grapa

Universitat Oberta de Catalunya

# Examen 2016/17-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 14/01/2017 | 15:30 |

**75.570 14 01 17 EX**

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

## Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Se indica en cada una de ellas.
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

## Enunciados

# Examen 2016/17-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 14/01/2017 | 15:30 |

**Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)**

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos, incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

B: Me baño en el mar
N: llevo neopreno de colores
C: hace calor
O: hay grandes olas

1) Solo me baño en el mar cuando llevo neopreno de colores.

   $B \rightarrow N$ -||- $\neg N \rightarrow \neg B$

2) Cuando hace calor y no hay grandes olas, es necesario que lleve neopreno de colores para bañarme en el mar.

   $C \wedge \neg O \rightarrow (B \rightarrow N)$ -||- $C \wedge \neg O \rightarrow (\neg N \rightarrow \neg B)$

3) Cuando ni hace calor ni hay grandes olas, no llevo neopreno de colores si no me baño en el mar.

   $\neg C \wedge \neg O \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg N)$

b) Utilizando los siguientes predicados, formalizad las frases que hay a continuación

S(x): x es un socorrista
P(x): x está bien preparado
B(x): x es un bañista
T(x): x es temerario
A(x,y): x ayuda a y

1) Los socorristas bien preparados ayudan a todos los bañistas.

   $\forall x\{ S(x) \wedge P(x) \rightarrow \forall y[B(y) \rightarrow A(x,y)] \}$

2) **Solo** son socorristas los bañistas bien preparados que no ayudan a ningún temerario.

   $\forall x\{ S(x) \rightarrow B(x) \wedge P(x) \wedge \neg\exists y[T(y) \wedge A(x,y)] \}$

3) Si todos los socorristas estuviesen bien preparados algunos bañistas serían temerarios, pero no todos.

   $\forall x[S(x) \rightarrow P(x)] \rightarrow \exists x[B(x) \wedge T(x)] \wedge \neg\forall x[B(x) \rightarrow T(x)]$

# Examen 2016/17-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 14/01/2017 | 15:30 |

**Actividad 2 (2.5 puntos o 1.5 puntos)**

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta i no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis usar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta obtendréis 0 puntos.

$\neg S \vee (T \rightarrow R)$, $\neg Q \rightarrow R$, $\neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q$ , $\neg T \rightarrow \neg P$ $\therefore$ $P \rightarrow R$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\neg S \vee (T \rightarrow R)$ | | | | H |
| 2 | $\neg Q \rightarrow R$ | | | | H |
| 3 | $\neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q$ | | | | H |
| 4 | $\neg T \rightarrow \neg P$ | | | | H |
| 5 | | $P$ | | | H |
| 6 | | | $\neg S$ | | H |
| 7 | | | $\neg T \vee \neg S$ | | I$\vee$ 6 |
| 8 | | | $\neg Q$ | | E$\rightarrow$ 3, 7 |
| 9 | | | $R$ | | E$\rightarrow$ 2, 8 |
| | | | | | |
| 10 | | | $T \rightarrow R$ | | H |
| 11 | | | | $\neg T$ | H |
| 12 | | | | $\neg P$ | E$\rightarrow$ 4, 11 |
| 13 | | | | $P$ | It 5 |
| 14 | | | $\neg\neg T$ | | I$\neg$ 11, 12, 13 |
| 15 | | | $T$ | | E$\neg$ 14 |
| 16 | | | $R$ | | E$\rightarrow$ 10, 15 |
| 17 | | $R$ | | | E$\vee$ 1, 9, 16 |
| 18 | $P \rightarrow R$ | | | | I$\rightarrow$ 5, 17 |

**Actividad 3 (1.5 puntos + 1.5 puntos)**

a) El siguiente razonamiento es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$S \rightarrow \neg R$,
$\neg R \rightarrow T$,
$\neg(P \wedge Q)$,
$T \rightarrow Q \wedge S$
$\therefore \neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S$

FNC $[S \rightarrow \neg R] = \neg S \vee \neg R$
FNC $[\neg R \rightarrow T] = R \vee T$
FNC $[\neg(P \wedge Q)] = \neg P \vee \neg Q$
FNC $[T \rightarrow Q \wedge S] = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee S)$
FNC $[\neg( \neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S) ] = (\neg Q \vee P) \wedge S$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es::
S = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, $\neg T \vee S$, **$\neg Q \vee P$, S**} , dónde el conjunto de apoyo está formado por las dos últimas cláusulas (negrita)

