

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

75570140112XXXXXX  
75.570 14 01 12 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.  
Examen

### Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material.
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO  
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

### Enunciados

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

### Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

R: "Hay recortes en sanidad"  
 G: "Se prescriben medicamentos genéricos"  
 T: "Se cierran camas en los hospitales"  
 C: "Crecen las listas de espera"

- Es necesario que se prescriban medicamentos genéricos para que no se cierren camas en los hospitales, cuando hay recortes en sanidad  
 $R \rightarrow (\neg T \rightarrow G)$
- Si no crecen las listas de espera, se cierran camas en los hospitales si hay recortes en sanidad  
 $\neg C \rightarrow (R \rightarrow T)$
- Cuando para cerrar camas en los hospitales es necesario que haya recortes en sanidad, crecen las listas de espera pero no se prescriben medicamentos genéricos.  
 $(T \rightarrow R) \rightarrow (C \wedge \neg G)$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

Dominio: un conjunto no vacío

P(x): x es una persona  
 M(x,y): x muerde a y  
 Z(x): x es un zombi  
 A(x): x es un arma automática cargada  
 T(x,y): x tiene y

- Las personas mordidas por zombis también son zombis  
 $\forall x \{P(x) \wedge \exists y [Z(y) \wedge M(x,y)] \rightarrow Z(x)\}$
- Todo zombi ha sido mordido por algún zombi  
 $\forall x \{Z(x) \rightarrow \exists y [Z(y) \wedge M(y,x)]\}$
- Para que una persona no sea mordida por un zombi hace falta que tenga un arma automática cargada.  
 $\forall x \{P(x) \wedge \neg \exists y [Z(y) \wedge M(y,x)] \rightarrow \exists z [A(z) \wedge T(x,z)]\}$

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

### Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$$\neg(Q \wedge R) \rightarrow \neg T, \quad S \rightarrow (P \rightarrow R), \quad P \quad \therefore T \vee S \rightarrow R$$

### Solución

(1)	$\neg(Q \wedge R) \rightarrow \neg T$				P
(2)	$S \rightarrow (P \rightarrow R)$				P
(3)	P				P
(4)		$T \vee S$			H
(5)			T		H
(6)				$\neg(Q \wedge R)$	H
(7)				$\neg T$	$E \rightarrow 1, 6$
(8)				T	It 5
(9)			$\neg\neg(Q \wedge R)$		$I \neg 6, 7, 8$
(10)			$Q \wedge R$		$E \neg 9$
(11)			R		$E \wedge 10$
(12)			S		H
(13)			$P \rightarrow R$		$E \rightarrow 2, 12$
(14)			R		$E \rightarrow 3, 13$
(15)		R			$E \vee 4, 11, 14$
(16)	$T \vee S \rightarrow R$				$I \rightarrow 4, 15$

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

### Problema 3

Demostrad aplicando resolución con la estrategia del conjunto de soporte si el siguiente razonamiento es válido o no. Demostrad también si las premisas son consistentes.

$$D \rightarrow R \wedge A, \quad A \rightarrow S \wedge F, \quad F \vee S \rightarrow G, \quad G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) \quad \therefore \quad A \rightarrow \neg G \wedge \neg D$$

### Solución

$$\begin{aligned} \text{FNC}(D \rightarrow R \wedge A) &= (\neg D \vee R) \wedge (\neg D \vee A) \\ \text{FNC}(A \rightarrow S \wedge F) &= (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F) \\ \text{FNC}(F \vee S \rightarrow G) &= (\neg F \vee \neg S \vee G) \\ \text{FNC}(G \rightarrow (S \rightarrow \neg A)) &= \neg G \vee \neg S \vee \neg A \\ \text{FNC}(\neg(A \rightarrow \neg G \wedge \neg D)) &= A \wedge (G \vee D) \end{aligned}$$

$$S = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A, \mathbf{A}, \mathbf{G \vee D} \}$$

A subsume  $\neg D \vee A$

La regla del literal puro permite eliminar  $\neg D \vee R$

La regla del literal puro permite eliminar  $G \vee D$

$$S' = \{ \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A, \mathbf{A} \}$$

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
A	$\neg A \vee S$
S	$\neg S \vee G$
G	$\neg G \vee \neg S \vee \neg A$
$\neg S \vee \neg A$	A
$\neg S$	$\neg A \vee S$
$\neg A$	A
•	

Consistencia de premisas

$$S_p = \{ \neg D \vee R, \neg D \vee A, \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A \}$$

