Espai grapa

Universitat Oberta de Catalunya

# **Examen** 2018/19-2

| Asignatura | Código | Fecha | Hora inicio |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

⊂75.570ℜ15ℜ06ℜ19ℜEΞ3∈
**75.570 15 06 19 EX**

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

## Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura matriculada.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio correspondiente de esta hoja.
- No se puede añadir hojas adicionales, ni realizar el examen en lápiz o rotulador grueso.
- Tiempo total: **2 horas** Valor de cada pregunta:
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuáles son?:
- En el caso de poder usar calculadora, de que tipo? **NINGUNA**
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO** ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

# **Examen** 2018/19-2

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

## Enunciados

**Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)**

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos incluyendo la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

U: estoy en la Universidad
M: estoy motivado
A: aprendo
S: supero la asignatura
T: trabajo duro
C: demuestro mucha constancia

1) Cuando estoy motivado, es necesario que aprenda y trabaje duro para estar en la Universidad.

$M \rightarrow (U \rightarrow A \wedge T)$ -||- $M \rightarrow (\neg(A \wedge T) \rightarrow \neg U)$

2) Siempre que supero la asignatura trabajo duro y demuestro mucha constancia, cuando estoy en la Universidad.

$U \rightarrow (S \rightarrow T \wedge C)$

3) Solo cuando no supero la asignatura, ni demuestro mucha constancia ni aprendo.

$\neg C \wedge \neg A \rightarrow \neg S$ -||- $S \rightarrow \neg(\neg C \wedge \neg A)$

b) Utilizando los siguientes predicados, formalizad las frases que hay a continuación:

B(x): x es un bosque
P(x): x es público
G(x): x es un guarda forestal
D(x): x es disciplinado
I(x): x sufre incendios
T(x,y): x trabaja en y

1) Hay guardas forestales que solo trabajan en los bosques.

$\exists x\{G(x) \wedge \forall y[T(x,y) \rightarrow B(y)\}$

2) Si un bosque es público, entonces hay guardas forestales que trabajan en él.

$\forall x\{B(x) \wedge P(x) \rightarrow \exists y[G(y) \wedge T(y,x)]\}$

3) Si ningún bosque sufriera incendios, entonces algunos guardas forestales serían disciplinados.

$\neg\exists x\{B(x) \wedge I(x)\} \rightarrow \exists x\{G(x) \wedge D(x)\}$

# **Examen** 2018/19-2

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**Actividad 2  (2.5 o 1.5 puntos)**

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis utilizar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta no obtendréis ningún punto.

$\neg(P \lor R) \to S, \quad P \lor Q \to R \;\therefore\; \neg S \to R$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\neg(P \lor R) \to S$ | | | P |
| 2 | $P \lor Q \to R$ | | | P |
| 3 | | $\neg S$ | | H |
| 4 | | | $\neg(P \lor R)$ | H |
| 5 | | | S | E→ 1, 4 |
| 6 | | | $\neg S$ | It 3 |
| 7 | | $\neg\neg(P \lor R)$ | | I¬ 4, 5, 6 |
| 8 | | $P \lor R$ | | E¬ 7 |
| 9 | | | P | H |
| 10 | | | $P \lor Q$ | I∨ 9 |
| 11 | | | R | E→ 2, 10 |
| | | | | |
| 12 | | | R | H |
| 13 | | | R | It 12 |
| 14 | | R | | E∨ 8, 11, 13 |
| 15 | $\neg S \to R$ | | | I→ 3, 14 |

# **Examen** 2018/19-2

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**<u>Actividad 3 (1.5 + 1.5 puntos)</u>**

a) El razonamiento siguiente ¿es válido o no? Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para determinarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$\neg Q \rightarrow P$,
$\neg(\neg P \wedge \neg S)$,
$P \rightarrow R$,
$\neg R$,
$Q \rightarrow \neg(T \wedge S)$
$\therefore\ Q \wedge (P \vee S)$

FNC $[\neg Q \rightarrow P] = Q \vee P$
FNC $[\neg(\neg P \wedge \neg S)] = P \vee S$
FNC $[P \rightarrow R] = \neg P \vee R$
FNC $[\neg R] = \neg R$
FNC $[Q \rightarrow \neg(T \wedge S)] = \neg Q \vee \neg T \vee \neg S$
FNC $[\neg(Q \wedge (P \vee S))] = \neg Q \vee \neg(P \vee S) = \neg Q \vee (\neg P \wedge \neg S) = (\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg S)$

El conjunto de cláusulas que se obtiene:
S = $\{Q \vee P,\ P \vee S,\ \neg P \vee R,\ \neg R,\ \neg Q \vee \neg T \vee \neg S,\ \mathbf{\neg Q \vee \neg P},\ \mathbf{\neg Q \vee \neg S}\}$, donde el conjunto de apoyo está formato por las dos últimas cláusulas (en negrita)

