



Examen 20-01-21

Logica (Universitat Oberta de Catalunya)

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la que te has matriculado.
 - Tiempo total: **2 horas** Valor de cada pregunta: **Se indica en el enunciado**
 - ¿Puede consultarse algún material durante el examen? **NO** ¿Qué materiales están permitidos?
 - ¿Puede utilizarse calculadora? **NO** ¿De qué tipo? **NINGUNO**
 - Si hay preguntas tipo test, ¿descuentan las respuestas erróneas? **NO** ¿Cuánto?
 - Indicaciones específicas para la realización de este examen:
 - **No es necesario que te identifiques con el nombre o el número de carnet de estudiante. La autoría de la prueba es detectada por el propio sistema.**
 - **En el momento de la entrega, indica claramente el número de pàginas que estás entregando. Por ejemplo, numera las páginas indicando el total (1 de 5, 2 de 7, ... 7 de 7)**
 - **La prueba se puede resolver a mano o directamente en ordenador en un documento a parte. Referencia claramente la pregunta que estás respondiendo.**
 - **En caso de responder la prueba a mano:**
 - o **No hace falta imprimir el enunciado, puedes resolver las preguntas en una hoja en blanco.**
 - o **Utiliza un bolígrafo de tinta azul o negra.**
 - o **Digitaliza tus respuestas en un único fichero en formato PDF o Word. Puedes hacerlo con un escáner o con un dispositivo móvil. Asegúrate de que el fichero que entregas sea legible.**
 - o **Dispones de 10 minutos extra para la digitalización y entrega de la prueba.**
 - **Esta prueba debe resolverse de forma estrictamente individual. En caso que no sea así, se evaluará con un cero. Por otro lado, y siempre a criterio de los Estudios, el incumplimiento de este compromiso puede suponer la apertura de un expediente disciplinario con posibles sanciones.**
-

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

Enunciados

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos, incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las siguientes frases. Utilizad los átomos que se indican:

- M: escucho música
- J: paseo por el jardín
- S: pierdo el sueño
- R: me relajo

1) Cuando paseo por el jardín, ni escucho música ni me relajo.

$$J \rightarrow \neg M \wedge \neg R$$

2) Si escucho música pero no me relajo, es necesario que pasee por el jardín para no perder el sueño.

$$M \wedge \neg R \rightarrow (\neg S \rightarrow J)$$

3) Solo cuando no me relajo, escucho música si no paseo por el jardín.

$$(\neg J \rightarrow M) \rightarrow \neg R$$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las siguientes frases. Utilizad los predicados y constantes que se indican:

- I(x): x es un investigador
- L(x): x es un laboratorio
- V(x): x hace descubrimientos valiosos
- R(x): x recibe ayudas públicas
- P(x): x tiene prestigio
- C(x,y): x colabora con y
- a: Andreu Alemany
- b: Boris Batet

1) Si todos los investigadores colaboraran con laboratorios que tienen prestigio, Andreu Alemany y Boris Batet colaborarían con un laboratorio que tiene prestigio (ambos con el mismo laboratorio)

$$\forall x \{ I(x) \rightarrow \exists y [L(y) \wedge P(y) \wedge C(x,y)] \} \rightarrow \exists x [L(x) \wedge P(x) \wedge C(a,x) \wedge C(b,x)]$$

2) Los investigadores que reciben ayudas públicas solo colaboran con laboratorios que hacen descubrimientos valiosos

$$\forall x \{ I(x) \wedge R(x) \rightarrow \forall y [C(x,y) \rightarrow L(y) \wedge V(y)] \}$$

3) No hay ningún laboratorio que haga descubrimientos valiosos que no colabore con ningún investigador que tenga prestigio

$$\neg \exists x \{ L(x) \wedge V(x) \wedge \neg \exists y [I(y) \wedge P(y) \wedge C(x,y)] \}$$

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

Actividad 2 (2.5 puntos o 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis utilizar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta no obtendréis ningún punto

$S \vee T, T \rightarrow Q, S \wedge R \rightarrow \neg P, \neg(P \rightarrow Q) \therefore \neg R$

1.	$S \vee T$					P
2.	$T \rightarrow Q$					P
3.	$S \wedge R \rightarrow \neg P$					P
4.	$\neg(P \rightarrow Q)$					P
5.		R				H
6.			S			H
7.			$S \wedge R$			$I \wedge 5, 6$
8.			$\neg P$			$E \rightarrow 3, 7$
9.				P		H
10.					$\neg Q$	H
11.					$\neg P$	$I \neg 8$
12.					P	$I \neg 9$
13.				$\neg \neg Q$		$I \neg 10, 11, 12$
14.				Q		$E \neg 13$
15.			$P \rightarrow Q$			$I \rightarrow 9, 14$
16.			T			H
17.			Q			$E \rightarrow 2, 16$
18.				P		H
19.				Q		$I \neg 17$
20.			$P \rightarrow Q$			$I \rightarrow 18, 19$
21.		$P \rightarrow Q$				$E \vee 1, 15, 20$
22.		$\neg(P \rightarrow Q)$				$I \neg 4$
23.	$\neg R$					$I \neg 5, 21, 22$

