

## EXAMEN 3

1. Responded razonadamente los siguientes apartados:

- a) Resolved la ecuación  $\bar{z} - 4\frac{\pi}{3} = 2i$ , donde  $\bar{z}$  significa el conjugado de  $z$ . Proporcionad  $z$  en forma binómica.
- b) Calculad todas las raíces quintas del siguiente número complejo:  $3\sqrt{3} - 2i$ . Proporcionad el resultado en forma polar y los ángulos en grados en el intervalo  $[0^\circ, 360^\circ]$ .

### Solución

- a) Primero pasamos  $4\frac{\pi}{3}$  a forma binómica, utilizando la relación que establece que  $a = r \cdot \cos \theta$  y  $b = r \cdot \sen \theta$  (ver apartado 3.4.2, Módulo 1):

- $r = 4$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $\sen \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Así, se obtiene:

$$4\frac{\pi}{3} = 2 + 2\sqrt{3}i$$

Ahora aislamos  $\bar{z}$  de la ecuación:

$$\bar{z} = 2i + 4\frac{\pi}{3} = 2i + y = 2i + 2 + 2\sqrt{3}i = 2 + 2(1 + \sqrt{3})i$$

Finalmente, aplicamos el conjugado para obtener el resultado final:

$$z = 2 - 2(1 + \sqrt{3})i$$

- b) Primero escribimos el número complejo  $3\sqrt{3} - 2i$  en forma polar (ver apartado 3.4.1, Módulo 1):

Módulo:  $r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = \sqrt{31}$

Argumento:  $\theta = \arctan\left(\frac{-2}{3\sqrt{3}}\right) = 338,95^\circ$

NOTA: la tangente de un ángulo vale  $\frac{-2}{3\sqrt{3}}$  en  $158,95^\circ$  y en  $338,95^\circ$ . Ahora bien, el número complejo que estamos analizando tiene la parte real positiva y la parte

imaginaria negativa, por lo que se encuentra en el cuarto cuadrante, es decir,  $338,95^\circ$ .

Tenemos entonces que  $3\sqrt{3} - 2i = \sqrt{31}_{338,95^\circ}$ . Ahora podemos aplicar la raíz quinta (ver apartado 3.6.1, Módulo 1):

$$\sqrt[5]{\sqrt{31}_{338,95^\circ}} = \sqrt[5]{\sqrt{31}_{\frac{338,95^\circ + 360^\circ k}{5}}} \quad \text{para } k = 0, 1, 2, 3, 4$$

El módulo de las raíces es:  $\sqrt[5]{\sqrt{31}} = \sqrt[10]{31}$

Los argumentos de las raíces son:  $\beta_k = \frac{338,95^\circ + 360^\circ k}{5}$  para  $k = 0, 1, 2, 3, 4$

- Para  $k = 0$ , tenemos  $\beta_0 = 67,79^\circ$ .
- Para  $k = 1$ , tenemos  $\beta_1 = 139,79^\circ$ .
- Para  $k = 2$ , tenemos  $\beta_2 = 211,79^\circ$ .
- Para  $k = 3$ , tenemos  $\beta_3 = 283,79^\circ$ .
- Para  $k = 4$ , tenemos  $\beta_4 = 355,79^\circ$ .

En resumen, las raíces quintas de  $3\sqrt{3} - 2i$  son:

$$\boxed{\sqrt[10]{31}_{67,79^\circ}, \sqrt[10]{31}_{139,79^\circ}, \sqrt[10]{31}_{211,79^\circ}, \sqrt[10]{31}_{283,79^\circ} \text{ y } \sqrt[10]{31}_{355,79^\circ}}$$

## PAUTAS DE CORRECCIÓN

Apartado a

- Pasar  $4\frac{\pi}{3}$  a forma binómica: 0,5 puntos.
- Calcular  $\bar{z}$ : 0,5 puntos.
- Calcular  $z$ : 0,25 puntos.

Apartado b

- Pasar el número complejo a forma polar: 0,5 puntos.
- Calcular el módulo de las raíces: 0,25 puntos.
- Calcular los argumentos de las raíces: 0,5 puntos.

2. Considerad los siguientes tres planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$ :

$$\begin{aligned}\pi_1 &: 50x + y + kz = 50 \\ \pi_2 &: (k-a)y = 0 \\ \pi_3 &: 2kx + y + 4z = 20\end{aligned}$$

Sustituid el parámetro "a" por la **primera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC y con los tres planos obtenidos:

- Determinad, de manera razonada, la posición relativa de los tres planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$  en función de los diferentes valores del parámetro  $k \in \mathbb{R}$ .
- Para  $k = a + 11$ , calculad, en caso de existir, el punto de corte de los tres planos  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  y  $\pi_3$ .

## Solución

Resolvemos este ejercicio de forma paramétrica, en función de  $a$ , de este modo, si quieres ver la resolución concreta que corresponde al valor de tu IDP, solo tienes que sustituir el parámetro  $a$  por tu valor.

