Espai grapa

Universitat Oberta de Catalunya

Examen 2018/19-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

⊂75.570ℜ19ℜ06ℜ19ℜEΞΩ∈
75.570 19 06 19 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura matriculada.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio correspondiente de esta hoja.
- No se puede añadir hojas adicionales, ni realizar el examen en lápiz o rotulador grueso.
- Tiempo total: **2 horas** Valor de cada pregunta:
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuáles son?:
- En el caso de poder usar calculadora, de que tipo? **NINGUNA**
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO** ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Examen 2018/19-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

Enunciados

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos incluyendo la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

U: estoy en la Universidad
M: estoy motivado
A: aprendo
S: supero la asignatura
T: trabajo duro
C: demuestro mucha constancia

1) Siempre que estoy en la Universidad, es necesario que supere la asignatura y aprenda para estar motivado

   $U \to (M \to S \wedge A)$ -||- $U \to (\neg(S \wedge A) \to \neg M)$

2) Si estoy en la Universidad, trabajo duro cuando aprendo

   $U \to (A \to T)$

3) Solo trabajando duro y superando la asignatura estoy motivado y demuestro mucha constancia.

   $M \wedge C \to T \wedge S$ -||- $\neg(T \wedge S) \to \neg(M \wedge C)$

b) Utilizando los siguientes predicados, formalizad las frases que hay a continuación:

B(x): x es un bosque
P(x): x es público
G(x): x es un guarda forestal
D(x): x es disciplinado
I(x): x sufre incendios
T(x,y): x trabaja en y

1) Hay guardas forestales que trabajan en todos los bosques públicos

   $\exists x\{G(x) \wedge \forall y[B(y) \wedge P(y) \to T(x,y)]\}$

2) Si todos los bosques sufrieran incendios, ningún guarda forestal seria disciplinado.

   $\forall x\{B(x) \to I(x)\} \to \neg\exists x\{G(x) \wedge D(x)\}$

3) Los guardas forestales, solo son disciplinados los que trabajan en bosques públicos.

   $\forall x\{G(x) \to [D(x) \to \exists y[B(y) \wedge P(y) \wedge T(x,y)]]\}$ -||- $\forall x\{G(x) \wedge D(x) \to \exists y[B(y) \wedge P(y) \wedge T(x,y)]\}$

Examen 2018/19-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

Actividad 2 (2.5 o 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis utilizar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta no obtendréis ningún punto.

$\neg S \vee (T \to R)$, $\neg Q \to R$, $\neg T \vee \neg S \to \neg Q$, $\neg T \to \neg P$ $\therefore$ $P \to R$

1	$\neg S \vee (T \to R)$				H
2	$\neg Q \to R$				H
3	$\neg T \vee \neg S \to \neg Q$				H
4	$\neg T \to \neg P$				H
5		P			H
6			$\neg S$		H
7			$\neg T \vee \neg S$		I$\vee$ 6
8			$\neg Q$		E$\to$ 3, 7
9			R		E$\to$ 2, 8
10			$T \to R$		H
11				$\neg T$	H
12				$\neg P$	E$\to$ 4, 11
13				P	It 5
14			$\neg\neg T$		I$\neg$ 11, 12, 13
15			T		E$\neg$ 14
16			R		E$\to$ 10, 15
17		R			E$\vee$ 1, 9, 16
18	$P \to R$				I$\to$ 5, 17

Examen 2018/19-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

Actividad 3 (1.5 + 1.5 puntos)

a) El razonamiento siguiente ¿es válido o no? Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para determinarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$S \rightarrow \neg R$,
$\neg R \rightarrow T$,
$\neg(P \wedge Q)$,
$T \rightarrow Q \wedge S$
$\therefore \neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S$

