Recapitulación 1 (solución)

Solución

Hay varias formas de resolver este problema, lo podemos hacer tanto gráficamente como analíticamente. Vamos a ver cómo resolverlo analíticamente.
La primera ecuación queda

$$\begin{cases} 2x + y = 5 & \text{si } x \geq 0, \\ y = 5 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Podemos empezar por el segundo caso, cuando $x < 0$. Entonces $y = 5$, y si sustituimos en la segunda ecuación, tenemos que $x = 10$. Hemos de descartar este caso porque x tenía que ser negativa.
Entonces vamos con el segundo caso, si $x \geq 0$. Sabemos que $2x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2x$, y nos fijamos en la segunda ecuación. Igual que antes, tenemos dos casos:

$$\begin{cases} x = 10 & \text{si } y \geq 0, \\ x - 2y = 10 & \text{si } y < 0. \end{cases}$$

Nos fijamos en el primer caso, y observamos que $x = 10$ e $y = 5 - 2x$ para x, $y \geq 0$. Vemos que no se pueden cumplir las 3 condiciones, puesto que si $x = 10$ entonces $y = 5 - 20 = -15 < 0$, cuando debía ser $y \geq 0$, por lo que descartamos este caso.
Miramos el segundo, y tenemos que $x - 2y = 10$, $y = 5 - 2x$ con $x \geq 0$, $y < 0$. Resolvemos el pequeño sistema que nos queda sustituyendo el valor de y en la expressión de x:

$$x - 2y = 10 \Rightarrow x = 10 + 2y \underbrace{=}_{y=5-2x} 10 + 2 \cdot (5 - 2x) = 20 - 4x \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

Substituimos, finalmente, el valor encontrado de x en la expresión de y, y obtenemos que:

$$y = 5 - 2x \underbrace{=}_{x=4} 5 - 8 = -3$$

Por lo tanto, en este caso sí que hay solución posible, que es $(x, y) = (4, -3)$, lo que nos permite encontrar el valor de la suma que nos pide el enunciado, que resulta ser 1:

$$x + y = 4 - 3 = 1$$