## Continuidad

## Problema

Para cualquier número real x, definimos la función parte entera por defecto de x como la función

$$|x| = \max \{ k \in \mathbb{Z} : k \le x \}.$$

De forma análoga, se define para cualquier número real x la función  $parte\ entera\ por\ exceso\ de\ x$  como la función:

$$\lceil x \rceil = \min \left\{ k \in \mathbb{Z} : x \le k \right\}.$$

¿Te atreves a dibujar sus gráficas? ¿Has visto qué forma más curiosa tienen? ¿Son funciones continuas? ¿Cómo lo explicarías?

## Extra:

La función truncar, que podemos definir como

$$[x] = \begin{cases} \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix} & si & x < 0, \\ x \end{bmatrix} & si & x \ge 0, \end{cases}$$

le asigna a cada valor real su parte entera, sin tener en cuenta su parte decimal.

También podemos aproximar un valor real a un valor entero por redondeo, en lugar de usar truncamiento. En este caso, ¿serías capaz de escribir la expresión algebraica de la función redondear?

Y respecto a sus gráficas y continuidad, ¿qué similitudes y diferencias presentan las funciones truncar y redondear con respecto a las funciones parte entera?