grapa

www.uoc.edu

Examen 2009/10-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

75.056 12 06 10 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede concultar ningún material.
- **Valor de cada pregunta:** roblema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%.
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2009/10-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

1) Si como palomitas y hablo rápido me atraganto.
$C \wedge H \rightarrow A$

2) Solo me atraganto, si cuando como palomitas, leo el periódico o veo la televisión.
$A \rightarrow (C \rightarrow L \vee V)$

3) Siempre que leo el periódico no veo la televisión.
$L \rightarrow \neg V$

4) No es necesario que coma palomitas para que me atragante cuando hablo rápido. $\neg[(H \rightarrow A) \rightarrow C]$

Átomos:

- C: como palomitas
- H: hablo rápido
- A: me atraganto
- L: leo el periódico
- V: veo la televisión

b) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de predicados. Usad los predicados propuestos.

1) Hay productos de inversión que ofrecen todos los bancos.
$\exists x[P(x) \wedge I(x) \wedge \forall y(B(y) \rightarrow O(y,x))]$

2) Algunos bancos, solo ofrecen productos de ahorro.
$\exists x[B(x) \wedge \forall y(P(y) \wedge O(x,y) \rightarrow A(y))]$

3) No hay ningún producto de ahorro o de inversión que no ofrezca algún banco.
$\forall y[P(y) \wedge (A(y) \vee I(y)) \rightarrow \exists x(B(x) \wedge O(x,y))]$

4) Las letras del tesoro es un producto de ahorro que ofrece el Banco de España.
$P(a) \wedge A(a) \wedge O(b,a)$

Dominio: un conjunto no vacío
Predicados:

- P(x): x es un producto
- A(x): x es de ahorro
- I(x): x es de inversión
- B(x): x es un banco
- O(x,y): x ofrece y

Constantes:

- a: letras del tesoro
- b: Banco de España

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

Problema 2

Demostrad, usando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Usad solo les 9 reglas básicas (no deben usarse ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$(\neg Q\rightarrow P\wedge S) \vee (P\rightarrow Q)$ $\therefore$ $\neg Q \rightarrow (P \rightarrow S)$

1	$(\neg Q\rightarrow P\wedge S) \vee (P\rightarrow Q)$					P
2		$\neg Q$				H
3			P			H
4				$\neg Q\rightarrow P\wedge S$		H
5				$P \wedge S$		E→ 2, 4
6				S		E∧ 5
7				$P\rightarrow Q$		H
8					$\neg S$	H
9					Q	E→ 3, 7
10					$\neg Q$	It 2
11				$\neg\neg S$		I¬ 8, 9, 10
12				S		E¬ 11
13			S			E∨ 1, 6, 12
14		$P \rightarrow S$				I→ 3, 13
15	$\neg Q \rightarrow (P \rightarrow S)$					I→ 2, 14

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido, indicad también si las premisas son consistentes.

$(Q\rightarrow S)\wedge S$, $(S \rightarrow P)\wedge(P \rightarrow R)$, $R\rightarrow(S\wedge P)\vee(S\wedge Q)$, $P\rightarrow(Q\rightarrow R)$ $\therefore$ $(R\wedge\neg Q)\vee(R\wedge Q)$

Búsqueda de las FNC:

1a Premisa:
$(Q\rightarrow S)\wedge S$
$(\neg Q\vee S)\wedge S$
$FNC((Q\rightarrow S)\wedge S) = (\neg Q\vee S)\wedge S$

2a Premisa:
$(S \rightarrow P)\wedge(P \rightarrow R)$
$(\neg S \vee P)\wedge(\neg P \vee R)$
$FNC((S \rightarrow P)\wedge(P \rightarrow R)) = (\neg S \vee P) \wedge (\neg P \vee R)$

3a Premisa:
R→(S^P)˅(S^Q)
¬R ˅ (S^P)˅(S^Q)
¬R ˅ (S^(P˅Q))
(¬R˅S)^(¬R˅P˅Q))
FNC(R→(S^P)˅(S^Q)) = (¬R˅S)^(¬R ˅ P ˅ Q)

4a Premisa:
P→(Q→R)
¬P ˅ (¬Q ˅ R)
FNC(P→(Q→R)) = (¬P ˅ ¬Q˅R)

Negación de la conclusión
conclusión
(R^¬Q)˅(R^Q)
negación
¬ ((R^¬Q)˅(R^Q))
(¬R ˅ Q) ^ (¬R ˅ ¬Q)
FNC(¬ ((R^¬Q)˅(R^Q))= (¬R ˅ Q) ^ (¬R ˅ ¬Q)

