2014 1 05570 170115 1 E Solucio

Logica (Universitat Oberta de Catalunya)

Espai grapa

Examen 2014/15-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	17/01/2015	15:30

⊂05.570ℜ17ℜ01ℜ15ℜEΞ−∈
05.570 17 01 15 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Aquest enunciat correspon també a les assignatures següents:

- 05.056 - Lògica

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap mena de material
- **Valor de cada pregunta:** Activitat 1: 30%; activitat 2: 25% o 12.5%; activitat 3: 30%; activitat 4: 15%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**
  Tots els percentatges es refereixen al total de la prova

Enunciats

Examen 2014/15-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	17/01/2015	15:30

Activitat 1 (30%)
[Criteri de valoració: Les formalitzacions han de ser correctes en tots els aspectes inclosa la parentització. Cada frase es valora independentment de les altres]

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les següents frases. Feu servir els àtoms que s'indiquen.

1) Per anar a l'espai cal tenir un coet molt gran
$E \rightarrow C$ o també $\neg C \rightarrow \neg E$

2) Si vas a la lluna i tens un coet molt gran faràs el viatge molt ràpid i no veuràs molts estels
$L \wedge C \rightarrow V \wedge \neg M$

3) Si tens un coet molt gran, veuràs molts estels si vas a l'espai
$C \rightarrow (E \rightarrow M)$

Àtoms:
- E: Anar a l'espai
- C: Tenir un coet molt gran
- L: Anar a la lluna
- V: Fer un viatge molt rapid
- M: Veure molts estels

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les següents frases. Utilitzeu els predicats que s'indiquen.

1) Tots els telèfons intel·ligents que son grans tenen una bona càmera
$\forall x[T(x) \wedge G(x) \rightarrow B(x)]$

2) Alguns simis que viuen al zoo fan servir per a fer fotos telèfons intel·ligents que tenen una bona càmera
$\exists x\{S(x) \wedge Z(x) \wedge \exists y[T(y) \wedge B(y) \wedge F(x,y)]\}$

3) El Kiri és un simi que viu al zoo i que per a fer fotos **només** fa servir telèfons intel·ligents petits
$S(k) \wedge Z(k) \wedge \forall x\{F(k,x) \rightarrow T(x) \wedge \neg G(x)\}$

Predicats:
- T(x): x és un telèfon intel.ligent
- G(x): x és gran ($\neg$G(x): x és petit)
- B(x): x té una bona càmera
- F(x,y): x fa servir y per a fer fotos
- S(x): x és un simi
- Z(x): x viu al zoo

Constants:
- k: Kiri

Examen 2014/15-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	17/01/2015	15:30

Activitat 2 (25% o 12.5%)

[Criteri de valoració: serà invàlida (0%) qualsevol deducció que contingui l'aplicació incorrecta d'alguna regla]

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Si la deducció és correcta i no utilitzeu regles derivades obtindreu el 25% de la puntuació total de la prova. Si la deducció és correcta però utilitzeu regles derivades obtindreu el 12.5% de la puntuació total de la prova. Si feu més d'una demostració i alguna és incorrecta obtindreu un 0% de la puntuació total de la prova.

$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R),\ \neg Q \rightarrow R,\ \neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q,\ \neg T \rightarrow \neg P \therefore\ P \rightarrow R$

1	$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R)$				P
2	$\neg Q \rightarrow R$				P
3	$\neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q$				P
4	$\neg T \rightarrow \neg P$				P
5		P			H
6			$P \rightarrow \neg S$		H
7			$\neg S$		E→ 5, 6
8			$\neg T \vee \neg S$		I∨ 7
9			$\neg Q$		E→ 3, 8
10			R		E→ 2, 9
11			$T \rightarrow R$		H
12				$\neg T$	H
13				$\neg P$	E→ 4, 12
14				P	It 5
15			$\neg\neg T$		I¬ 12, 13, 14
16			T		E¬ 15
17			R		E→ 11, 16
18		R			E∨ 1, 10, 17
19	$P \rightarrow R$				I→ 5, 18

Activitat 3 (30%)

a) El raonament següent és vàlid, Utilitzeu el mètode de resolució lineal amb l'estratègia del conjunt de suport per a demostrar-ho. Si podeu aplicar la regla de subsumpció o la regla del literal pur, apliqueu-les i indiqueu-ho.
[Criteri de valoració: La presencia d'errors en les FNCs es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat (-7.5%). La presencia d'errors en l'aplicació de les regles de simplificació i/o en l'aplicació de la regla de resolució es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat(-7.5%)]

$S \rightarrow \neg R$,
$\neg R \rightarrow T$,
$\neg(P \wedge Q)$,
$T \rightarrow Q \wedge S$
$\therefore \neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S$

