos dicen cual puede ser, habrá que hacer determinantes 3x3 y ver cuales dan como resultado distinto de cero.

CALCULAR LA BASE B DE:

Ejemplo

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B=A\cdot C \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B=\{(1,-1,4),(0,4,-2),(1,-1,3)\}$$

CALCULAR LAS COORDENADAS DE “V” EN LAS BASES “A” o “B”

Ejemplo

V=(1,1,1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Resolver sistema:

$$\text{resolver}\left\{\begin{bmatrix} 1x=1 \\ -1x+2y=1 \\ 3x-1y+1z=1 \end{bmatrix}\right\} \rightarrow$$

$$\{\{x=1, y=1, z=-1\}\}$$

Coordenadas: (1,1,-1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\left\{\begin{bmatrix} 1x+1z=1 \\ -1x+4y-1z=1 \\ 4x-2y+3z=1 \end{bmatrix}\right\} \rightarrow \left\{\left[x=-1, y=\frac{1}{2}, z=2\right]\right\}$$

Coordenadas: (-1,1/2,2)

DISCUSIÓN SISTEMAS

Ejemplo

x+2y+z=0

y+2z+t=0

2x+2ky-t=0

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&0\\0&1&2&1\\2&2k&0&-1\end{pmatrix}$$

$$M=\begin{pmatrix}1&2&1&0&0\\0&1&2&1&0\\2&2k&0&-1&0\end{pmatrix}$$

Hacer matriz y matriz ampliada y estudiamos rango para los diferentes valores de k:

RANGO(A)>=2 YA QUE $\begin{vmatrix}1&0\\2&1\end{vmatrix}=1$ DISTINTO DE CERO

PARA VER SI EL RANGO ES 3, ANALIZAMOS TODOS LOS MENORES DE ORDEN 3

$$\begin{vmatrix}2&1&0\\1&2&1\\2k&0&-1\end{vmatrix} \rightarrow 2\cdot k-3$$

$$k=\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}$$

$$\begin{vmatrix}1&1&0\\0&2&1\\2&0&-1\end{vmatrix} \rightarrow 0$$

Sistema Compatible Determinado

Rango(A)=Rango(Ampli)=nºincógnitas

Sistema Compatible Indeterminado

Rango(A)=Rango(Ampli)<nºincógnitas

Sistema Incompatible

Rango(A) diferente a Rango(Ampli)

CUANDO K=3/2 LOS DOS MENORES DAN CERO ASI QUE

- **K DISTINTO DE 3/2 RANGO A=3=RANGO B DISTINTO DEL Nº INCOGNITAS Sistema Compatible Indeterminado CON 1 GRADO DE INDETERMINACION**
- **K = 3/2 RANGO A=2=RANGO B DISTINTO DEL Nº INCOGNITAS Sistema Compatible Indeterminado CON 2 GRADOS DE INDETERMINACION.**

DETERMINAR LAS SOLUCIONES DEL SISTEMA PARA "k=0"

Ejemplo

x+2y+z=0

y+2z+t=0

2x+2ky-t=0

Si k=0 el sistema quedará:

X+2y+z=0

Y+2z+t=0

2x-t=0

Hacemos matriz ampliada y aplicamos Gauss

$$\begin{pmatrix}1&2&1&0&0\\0&1&2&1&0\\2&0&0&-1&0\end{pmatrix} \text{fila } 3-2\cdot\text{fila}1$$

$$\begin{pmatrix}1&2&1&0&0\\0&1&2&1&0\\0&-4&-2&-1&0\end{pmatrix} \text{fila } 3+4\cdot\text{fila}2$$

$$\begin{pmatrix}1&2&1&0&0\\0&1&2&1&0\\0&0&6&3&0\end{pmatrix} \text{nos queda el sistema:}$$

$x+2y+z=0 \Rightarrow$ X+2*0+z=0 x=-z

$y+2z+t=0 \Rightarrow$ Y+2z-2z=0 y=0

$6z+3t=0 \Rightarrow$ t=-6z/3=-2z

CALCULAR MATRIZ "A" DE "f" EN LAS BASES CANONICAS DE R3

Ejemplo

Sea f: R3 R3 la aplicación definida por:

f(x,y,z)=(2x+2y+z, x+y+3z, x+2y+2z)

Calcular la matriz A de f en las bases canónicas de R3

x, y, z 2+0+0=**2** 1+0+0=**1** 1+0+0=**1**

f(1,0,0) = ((2*1)+(2*0)+0) , (1+0+(3*0)) , (1+(2*0)+(2*0))

0+2+0=**2** 1+0=**1** 0+2+0=**2**

f(0,1,0) = ((2*0)+(2*1)+0) , (0+1+(3*0)) , (0+(2*1)+(2*0))

0+0+1=**1** 0+0+3=**3** 0+0+2=**2**

f(0,0,1) = ((2*0)+(2*0)+1) , (0+0+(3*1)) , (0+(2*0)+(2*1))

Lo pasamos a matriz: (OJO. En vertical)

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

POLINOMIO CARACTERISTICO 3X3

FORMULA: $|A-\lambda * I|=0$

$$I=\underset{3x3}{\begin{pmatrix} 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&1 \end{pmatrix}} \quad \underset{2x2}{\begin{pmatrix} 1&0 \\ 0&1 \end{pmatrix}} \quad \underset{4x4}{\begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&0&1&0 \\ 0&0&0&1 \end{pmatrix}}$$

