Espai grapa

Examen 2007/08-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

75.056 14 06 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos que se indican.

1) Si trabajo más de 8 horas al día, tengo la vista cansada y me duele la espalda.
   $T \rightarrow C \wedge E$

2) Cuando trabajo más de 8 horas al día, o me pagan horas extra o me dan días adicionales de vacaciones, pero no las dos cosas al mismo tiempo.
   $T \rightarrow (H \vee D) \wedge \neg(H \wedge D)$

3) Si es necesario que trabaje más de 8 horas al día para que me paguen horas extra, entonces solo me duele la espalda o tengo la vista cansada cuando me pagan horas extra.
   $(H \rightarrow T) \rightarrow (E \vee C \rightarrow H)$

Átomos:
- T: Trabajo más de 8 horas al día
- E: Tengo dolor de espalda
- C: Tengo la vista cansada
- H: Me pagan horas extra
- D: Me dan días adicionales de vacaciones

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados que se indican.

1) Hay personas que viajan a destinos cálidos.
   $\exists x[\, P(x) \wedge \exists y[\, D(y) \wedge V(x,y)\,]\,]$

2) Hay personas que solo viajan a Francia o Inglaterra cuando hace mal tiempo en Italia.
   $\exists x[\, P(x) \wedge (V(x,f) \vee V(x,a) \rightarrow M(i))\,]$

3) Si Italia no fuese un destino cálido, entonces todas las personas que viajan a Francia viajarían a Inglaterra.
   $\neg D(i) \rightarrow \forall x[P(x) \rightarrow (V(x,f) \rightarrow V(x,a))]$

Dominio: cualquier conjunto no vacío
Predicados:
- P(x): x es una persona
- V(x,y): x viaja a y
- D(x): x es un destino cálido
- M(x): en x hace mal tiempo

Constantes:
- a: Inglaterra
- i: Italia
- f: Francia

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Utilizad solamente las 9 reglas básicas (es decir, no podéis utilizar ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

a) $Q \rightarrow W \wedge S,\ S \vee P \rightarrow R,\ R \rightarrow Q \wedge P \therefore S \rightarrow W$

1.	$Q \rightarrow W \wedge S$		P
2.	$S \vee P \rightarrow R$		P
3.	$R \rightarrow Q \wedge P$		P
4.		S	H
5.		$S \vee P$	$I\vee$ 4
6.		R	$E\rightarrow$ 2,5
7.		$Q \wedge P$	$E\rightarrow$ 3,6
8.		Q	$E\wedge$ 7
9.		$W \wedge S$	$E\rightarrow$ 1,8
10.		W	$E\wedge$ 9
11.	$S \rightarrow W$		$I\rightarrow$ 5,10

b) $(R \rightarrow P) \vee (Q \rightarrow S),\ \neg P \wedge \neg S \therefore \neg R \vee \neg Q$

1.	$(R \rightarrow P) \vee (Q \rightarrow S)$			P
2.	$\neg P \wedge \neg S$			P
3.		$R \rightarrow P$		H
4.			R	H
5.			P	$E\rightarrow$ 3,4
6.			$\neg P$	$E\wedge$ 2
7.		$\neg R$		$I\neg$ 4,5,6
8.		$\neg R \vee \neg Q$		$I\vee$ 7
9.		$Q \rightarrow S$		H
10.			Q	H
11.			S	$E\rightarrow$ 9,10
12.			$\neg S$	$E\wedge$ 2
13.		$\neg Q$		$I\neg$ 10,11,12
14.		$\neg R \vee \neg Q$		$I\vee$ 13
15.	$\neg R \vee \neg Q$			$E\vee$ 1,8,14

Problema 3

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

a) El razonamiento siguiente NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$P \wedge T \rightarrow R \wedge S$
$\neg W \vee (\neg R \rightarrow \neg T)$
$R \vee T$
$\neg W \rightarrow (\neg T \rightarrow R)$
$\therefore$
$T \wedge S$

Buscamos las FNC :

1ª Premisa:
$P \wedge T \rightarrow R \wedge S$
$\neg(P \wedge T) \vee (R \wedge S)$
$\neg P \vee \neg T \vee (R \wedge S)$
$(\neg P \vee \neg T \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg T \vee S)$

