

## Presentación

En este documento se detallan las instrucciones de realización de la PEC de síntesis así como el enunciado de la actividad

## Competencias

En esta PEC se trabajarán las siguientes competencias:

- Dominar el lenguaje matemático básico para expresar conocimiento científico.
- Conocer fundamentos matemáticos de las ingenierías en informática y telecomunicación.
- Conocer y representar formalmente el razonamiento científico riguroso.
- Conocer y utilizar software matemático.
- Analizar una situación y aislar variables.
- Capacidad de síntesis.
- Capacidad de abstracción.
- Capacidad de enfrentarse a problemas nuevos recurriendo conscientemente a estrategias que han sido útiles en problemas resueltos anteriormente.

## Objetivos

Los objetivos concretos de esta PEC son:

- Revisar y completar los conceptos sobre los números naturales y sus propiedades.
- Conocer el concepto de inducción matemática y su aplicación a la demostración de propiedades.
- Conocer el conjunto de los números complejos y entender su utilidad. Conocer cómo se representan y aprender a manipularlos.
- Conocer la utilidad y saber operar con matrices.
- Conocer la utilidad y saber operar con determinantes.
- Conocer y aplicar las técnicas básicas de discusión, resolución e interpretación de sistemas de ecuaciones lineales utilizando la teoría de matrices y determinantes.

- Conocer y saber operar con los conceptos de espacio vectorial, subespacio vectorial y dimensión.
- Conocer y saber operar con los conceptos de base, coordenadas y cambios de base.
- Conocer y saber operar con bases ortonormales.
- Revisar y completar los conceptos sobre aplicaciones lineales, sus propiedades, diagonalización de matrices y transformaciones geométricas.
- Conocer la diagonalización de matrices y encontrar valores y vectores propios.
- Conocer las transformaciones geométricas básicas, escalados y giros. Conocer como se representan y aprender a componerlas.

## Descripción de la PEC a realizar

En esta PEC se trabajarán: 1) los números, poniendo especial énfasis en el conjunto concreto de los complejos; 2) las matrices, los determinantes y los sistemas de ecuaciones lineales, con especial énfasis en saber operar tanto con matrices como con determinantes y en la expresión matricial de los sistemas de ecuaciones lineales y en su discusión y resolución; 3) los espacios vectoriales, poniendo especial énfasis en dominar y saber operar con las nociones de espacio vectorial, subespacio vectorial, dimensión, base, coordenadas, cambios de base y bases ortonormales; y 4) las aplicaciones lineales, con especial énfasis en el cálculo de la matriz de una aplicación lineal y en su diagonalización.

El valor de esta PEC es del 40 % del valor de la nota final de la evaluación continua.

**La entrega de esta PAC 5 es de obligado cumplimiento para obtener nota de la evaluación continua.**

## Recursos

### Recursos Básicos

- Los módulos en PDF editados por la UOC.
- La calculadora CalcMe.
- Las guías UOC de la CalcME: [https://docs.wiris.com/es/calc/basic\\_guide\\_uoc/start](https://docs.wiris.com/es/calc/basic_guide_uoc/start)

## Recursos Complementarios

- Castellet, Manuel (1990). *Álgebra lineal y geometría* / Manuel Castellet, Irene Llerena amb la col·laboració de Carles Casacuberta. Bellaterra: Servei de Publicacions de la Universitat Autònoma de Barcelona, 1990. ISBN: 847488943X.
- Anton, Howard (1997). *Introducción al álgebra lineal* / Howard Anton. México, D.F. [etc.]: Limusa, 1997. ISBN: 9681851927.
- El aula Laboratorio CalcMe.

## Criterios de valoración

- La realización fraudulenta de la PEC comportará la nota de suspenso en la PEC, con independencia del proceso disciplinario que pueda seguirse hacia el estudiante infractor. Recordad que las PECs se tienen que resolver de forma individual, no se pueden formar grupos de trabajo ni utilizar IA.
- Una vez pasada la fecha límite de entrega de la PEC, no existe ninguna opción a mejorarla. La nota solo servirá para la evaluación del semestre actual, y no se guardará, en ningún caso, para otros semestres.
- Las respuestas incorrectas no descuentan nada.
- No se aceptan PECs entregadas fuera del plazo establecido, y por tanto, no puntúan y constarán como no presentadas.
- En la realización de la PEC, se valorará:
  - el uso correcto y coherente de conceptos teóricos estudiados en el módulo (10 % del valor de cada ejercicio),
  - la claridad, concreción y calidad en la exposición de la solución de los ejercicios (10 % del valor de cada ejercicio),
  - la correcta **resolución** del ejercicio y la **justificación** de los procedimientos (80 % del valor de cada ejercicio).

## Formato y fecha de entrega

- Recuerda que es necesario justificar las respuestas.
- Debes resolver la PEC de **forma manuscrita**: en una tablet donde puedas escribir directamente o en papel.
- Si haces la prueba en papel, puedes digitalizarla utilizando un escáner o con un dispositivo móvil.

