

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2013	09:00

05.570 22 06 13 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta
identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total: 2 h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%, problema 2: 25%, problema 3: 25%, problema 4: 20%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?**
- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2013	09:00

Problema 1

a) Respon les següents preguntes utilitzant els àtoms proposats:

R: Tenir pressupost
O: Tenir un ordinador potent
P: Poder programar en PHP
S: Poder instal·lar un servidor

- 1) Formalitza la frase “Quan no tens pressupost, no és necessari tenir un ordinador potent per a poder programar en PHP”.

$$R \rightarrow \neg(P \rightarrow O)$$

- 2) Quin dels següents enunciats és una formalització correcta de la frase “Si no tens un ordinador potent, cal tenir pressupost per a poder instal·lar un servidor web”?

- a. $\neg O \rightarrow (S \rightarrow R)$
b. $(S \rightarrow P) \rightarrow \neg O$
c. $\neg O \rightarrow (P \rightarrow S)$

- 3) Quin dels següents enunciats és una formalització correcta de la frase “Per a poder programar en PHP cal poder instal·lar un servidor web, si tens un ordinador potent o tens pressupost.”?

- a. $(P \rightarrow S) \rightarrow O \vee R$
b. $O \vee R \rightarrow (P \rightarrow S)$
c. $O \vee R \rightarrow P \rightarrow S$

b) Respon les següents preguntes utilitzant els predicats proposats:

Domini: un conjunt no buit
R(x): x és ric
B(x): x és banquer
H(x): x és honrat
E(x): x és emprenedor
F(x,y): x vol finançar a y

- 1) Formalitza la frase “Tots els banquers són rics, però alguns no són honrats.”

$$\forall x(B(x) \rightarrow R(x)) \wedge \exists x(B(x) \wedge \neg H(x))$$

- 2) Quina de les següents fórmules és una formalització correcta de la frase “Hi ha emprenedors honrats a qui ningun banquer vol finançar.”?

- a. $\exists x\{E(x) \wedge H(x) \wedge \forall y[B(y) \rightarrow \neg F(y,x)]\}$
b. $\exists x\{E(x) \wedge H(x) \wedge \neg \forall y[B(y) \rightarrow F(y,x)]\}$
c. $\exists x\{E(x) \wedge H(x) \wedge \exists y[B(y) \wedge \neg F(y,x)]\}$

- 3) Digueu quina frase formalitza la fórmula $\exists x[E(x) \wedge R(x) \wedge \neg H(x)]$

- a. Hi ha emprenedors rics i honrats.
b. No hi ha emprenedors rics que siguin honrats.
c. **No tots els emprenedors rics són honrats.**

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2013	09:00

Problema 2

Demostra la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (és a dir, no pots utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius ni teoremes):

$$S \wedge \neg T \rightarrow Q, P \vee Q \rightarrow (R \rightarrow \neg T), R \rightarrow P \wedge R \therefore S \rightarrow (R \rightarrow Q)$$

1.	$S \wedge \neg T \rightarrow Q$			P
2.	$P \vee Q \rightarrow (R \rightarrow \neg T)$			P
3.	$R \rightarrow P \wedge R$			P
4.		S		H
5.			R	H
6.			$P \wedge R$	$E \rightarrow 3, 5$
7.			P	$E \wedge 6$
8.			$P \vee Q$	$I \vee 7$
9.			$R \rightarrow \neg T$	$E \rightarrow 2, 8$
10.			$\neg T$	$E \rightarrow 5, 9$
11.			$S \wedge \neg T$	$I \wedge 4, 10$
12.			Q	$E \rightarrow 1, 11$
13.		$R \rightarrow Q$		$I \rightarrow 5, 12$
14.	$S \rightarrow (R \rightarrow Q)$			$I \rightarrow 4, 13$

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2013	09:00

Problema 3

Analitza la validesa o la invalidesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució.
Comprova la consistència de les premisses.

$$A \wedge B \rightarrow C, \neg C \rightarrow A, C \rightarrow B, A \rightarrow C \vee B \therefore C \vee D$$

Busquem la FNC de les premisses i de la negació de la conclusió:

$$A \wedge B \rightarrow C = \neg A \vee \neg B \vee C$$

$$\neg C \rightarrow A = C \vee A$$

$$C \rightarrow B = \neg C \vee B$$

$$A \rightarrow C \vee B = \neg A \vee B \vee C$$

$$\neg(C \vee D) = \neg C \wedge \neg D$$

Conjunt de clàusules resultants (amb **negreta**, el conjunt de suport):

$$\{\neg A \vee \neg B \vee C, C \vee A, \neg C \vee B, \neg A \vee B \vee C, \neg C, \neg D\}$$

Aplicant la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb $\neg D$ ja que no hi ha D. Ens queda:

$$\{\neg A \vee \neg B \vee C, C \vee A, \neg C \vee B, \neg A \vee B \vee C, \neg C\}$$

Resolució:

$\neg C$	$C \vee A$
A	$\neg A \vee B \vee C$
$B \vee C$	$\neg C$
B	$\neg A \vee \neg B \vee C$
$\neg A \vee C$	$\neg C$
$\neg A$	A
\square	

Hem arribat a la clàusula buida, per tant **el raonament és vàlid**.