FNC($P \wedge T \rightarrow R \wedge S$) = $(\neg P \vee \neg T \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg T \vee S)$

2ª Premisa
$\neg W \vee (\neg R \rightarrow \neg T)$
$\neg W \vee (\neg\neg R \vee \neg T)$
$\neg W \vee R \vee \neg T$

FNC($\neg W \vee (\neg R \rightarrow \neg T)$) = $\neg W \vee R \vee \neg T$

3ª Premisa
$R \vee T$

FNC($R \vee T$) = $R \vee T$

4ª Premisa
$\neg W \rightarrow (\neg T \rightarrow R)$
$\neg\neg W \vee (\neg\neg T \vee R)$
$W \vee T \vee R$

FNC($\neg W \rightarrow (\neg T \rightarrow R)$) = $W \vee T \vee R$

Negación de la conclusión
$\neg(T \wedge S)$
$\neg T \vee \neg S$

FNC($\neg(T \wedge S)$) = $\neg T \vee \neg S$

El conjunto de cláusulas obtenidas es:

S= { $\neg P \vee \neg T \vee R$, $\neg P \vee \neg T \vee S$, $\neg W \vee R \vee \neg T$, $R \vee T$, $W \vee T \vee R$, **$\neg T \vee \neg S$** }

La cláusula $R \vee T$ subsume todas las cláusulas que la contienen:

S= { $\neg P \vee \neg T \vee R$, $\neg P \vee \neg T \vee S$, $\neg W \vee R \vee \neg T$, $R \vee T$, **$\neg T \vee \neg S$** }

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contienen ¬W ya que no tenemos ninguna cláusula con W.

S= { ¬P ˅ ¬T ˅ R, ¬P ˅ ¬T ˅ S, R ˅ T, **¬T ˅ ¬S** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contienen ¬P ya que no tenemos ninguna cláusula con P.

S= { R ˅ T, **¬T ˅ ¬S** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contienen R ya que no tenemos ninguna cláusula con ¬R.

S= { **¬T ˅ ¬S** }

Es obvio que este conjunto no permite obtener la cláusula vacía.

De este modo podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

∃x[R(x) → Q(x)],
∀x [¬Q(x) → ∃y R(y)]
∀x[Q(x) ˄ ∃y R(y) → ∃zS(z)]
∴ ∃y ∃x [S(x) ˅ ¬R(y)]

Buscamos las FNS:

1ª Premisa:
∃x[R(x) → Q(x)]
∃x[¬R(x) ˅ Q(x)]
¬R(a) ˅ Q(a)

FNS(∃x[R(x) → Q(x)]) = ¬R(a) ˅ Q(a)

2ª Premisa:
∀x [¬Q(x) → ∃y R(y)]
∀x [¬¬Q(x) ˅ ∃y R(y)]
∀x [Q(x) ˅ ∃y R(y)]
∀x [Q(x) ˅ R(f(x))]

FNS(∀x [¬Q(x) → ∃y R(y)]) = ∀x [Q(x) ˅ R(f(x))]

3ª Premisa:
∀x[Q(x) ˄ ∃y R(y) → ∃zS(z)]

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	14/06/2008	11:15

$\forall x[\ \neg(Q(x) \wedge \exists y\ R(y))\ \vee\ \exists z S(z)]$
$\forall x[\ \neg Q(x) \vee \neg\exists y\ R(y)\ \vee\ \exists z S(z)]$
$\forall x[\ \neg Q(x) \vee \forall y\ \neg R(y)\ \vee\ \exists z S(z)]$
$\forall x[\ \neg Q(x) \vee \forall y\ \neg R(y)\ \vee\ S(g(x))]$
$\forall x \forall y\ [\ \neg Q(x) \vee \neg R(y)\ \vee\ S(g(x))]$

FNS($\forall x[Q(x) \wedge \exists y\ R(y) \rightarrow \exists z S(z)] = \forall x \forall y\ [\ \neg Q(x) \vee \neg R(y)\ \vee\ S(g(x))]$

Negación de la conclusión:
$\neg\exists y\ \exists x\ [S(x) \vee\ \neg R(y)]$
$\forall y\ \forall x\ \neg[S(x) \vee\ \neg R(y)]$
$\forall y\ \forall x\ [\neg S(x)\ \wedge \neg\neg R(y)]$
$\forall y\ \forall x\ [\neg S(x)\ \wedge R(y)]$

