Espai
grapa

www.uoc.edu

Examen 2007/08-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

Ì75.056Â19Â01Â08ÂEXk
Î

75.056 19 01 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningun material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2007/08-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

Problema 1

a) Formalizad utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

1) Te daría la luna, solo si tú me das tu corazón
   $L \rightarrow C$
2) Para darte la luna me bastaría un cohete espacial, o poder crecer mucho.
   $(CE \vee CM) \rightarrow L$
3) Si no tengo cohete y no voy a darte la luna, entonces si no me das tu corazón no seré capaz de crecer mucho.
   $(\neg CE \wedge \neg L) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg CM)$

Átomos:
- L: Dar la luna
- C: Dar el corazón
- CE: Tener un cohete espacial
- CM: Ser capaz de crecer mucho

b) Formalizad utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Usad los predicados y la constante que se indican

1) Las frambuesas són pequeñas, suaves y dulces
   $\forall x[F(x) \rightarrow P(x) \wedge S(x) \wedge D(x)]$
2) Los turistas desprovistos de gafas solamente observan frambuesas grandes
   $\forall x[(T(x) \wedge \neg PR(x) \rightarrow \forall y[O(y,x) \wedge F(y) \rightarrow \neg P(y)]]$
3) Hay turistas listos que observan frambuesas saladas.
   $\exists x[T(x) \wedge L(x) \wedge \exists y[F(y) \wedge \neg D(y) \wedge O(y,x)]]$
4) No faltan turistas que observen frambuesas suaves.
   $\exists x[T(x) \wedge \exists y[F(y) \wedge S(y) \wedge O(y,x)]]$

Predicados:
- F(x): x es una frambuesa
- P(x): x es pequeña[¬P(x): x es grande]
- S(x): x es suave
- D(x): x es dulce[¬D(x): x es salado]
- L(x): x es listo
- T(x): x es un turista
- PR(x): x está provisto de gafas[¬PR(x): x está desprovisto de gafas]
- O(x,y): x es observado por y

Problema 2

Demostrad, utilizando deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero no podéis utilizar equivalentes deductivos.

a) $\neg Q \vee \neg R,\ \neg T \rightarrow \neg P,\ P \vee Q\ \therefore \neg(R \wedge \neg T)$

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

1.	¬Q∨¬R		P
2.	¬T→¬P		P
3.	P∨Q		P
4.		R∧¬T	H
5.		¬T	E∧4
6.		¬P	E→2,5
7.		Q	SD 3,6
8.		R	E∧4
9.		¬Q	SD 1,8
10	¬(R∧¬T)		I¬ 4,7,9

b) S→R,¬Q→¬R,¬S∨¬Q,S∨P,P→¬Q ∴¬(S∨Q)

1.	S→R			P
2.	¬Q→¬R			P
3.	¬S∨¬Q			P
4.	S∨P			P
5.	P→¬Q			P
6.		S∨Q		H
7.			S	H
8.			R	E→ 1,7
9.			¬Q	SD 3,7
10.			Q	MT 2,8
11.			¬(S∨Q)	QS 9,10
12.			Q	H
13.			¬S	SD 3,12
14.			P	SD 4,13
15.			¬Q	E→ 5,14
16.			¬(S∨Q)	QS 12,15
17.		¬(S∨Q)		E∨ 6,11,16
18.	¬(S∨Q)			I¬ 6,17

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

Problema 3

a) El razonamiento siguiente NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$S \lor \neg R$
$Q \land (\neg S \rightarrow \neg T)$
$\neg S \land R \rightarrow W \lor T$
$\neg T \rightarrow S \lor \neg W$
$\therefore$
$\neg S \lor \neg R \rightarrow \neg T \land W$

Buscamos las FNC :

1ª Premisa:
$S \lor \neg R$
$FNC(S \lor \neg R) = S \lor \neg R$

2ª Premisa
$Q \land (\neg S \rightarrow \neg T)$
$Q \land (\neg\neg S \lor \neg T)$
$Q \land (S \lor \neg T)$
$FNC(Q \land (\neg S \rightarrow \neg T)) = Q \land (S \lor \neg T)$

3ª Premisa
$\neg S \land R \rightarrow W \lor T$
$\neg(\neg S \land R) \lor (W \lor T)$
$(\neg\neg S \lor \neg R) \lor (W \lor T)$
$S \lor \neg R \lor W \lor T$
$FNC(\neg S \land R \rightarrow W \lor T) = S \lor \neg R \lor W \lor T$