El conjunto de cláusulas es (en negrita el conjunto de soporte):
{¬Q˅ S, S, ¬S ˅ P, ¬P ˅ R, ¬R ˅ S, ¬R ˅ P ˅ Q, ¬P ˅ ¬Q ˅ R, **¬R˅Q, ¬R ˅ ¬Q** }

Las cláusulas ¬Q˅ S i ¬R ˅ S quedan subsumidas por S
La cláusula ¬R ˅ P ˅ Q queda subsumida por ¬R˅Q
La cláusula ¬P ˅ ¬Q ˅ R queda subsumida por ¬P˅R

Por consiguiente e

{S, ¬S ˅ P, ¬P ˅ R, **¬R˅Q, ¬R˅¬Q** }

Cláusulas Troncales	Cláusulas laterales
¬R˅Q	¬R˅¬Q
¬R	¬P ˅ R
¬P	¬S ˅ P
¬S	S

El razonamiento es válido porque hemos llegado a contradicción.

Comprobemos la consistencia de las premisas:

Conjunto de cláusulas sin el conjunto de soporte:
{¬Q˅ S, S, ¬S ˅ P, ¬P ˅ R, ¬R ˅ S, ¬R ˅ P ˅ Q, ¬P ˅ ¬Q ˅ R }

Las cláusulas ¬Q˅ S y ¬R ˅ S quedan subsumidas por S
La cláusula ¬P ˅ ¬Q ˅ R queda subsumida por ¬P˅R

{S, ¬S ˅ P, ¬P ˅ R, ¬R ˅ P ˅ Q }

Como que el literal ¬Q no aparece, podemos eliminar la cláusula ¬R ˅ P ˅ Q por la regla del literal puro

$\{S, \neg S \vee P, \neg P \vee R\}$

Como que el literal $\neg R$ no aparece, podemos eliminar las cláusula $\neg P \vee R$ por la regla del literal puro y nos queda

$\{S, \neg S \vee P\}$ con el que no podemos llegar a contradicción.

Por tanto la**s premisas son consistentes.**

Problema 4

El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo, usando el método de resolución.

$\forall x[P(x) \rightarrow \neg S(x)]$
$\forall x[\exists y\ (Q(x,y) \wedge \neg R(y)) \rightarrow P(x)]$
$\exists x\ [S(x) \wedge \exists y Q(x,y)]$
$\forall x \exists y[S(y) \wedge \neg P(y) \wedge Q(x,y)]$
$\therefore\ \exists y\ [S(y) \wedge R(y)]$

FNS - $\forall x[P(x) \rightarrow \neg S(x)]$
$\forall x[\neg P(x) \vee \neg S(x)]$

FNS[$\forall x[P(x) \rightarrow \neg S(x)]$] = $\forall x[\neg P(x) \vee \neg S(x)]$
Cláusulas: $\neg P(x) \vee \neg S(x)$

FNS - $\forall x[\exists y\ (Q(x,y) \wedge \neg R(y)) \rightarrow P(x)]$
$\forall x[\neg \exists y\ (Q(x,y) \wedge \neg R(y)) \vee P(x)]$
$\forall x \forall y\ [\neg (Q(x,y) \wedge \neg R(y)) \vee P(x)]$
$\forall x \forall y\ [\neg Q(x,y) \vee R(y) \vee P(x)]$

FNS[$\forall x[\exists y\ (Q(x,y) \wedge \neg R(y)) \rightarrow P(x)]$] = $\forall x \forall y\ [\neg Q(x,y) \vee R(y) \vee P(x)]$
Cláusulas: $\neg Q(x,y) \vee R(y) \vee P(x)$

FNS - $\exists x\ [S(x) \wedge \exists y Q(x,y)]$
$S(a) \wedge Q(a,b)$

FNS[[$\exists x\ [S(x) \wedge \exists y Q(x,y)]$] = $S(a) \wedge Q(a,b)$
Cláusulas: $S(a)$, $Q(a,b)$

FNS - $\forall x \exists y[S(y) \wedge \neg P(y) \wedge Q(x,y)]$
$\forall x[S(f(x)) \wedge \neg P(f(x)) \wedge Q(x,f(x))]$

FNS[$\forall x \exists y[S(y) \wedge \neg P(y) \wedge Q(x,y)]$] = $\forall x[S(f(x)) \wedge \neg P(f(x)) \wedge Q(x,f(x))]$
Cláusulas: $S(f(x))$, $\neg P(f(x))$, $Q(x,f(x))$

