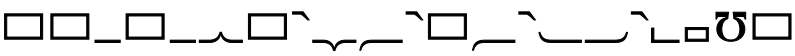


## Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	26/06/2013	18:30

  
05.570 26 06 13 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta  
identificativa  
amb el vostre codi personal  
Examen

### Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.
- Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.
- No es poden adjuntar fulls addicionals.
- No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.
- Temps total: 2 h.
- En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?  
No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%, problema 2: 25%, problema 3: 25%, problema 4: 20%
- En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies? NO Quant?
- Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:

### Enunciats

## Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	26/06/2013	18:30

### Problema 1

a) Respon les següents preguntes utilitzant els àtoms proposats:

E: Tenir escrúpols  
C: Fer el cor fort  
M: Poder mentir  
T: Poder traïr el teu millor amic

1) Formalitza la frase “Quan no tens escrúpols, no cal fer el cor fort per a poder mentir.”

$$\neg E \rightarrow \neg(M \rightarrow C)$$

2) Quin dels següents enunciats és una formalització correcta de la frase “Si no pots mentir, cal fer el cor fort per a poder traïr el teu millor amic.”?

- a.  $\neg M \rightarrow (T \rightarrow C)$
- b.  $(T \rightarrow C) \rightarrow \neg M$
- c.  $\neg M \rightarrow (C \rightarrow T)$

3) Quin dels següents enunciats és una formalització correcta de la frase “Si fas el cor fort pots mentir, quan no pots traïr el teu millor amic.”?

- a.  $\neg T \rightarrow (C \rightarrow M)$
- b.  $\neg T \rightarrow C \rightarrow M$
- c.  $(C \rightarrow M) \rightarrow \neg T$

b) Respon les següents preguntes utilitzant els predicats proposats:

Domini: un conjunt no buit  
P(x): x és polític  
H(x): x és honest  
A(x): x és altruista  
V(x, y): x és votant de (vota a) y  
T(x, y): x traeix la confiança d' y

1) Formalitza la frase “Hi ha polítics honestos, però cap és altruista.”

$$\exists x(P(x) \wedge H(x)) \wedge \neg \exists x(P(x) \wedge A(x))$$

2) Quina de les següents fórmules és una formalització correcta de la frase “Cap polític honest traeix la confiança de qui el vota.”?

- a.  $\neg \exists x\{P(x) \wedge H(x) \wedge \exists y[V(y, x) \wedge T(x, y)]\}$
- b.  $\neg \exists x\{P(x) \wedge H(x) \wedge \forall y[V(y, x) \rightarrow T(x, y)]\}$
- c.  $\neg \exists x\{P(x) \wedge H(x) \wedge \neg \forall y[V(y, x) \rightarrow T(x, y)]\}$

3) Digues quina frase formalitza la fórmula  $\exists x[P(x) \wedge \neg \exists yV(y, x)]$

- a. Hi ha polítics a qui algú no vota.
- b. **Hi ha polítics a qui ningú vota.**
- c. Hi ha polítics que no voten a ningú.

## Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	26/06/2013	18:30

### Problema 2

Demostra la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (és a dir, no pots utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius ni teoremes):

$$R \vee \neg T \rightarrow (P \rightarrow Q \wedge W), R \wedge S \quad \therefore \neg(S \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$$

1.	$R \vee \neg T \rightarrow (P \rightarrow Q \wedge W)$			P
2.	$R \wedge S$			P
3.		$S \rightarrow \neg(P \rightarrow Q)$		H
4.		S		$E \wedge 2$
5.		$\neg(P \rightarrow Q)$		$E \rightarrow 3,4$
6.		R		$E \wedge 2$
7.		$R \vee \neg T$		$I \vee 6$
8.		$P \rightarrow Q \wedge W$		$E \rightarrow 1,7$
9.			P	H
10.			$Q \wedge W$	$E \rightarrow 8,9$
11.			Q	$E \wedge 10$
12.		$P \rightarrow Q$		$I \rightarrow 9,11$
13.	$\neg(S \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))$			$I \neg 3,5,12$

## Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	26/06/2013	18:30

### Problema 3

Analitza la validesa o la invalidesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució.  
Comprova la consistència de les premisses.