4ª Premisa
$\neg T \rightarrow S \lor \neg W$
$\neg\neg T \lor S \lor \neg W$
$T \lor S \lor \neg W$
$FNC(\neg T \rightarrow S \lor \neg W) = T \lor S \lor \neg W$

Negación de la conclusión
$\neg(\neg S \lor \neg R \rightarrow \neg T \land W)$
$\neg(\neg(\neg S \lor \neg R) \lor (\neg T \land W))$
$\neg\neg(\neg S \lor \neg R) \land \neg(\neg T \land W)$
$(\neg S \lor \neg R) \land (\neg\neg T \lor \neg W)$
$(\neg S \lor \neg R) \land (T \lor \neg W)$
$FNC(\neg(\neg S \lor \neg R \rightarrow \neg T \land W)) = (\neg S \lor \neg R) \land (T \lor \neg W)$

El conjunto de cláusulas obtenido es:

$S = \{ S \lor \neg R$, Q, $S \lor \neg T$, $S \lor \neg R \lor W \lor T$, $T \lor S \lor \neg W$, **$\neg S \lor \neg R$, $T \lor \neg W$**$\}$

La cláusula $S \lor \neg R$ subsume las cláusulas que la contienen. Obtenemos el siguiente conjunto de cláusulas:

$S = \{ S \lor \neg R$, Q, $S \lor \neg T$, $T \lor S \lor \neg W$, **$\neg S \lor \neg R$, $T \lor \neg W$**$\}$

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contienen $\neg W$ ya que no tenemos ninguna cláusula con W.

S = { S ˅ ¬R , Q, S ˅ ¬T, **¬S ˅ ¬R** }

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contienen Q ya que no tenemos ninguna cláusula con ¬Q.

S = { S ˅ ¬R , S ˅ ¬T, **¬S ˅ ¬R** }

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contienen ¬R ya que no tenemos ninguna cláusula con R.

S = { S ˅ ¬T }

Es obvio que de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía.
Así pues, podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo usando el método de resolución.

∀xP(x) → ∀y∃z [Q(y,z) ˅ R(y)]
∃y∀x [¬Q(x,y) ˄ ¬R(x)]
∀x∀z ¬Q(x,z)
∴∃x¬P(x)

La FNS de ∀xP(x) → ∀y∃z [Q(y,z) ˅ R(y)] es ∀y[¬P(a) ˅ Q(y,f(y)) ˅ R(y)]
La FNS de ∃y∀x [¬Q(x,y) ˄ ¬R(x)] es ∀x [¬Q(x,b) ˄ ¬R(x)]
La FNS de ∀x∀z ¬Q(x,z) es ∀x∀z ¬Q(x,z)
La FNS de ¬∃x¬P(x) es ∀x P(x)

S = { ¬P(a) ˅ Q(y,f(y)) ˅ R(y), ¬Q(x,b) , ¬R(x), ¬Q(x,z), **P(x)** }

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	
P(x) P(a)	¬P(a) ˅ Q(y,f(y)) ˅ R(y)	Sustituimos x por a
Q(y,f(y)) ˅ R(y)	¬R(x) ¬R(y)	Sustituimos x por y
Q(y,f(y))	¬Q(x,z) ¬Q(y,f(y))	Sustituimos x por y Sustituimos z por f(y)
•		

Examen 2007/08-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

Problema 4

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

$\exists x[R(x) \wedge \forall y(T(y) \rightarrow S(x,y))]$
$\forall x\, R(x) \vee \exists x \exists y\, [R(x) \wedge S(x,y)]$
$\therefore \forall x\, [R(x) \vee T(x)]$

Proponed una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo.
y tal que R(1)= F y T(2)=V.

Un contraejemplo debe hacer ciertas la premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
$[R(1) \wedge (T(1) \rightarrow S(1,1)) \wedge (T(2) \rightarrow S(1,2))] \vee [R(2) \wedge (T(1) \rightarrow S(2,1)) \wedge (T(2) \rightarrow S(2,2))]$

La segunda equivale a:
$[R(1) \wedge R(2)] \vee [R(1) \wedge S(1,1)] \vee [R(1) \wedge S(1,2)] \vee [R(2) \wedge S(2,1)] \vee [R(2) \wedge S(2,2)]$

La conclusión equivale a:
$[R(1) \vee T(1)] \wedge [R(2) \vee T(2)]$

Así, una interpretación que es un contraejemplo es
R(1)=T(1)=S(1,1)= S(1,2)=S(2,1)=F y R(2)=T(2)= S(2,2)=V.

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/01/2008	13:30