grapa

Examen 2009/10-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00

75.056 22 06 10 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede concultar ningún material.
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%.
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

1) Si no hago ejercicio y no quemo calorías, no pierdo peso y me deprimo.
   $\neg E \wedge \neg Q \rightarrow \neg P \wedge D$

2) Solo pierdo peso si hago ejercicio y quemo calorías.
   $P \rightarrow E \wedge Q$

3) Es necesario hacer ejercicio o quemar calorías para comer chocolate.
   $C \rightarrow E \vee Q$

4) Siempre que como chocolate, no pierdo peso y me deprimo cuando no hago ejercicio.
   $C \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg P \wedge D)$

Átomos:
- E: Hacer ejercicio
- Q: Quemar calorías
- P: Perder peso
- D: Deprimirse
- C: Comer chocolate

b) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de predicados. Usad los predicados propuestos

1) Hay músicos que tocan todos los instrumentos musicales.
   $\exists x[M(x) \wedge \forall y(I(y) \rightarrow T(x,y))]$

2) No hay ningún músico que no toque algún instrumento musical de cuerda.
   $\neg \exists x[M(x) \wedge \neg \exists y(I(y) \wedge C(y) \wedge T(x,y))]$

3) No existe un instrumento musical de cuerda, o viento o percusión que no toque algún músico.
   $\neg \exists x\ [I(x) \wedge (C(x) \vee V(x) \vee P(x)) \wedge \neg \exists y(M(y) \wedge T(y,x))]$

4) El piano es un instrumento musical de cuerda que tocan todos los músicos.
   $I(a) \wedge C(a) \wedge \forall x[M(x) \rightarrow T(x,a)]$

Dominio: un conjunto no vacío
Predicados:
- M(x): x es músico
- C(x): x es de cuerda
- V(x): x es de viento
- P(x): x es de percusión
- I(x): x es un instrumento musical
- T(x,y): x toca y

Constantes:
- a: piano

Problema 2

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00

Demostrad, usando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Usad solo las 9 reglas básicas (no deben usarse ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$A \vee B$, $A \to C$, $\neg D \to \neg B$ $\therefore$ $C \vee D$

(1)	$A \vee B$			P
(2)	$A \to C$			P
(3)	$\neg D \to \neg B$			P
(4)		A		H
(5)		C		$E\to$2,4
(6)		$C \vee D$		$I\vee$ 5
(7)		B		H
(8)			$\neg D$	H
(9)			$\neg B$	$E\to$ 3, 8
(10)			B	It 7
(11)		$\neg\neg D$		$I\neg$ 8, 9, 10
(12)		D		$E\neg$ 11
(13)		$C \vee D$		$I\vee$ 12
(14)	$C \vee D$			$E\vee$ 1, 6, 13

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido. Indicad también si las premisas son consistentes.

$(A \vee B) \wedge \neg C$, $\neg C \to D \wedge \neg A$, $B \to (A \vee E)$ $\therefore$ E

Búsqueda de las FNC:

1a Premisa:

$(A \vee B) \wedge \neg C$

FNC($(A \vee B) \wedge \neg C$) = $(A \vee B) \wedge \neg C$

2a Premisa:

$\neg C \to D \wedge \neg A$

C ˅ (D^¬A)
(C ˅ D)^(C˅¬A)
FNC(¬C → D^¬A) = (C ˅ D)^(C˅¬A)

3a Premisa:
B→(A˅E)
¬B˅ (A˅E)
¬B˅ A˅E
FNC(B→(A˅E)) = ¬B˅ A˅E

Negación de la conclusión
conclusión
E
negación
¬ E
FNC(¬ E)= ¬E

El conjunto de cláusulas es (en negrita el conjunto de soporte):
{A˅B, ¬C, C ˅ D, C˅¬A, ¬B˅ A˅E, **¬E** }

Como que el literal ¬D no aparece, podemos eliminar la cláusula C ˅ D por la regla del literal puro y nos queda:

{A˅B, ¬C, C˅¬A, ¬B˅ A˅E, **¬E** }

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
¬E	¬B˅ A˅E
¬B˅ A	A˅B
A	C˅¬A
C	¬C
•	

Llegamos a contradicción, el **razonamiento es válido.**

Comprobemos la consistencia de las premisas:

Conjunto de cláusulas sin el conjunto de soporte:
{A˅B, ¬C, C ˅ D, C˅¬A, ¬B˅ A˅E}

Como el literal ¬D no aparece, podemos eliminar la cláusula C ˅ D por la regla del literal puro:

{A˅B, ¬C, C˅¬A, ¬B˅ A˅E}

Como el literal ¬E no aparece, podemos eliminar la cláusula ¬B˅ A˅E por la regla del literal puro:

{A˅B, ¬C, C˅¬A}

Como que el literal ¬B no aparece, podemos eliminar la cláusula A˅B por la regla del literal puro:

{¬C, C˅¬A }

Como que el literal A no aparece, podemos eliminar la cláusula C˅¬A por la regla del literal puro

{¬C }

con lo que no llegamos a contradicción.

Las **premisas son consistentes.**

Problema 4

El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo, usando el método de resolución.