La cláusula S subsume a la cláusula $\neg T \vee S$ y con esto el conjunto de cláusulas se reduce a:
S' = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, **$\neg Q \vee P$, S**}

Este nuevo conjunto no admite ninguna otra aplicación de la regla de subsunción ni de la regla del literal puro.

| **Troncales** | **Laterales** |
|---|---|
| $S$ | $\neg S \vee \neg R$ |
| $\neg R$ | $R \vee T$ |
| $T$ | $\neg T \vee Q$ |
| $Q$ | $\neg P \vee \neg Q$ |
| $\neg P$ | $\neg Q \vee P$ |
| $\neg Q$ | $Q$ |
| $\square$ | |

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido.

# Examen 2016/17-1

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 14/01/2017 | 15:30 |

b) Utilizad la deducción natural para demostrar que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis utilizar reglas de derivadas y equivalentes deductivos.
[Criterio de valoración: cada error o omisión se penalizará con -0.75 puntos]

$\forall x\{ P(x) \rightarrow \forall y[R(y) \rightarrow T(x,y)] \}, \quad \exists y[R(y) \wedge \neg T(a,y)] \quad \therefore \quad \exists x \neg P(x)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\forall x\{ P(x) \rightarrow \forall y[R(y) \rightarrow T(x,y)] \}$ | | P |
| 2 | $\exists y[R(y) \wedge \neg T(a,y)]$ | | P |
| 3 | | $\neg\exists x\neg P(x)$ | H |
| 4 | | $\forall x P(x)$ | De Morgan 3 |
| 5 | | $R(b) \wedge\neg T(a,b)$ | E$\exists$ 2 x por b |
| 6 | | $P(a)\rightarrow\forall y[R(y)\rightarrow T(a,y)]$ | E$\forall$ 1 x por a |
| 7 | | $P(a)$ | E$\forall$ 4 x por a |
| 8 | | $\forall y[R(y)\rightarrow T(a,y)]$ | E$\rightarrow$ 6, 7 |
| 9 | | $R(b)\rightarrow T(a,b)$ | E$\forall$ 8 y por b |
| 10 | | $R(b)$ | E$\wedge$ 5 |
| 11 | | $T(a,b)$ | E$\rightarrow$ 9, 10 |
| 12 | | $\neg T(a,b)$ | E$\wedge$ 5 |
| 13 | $\neg\neg\exists x\neg P(x)$ | | I$\neg$ 3, 11, 12 |
| 14 | $\exists x\neg P(x)$ | | E$\neg$ 13 |

# Examen 2016/17-1

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 14/01/2017 | 15:30 |

**Actividad 4 (1.5 puntos)**

[Criterio de valoración: los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

La fórmula $\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] \rightarrow \forall y \forall x Q(y,x)$ **NO** es una tautología. Dad una interpretación que en el dominio {1,2} que lo demuestre. Razonad vuestra respuesta.

Para demostrar que la fórmula no es una tautología encontraremos una interpretación que la haga falsa. Como se trata de una implicación, esta será falsa cuando el antecedente sea cierto y el consecuente sea falso.

En el dominio {1, 2) el antecedente es equivalente a

$\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] =$
$= [ (Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [ (Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$

En el dominio {1,2} el consecuente es equivalente a

$\forall y \forall x Q(y,x)= [Q(1,1) \wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2) \wedge Q(2,2)]$

Una interpretación que haga cierto el antecedente y falso el consecuente hará falsa la fórmula.

Para hacer falso el consecuente $[Q(1,1) \wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2) \wedge Q(2,2)]$ solo es necesario hacer falso al menos uno de los predicados Q.
Ahora fijémonos en el antecedente $[ (Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [ (Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$ . Queremos que esta fórmula sea cierta y esto lo podemos hacer, por ejemplo, si hacemos que todas la combinaciones de Q sean falsas, ya que esto hará que todas las condiciones que aparecen en la fórmula evalúen a cierto independientemente del valor de tomen las interpretaciones R. De esta manera, si todas las condiciones que aparecen en la fórmula son ciertas, la fórmula $[ (Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [ (Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$ evaluará a cierto.

Así, una interpretación que hace falsa la fórmula y que, en consecuencia, nos permite afirmar que no es una tautología sería:
$< \{1,2\}, \{Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)= F, R(1,1)=R(1,2)=R(2,1)=R(2,2)=V\}, \varnothing >$