A continuació comprovem la consistència de les premisses:

$$\{\neg A \vee \neg B \vee C, C \vee A, \neg C \vee B, \neg A \vee B \vee C\}$$

Comencem per la darrera clàusula

$\neg A \vee B \vee C$	$\neg C \vee B$
$\neg A \vee B$	$\neg A \vee \neg B \vee C$
$\neg A \vee C$	$\neg C \vee B$
$\neg A \vee B$	
Bucle	

No podem arribar a la clàusula buida amb la darrera clàusula, per tant, la eliminem:

$$\{\neg A \vee \neg B \vee C, C \vee A, \neg C \vee B\}$$

Amb la darrera clàusula, resolent amb el literal B arribem a un teorema. Si eliminem aquesta clàusula, veiem que a les clàusules que queden C es un literal pur, de manera que podem eliminar aquestes clàusules i ens quedem amb un conjunt buit. Així doncs, queda demostrat que no és possible construir un arbre de resolució amb les clàusules de les premisses que ens porti a la clàusula buida. Per tant, **les premisses són consistents**.

Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	22/06/2013	09:00

Problema 4

Demostra per resolució la validesa del següent raonament

$\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$
 $\forall x [C(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge T(x, y))]$
 $\neg \exists x [C(x) \wedge \exists y (A(y) \wedge B(y) \wedge T(x, y))]$
 $\therefore \neg \exists x C(x)$

$FNS(\forall x (A(x) \rightarrow B(x))) = \forall x (\neg A(x) \vee B(x)) = \neg A(x) \vee B(x)$

$FNS(\forall x [C(x) \rightarrow \exists y (A(y) \wedge T(x, y))]) = \forall x [\neg C(x) \vee \exists y (A(y) \wedge T(x, y))]$
 $\forall x [\neg C(x) \vee (A(f(x)) \wedge T(x, f(x)))] = \forall x [(\neg C(x) \vee A(f(x))) \wedge ((\neg C(x) \vee T(x, f(x))))]$
 $(\neg C(x) \vee A(f(x))) \wedge ((\neg C(x) \vee T(x, f(x))))$

$FNS(\neg \exists x [C(x) \wedge \exists y (A(y) \wedge B(y) \wedge T(x, y))]) = (\forall x [\neg (C(x) \wedge \exists y (A(y) \wedge B(y) \wedge T(x, y))]) =$
 $(\forall x [\neg C(x) \vee \neg \exists y (A(y) \wedge B(y) \wedge T(x, y))]) = (\forall x [\neg C(x) \vee \forall y \neg (A(y) \wedge B(y) \wedge T(x, y))]) =$
 $= (\forall x [\neg C(x) \vee \forall y (\neg A(y) \vee \neg B(y) \vee \neg T(x, y))]) = \neg C(x) \vee \neg A(y) \vee \neg B(y) \vee \neg T(x, y)$

$FNS(\exists x C(x)) = C(a)$

El conjunt de clàusules resultants és (amb **negreta**, el conjunt de suport):

$\neg A(x) \vee B(x)$, $\neg C(x) \vee A(f(x))$, $\neg C(x) \vee T(x, f(x))$, $\neg C(x) \vee \neg A(y) \vee \neg B(y) \vee \neg T(x, y)$, **$C(a)$**

$C(a)$	$\neg C(x) \vee A(f(x))$	$x=a$
$A(f(a))$	$\neg A(x) \vee B(x)$	$x=f(a)$
$B(f(a))$	$\neg C(x) \vee \neg A(y) \vee \neg B(y) \vee \neg T(x, y)$	$y=f(a)$
$\neg C(x) \vee \neg A(f(a)) \vee \neg T(x, f(a))$	$C(a)$	$x=a$
$\neg A(f(a)) \vee \neg T(x, f(a))$	$A(f(a))$	
$\neg T(x, f(a))$	$\neg C(x) \vee T(x, f(x))$	$x=a$
$\neg C(a)$	$C(a)$	
\square		

Hem arribat a la clàusula buida, per tant **el raonament és vàlid**.