Se puede observar que la cláusula $\neg Q \vee \neg T \vee \neg S$ es la única que tiene un literal $\neg T$, por tanto se puede eliminar por la regla del literal puro. El conjunto de cláusulas se reduce a:

S'= $\{Q \vee P,\ P \vee S,\ \neg P \vee R,\ \neg R,\ \mathbf{\neg Q \vee \neg P},\ \mathbf{\neg Q \vee \neg S}\}$

Este nuevo conjunto no admite ninguna otra aplicación de la regla de subsunción ni tampoco de la regla del literal puro.

| **Cláusulas troncales** | **Cláusulas laterales** |
|---|---|
| $\neg Q \vee \neg S$ | $P \vee S$ |
| $\neg Q \vee P$ | $\neg P \vee R$ |
| $\neg Q \vee R$ | $\neg R$ |
| $\neg Q$ | $Q \vee P$ |
| $P$ | $\neg P \vee R$ |
| $R$ | $\neg R$ |
| □ | |

Hemos llegado a la contradicción y por tanto el razonamiento es válido.

# **Examen** 2018/19-2

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

b) El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos). La aplicación incorrecta del método de resolución (incluidas las sustituciones) se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos), como mínimo]

$\forall x \exists y[H(x) \rightarrow P(y) \wedge T(x,y)]$
$\exists x \forall y[P(y) \rightarrow \neg T(x,y)]$
$\therefore \neg \forall x H(x)$

$FNS(\forall x \exists y[H(x) \rightarrow P(y) \wedge T(x,y)]) = \forall x[\, (\neg H(x) \vee P(f(x))) \wedge (\neg H(x) \vee T(x,f(x)))\, ]$
$FNS(\exists x \forall y[P(y) \rightarrow \neg T(x,y)]) = \forall y[\neg P(y) \vee \neg T(a,y)]$
$FNS(\neg\neg \forall x H(x)) = \forall x H(x)$

S= { $\neg H(x) \vee P(f(x))$, $\neg H(x) \vee T(x,f(x))$ $\neg P(y) \vee \neg T(a,y)$, **H(x)**}

| **Cláusulas troncales** | **Cláusulas laterales** | **Substituciones** |
|---|---|---|
| $H(x)$ | $\neg H(z) \vee P(f(z))$ | x por z |
| $H(z)$ | | |
| | | |
| $P(f(z))$ | $\neg P(y) \vee \neg T(a,y)$ | y por f(z) |
| | $\neg P(f(z)) \vee \neg T(a,f(z))$ | |
| | | |
| $\neg T(a,f(z))$ | $\neg H(x) \vee T(x,f(x))$ | x por a; z por a |
| $\neg T(a,f(a))$ | $\neg H(a) \vee T(a,f(a))$ | |
| | | |
| $\neg H(a)$ | $H(x)$ | x por a |
| | $H(a)$ | |
| | | |
| $\square$ | | |

Hemos llegado a la contradicción y por tanto el razonamiento es válido.

# **Examen** 2018/19-2

| **Asignatura** | **Código** | **Fecha** | **Hora inicio** |
|---|---|---|---|
| Lógica | 75.570 | 15/06/2019 | 15:30 |

**Actividad 4 (1.5 puntos)**
[Criterio de valoración: Los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno de ellos, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

Considerad el siguiente razonamiento:

$\exists x[P(x) \vee Q(x,x)]$
$\forall x[\exists y Q(y,x) \rightarrow P(x)]$
$\therefore \forall x \forall y Q(x,y)$

Realizad el paso de fórmulas a enunciados de las premisas y la conclusión. Dad una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo. Razonad vuestra respuesta.

Un contraejemplo debe hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
$[\, P(1) \vee Q(1,1)\,] \vee [\, P(2) \vee Q(2,2)\,]$

La segunda premisa equivale a:
$[\, Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)\,] \wedge [\, Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)\,]$

La conclusión equivale a:
$[\, Q(1,1) \wedge Q(1,2)\,] \wedge [\, Q(2,1) \wedge Q(2,2)\,]$

Si escogemos la interpretación
$<$ {1,2}, {P(1)= V, P(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V}, $\varnothing$ $>$
las dos premisas son ciertas y la conclusión es falsa, de forma que queda demostrado que la interpretación es un contraejemplo:

$[\, P(1) \vee Q(1,1)\,] \vee [\, P(2) \vee Q(2,2)\,]$
$= [\, V \vee F] \vee [V \vee V]$
$= V \vee V = V$

$[\, Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)\,] \wedge [Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)\,]$
$= [\, F \vee F \rightarrow V\,] \wedge [\, V \vee V \rightarrow V\,]$
$= [\, F \rightarrow V\,] \wedge [\, V \rightarrow V\,]$
$= V \wedge V = V$

$[\, Q(1,1) \wedge Q(1,2)\,] \wedge [\, Q(2,1) \wedge Q(2,2)\,]$
$= [\, F \wedge V] \wedge [\, F \wedge V]$
$= F \wedge F = F$