grapa

Universitat Oberta de Catalunya

Examen 2016/17-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	11/01/2017	12:00

⊂75.570ℜ11ℜ01ℜ17ℜEΞ∩∈
75.570 11 01 17 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún tipo de material
- **Valor de cada pregunta:** Se indica en cada una de ellas
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2016/17-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	11/01/2017	12:00

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos, incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

D: construyo demostraciones
T: domino la teoría
E: estoy preocupado
I: me siento inseguro
F: formalizo frases

1) Para construir demostraciones es necesario dominar la teoría y no estar preocupado.

$D \rightarrow T \wedge \neg E$ -||- $\neg(T \wedge \neg E) \rightarrow \neg D$

2) Cuando estoy preocupado, me siento inseguro siempre que formalizo frases y no domino la teoría.

$E \rightarrow (F \wedge \neg T \rightarrow I)$

3) Cuando construyo demostraciones o formalizo frases, no me siento inseguro si domino la teoría

$D \vee F \rightarrow (T \rightarrow \neg I)$

b) Utilizando los siguientes predicados, formalizad las frases que hay a continuación

C(x): x es un conductor
S(x): x es un seguro
B(x): x es barato/a
I(x): x es imprudente
T(x,y): x tiene y

1) Los conductores que no tienen seguro son imprudentes

$\forall x\{ C(x) \wedge \neg\exists y[S(y) \wedge T(x,y)] \rightarrow I(x) \}$

2) Hay un seguro que tienen todos los conductores

$\exists x\{ S(x) \wedge \forall y[C(y) \rightarrow T(y,x)] \}$

3) Si algún conductor no tuviera un seguro barato, entonces todos los conductores serían imprudentes.

$\exists x\{ C(x) \wedge \neg\exists y[S(y) \wedge B(y) \wedge T(x,y)] \} \rightarrow \forall x[C(x) \rightarrow I(x)]$

Examen 2016/17-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	11/01/2017	12:00

<u>Actividad 2 (2.5 puntos o 1.5 puntos)</u>

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta i no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis usar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta obtendréis 0 puntos.

$\neg(P \vee R) \rightarrow S,\quad P \vee Q \rightarrow R \therefore\ \neg S \rightarrow R$

1	$\neg(P \vee R) \rightarrow S$			P
2	$P \vee Q \rightarrow R$			P
3		$\neg S$		H
4			$\neg(P \vee R)$	H
5			S	E$\rightarrow$ 1, 4
6			$\neg S$	It 3
7		$\neg\neg(P \vee R)$		I$\neg$ 4, 5, 6
8		$P \vee R$		E$\neg$ 7
9			P	H
10			$P \vee Q$	I$\vee$ 9
11			R	E$\rightarrow$ 2, 10
12			R	H
13			R	It 12
14		R		E$\vee$ 8, 11, 13
15	$\neg S \rightarrow R$			I$\rightarrow$ 3, 14

Actividad 3 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

a) El siguiente razonamiento es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$\neg Q \rightarrow P$,
$\neg(\neg P \wedge \neg S)$,
$P \rightarrow R$,
$\neg R$,
$Q \rightarrow \neg(T \wedge S)$
$\therefore Q \wedge (P \vee S)$

FNC $[\neg Q \rightarrow P] = Q \vee P$
FNC $[\neg(\neg P \wedge \neg S)] = P \vee S$
FNC $[P \rightarrow R] = \neg P \vee R$
FNC $[\neg R] = \neg R$
FNC $[Q \rightarrow \neg(T \wedge S)] = \neg Q \vee \neg T \vee \neg S$
FNC $[\neg(Q \wedge (P \vee S))] = \neg Q \vee \neg(P \vee S) = \neg Q \vee (\neg P \wedge \neg S) = (\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg S)$

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:
S = {$Q \vee P$, $P \vee S$, $\neg P \vee R$, $\neg R$, $\neg Q \vee \neg T \vee \neg S$, $\mathbf{\neg Q \vee \neg P}$, $\mathbf{\neg Q \vee \neg S}$}, dónde el conjunto de apoyo está formado por las tres últimas cláusulas (negrita)

Se puede observar que la cláusula $\neg Q \vee \neg T \vee \neg S$ es la única que tiene un literal $\neg T$, por tanto se puede eliminar por la regla del literal puro, lo que reduce el conjunto a:

S'= {$Q \vee P$, $P \vee S$, $\neg P \vee R$, $\neg R$, $\mathbf{\neg Q \vee \neg P}$, $\mathbf{\neg Q \vee \neg S}$}

Este nuevo conjunto no admite ninguna otra aplicación de la regla de subsunción ni de la regla del literal puro.