$A \rightarrow B, \neg(C \vee D), B \rightarrow C, \neg C \rightarrow \neg D \therefore \neg(A \vee D)$

Busquem la FNC de les premisses i de la negació de la conclusió:

$A \rightarrow B = \neg A \vee B$

$\neg(C \vee D) = \neg C \wedge \neg D$

$B \rightarrow C = \neg B \vee C$

$\neg C \rightarrow \neg D = C \vee \neg D$

$A \vee D$

Conjunt de clàusules resultants (amb **negreta**, el conjunt de suport):

$\{\neg A \vee B, \neg C, \neg D, \neg B \vee C, C \vee \neg D, \mathbf{A \vee D}\}$

Aplicant la regla de subsumpció, la clàusula  $C \vee \neg D$  es pot eliminar ja que queda subsumida per  $\neg D$ .

Lavors, el conjunt resultant de clàusules és:

$\{\neg A \vee B, \neg C, \neg D, \neg B \vee C, \mathbf{A \vee D}\}$

Resolució:

$A \vee D$	$\neg D$
$A$	$\neg A \vee B$
$B$	$\neg B \vee C$
$C$	$\neg C$
$\square$	

Hem arribat a la clàusula buida, per tant **el raonament és vàlid**.

A continuació comprovem la consistència de les premisses:

$\{\neg A \vee B, \neg C, \neg D, \neg B \vee C\}$

Aplicant la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb  $\neg D$  ja que no hi ha D. Ens queda:

$\{\neg A \vee B, \neg C, \neg B \vee C\}$

Aplicant la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb  $\neg A$  ja que no hi ha A. Ens queda:

$\{\neg C, \neg B \vee C\}$

Aplicant un altre cop la regla del literal pur, eliminem totes les clàusules amb  $\neg B$  ja que no hi ha B. Ens queda:

$\{C\}$

Apliquem un cop més la regla del literal pur i eliminem C, ja que no tenim  $\neg C$ , i ens quedem sense clàusules. Amb un conjunt buit no es pot construir un arbre de resolució que ens porti a la clàusula buida. Per tant, queda demostrat que **les premisses són consistents**.

## Examen 2012/13-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	26/06/2013	18:30

### Problema 4

Demostra, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Pots utilitzar les regles bàsiques, les regles derivades i els equivalents deductius vistos a l'assignatura.

$\forall x (P(x) \vee \neg T(x) \rightarrow Q(x))$   
 $\exists x (\neg Q(x) \wedge \forall y (T(y) \rightarrow S(x,y)))$   
 $\therefore \exists x (\neg P(x) \wedge S(x,x))$

1.	$\forall x (P(x) \vee \neg T(x) \rightarrow Q(x))$	P
2.	$\exists x (\neg Q(x) \wedge \forall y (T(y) \rightarrow S(x,y)))$	P
3.	$\neg Q(a) \wedge \forall y (T(y) \rightarrow S(a,y))$	E $\exists$ 2
4.	$\neg Q(a)$	E $\wedge$ 3
5.	$\forall y (T(y) \rightarrow S(a,y))$	E $\wedge$ 3
6.	$P(a) \vee \neg T(a) \rightarrow Q(a)$	E $\forall$ 1
7.	$\neg (P(a) \vee \neg T(a))$	MT 4, 6
8.	$\neg P(a) \wedge \neg \neg T(a)$	ED 7
9.	$\neg P(a)$	E $\wedge$ 8
10.	$\neg \neg T(a)$	E $\wedge$ 8
11.	$T(a)$	E $\neg$ 10
12.	$T(a) \rightarrow S(a,a)$	E $\forall$ 5
13.	$S(a,a)$	E $\rightarrow$ 11,12
14.	$\neg P(a) \wedge S(a,a)$	I $\wedge$ 9,13
15.	$\exists x (\neg P(x) \wedge S(x,x))$	I $\exists$ 14