grapa

Examen 2014/15-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/01/2015	15:30

⊂75.570ℜ17ℜ01ℜ15ℜEΞ4∈
75.570 17 01 15 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún tipo de material
- **Valor de cada pregunta:** Se indica en cada una de ellas
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**
  Todos los porcentajes se refieren al total de la prueba

Enunciados

Examen 2014/15-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/01/2015	15:30

Actividad 1 (30%)
[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente del resto]

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

1) Para ir al espacio es necesario tener un cohete muy grande
   $E \rightarrow C$ o también $\neg C \rightarrow \neg E$

2) Si vas a la luna y tienes un cohete muy grande harás el viaje muy rápido y no verás muchas estrellas
   $L \wedge C \rightarrow V \wedge \neg M$

3) Si tienes un cohete muy grande, verás muchas estrellas si vas al espacio
   $C \rightarrow (E \rightarrow M)$

Átomos:
- E: Ir al espacio
- C: Tener un cohete muy grande
- L: Ir a la luna
- V: Hacer un viaje muy rápido
- M: Ver muchas estrellas

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las siguientes frases. Utilizad los predicados que se indican.

1) Todos los teléfonos inteligentes que son grandes tienen una buena cámara
   $\forall x[T(x) \wedge G(x) \rightarrow B(x)]$

2) Algunos simios que viven en el zoo usan para hacer fotos teléfonos inteligentes que tienen una buena cámara
   $\exists x\{S(x) \wedge Z(x) \wedge \exists y[T(y) \wedge B(y) \wedge F(x,y)]\}$

3) Kiri es un simio que vive en el zoo y que para hacer fotos **sólo** usa teléfonos inteligentes pequeños
   $S(k) \wedge Z(k) \wedge \forall x\{F(k,x) \rightarrow T(x) \wedge \neg G(x)\}$

Predicados:
- T(x): x es un teléfono inteligente
- G(x): x es grande ($\neg G(x)$: x es pequeño)
- B(x): x tiene una buena cámara
- F(x,y): x usa y para hacer fotos
- S(x): x es un simio
- Z(x): x vive en el zoo

Constantes:
- k: Kiri

Actividad 2 (25% o 12.5%)

Examen 2014/15-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/01/2015	15:30

[Criterio de valoración: será inválida (0%) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis el 25% de la puntuación total de la prueba. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis el 12.5% de la puntuación total de la prueba. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta obtendréis un 0% de la puntuación total de la prueba.

$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R),\ \neg Q \rightarrow R,\ \neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q,\ \neg T \rightarrow \neg P \therefore\ P \rightarrow R$

1	$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R)$				P
2	$\neg Q \rightarrow R$				P
3	$\neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q$				P
4	$\neg T \rightarrow \neg P$				P
5		P			H
6			$P \rightarrow \neg S$		H
7			$\neg S$		E→ 5, 6
8			$\neg T \vee \neg S$		I∨ 7
9			$\neg Q$		E→ 3, 8
10			R		E→ 2, 9
11			$T \rightarrow R$		H
12				$\neg T$	H
13				$\neg P$	E→ 4, 12
14				P	It 5
15			$\neg\neg T$		I¬12, 13, 14
16			T		E¬ 15
17			R		E→ 11, 16
18		R			E∨ 1, 10, 17
19	$P \rightarrow R$				I→ 5, 18

Actividad 3 (30%)

Examen 2014/15-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/01/2015	15:30

a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de soporte para demostrar lo. Si podéis aplicar la regla se subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo. [Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con la mitad del valor del apartado (-7.5%). La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con la mitad del valor del apartado (-7.5%), como mínimo]

$S \to \neg R$,
$\neg R \to T$,
$\neg(P \wedge Q)$,
$T \to Q \wedge S$
$\therefore \neg(Q \to P) \vee \neg S$

FNC $[S \to \neg R] = \neg S \vee \neg R$
FNC $[\neg R \to T] = R \vee T$
FNC $[\neg(P \wedge Q)] = \neg P \vee \neg Q$
FNC $[T \to Q \wedge S] = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee S)$
FNC$\neg[\neg(Q \to P) \vee \neg S] = (\neg Q \vee P) \wedge S$