Troncales	Laterales
$\neg Q \vee \neg S$	$P \vee S$
$\neg Q \vee P$	$\neg P \vee R$
$\neg Q \vee R$	$\neg R$
$\neg Q$	$Q \vee P$
P	$\neg P \vee R$
R	$\neg R$
$\square$	

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido.

Examen 2016/17-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	11/01/2017	12:00

b) El siguiente razonamiento es correcto. Demostradlo usando el método de RESOLUCIÓN.
[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$\forall x \exists y[H(x) \rightarrow P(y) \wedge T(x,y)]$
$\exists x \forall y[P(y) \rightarrow \neg T(x,y)]$
$\therefore \neg \forall x H(x)$

$FNS(\forall x \exists y[H(x) \rightarrow P(y) \wedge T(x,y)]) = \forall x[\,(\neg H(x) \vee P(f(x))) \wedge (\neg H(x) \vee T(x,f(x)))\,]$
$FNS(\exists x \forall y[P(y) \rightarrow \neg T(x,y)]) = \forall y[\neg P(y) \vee \neg T(a,y)]$
$FNS(\neg\neg \forall x H(x)) = \forall x H(x)$

S= { $\neg H(x) \vee P(f(x))$, $\neg H(x) \vee T(x,f(x))$ $\neg P(y) \vee \neg T(a,y)$, **H(x)**}

Troncales	**Laterales**	**Substituciones**
H(x)	$\neg H(z) \vee P(f(z))$	x substituida por z
H(z)		
P(f(z))	$\neg P(y) \vee \neg T(a,y)$	y substituida por f(z)
	$\neg P(f(z)) \vee \neg T(a,f(z))$	
$\neg T(a,f(z))$	$\neg H(x) \vee T(x,f(x))$	x substituida por a z substituida por a
$\neg T(a,f(a))$	$\neg H(a) \vee T(a,f(a))$	
$\neg H(a)$	H(x)	x substituida por a
	H(a)	
□		

Hemos llegado a una contradicción y, por tanto, el razonamiento es válido.

Examen 2016/17-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	11/01/2017	12:00

Actividad 4 (1.5 puntos)

[Criterio de valoración: los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

Considerad el siguiente razonamiento:

$\exists x[P(x) \vee Q(x,x)]$
$\forall x[\exists y Q(y,x) \rightarrow P(x)]$
$\therefore \forall x \forall y Q(x,y)$

Realizad el paso de fórmulas a enunciados de las premisas y la conclusión. Encontrad una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo. Razonad vuestra respuesta.

Un contraejemplo hace ciertas las premisas y fala la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
$[P(1) \vee Q(1,1)] \vee [P(2) \vee Q(2,2)]$

La segunda equivale a:
$[Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)] \wedge [Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)]$

La conclusión equivale a:
$[Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \wedge [Q(2,1) \wedge Q(2,2)]$

Si escogemos la interpretación:
$< \{1,2\}, \{P(1)= V, P(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V\}, \emptyset >$
las dos premisas son ciertas y la conclusión es falsa, con lo que queda demostrado que la interpretación es un contraejemplo:

$[P(1) \vee Q(1,1)] \vee [P(2) \vee Q(2,2)]$
$= [V \vee F] \vee [V \vee V]$
$= V \vee V = V$

$[Q(1,1) \vee Q(2,1) \rightarrow P(1)] \wedge [Q(1,2) \vee Q(2,2) \rightarrow P(2)]$
$= [F \vee F \rightarrow V] \wedge [V \vee V \rightarrow V]$
$= [F \rightarrow V] \wedge [V \rightarrow V]$
$= V \wedge V = V$

$[Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \wedge [Q(2,1) \wedge Q(2,2)]$
$= [F \wedge V] \wedge [F \wedge V]$
$= F \wedge F = F$