∀x∀y [¬ (R(x) → ¬S(x,y))]
∀x∃y [P(x) → Q(x,y)]
∃x∀y [R(x) ˄ Q(x,y) → ¬S(x,y)]
∴ ∃x [¬P(x)]

FNS - ∀x∀y [¬ (R(x) → ¬S(x,y))]
∀x∀y [¬ (¬R(x) ˅ ¬S(x,y))]
∀x∀y [R(x) ˄ S(x,y)]

FNS[∀x∀y [¬ (R(x) → ¬S(x,y))]]= ∀x∀y [R(x) ˄ S(x,y)]

Cláusulas: R(x), S(x,y)

FNS - ∀x∃y [P(x) → Q(x,y)]
∀x∃y [¬P(x) ˅ Q(x,y)]
∀x [¬P(x) ˅ Q(x,f(x))]

FNS[∀x∃y [P(x) → Q(x,y)]] = ∀x [¬P(x) ˅ Q(x,f(x))]

Cláusulas: ¬P(x) ˅ Q(x,f(x))

FNS - ∃x∀y [R(x) ˄ Q(x,y) → ¬S(x,y)]
∃x∀y [¬(R(x) ˄ Q(x,y)) ˅ ¬S(x,y)]
∃x∀y [¬ R(x) ˅ ¬Q(x,y) ˅ ¬S(x,y)]
∀y [¬ R(a) ˅ ¬Q(a,y) ˅ ¬S(a,y)]

FNS [∃x∀y [R(x) ˄ Q(x,y) → ¬S(x,y)]] = ∀y [¬ R(a) ˅ ¬Q(a,y) ˅ ¬S(a,y)]

Cláusulas: ¬ R(a) ˅ ¬Q(a,y) ˅ ¬S(a,y)

FNS - ¬[∃x [¬P(x)]]
∀x [¬¬P(x)]

$\forall x\, [\, P(x)\,]$

FNS $\neg[\exists x\, [\, \neg P(x)\,]] = \forall x\, [\, P(x)\,]$

Cláusulas: P(x)

Conjunto de cláusulas: $\{ R(x), S(x,y), \neg P(x) \vee Q(x,f(x)), \neg R(a) \vee \neg Q(a,y) \vee \neg S(a,y), \mathbf{P(x)} \}$
Conjunto de soporte: $\{ P(x) \}$

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	**Sustituciones**
$P(x)$	$\neg P(x) \vee Q(x,f(x))$	
$Q(x,f(x))$, $Q(a,f(a))$,	$\neg R(a) \vee \neg Q(a,y) \vee \neg S(a,y)$ $\neg R(a) \vee \neg Q(a,f(a)) \vee \neg S(a,f(a))$	Sustituimos x por a Sustituimos y por f(a)
$\neg R(a) \vee \neg S(a,f(a))$	$R(x)$ $R(a)$	Sustituimos x por a
$\neg S(a,f(a))$	$S(x,y)$ $S(a,f(a))$	Sustituimos x por a Sustituimos y por f(a)
$\square$		

Queda demostrado que el razonamiento es válido.

Problema 5

¿Cuáles de las siguientes interpretaciones es un contraejemplo del razonamiento? Razona tu respuesta.

$\neg\exists x\, [P(x) \wedge \neg D(x)], \quad \forall x \exists y\, [S(x,y) \rightarrow \neg P(x)] \quad \therefore \quad \exists x \forall y\, [S(x,y) \rightarrow \neg D(x)]$

a) < {1}, {P(1)=V, D(1)=F, S(1,1)=V} >
b) < {1}, {P(1)=F, D(1)=V, S(1,1)=V} >
c) < {1, 2}, {P(1)=F, P(2)=V, D(1)=F, D(2)=V, S(1,1)=V, S(1,2)=V, S(2,1)=V, S(2,2)=V} >
d) < {1, 2}, {P(1)=V, P(2)=V, D(1)=V, D(2)=V, S(1,1)=V, S(1,2)=F, S(2,1)=F, S(2,2)=F} >

Con dominio {1}

Premisa 1:
$\neg\exists x\, [P(x) \wedge \neg D(x)] = \forall x\, [\neg P(x) \vee D(x)] = \neg P(1) \vee D(1)$

Premisa 2:
$\forall x \exists y\, [S(x,y) \rightarrow \neg P(x)] = S(1,1) \rightarrow \neg P(1)$

Conclusión:
$\exists x \forall y\, [S(x,y) \rightarrow \neg D(x)] = S(1,1) \rightarrow \neg D(1)]$

	P(1)	D(1)	S(1,1)	Prem 1	Prem 2	Conclusió
a)	V	F	V	F	F	V
b)	F	V	V	**V**	**V**	**F**

Con dominio {1,2}

Premisa 1:
$\neg\exists x\,[P(x) \wedge \neg D(x)] = \forall x\,[\neg P(x) \vee D(x)] = [\neg P(1) \vee D(1)] \wedge [\neg P(2) \vee D(2)]$

Premisa 2:
$\forall x\exists y\,[S(x,y) \rightarrow \neg P(x)] = [(S(1,1) \rightarrow \neg P(1)) \vee (S(1,2) \rightarrow \neg P(1))] \wedge [(S(2,1) \rightarrow \neg P(2)) \vee (S(2,2) \rightarrow \neg P(2))]$

Conclusión:
$\exists x\,\forall y\,[S(x,y) \rightarrow \neg D(x)] = [(S(1,1) \rightarrow \neg D(1)) \wedge (S(1,2) \rightarrow \neg D(1))] \vee [(S(2,1) \rightarrow \neg D(2)) \wedge (S(2,2) \rightarrow \neg D(2))]$

	P(1)	P(2)	D(1)	D(2)	S(1,1)	S(1,2)	S(2,1)	S(2,2)	Pr1	Pr2	C
c)	F	V	F	V	V	V	V	V	V	F	V
d)	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V

Sólo la interpretación b) es un contraejemplo.

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	22/06/2010	09:00