FNS($\neg\exists x\ [S(x) \vee\ \neg R(y)]) = \forall x\ [\neg S(x)\ \wedge R(y)]$

S = { $\neg R(a) \vee Q(a)$, $Q(x) \vee\ R(f(x))$, $\neg Q(x) \vee \neg R(y)\ \vee\ S(g(x))$, **$\neg S(x)$, $R(y)$** }

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	
$R(y)$ $R(a)$	 $\neg R(a) \vee Q(a)$	 Sustituimos y por a
$Q(a)$	$\neg Q(x) \vee \neg R(y)\ \vee\ S(g(x))$ $\neg Q(a) \vee \neg R(y)\ \vee\ S(g(a))$	 Sustituimos x por a
$\neg R(y)\ \vee\ S(g(a))$	$\neg S(x)$ $\neg S(g(a))$	 Sustituimos x por g(a)
$\neg R(y)$	$R(y)$	
•		

<u>Problema 4</u>

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

$\forall x[\forall y\ Q(x,y) \rightarrow T(x)]$
$\forall x \exists y\ Q(x,y)$
$\therefore$
$\exists x[R(x) \rightarrow Q(x,x)]$

Proporcionad una interpretación en el dominio {1,2} tal que T(1)=T(2)=F, que sea un contraejemplo.

Un contraejemplo debe hacer ciertas les premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
$[Q(1,1) \wedge\ Q(1,2)\ \rightarrow T(1)] \wedge [Q(2,1) \wedge\ Q(2,2)\ \rightarrow T(2)]$

La segunda equivale a:
$(Q(1,1) \vee Q(1,2)) \wedge (Q(2,1) \vee Q(2,2))$

La conclusión equivale a:
$[R(1) \rightarrow Q(1,1)]\ \vee [R(2) \rightarrow Q(2,2)]$

Ahora tenemos que buscar qué valores hacen ciertas las premisas y falsa la conclusión.

Estudiamos primero la conclusión. La conectiva principal de este enunciado es una disyunción, por lo tanto para que la conclusión sea falsa hace falta que cada uno de los disyuntandos sea falso.

El primer disyuntando es R(1) → Q(1,1). Como se trata de una implicación, para que sea falsa hace falta que sea V →F.
Por lo tanto, hace falta que R(1) = V y Q(1,1)=F

El segundo disyuntando es R(2) → Q(2,2). Como se trata de una implicación, para que sea falsa hace falta que sea V →F.
Por lo tanto, hace falta que R(2) = V y Q(2,2)=F

Así, tenemos que la interpretación que buscamos debe tener los siguientes valores

R(1)=V
R(2)=V
T(1)=F
T(2)=F
Q(1,1)=F
Q(1,2) =?
Q(2,1) =?
Q(2,2)=F

Teniendo en cuenta estos valores, estudiamos ahora la segunda premisa. Si sustituimos los valores encontrados, tenemos que la segunda premisa es:
(F ˅ Q(1,2)) ˄ (Q(2,1) ˅ F)

La conectiva principal de este enunciado es una conjunción. Por lo tanto, para que sea cierta es necesario que todos los conjuntandos sean V.
Para que (F ˅ Q(1,2)) = V hace falta que Q(1,2) sea V
Para que (F ˅ Q(2,1)) = V hace falta que Q(2,1) sea V

Ahora ya hemos encontrado todos los valores de la interpretación:

R(1)=V
R(2)=V
T(1)=F
T(2)=F
Q(1,1)=F
Q(1,2) =V
Q(2,1) =V
Q(2,2)=F

Solo hace falta comprobar que estos valores hacen cierta la primera premisa:

[Q(1,1) ˄ Q(1,2) → T(1)] ˄ [Q(2,1) ˄ Q(2,2) → T(2)]
= [F ˄ V → F] ˄ [V ˄ F → F]
= [F → F] ˄ [F → F]
= V ˄ V
= V

Por tanto tenemos que la siguiente interpretación es un contraejemplo del razonamiento proporcionado:

<{1, 2}, { R(1)=V, R(2)=V, T(1)=F, T(2)=F, Q(1,1)=F, Q(1,2) =V, Q(2,1) =V, Q(2,2)=F }, {}>