

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

75056170107
75.056 17 01 07 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código
personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No puede añadirse hojas adicionales
- No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; Problema 2: 30%; Problema 3: 30%; Problema 4: 10%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Problema 1

a) Formaliza utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Utiliza los átomos indicados:

- 1) El ambiente es agradable cuando no hace frío y hay poca humedad
 $\neg F \wedge H \rightarrow A$
- 2) Para que haya poca humedad es necesario que sople un viento ligero
 $H \rightarrow V \vee \neg V \rightarrow \neg H$
- 3) Si sopla un viento ligero, hace frío y hay poca humedad cuando el ambiente es agradable
 $V \rightarrow (A \rightarrow F \wedge H)$

Átomos:

- A: el ambiente es agradable
- F: hace frío
- H: hay poca humedad
- V: sopla un viento ligero

b) Formaliza utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Utiliza los predicados indicados:

- 1) Todos los edificios céntricos están destartalados
 $\forall x (E(x) \wedge C(x) \rightarrow D(x))$
- 2) Los edificios que son propiedad de un banco han sido restaurados
 $\forall x [E(x) \wedge \exists y (B(y) \wedge T(y, x)) \rightarrow R(x)]$
- 3) JOH InDirect es un banco que no es propietario de todos los edificios céntricos
 $B(a) \wedge \neg \forall x (E(x) \wedge C(x) \rightarrow T(a, x))$

Predicados:

- E(x): x es un edificio
- C(x): x es céntrico
- D(x): x está destartalado
- T(x,y): x es propietario de y (y es propiedad de x)
- B(x): x es un banco
- R(x): x ha sido restaurado

Constantes:

- a: JOH InDirect

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. No podéis utilizar equivalentes deductivos

a) $P \rightarrow \neg R, \neg(Q \wedge \neg P), P \vee Q \therefore \neg R$

1.	$P \rightarrow \neg R$		P
2.	$\neg(Q \wedge \neg P)$		P
3.	$P \vee Q$		P
4.		R	H
5.		$\neg P$	MT 1, 4
6.		Q	SD 3, 5
7.		$Q \wedge \neg P$	I [^] 5, 6
8.	$\neg R$		I \vdash 4, 2, 6

b) $P \vee Q, Q \rightarrow R, (R \wedge \neg T) \rightarrow W, (W \rightarrow T) \wedge \neg P \therefore T \wedge Q$

1.	$P \vee Q$		P
2.	$Q \rightarrow R$		P
3.	$(R \wedge \neg T) \rightarrow W$		P
4.	$(W \rightarrow T) \wedge \neg P$		P
5.	$\neg P$		E [^] 4
6.	Q		SD 1, 5
7.	R		E \rightarrow 2, 6
8.		$\neg T$	H
9.		$R \wedge \neg T$	I [^] 7, 8
10.		W	E \rightarrow 3, 9
11.		$W \rightarrow T$	E [^] 4
12.		T	E \rightarrow 10, 11
13.		$\neg T$	It 8
14.	$\neg \neg T$		I \vdash 8, 12, 13
15.	T		E \neg 14
16.	$T \wedge Q$		I [^] 6, 15

Problema 3

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

- a) El razonamiento siguiente es valido. Utilizad el método de resolución lineal con la estrategia del conjunto de soporte para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

$$\neg T \wedge (P \rightarrow T), \\ (Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow T) \\ \therefore \neg T \vee R \rightarrow \neg (P \vee Q)$$

$$\text{FNC } [\neg T \wedge (P \rightarrow T)] = \neg T \wedge (\neg P \vee T) \\ \text{FNC } [(Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow T)] = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg R \vee T) \\ \text{FNC } \neg[\neg T \vee R \rightarrow \neg (P \vee Q)] = (\neg T \vee R) \wedge (P \vee Q)$$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:

$S = \{\neg T, \neg P \vee T, \neg Q \vee R, \neg R \vee T, \neg T \vee R, P \vee Q\}$ Las dos últimas (negrita) son el conjunto de soporte. La cláusula $\neg T$ subsume a $\neg T \vee R$ con lo que el conjunto de cláusulas potencialmente útiles se reduce a $S' = \{\neg T, \neg P \vee T, \neg Q \vee R, \neg R \vee T, P \vee Q\}$

No es posible aplicar ni la regla del literal puro ni la regla de subsumción.