- Digitaliza tus respuestas en un único archivo en formato PDF. Asegúrate de que el PDF resultante es fácilmente legible, ya que en caso de duda no se puntuará la respuesta.
- No es necesario imprimir el enunciado, puedes resolver las preguntas en una hoja en blanco.
- Las páginas deben estar numeradas e indicar claramente el ejercicio al que corresponde cada respuesta.
- Utiliza un bolígrafo de tinta azul o negra.
- Dentro del documento de la PEC debes escribir en la primera página tu nombre y tu IDP completo.
- Puedes utilizar cualquier material y calculadora (incluyendo Calcme) para comprobar los cálculos, pero debes asegurarte de que detallas y justificas todos los pasos seguidos para llegar a la solución.
- Recuerda que **el límite de entrega de la PEC son las 23:59h del día 29/12/2025.**
- **La PEC se debe entregar subiéndola al espacio denominado “Entrega de la actividad R5” del aula virtual.**
- A lo largo del viernes, 2 de enero de 2026, podéis recibir un mail indicando que debéis realizar la actividad de validación y comprobación de identidad asociada a esta PEC y tenéis hasta las 23:59h del lunes, 5 de enero de 2026, para grabar un vídeo de 5 minutos que proporcione respuesta a las preguntas.

Responded las siguientes preguntas razonando en todo momento los pasos seguidos.

1. (Valoración de un 25 %) Responded razonadamente los siguientes apartados:

- Expresad, en forma binómica, el siguiente número complejo:  $z = (a + \sqrt{3}i)^9 + (a - \sqrt{3}i)^9$  donde  $a$  es la **primera cifra de la derecha** de vuestro IDP del Campus UOC.
- Resolved la ecuación  $iz^4 + (a + 1) = i$ , donde  $z$  es un número complejo y  $a$  es la **primera cifra de la derecha** de vuestro IDP del Campus UOC. Expresad el resultado en forma polar. Trabajad con los ángulos en grados en el intervalo  $[0^\circ, 360^\circ)$ .

2. (Valoración de un 25 %) Considerad el sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas  $x, y, z$ :

$$\begin{cases} ax + my + z = 1 \\ x + amy + z = m \\ x + my + az = 1 \end{cases} \quad (1)$$

donde  $m$  es un parámetro que toma valores en el conjunto de los números reales.

Se pide:

- En este apartado  $a$  toma el valor de la **primera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC. Utilizando el teorema de Rouché-Fröbenius, discutid el sistema en función del parámetro  $m$ . Esto es, decid para qué valores de  $m$  el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.
  - Fijemos en el sistema de ecuaciones (1) los valores  $a = m = 1$ . Resolved este sistema de ecuaciones.
  - ¿Hay alguna solución del anterior sistema, (recordemos que  $a = m = 1$ ), en la cuál el valor de la incógnita  $z$  coincida con el **valor de la primera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC? En caso afirmativo decid cuáles serían todas estas soluciones.
3. (Valoración de un 25 %) Sea  $F$  un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$  generado por los vectores  $u_1 = (1, 2, -1, 0)$ ,  $u_2 = (2, 4, -2, 1)$ ,  $u_3 = (a, 2a, -a, 1)$  y  $u_4 = (1, 0, 1, -1)$ , donde  $a$  es la **tercera cifra de la derecha** de vuestro IDP. Consideramos también el vector  $w = (a - 2, -2, a, -a)$ .
- Determinad la dimensión de  $F$  y una base  $B$  de  $F$ . Justificad vuestra respuesta.
  - Determinad si el vector  $w$  pertenece al subespacio  $F$ . En caso afirmativo, expresad sus coordenadas en la base  $B$ .
  - Encontrad una base ortogonal de  $F$  a partir de la base  $B$  utilizando el proceso de Gram-Schmidt.
  - Calculad la matriz de cambio de base de la base  $B$  a la base ortogonal obtenida en el apartado anterior y utilizadla para hallar las coordenadas de  $w$  en la nueva base ortogonal.

4. (Valoración de un 25 %) Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la aplicación lineal definida por:

$$f(x, y, z) = ((c + 1)x, y + z, kz + y)$$

donde  $c$  es la **tercera cifra por la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC, los vectores  $(x, y, z)$  están expresados en la base canónica  $C$  de  $\mathbb{R}^3$  y  $k$  es un parámetro real. Se pide:

- Determinad la matriz  $M(f | C, C)$  asociada a la aplicación lineal  $f$  en la base canónica  $C$  de  $\mathbb{R}^3$ .
- Determinad el polinomio característico de  $f$  y sus valores propios.
- Justificad, sin realizar ningún cálculo, que la matriz  $M(f | C, C)$  diagonaliza para cualquier valor del parámetro  $k$ .
- Para  $k = 2$ , determinad una matriz  $D$  diagonal y una matriz  $P$  invertible tales que:

$$M(f | C, C) = P \cdot D \cdot P^{-1}.$$