FNC $[S \rightarrow \neg R] = \neg S \vee \neg R$
FNC $[\neg R \rightarrow T] = R \vee T$
FNC $[\neg(P \wedge Q)] = \neg P \vee \neg Q$
FNC $[T \rightarrow Q \wedge S] = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee S)$
FNC$\neg[\neg(Q \rightarrow P) \vee \neg S] = (\neg Q \vee P) \wedge S$

El conjunt de clàusules resultant és:
S = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, $\neg T \vee S$, **$\neg Q \vee P$, S**} El conjunt de suport està format per les dues darreres clàusules (negreta)
La clàusula S subsumeix la clàusula $\neg T \vee S$ i amb això el conjunt de clàusules potencialment útils es redueix a : S' = {$\neg S \vee \neg R$, $R \vee T$, $\neg P \vee \neg Q$, $\neg T \vee Q$, **$\neg Q \vee P$, S**}
La regla del literal pur no permet d'eliminar cap clàusula més

Troncals	**Laterals**
S	$\neg S \vee \neg R$
$\neg R$	$R \vee T$
T	$\neg T \vee Q$
Q	$\neg P \vee \neg Q$
$\neg P$	$\neg Q \vee P$
$\neg Q$	Q
$\square$	

b) El següent raonament no és vàlid. Trobeu-ne el conjunt de clàusules corresponent i raoneu la impossibilitat d'obtenir la clàusula buida (□)
[Criteri de valoració: La presencia d'errors en les FNSs es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat (-7.5%). La presencia d'errors o imprecisions en l'explicació demanada es penalitzarà amb la meitat del valor de l'apartat (-7.5%), com a mínim]

$\forall x T(x) \rightarrow \exists y S(y)$
$\exists x \forall y\ (S(x) \rightarrow R(x,y))$
$\therefore \neg \forall x \exists y\ (R(y,x) \rightarrow T(x))$

La FNS de $\forall x T(x) \rightarrow \exists y S(y)$ és $\neg T(a) \vee S(b)$
La FNS de $\exists x \forall y\ (S(x) \rightarrow R(x,y))$ és $\neg S(c) \vee R(c,y)$
La FNS de $\neg \forall x \exists y\ (R(y,x) \rightarrow T(x))$ és $\neg R(f(x),x) \vee T(x)$

El conjunt de clàusules resultant és
S = { $\neg T(a) \vee S(b)$, $\neg S(c) \vee R(c,y)$, $\mathbf{\neg R(f(x),x) \vee T(x)}$}

Observem que el literal $R(c,y)$ de la segona clàusula mai no podrà ser eliminat perquè no pot resoldre's contra $\neg R(f(x),x)$ de la conclusió perquè hauríem d'unificar una constant i una funció. El conjunt de clàusules es redueix a S = {$\neg T(a) \vee S(b)$} i d'aquest conjunt no se'n pot obtenir la clàusula buida.□

<u>Activitat 4 (15%)</u>
[Criteri de valoració: Les errades en el desenvolupament es penalitzaran, cadascuna, amb un terç del valor de l'activitat (-5%). Les errades conceptuals invaliden la pregunta (0%)]

La fórmula $\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] \rightarrow \forall y \forall x Q(y,x)$ **NO** és una tautologia. Doneu una interpretació en el domini {1,2} que ho demostri.

Per mostrar que la fórmula no és una tautologia trobarem una interpretació que la faci falsa. Atès que es tracta d'una implicació, serà falsa quan l'antecedent sigui cert però el consegüent sigui fals.

En el domini {1, 2) l'antecedent és equivalent a

$\exists x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y,x)] =$
$= [\ (Q(1,1) \rightarrow R(1,1)) \wedge (Q(1,2) \rightarrow R(2,1))] \vee [\ (Q(2,1) \rightarrow R(1,2)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow R(2,2))]$

En el domini {1,2} el conseqüent és equivalent a

$\forall y \forall x Q(y,x) =\ [Q(1,1) \wedge Q(2,1) \wedge\ Q(1,2) \wedge Q(2,2)]$

Una interpretació que faci cert el conseqüent i fals l'antecedent farà falsa tota la formula.

Per a fer fals el conseqüent nomes cal fer fals un dels predicats Q, però donat que Q és l'antecedent de tots els condicionals de l'antecedent si fem totes les combinacions de Q falses tota la formula serà certa, independentment del valor que prenguin les interpretacions de R

Així, una interpretació que no fa certa la fórmula i en conseqüència ens permet d'afirmar que no és una tautologia seria:
< {1,2}, {Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)= F, R(1,1)=R(1,2)=R(2,1)=R(2,2)=V}, ∅ >