Ejemplo

$$\left|\begin{pmatrix} -1 & -7 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 13 & -3 \end{pmatrix} - \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&1 \end{pmatrix}\right| = \det\begin{pmatrix} -1-\lambda & -7 & 1 \\ 0 & 4-\lambda & 0 \\ -1 & 13 & -3-\lambda \end{pmatrix} =$$

Como vemos, se trata de añadir "-λ" en diagonal

Aplicamos Sarrus: (+ + +) – (+ + +)

$$((-1-\lambda)\cdot(4-\lambda)\cdot(-3-\lambda))+((-7\cdot 0)\cdot(-1))+((0\cdot 13)\cdot(1)) \rightarrow -\lambda^3+13\cdot\lambda+12$$

$$((1)\cdot(4-\lambda)\cdot(-1))+((-7\cdot 0)\cdot(-3-\lambda))+((13\cdot 0)\cdot(-1-\lambda)) \rightarrow \lambda-4$$

$$(-\lambda^3+13\cdot\lambda+12)-(\lambda-4) \rightarrow -\lambda^3+12\cdot\lambda+16$$

$\lambda^3+12\lambda+16=0$ resolver$(-\lambda^3+12\lambda+16=0) \rightarrow \{\{\lambda=-2\},\{\lambda=4\}\}$

VALORES PROPIOS

Sea F⊂R5 el subespacio vectorial de dimensión 3
F={(a1,a2,a3,a4,a5)| a1+a2=a3: a1=-a2}

a1,a2,a3,a4,a5 a1,a2,a3,a4,a5

Comprobad que A={(1,-1,0,0,0),(0,0,0,1,0),(0,0,0,0,1)}
es una base de F a1,a2,a3,a4,a5

Hay que comprobar que se cumplen las condiciones en cada vector:
¿a1+a2=a3? 1+(-1)=0 SI
¿a1=-a2? 1=-(-1) SI

¿a1+a2=a3? 0+(-0)=0 SI
¿a1=-a2? 0=-(-0) SI

¿a1+a2=a3? 0+(-0)=0 SI
¿a1=-a2? 0=-(-0) SI

Comprobaremos si son linealmente independientes poniendo los 3 vectores en forma de matriz y viendo si algun 3x3 da distinto de cero por sarrus

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow 1$$ **distinto de cero**

Sean v=(-3,3,0,3,-3) y w=(2,-2,0,2,0).
¿Pertenecen v y w a F?
Coordenadas en la base A

Coordenadas v en base A y saber
Si v pertenece a F

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\left\{\begin{bmatrix} 1x=-3 \\ -1x=3 \\ 0=0 \\ y=3 \\ z=-3 \end{bmatrix}\right\} \rightarrow \{\{x=-3, y=3, z=-3\}\}$$

v pertenece a F Solución: (-3,3,-3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\left\{\begin{bmatrix} 1x=2 \\ -1x=-2 \\ 0=0 \\ y=2 \\ z=0 \end{bmatrix}\right\} \rightarrow \{\{x=2, y=2, z=0\}\}$$

w pertenece a F Solución: (2,2,0)

Base de F que incluya vectores v y w

Necesitamos un tercer vector. Por ejemplo el primer vector de A

A=(1,-1,0,0,0)

B={(-3,3,0,3,-3),(2,-2,0,2,0),(1,-1,0,0,0)}

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow 6$$ **distinto de cero**

Cambio base B a A
Expresar vectores B en función de los de A
Cambio base A a B
Calcular inversa

Cambio de Base B a A

A=(-1,-1,0),(0,1,2),(1,0,-2)

B=(2,2,0),(2,4,4)

Coger los 2 primeros vectores de A porque B tiene 2 vectores y resolver este sistema para (2,2,0) y luego lo mismo para (2,4,4)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\begin{bmatrix} -1x=2 \\ -1x+1y=2 \\ 2y=0 \end{bmatrix} \rightarrow \{\{x=-2, y=0\}\}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

SOLUCIÓN

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\begin{bmatrix} -1x=2 \\ -1x+1y=4 \\ 2y=4 \end{bmatrix} \rightarrow \{\{x=-2, y=2\}\}$$

Si después nos piden Cambio de Base A a B

Hay que hallar la inversa de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

CALCULAR INVERSA DE UNA MATRIZ

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

HACER SARRUS: |A|=(0+0+0)-(0+0+1)=**-1**

$$\text{FORMULA}: A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot \text{Adj}(A^t)$$

$$A^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para hacer la traspuesta de una matriz, simplemente cambiamos filas por columnas en la matriz original.

$$\text{Adj}(A^t)=\begin{pmatrix} \overset{11}{\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{12}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{13}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}} \\ \overset{21}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{22}{\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} & \overset{23}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}} \\ \underset{31}{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}} & \underset{32}{\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}} & \underset{33}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}} \end{pmatrix}$$

11 QUIERE DECIR: QUITAR 1ª FILA Y 1ª COLUMNA
12 QUIERE DECIR: QUITAR 1ª FILA Y 2ª COLUMNA

EN 12, 21,32,23 CAMBIAREMOS SIGNO A LO QUE NOS DE.

SOLUCIÓN: $A^{-1}=\frac{1}{-1}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$