FNS - $\neg \exists y\ [S(y) \wedge R(y)]$
$\forall y \neg [S(y) \wedge R(y)]$
$\forall y\ [\neg S(y) \vee \neg R(y)]$

FNS[$\neg \exists y\ [S(y) \wedge R(y)]$]= $\forall y\ [\neg S(y) \vee \neg R(y)]$

Cláusulas: ¬S(y) ˅ ¬R(y)

Conjunto de cláusulas: {¬P(x) ˅ ¬S(x), ¬Q (y,z) ˅ R(z) ˅ P(y), S(a), Q(a,b), S(f(v)) , ¬P(f(w)), Q(r,f(r)), **¬S(u) ˅ ¬R(u)** }
Conjunto de soporte: {¬S(u) ˅ ¬R(u)}

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	**Sustituciones**
¬S(u) ˅ ¬R(u) ¬S(z) ˅ ¬R(z)	¬Q (y,z) ˅ R(z) ˅ P(y)	u ppr z
¬S(z) ˅ ¬Q (y,z) ˅ P(y) ¬S(f(v)) ˅ ¬Q (y,f(v)) ˅ P(y)	¬S(f(v))	z per f(v)
¬Q (y,f(v)) ˅ P(y) ¬Q (y,f(y)) ˅ P(y)	Q(r,f(r)) Q(y,f(y))	r por y v por y
P(y) P(f(w))	¬P(f(w)),	y por f(w)
□		

Queda demostrada la validez del razonamiento.

<u>Problema 5</u>

¿Cuál de las siguientes interpretaciones es un contraejemplo para el siguiente razonamiento? Razona tu respuesta.

∀x∃y [G(x,y) ^H(y)] , ∀x[J(x) → T(x)], ∀y[H(y) →∃x (T(x) ^ ¬J(x))] ∴ ∃x∀y G(x,y)

a) < {1}, {H(1)=V, J(1)=F, T(1)=V, G(1,1)=V} >
b) < {1}, {H(1)=V, J(1)=F, T(1)=V, G(1,1)=F} >
c) < {1, 2}, {H(1)=V, H(2)=F, J(1)=F, J(2)=F, T(1)= V, T(2)=V, G(1,1)=V, G(1,2)=V, G(2,1)=V, G(2,2)=F} >
d) < {1, 2}, {H(1)=V, H(2)=V, J(1)=V, J(2)=F, T(1)= V, T(2)=V, G(1,1)=V, G(1,2)=F, G(2,1)=F, G(2,2)=V} >

Dominio {1}

Premisa 1:
∀x∃y [G(x,y) ^H(y)] = G(1,1) ^H(1)

Premisa 2:
∀x[J(x) → T(x)]= J(1)→T(1)

Premisa 3:
∀y[H(y) →∃x (T(x) ^ ¬J(x))] =H(1)→T(1) ^ ¬J(1)

Conclusión:
∃x∀y G(x,y)= G(1,1)

	H(1)	J(1)	T(1)	G(1,1)	Prem 1	Prem 2	Prem 3	Conclusió

Examen 2009/10-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

a)	V	F	V	V	V	V	V	V
b)	V	F	V	F	F	V	V	F

Dominio {1,2}

Premisa 1:
$\forall x \exists y\, [G(x,y) \wedge H(y)] = [(G(1,1) \wedge H(1)) \vee (G(1,2) \wedge H(2))] \wedge [(G(2,1) \wedge H(1)) \vee (G(2,2) \wedge H(2))]$

Premisa 2:
$\forall x[J(x) \rightarrow T(x)] = (J(1) \rightarrow T(1)) \wedge (J(2) \rightarrow T(2))$

Premisa 3:
$\forall y[H(y) \rightarrow \exists x\, (T(x) \wedge \neg J(x))] =$
$[H(1) \rightarrow (T(1) \wedge \neg J(1)) \vee (T(2) \wedge \neg J(2))] \wedge [H(2) \rightarrow (T(1) \wedge \neg J(1)) \vee (T(2) \wedge \neg J(2))]$

Conclusión:
$\exists x \forall y\, G(x,y) = [G(1,1) \wedge G(1,2)] \vee [G(2,1) \wedge G(2,2)]$

	H(1)	H(2)	J(1)	J(2)	T(1)	T(2)	G(1,1)	G(1,2)	G(2,1)	G(2,2)	P1	P2	P3	C
c)	V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F	V	V	V
d)	V	V	V	F	V	V	V	F	F	V	**V**	**V**	**V**	**F**

La interpretación d) es un contraejemplo que hace verdaderas las premisas y falsa la conclusión

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/06/2010	12:00