Troncales	Laterales
$P \vee Q$	$\neg Q \vee R$
$P \vee R$	$\neg R \vee T$
$P \vee T$	$\neg T$
P	$\neg P \vee T$
T	$\neg T$
•	

- b) El siguiente razonamiento no es válido. Hallad el conjunto de cláusulas correspondiente y razonad la imposibilidad de obtener la cláusula vacía (•)

$$\forall x[P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)], \\ \exists y \forall x \neg Q(x, y) \\ \therefore \exists x \neg P(x)$$

$$\text{La FNS de } \forall x[P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)] \text{ es } \forall x[\neg P(x) \vee Q(x, f(x))] \\ \text{La FNS de } \exists y \forall x \neg Q(x, y) \text{ es } \forall x \neg Q(x, a) \\ \text{La FNS de } \neg \exists x \neg P(x) \text{ es } \forall x P(x)$$

El conjunto de cláusulas correspondiente es

$$S = \{P(x) \vee Q(x, f(x)), \neg Q(x, a), P(x)\}$$

Puede observarse que el literal $Q(x, f(x))$ de la cláusula $P(x) \vee Q(x, f(x))$ no podrá eliminarse nunca puesto que no puede resolverse contra $\neg Q(x, a)$ ya que la discrepancia $f(x)/a$ no puede ser solucionada.

Esto reduce el conjunto de cláusulas potencialmente útiles a

$$S' = \{\neg Q(x, a), P(x)\}$$

Es obvio que de este conjunto no puede obtenerse la cláusula vacía

Problema 4

Dado el razonamiento (incorrecto)

$$\forall x[P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y)] \\ \exists x \exists y \neg Q(x, y)$$

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

$\therefore \forall x \neg P(x)$

Dad una interpretación en el dominio $\{1,2\}$ que sea un contraejemplo.

Un contraejemplo debe de hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio $\{1,2\}$ la conclusión es equivalente a $\neg P(1) \wedge \neg P(2)$. Existen diferentes opciones para que el enunciado $\neg P(1) \wedge \neg P(2)$ sea falso. Una de ellas es $P(1)=V$ y $P(2)=V$

La primera premisa es equivalente a $[P(1) \rightarrow \exists y Q(1,y)] \wedge [P(2) \rightarrow \exists y Q(2,y)]$. Con $P(1) = V$ y $P(2)=V$ esto es equivalente $[V \rightarrow \exists y Q(1,y)] \wedge [V \rightarrow \exists y Q(2,y)]$, por lo que para que esta expresión sea cierta, es necesario que $Q(1,1)=V$ o $Q(1,2)=V$, y de la misma forma $Q(2,1)=V$ o $Q(2,2)=V$. Se fija por ejemplo $Q(1,1)=V$ y $Q(2,2)=V$

La segunda premisa es equivalente a $\neg Q(1,1) \vee \neg Q(1,2) \vee \neg Q(2,1) \vee \neg Q(2,2)$. Para que este enunciado sea cierto basta con que alguno de los disyuntandos sea falso. Pongamos por ejemplo que $Q(1,2)=F$

Así, la siguiente es una interpretación que es un contraejemplo

$\langle \{1,2\}, \{P(1)=V, P(2)=V, Q(1,1)=V, Q(1,2)=F, Q(2,1)=V, Q(2,2)=V\}, \emptyset \rangle$

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30

Examen 2006/07-1

Asignatura	Codigo	Fecha	Hora inicio
Lògica	75.056	17/01/2007	13:30