

## Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

**Aquest enunciat també correspon a les assignatures següents:**

---

- 11.506 - Matemàtiques I

### Fitxa tècnica de l'examen

---

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura de què t'has matriculat.
  - Temps total: **2 hores**                      Valor de cada pregunta: **25%**
  - Es pot consultar cap material durant l'examen? **SÍ**      Quins materials estan permesos? **TOTS**
  - Es pot fer servir calculadora? **SÍ**      De quin tipus? **PROGRAMABLE**
  - Si hi ha preguntes tipus test, descompten les respostes errònies? **NO**      Quant?
  - Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen: **Pots utilitzar qualsevol material i calculadora (incloent-hi la Calcme) per comprovar els càlculs, però has d'assegurar-te que detalles i justifiques tots els passos seguits per arribar a la solució.**
  - No és necessari que t'identifiquis amb el nom o el número del carnet d'estudiant. L'autoria de la prova és detectada pel propi sistema.
  - Has de resoldre l'examen de forma manuscrita: en una tablet on puguis escriure directament o en paper. **NO s'acceptaran respostes realitzades amb un processador de textos.**
  - No cal imprimir l'enunciat, pots resoldre les preguntes en un full en blanc. Utilitza un bolígraf de tinta blava o negra. Digitalitza les teves respostes en un únic fitxer en format PDF (pots fer-ho amb un escàner o amb un dispositiu mòbil). Disposes de 10 minuts extres per a la digitalització i lliurament de la prova.
-

## Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

### Enunciats

#### 1. Responen

- a) Calculeu dos nombres reals,  $c$  i  $d$ , de manera que:

$$c + 5i = \frac{13 + di}{4 - i}$$

- b) Resoleu l'equació següent:  $x^3 + 12 = 0$ . Proporcioneu les seves solucions complexes en forma binòmica i polar.

#### 2. Considereu la matriu:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & a+1 & 2a+2 \\ 2 & -m & -2m \\ -m & 2 & 2-m \end{pmatrix}$$

on el paràmetre  $a$  és la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC.

Es demana:

- a) Estudieu el seu rang segons els valors del paràmetre  $m \in \mathbb{R}$ .  
b) Determineu la posició relativa dels plans

$$\pi_1: (a+1)x + (a+1)y + (2a+2)z = 2a+2$$

$$\pi_2: 2x - my - 2mz = 2 - m$$

$$\pi_3: -mx + 2y + (2-m)z = -2m$$

segons els valors de  $m$  (substituint el paràmetre  $a$  per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC).

#### 3. Sigui $F$ el subespai vectorial de $\mathbb{R}^3$ definit per:

$$F = \langle (-1, 1, 3), (0, -1, 1), (-2, 7, \lambda) \rangle, \lambda \in \mathbb{R}$$

- a) Calculeu la dimensió de  $F$  en funció de  $\lambda$  i una base  $A$  en cada cas.  
b) Sigui  $v_1 = (-2a - 2, 7a + 7, a + 1)$ ,  $v_2 = (1, a - 1, -a - 3)$  on  $a$  és la primera xifra de la dreta del vostre IDP. Per al cas  $\lambda = 1$ , pertanyen  $v_1$  i  $v_2$  a  $F$ ? Per als que pertanyin, calculeu les seves coordenades en la base  $A$  que heu trobat a l'apartat anterior.  
c) Sigui  $B = \{v_1, v_2\}$  el conjunt format pels vectors de l'apartat anterior. És  $B$  una base de  $F$  en el cas  $\lambda = 1$ ? Si ho és, calculeu la matriu  $C_{B \rightarrow A}$  de canvi de base de la base  $B$  a la base  $A$  que heu trobat al primer apartat.

#### 4. Substituiu el paràmetre $a$ per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC a la següent matriu:

$$M(f|C, C) = \begin{pmatrix} 3a+7 & -2 & -2 \\ -4a & a-1 & 2a \\ 8a+12 & -2 & b \end{pmatrix}$$

(Continua a la pàgina següent)

## Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

on  $f: R^3 \rightarrow R^3$  és una aplicació lineal i  $M(f|C, C)$  és la seva matriu associada en la base canònica  $C$  de  $R^3$ .

Es demana:

- Calculeu l'expressió que defineix a l'aplicació  $f$  en funció de les coordenades en base canònica  $(x, y, z)$  d'un vector genèric a  $R^3$ .
- Calculeu el valor que ha de tenir  $b$  per a què el vector  $v = (1, a, 3)$  sigui un vector propi de  $f$ , i trobeu el seu valor propi associat.
- Per al valor de  $b$  trobat a l'apartat anterior, calculeu el polinomi característic de  $f$ . Indiqueu quins són els valors propis de  $f$  i quina seria la forma diagonal de  $f$ .