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

Activitat 3 (1.5 + 1.5 punts)

- a) ¿Es correcto el siguiente razonamiento? Usad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para determinarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en les FNCs se penalizará con -0.75 puntos La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$\neg(P \rightarrow R),$
 $P \wedge Q \rightarrow (\neg R \rightarrow \neg Q),$
 $S \rightarrow \neg P$
 $T \rightarrow Q \wedge \neg S$
 $\therefore P \wedge \neg T$

$FNC(\neg(P \rightarrow R)) = P \wedge \neg R$
 $FNC(P \wedge Q \rightarrow (\neg R \rightarrow \neg Q)) = \neg P \vee \neg Q \vee R$
 $FNC(S \rightarrow \neg P) = \neg S \vee \neg P$
 $FNC(T \rightarrow Q \wedge \neg S) = (\neg T \vee Q) \wedge (\neg T \vee \neg S)$
 $FNC(\neg(P \wedge \neg T)) = \neg P \vee T$

El conjunto de cláusulas es:

$S = \{ P, \neg R, \neg P \vee \neg Q \vee R, \neg S \vee \neg P, \neg T \vee Q, \neg T \vee \neg S, \neg P \vee T \}$

Aplicando la regla del literal puro, podemos eliminar las cláusulas $\neg S \vee \neg P$ y $\neg T \vee \neg S$

De esta manera, el conjunto de cláusulas se reduce a:

$S = \{ P, \neg R, \neg P \vee \neg Q \vee R, \neg T \vee Q, \neg P \vee T \}$

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
$\neg P \vee T$	$\neg T \vee Q$
$\neg P \vee Q$	$\neg P \vee \neg Q \vee R$
$\neg P \vee R$	$\neg R$
$\neg P$	P

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido.

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

- b) El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de RESOLUCIÓN con la estrategia del conjunto de apoyo

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos). La aplicación incorrecta del método de resolución (incluidas las sustituciones) se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos), como mínimo]

$$\forall x\{P(x) \rightarrow [\exists y R(y) \rightarrow \exists y T(y)]\}$$

$$\forall x[\exists y T(y) \rightarrow Q(x, x)]$$

$$\neg \exists x Q(x, x)$$

$$\therefore \forall x[P(x) \rightarrow \neg \exists y R(y)]$$

$$\text{FNS}(\forall x\{P(x) \rightarrow [\exists y R(y) \rightarrow \exists y T(y)]\}) = \forall x \forall y [\neg P(x) \vee \neg R(y) \vee T(f(x))]$$

$$\text{FNS}(\forall x[\exists y T(y) \rightarrow Q(x, x)]) = \forall x \forall y [\neg T(y) \vee Q(x, x)]$$

$$\text{FNS}(\neg \exists x Q(x, x)) = \forall x \neg Q(x, x)$$

$$\text{FNS}(\neg \forall x[P(x) \rightarrow \neg \exists y R(y)]) = P(a) \wedge R(b)$$

$$S = \{\neg P(x) \vee \neg R(y) \vee T(f(x)), \neg T(y) \vee Q(x, x), \neg Q(x, x), P(a), R(b)\}$$

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales	Sustituciones
P(a)	$\neg P(x) \vee \neg R(y) \vee T(f(x))$	x por a
	$\neg P(a) \vee \neg R(y) \vee T(f(a))$	
$\neg R(y) \vee T(f(a))$	$\neg T(u) \vee Q(x, x)$	u por f(a)
	$\neg T(f(a)) \vee Q(x, x)$	
$\neg R(y) \vee Q(x, x)$	$\neg Q(u, u)$	u por x
	$\neg Q(x, x)$	
$\neg R(y)$	R(b)	y por b
R(b)		

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido.

Examen 2020/21-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	20/1/2021	09:00

Actividad 4 (1.5 puntos)

[Criterio de valoración: es necesario responder correctamente todas las preguntas que se formulan, dando una explicación breve y coherente. En caso contrario, 0 puntos]

Un razonamiento ha dado lugar al siguiente conjunto de cláusulas. La última cláusula (en negrita) constituye el conjunto de apoyo:

$\{ B(a) \vee A(b, x), \neg B(z), \neg \mathbf{A(x, f(x))} \}$

Responded a las siguientes preguntas justificando brevemente las respuestas:

1. ¿Los literales $A(b, x)$ y $\neg A(x, f(x))$ de la primera y la tercera cláusula respectivamente, son unificables?
Sí, sí que los son. Es necesario sustituir la x de $\neg A(\dots)$ por b y después la x de $A(\dots)$ por $f(b)$.
2. ¿Existe, en algún dominio, una interpretación que haga ciertas todas las premisas y falsa la conclusión?
No. El razonamiento es correcto y por tanto no presenta contraejemplos. Una interpretación como la descrita sería un contraejemplo.
3. ¿Será posible construir una DN que permita pasar de las premisas a la conclusión?
Sí. Cuando un razonamiento es correcto siempre hay una DN que demuestra el paso de las premisas a la conclusión.