

## Examen 2025/26-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	17/1/2026	10:00

**Este enunciado también corresponde a las siguientes asignaturas:**

---

- 81.506 - Matemáticas I

### Ficha técnica del examen

---

- No es necesario que escribas tu nombre. Una vez resuelta la prueba final, solo se aceptan documentos en formato .doc, .docx (Word) y .pdf.
  - Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la que te has matriculado.
  - Tiempo total: **2 horas**                      Valor de cada pregunta: **25%**
  - ¿Se puede consultar material durante la prueba? **SÍ**    ¿Qué materiales están permitidos? **Todos**
  - ¿Puede utilizarse calculadora? **SÍ**    ¿De qué tipo? **PROGRAMABLE**
  - Si hay preguntas tipo test, ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO**    ¿Cuánto?
  - Indicaciones específicas para la realización de este examen: **Puedes utilizar cualquier material y calculadora (incluyendo la Calcme) para comprobar los cálculos, pero tienes que asegurarte que detallas y justificas todos los pasos seguidos para llegar a la solución.**
  - No es necesario que te identifiques con el nombre o el número del carné de estudiante. La autoría de la prueba es detectada por el propio sistema.
  - Tienes que resolver el examen de forma manuscrita: en una tablet donde puedas escribir directamente o en papel. **NO** se aceptarán respuestas realizadas con un procesador de textos.
  - No es necesario imprimir el enunciado, puedes resolver las preguntas en una hoja en blanco. Utiliza un bolígrafo de tinta azul o negra. Digitaliza tus respuestas en un único archivo en formato PDF (puedes hacerlo con un escáner o con un dispositivo móvil). Dispones de **10 minutos extras** para la digitalización y entrega de la prueba.
-

## Examen 2025/26-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	17/1/2026	10:00

### Enunciados

1. Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- Sean  $z_1 = 3 - 5i$  y  $z_2 = 1 + 2i$ . Calculad el producto  $z_1 \cdot z_2$ , el cociente  $\frac{z_1}{z_2}$ , y expresad ambos resultados en forma binómica.
- Sea  $z = -4 + 4\sqrt{3}i$ . Calculad todas las raíces cúbicas de  $z$  y expresadlas en forma polar, indicando los argumentos en grados en el intervalo  $[0^\circ, 360^\circ)$ .

2. Considerad el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{aligned} kx - (k - (a + 1))z &= k \\ kx + (k + 1)y &= k \\ 2kx + (k - (a + 1))z &= 2k^2 \end{aligned} \right\}$$

donde el parámetro  $a$  es **la primera cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC.

Se pide:

- Utilizando el teorema de Rouché-Fröbenius, discutid el sistema en función del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ .
- Determinad las soluciones del sistema para  $k = 1$ .

3. Consideremos el subespacio vectorial  $F$  de  $\mathbb{R}^4$  generado por los siguientes vectores:

$$v_1 = (1, 0, 1, 0), \quad v_2 = (0, 1, 1, 1), \quad v_3 = (1, 1, 2, 1), \quad v_4 = (2, -1, 1, -1)$$

Se pide:

- Determinad la dimensión del subespacio  $F$  y escoged una base, que llamaremos  $A$ .
- Consideremos el vector  $w = (a, 2a + 2, 3a + 2, 2a + 2)$  donde  $a$  es la **tercera cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC. Calculad las coordenadas de  $w$  en la base  $A$ .
- Consideremos una nueva base de  $F$  dada por  $B = \{u_1, u_2\}$  donde  $u_1 = (2, 2, 4, 2)$  y  $u_2 = (4, -2, 2, -2)$ . Calculad la matriz de cambio de base de la base  $B$  a la base  $A$ . Haciendo uso de la matriz anterior, calculad las coordenadas del vector  $w$  en la nueva base  $B$ .

4. Sustituid el parámetro  $c$  por la **segunda cifra empezando por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC en los siguientes puntos de  $\mathbb{R}^2$ :

$$A = (-1, c + 1)$$

$$B = (-3, 2c + 2)$$

$$A' = (c + 1, 5)$$

Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- Escribid la matriz  $3 \times 3$  de la traslación que lleva el punto  $A$  al punto  $A'$ .
- Encontrad el punto  $B'$  que es la imagen de  $B$  por la traslación anterior.
- Escribid la matriz  $3 \times 3$  de un giro de ángulo  $270^\circ$  centrado en el punto  $C = (0, -2c - 2)$ .
- Encontrad la imagen de  $A'$  y  $B'$  por el giro anterior.
- Construid la matriz composición de la traslación y el giro. Podéis comprobar si la imagen de  $A$  y  $B$  utilizando esta matriz coincide con las imágenes encontradas en el apartado d).