grapa

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/01/2011	15:30

75.570 19 01 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/01/2011	15:30

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

C: Comprar un coche
T: Usar transporte público
M: Comprar una moto
P: Usar petróleo para desplazarse
A: Ir andando a todas partes

1) Es necesario que no use el transporte público para que me compre un coche o me compre una moto.
$C \vee M \rightarrow \neg T$

2) Solo uso petróleo para desplazarme si me compro un coche, o me compro una moto o uso el transporte público
$P \rightarrow C \vee M \vee T$

3) Si no uso transporte público, o me compro una moto o me compro un coche, pero no las dos cosas a la vez.
$\neg T \rightarrow (C \vee M) \wedge \neg(C \wedge M)$

b) Formaliza las frases que se dan a continuación utilizando, únicamente y exclusivamente, los siguientes predicados atómicos:

Dominio: Un conjunto no vacío
A(x) : x es un principio activo
F(x) : x es una farmacéutica
G(x) : x es genérico
P(x, y) : x produce y

1) Hay principios activos que son producidos por todas las farmacéuticas
$\exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y,x))$

2) No hay ningún principio activo que no sea producido por ninguna farmacéutica
$\neg\exists x(A(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow \neg P(y,x))$

3) Hay farmacéuticas que producen todos los principios activos genéricos.
$\exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow P(x,y))$

4) No hay ninguna farmacéutica que no produzca ningún principio activo genérico.
$\neg\exists x(F(x) \wedge \neg\exists y(A(y) \wedge G(y) \wedge P(x,y)))$ o també $\neg\exists x(F(x) \wedge \forall y(A(y) \wedge G(y) \rightarrow \neg P(x,y)))$

5) No hay ningún principio activo genérico que sea producido por todas las farmacéuticas.
$\neg\exists x(A(x) \wedge G(x) \wedge \forall y(F(y) \rightarrow P(y,x)))$

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	19/01/2011	15:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad únicamente las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$P \rightarrow F \wedge G$
$P \wedge G \rightarrow R$
$(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$
$\therefore G \wedge R$

Solución:

1	$P \rightarrow F \wedge G$				P
2	$P \wedge G \rightarrow R$				P
3	$(G \rightarrow \neg R) \rightarrow (F \wedge P)$				P
4		$\neg(G \wedge R)$			H
5			G		H
6				R	H
7				$G \wedge R$	$I\wedge$ 5,6
8				$\neg(G \wedge R)$	It 4
9			$\neg R$		$I\neg$ 6,7,8
10		$G \rightarrow \neg R$			$I\rightarrow$ 6,9
11		$F \wedge P$			$E\rightarrow$ 3,10
12		P			$E\wedge$ 11
13		$F \wedge G$			$E\rightarrow$ 1,12
14		G			$E\wedge$ 13
15		$P \wedge G$			$I\wedge$ 12,14
16		R			$E\rightarrow$ 2,15
17		$\neg R$			$E\rightarrow$ 10,14
18	$\neg\neg(G \wedge R)$				$I\neg$ 4,16,17
19	$G \wedge R$				$E\neg$ 18

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido, indicad también si las premisas son consistentes.

$\neg P \vee Q \rightarrow \neg R$
$\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q$
$\neg Q \vee (R \wedge S)$
$P \rightarrow Q$
$\therefore R \wedge S$

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	19/01/2011	15:30

Solución:

Formas normales

Premisa 1: $\neg P \vee Q \rightarrow \neg R = (P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$
Premisa 2: $\neg(P \wedge \neg R) \rightarrow Q = (P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)$
Premisa 3: $\neg Q \vee (R \wedge S) = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$
Premisa 4: $P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$
Negación de la conclusión : $\neg(R \wedge S) = \neg R \vee \neg S$

El conjunto de cláusulas es:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q, \boldsymbol{\neg R \vee \neg S}\}$
En negrilla el conjunto de soporte.

Si hacemos resolución:

$\neg R \vee \neg S$	$\neg Q \vee S$
$\neg R \vee \neg Q$	$P \vee Q$
$\neg R \vee P$	$\neg P \vee Q$
$\neg R \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$P \vee Q$
P	$\neg P \vee Q$
Q	$\neg Q$
•	

Si probamos si las premisas son inconsistentes, tenemos el conjunto de cláusulas:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg P \vee Q\}$
No hay ninguna S negada, por tanto podemos eliminar eliminar $\neg Q \vee S$ y queda el conjunto de cláusulas:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg P \vee Q\}$
Si intentamos hacer la resolución:

$\neg P \vee Q$	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg P \vee \neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg P \vee \neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$P \vee Q$
Q	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	Q
•	

Por tanto las premisas son inconsistentes.

Problema 4

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Podéis utilizar las reglas básicas, las reglas derivadas y los equivalentes deductivos.

$\forall x[\, P(x) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge R(x,y)\,]$
$\therefore\ \neg\exists z[Q(z)] \rightarrow \neg\exists u[P(u)]$

1.	$\forall x[\, P(x) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge R(x,y)\,]$			P
2.		$\neg\exists z[Q(z)]$		H
3.			$\exists u[P(u)]$	H
4.			$P(a)$	E $\exists$ 3
5.			$P(a) \rightarrow \exists y(Q(y) \wedge R(a,y)$	E $\forall$ 1
6.			$\exists y(Q(y) \wedge R(a,y)$	E $\rightarrow$ 4,5
7.			$Q(b) \wedge R(a, b)$	E $\exists$ 6
8.			$Q(b)$	E $\wedge$ 7
9.			$\forall z[\neg Q(z)]$	ED 3
10.			$\neg Q(b)$	E $\forall$ 9
11.		$\neg\exists u[P(u)]$		I $\neg$ 3, 8, 10
12.	$\neg\exists z[Q(z)] \rightarrow \neg\exists u[P(u)]$			I $\rightarrow$ 2, 11

Problema 5

Se quiere diseñar un circuito lógico usando únicamente puertas NOR para la expresión:
$A \bullet (B + C)$

a) Reescribe la fórmula usando únicamente el operador $\downarrow$.

$A\cdot(B+C) = (A+A)\cdot(B+C) = \sim\sim((A+A)\cdot(B+C)) = \sim(\sim(A+A)+\sim(B+C)) = (A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow C)$

b) Comprueba la equivalencia de las dos fórmulas construyendo su tabla de verdad.

A	B	C	(B+C)	A·(B+C)	(A↓A)	(B↓C)	(A ↓ A) ↓ (B ↓ C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

c)