FNC $[S \rightarrow \neg R] = \neg S \vee \neg R$
FNC $[\neg R \rightarrow T] = R \vee T$
FNC $[\neg(P \wedge Q)] = \neg P \vee \neg Q$
FNC $[T \rightarrow Q \wedge S] = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee S)$
FNC$\neg[\neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S] = (\neg Q \vee P) \wedge S$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:
S = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, $\neg T \vee S$, $\mathbf{\neg Q \vee P}$, $\mathbf{S}$} , donde el conjunto de apoyo está formato por las dos últimas cláusulas (en negrita)

La cláusula S subsume la cláusula $\neg T \vee S$ y con esto el conjunto de cláusulas potencialmente útiles se reduce a : S' = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, $\mathbf{\neg Q \vee P}$, $\mathbf{S}$}

Este nuevo conjunto no admite ninguna otra aplicación de la regla de subsunción ni tampoco de la regla del literal puro.

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**
S	$\neg S \vee \neg R$
$\neg R$	$R \vee T$
T	$\neg T \vee Q$
Q	$\neg P \vee \neg Q$
$\neg P$	$\neg Q \vee P$
$\neg Q$	Q
$\square$	

Hemos llegado a la contradicción y por tanto el razonamiento es válido.

Examen 2018/19-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

b) Utilizad la deducción natural para demostrar que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis usar reglas derivadas y equivalentes deductivos.
[Criterio de valoración: cada error u omisión se penalizará con -0.75 puntos]

∀x{P(x)→∀y[R(y)→T(x,y)]}, ∃y[R(y)∧¬T(a,y)] ∴ ∃x¬P(x)

1	∀x{P(x)→∀y[R(y)→T(x,y)]}		P
2	∃y[R(y)∧¬T(a,y)]		P
3		¬∃x¬P(x)	H
4		∀xP(x)	De Morgan 3
5		R(b) ∧¬T(a,b)	E∃ 2 x por b
6		P(a)→∀y[R(y)→T(a,y)]	E∀ 1 x por a
7		P(a)	E∀ 4 x por a
8		∀y[R(y)→T(a,y)]	E→ 6, 7
9		R(b)→T(a,b)	E∀ 8 y por b
10		R(b)	E∧ 5
11		T(a,b)	E→ 9, 10
12		¬T(a,b)	E∧ 5
13	¬¬∃x¬P(x)		I¬ 3, 11, 12
14	∃x ¬P(x)		E¬ 13

Examen 2018/19-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/06/2019	09:00

Actividad 4 (1.5 puntos)
[Criterio de valoración: Los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno de ellos, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

La fórmula $\exists x\forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] \rightarrow \forall y\forall xQ(y,x)$ **NO** es una tautología. Dad una interpretación en el dominio {1,2} que lo demuestra. Razonad vuestra respuesta.

Para demostrar que la fórmula no es una tautología encontraremos una interpretación que la haga falsa. Como se trata de una implicación, será falsa cuando el antecedente sea cierto pero el consecuente sea falso.

En el dominio {1, 2) el antecedente es equivalente a

$\exists x\forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] =$
$= [(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$

En el dominio {1,2} el consecuente es equivalente a

$\forall y\forall xQ(y,x)= [Q(1,1)\wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2)\wedge Q(2,2)]$

Una interpretación que haga cierto el antecedente y falso el consecuente hará falsa toda la fórmula.

Para hacer falso el consecuente $[Q(1,1)\wedge Q(2,1) \wedge Q(1,2)\wedge Q(2,2)]$ es suficiente con hacer falso uno de los predicados Q.
Concentrémonos ahora en el antecedente $[(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$. Queremos que este enunciado sea cierto y esto se puede hacer, por ejemplo, haciendo que todas las combinaciones Q sean falsas, ya que esto provocará que todas las implicaciones sean ciertas con independencia del valor de R. Si todas las implicaciones son ciertas, el enunciado $[(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$ también lo será.

Así, una interpretación que no hace cierta la fórmula y, en consecuencia, nos permite afirmar que no es una tautología, sería:
$< \{1,2\}, \{Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)= F, R(1,1)=R(1,2)=R(2,1)=R(2,2)=V\}, \varnothing >$