La regla del literal puro permite eliminar  $\neg D \vee R$  i  $\neg D \vee A$

$$S'_p = \{ \neg A \vee S, \neg A \vee F, \neg F \vee \neg S \vee G, \neg G \vee \neg S \vee \neg A \}$$

La ausencia del literal A permite eliminar toda cláusula que contiene  $\neg A$

$$S''_p = \{ \neg F \vee \neg S \vee G \}$$

La ausencia del literal  $\neg G$  permite descartar las dos cláusulas

$$S'''_p = \emptyset$$

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

Dado que este conjunto no permite obtener la cláusula vacía, podemos concluir que las premisas del razonamiento son **CONSISTENTES**

### Problema 4

Dado el siguiente razonamiento demuestra su validez mediante el método de resolución:

$$\begin{aligned} &\forall x(P(x) \rightarrow \exists y R(x,y) \wedge \exists z S(x,z)) \\ &\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x)) \\ &\exists x \forall y(S(x,y) \rightarrow R(y,x) \wedge P(x)) \\ &\therefore \exists x \exists y \neg S(x,y) \end{aligned}$$

### Solución

FNC

Premisa 1

$$\begin{aligned} &\forall x(P(x) \rightarrow \exists y R(x,y) \wedge \exists z S(x,z)) \\ &\forall x(\neg P(x) \vee (\exists y R(x,y) \wedge \exists z S(x,z))) \\ &\forall x((\neg P(x) \vee \exists y R(x,y)) \wedge (\neg P(x) \vee \exists z S(x,z))) \\ &\forall x((\neg P(x) \vee R(x,f(x))) \wedge (\neg P(x) \vee S(x,g(x)))) \end{aligned}$$

Premisa 2

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x)) \\ &\forall x \forall y(\neg R(x,y) \vee \neg R(y,x)) \end{aligned}$$

Premisa 3

$$\begin{aligned} &\exists x \forall y(S(x,y) \rightarrow R(y,x) \wedge P(x)) \\ &\exists x \forall y(\neg S(x,y) \vee (R(y,x) \wedge P(x))) \\ &\exists x \forall y((\neg S(x,y) \vee R(y,x)) \wedge (\neg S(x,y) \vee P(x))) \\ &\forall y((\neg S(a,y) \vee R(y,a)) \wedge (\neg S(a,y) \vee P(a))) \end{aligned}$$

Conclusión negada

$$\begin{aligned} &\neg \exists x \exists y \neg S(x,y) \\ &\forall x \forall y \neg \neg S(x,y) \\ &\forall x \forall y S(x,y) \end{aligned}$$

Conjunto de cláusulas:

$$\{\neg P(x) \vee R(x,f(x)), \neg P(x) \vee S(x,g(x)), \neg R(x,y) \vee \neg R(y,x), \neg S(a,y) \vee R(y,a), \neg S(a,y) \vee P(a), \mathbf{S(x,y)}\}$$

$S(x,y)$	$\neg S(a,y) \vee P(a)$	Substitución $x=a \ y=y$
----------	-------------------------	--------------------------

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

$P(a)$	$\neg P(x) \vee R(x, f(x))$	Substitución $x=a$
$R(a, f(a))$	$\neg R(x, y) \vee \neg R(y, x)$	Substitución $x=a$ $y=f(a)$
$\neg R(f(a), a)$	$\neg S(a, y) \vee R(y, a)$	Substitución $y=f(a)$
$\neg S(a, f(a))$	$S(x, y)$	Substitución $x=a$ $y=f(a)$
•		

### Problema 5

Considerad un sistema de 4 conmutadores (A, B, C, D) que permiten accionar un cierto mecanismo. Cada conmutador admite dos posiciones: 0 y 1. Dad una expresión booleana que exprese la condición de que haya un número impar de conmutadores en la posición 0; es decir que la expresión valga 1 si el número de conmutadores en la posición 0 es impar, y que valga 0 en caso contrario. No es necesario hacer ninguna tabla ni tampoco justificar como se ha obtenido la expresión. Con sólo dar la expresión solicitada es suficiente.)

#### Solución:

$$(\neg A) \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot (\neg B) \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot (\neg C) \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot (\neg D) + (\neg A) \cdot (\neg B) \cdot (\neg C) \cdot D + (\neg A) \cdot (\neg B) \cdot C \cdot (\neg D) + (\neg A) \cdot B \cdot (\neg C) \cdot (\neg D) + A \cdot (\neg B) \cdot (\neg C) \cdot (\neg D)$$

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30



## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30

## Examen 2011/12-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	14/01/2012	15:30