El conjunto de cláusulas resultante es:
$S = \{\neg S \vee \neg R, R \vee T, \neg P \vee \neg Q, \neg T \vee Q, \neg T \vee S, \boldsymbol{\neg Q \vee P}, \mathbf{S}\}$ El conjunto de soporte está formado por las dos últimas cláusulas (negrita)
La cláusula S subsume a la cláusula $\neg T \vee S$ y con esto el conjunto de cláusulas potencialmente útiles se reduce a : $S' = \{\neg S \vee \neg R, R \vee T, \neg P \vee \neg Q, \neg T \vee Q, \boldsymbol{\neg Q \vee P}, \mathbf{S}\}$
La regla del literal puro no permite eliminar ninguna cláusula más

Troncales	**Laterales**
S	$\neg S \vee \neg R$
$\neg R$	$R \vee T$
T	$\neg T \vee Q$
Q	$\neg P \vee \neg Q$
$\neg P$	$\neg Q \vee P$
$\neg Q$	Q
$\square$	

b) El siguiente razonamiento no es válido. Calculad el conjunto de cláusulas que se deriva y razonad la imposibilidad de obtener la cláusula vacía (□). [Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con la mitad del valor del apartado (-7.5%). La presencia de errores o imprecisiones en la explicación pedida se penalizará con la mitad del valor del apartado (-7.5%), como mínimo]

$\forall xT(x) \rightarrow \exists yS(y)$
$\exists x\forall y\,(S(x) \rightarrow R(x,y))$
$\therefore \neg\forall x\exists y\,(R(y,x)\rightarrow T(x))$

La FNS de $\forall xT(x) \rightarrow \exists yS(y)$ es $\neg T(a) \vee S(b)$
La FNS de $\exists x\forall y\,(S(x) \rightarrow R(x,y))$ es $\neg S(c) \vee R(c,y)$
La FNS de $\neg\forall x\exists y\,(R(y,x)\rightarrow T(x))$ es $\neg R(f(x),x) \vee T(x)$

El conjunto de cláusulas resultante es
S = { $\neg T(a) \vee S(b)$, $\neg S(c) \vee R(c,y)$, $\mathbf{\neg R(f(x),x)} \vee \mathbf{T(x)}$}

Observamos que el literal R(c,y) de la segunda cláusula nunca no podrá ser eliminado porque no puede resolverse contra ¬R(f(x),x) de la conclusión porque tendríamos que unificar una constante y una función. El conjunto de cláusulas se reduce a S = {$\neg T(a) \vee S(b)$} y de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía □

<u>Actividad 4 (15%)</u>

[Criterio de valoración: Los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno, con un tercio del valor de la actividad (-5%). Los errores conceptuales invalidan la pregunta (0%)]

La fórmula $\exists x\forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] \rightarrow \forall y\forall xQ(y,x)$ **NO** es una tautología. Dad una interpretación en el dominio {1,2} que lo demuestre.

Para mostrar que la fórmula no es una tautología encontraremos una interpretación que la haga falsa. Dado que se trata de una implicación, será falsa cuando el antecedente sea cierto pero el consecuente sea falso.

En el dominio {1, 2) el antecedente es equivalente a

$\exists x\forall y(Q(x,y) \rightarrow R(y,x)) =$
$= [\,(Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [\,(Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$

En el dominio {1,2} el consecuente es equivalente a

$\forall y\forall xQ(y,x)=\ [Q(1,1)\wedge Q(2,1) \wedge\ Q(1,2)\wedge Q(2,2)]$

Una interpretación que haga cierto el consecuente y falso el antecedente hará falsa toda la formula.

Para hacer falso el consecuente solo es necesario hacer falso uno de los predicados Q, pero dado que Q es el antecedente de todos los condicionales del antecedente si hacemos todas las combinaciones de Q falsas toda la formula será cierta, independientemente del valor que tomen las interpretaciones de R

Así, una interpretación que no hace cierta la fórmula y en consecuencia nos permite afirmar que no es una tautología seria:
< {1,2}, {Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)= F, R(1,1)=R(1,2)=R(2,1)=R(2,2)=V}, ∅ >