- a) Recordemos que el estudio de la posición relativa de tres planos se puede hacer a partir de la discusión del consiguiente sistema formado por las ecuaciones que definen estos tres planos [Ver apartado 8 del módulo “Sistemas de ecuaciones lineales”]

$$\left. \begin{array}{l} 50x + y + kz = 50 \\ (k - a)y = 0 \\ 2kx + y + 4z = 20 \end{array} \right\}$$

Para discutirlo utilizaremos el Teorema de Rouché-Fröbenius. [Ver apartado 4 del módulo “Sistemas de ecuaciones lineales”].

La matriz de coeficientes,  $A$ , y la matriz ampliada,  $M$ , asociadas al sistema son:

$$A = \begin{pmatrix} 50 & 1 & k \\ 0 & k-a & 0 \\ 2k & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 50 & 1 & k & 50 \\ 0 & k-a & 0 & 0 \\ 2k & 1 & 4 & 20 \end{pmatrix}$$

Dado que el sistema tiene tres ecuaciones y tres incógnitas, estudiaremos el rango de la matriz de coeficientes  $A$ , porque si este rango es tres, también lo tendrá que ser el de la matriz ampliada y el sistema será compatible determinado.

$$|A| = \begin{vmatrix} 50 & 1 & k \\ 0 & k-a & 0 \\ 2k & 1 & 4 \end{vmatrix} = (k-a)(200-2k^2) = -2(k-a)(k-10)(k+10)$$

- Si  $k \neq a$ ,  $k \neq 10$  y  $k \neq -10 \rightarrow \text{rg}(A) = 3 = \text{rg}(M) = \text{nº incógnitas}$  y el sistema es compatible determinado. Por lo tanto, podemos afirmar que los tres planos  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  se cortan en un único punto.

- Si  $k = a$ , entonces  $\text{rg}(A) = 2$ , puesto que  $|A| = 0$  y  $\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 2a & 1 \end{vmatrix} = 50 - 2a \neq 0$ , puesto que  $a$  solo puede tomar valores enteros entre 0 y 9.

Calculamos, para  $k = a$ , el menor de orden 3 de la matriz ampliada que se obtiene orlando este menor de orden dos no nulo con la columna de

términos independientes  $\begin{vmatrix} 50 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2a & 1 & 20 \end{vmatrix} = 0$ . Así pues, tenemos que  $\text{rg}(M) = \text{rg}(A) = 2 \neq \text{nº incógnitas}$  y, por tanto, se tiene que el sistema es compatible indeterminado con grado de indeterminación igual a 1. En consecuencia, obtenemos que los tres planos  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  se cortan en una recta.

- Si  $k = 10$ , entonces  $\text{rg}(A) = 2$ , puesto que  $|A| = 0$  y  $\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 0 & 10-a \end{vmatrix} = 50(10-a) \neq 0$ , puesto que  $a$  solo puede tomar valores enteros entre 0 y 9.

Calculamos, para  $k = 10$ , el menor de orden 3 de la matriz ampliada que se obtiene orlando este menor de orden dos no nulo con la columna de térmi-

nos independientes  $\begin{vmatrix} 50 & 1 & 50 \\ 0 & 10-a & 0 \\ 20 & 1 & 20 \end{vmatrix} = 0$ . Así pues, tenemos que  $\text{rg}(M) =$

$\text{rg}(A) = 2 \neq n^o$  incógnitas y el sistema es compatible indeterminado con grado de indeterminación igual a 1. En consecuencia, podemos afirmar que los tres planos  $\boxed{\pi_1, \pi_2, \pi_3 \text{ se cortan en una recta.}}$

- Si  $k = -10$ , entonces  $\text{rg}(A) = 2$ , puesto que  $|A| = 0$  y  $\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 0 & -10-a \end{vmatrix} = -50(10+a) \neq 0$ .

Calculamos, para  $k = -10$ , el menor de orden 3 de la matriz ampliada que se obtiene orlando este menor de orden dos no nulo con la columna de términos independientes

$$\begin{vmatrix} 50 & 1 & 50 \\ 0 & -10-a & 0 \\ -20 & 1 & 20 \end{vmatrix} = -2000(10+a) \neq 0. \text{ Así pues,}$$

tenemos que  $\text{rg}(M) = 3 > \text{rg}(A)$  y, por lo tanto, se obtiene que el sistema es incompatible. En consecuencia,  $\boxed{\text{los tres planos } \pi_1, \pi_2, \pi_3 \text{ no se cortan.}}$

- b) Por el apartado anterior sabemos que para  $k = a + 11$  los tres planos  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  se cortan en un único punto. Así pues, el sistema que nos piden resolver es:

$$\left. \begin{array}{l} 50x + y + (a+11)z = 50 \\ 11y = 0 \\ (2a+22)x + y + 4z = 20 \end{array} \right\}$$

Utilizaremos el método de Gauss [Ver apartado 6 del módulo “Sistemas de ecuaciones lineales”] para determinar las soluciones de este sistema a partir de su matriz ampliada.

$$\begin{pmatrix} 50 & 1 & a+11 & | & 50 \\ 0 & 11 & 0 & | & 0 \\ 2a+22 & 1 & 4 & | & 20 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 50 & 1 & a+11 & | & 50 \\ 0 & 11 & 0 & | & 0 \\ 0 & \frac{-a+14}{25} & \frac{-a^2-22a-21}{25} & | & -2a-2 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 50 & 1 & a+11 & | & 50 \\ 0 & 11 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-a^2-22a-21}{25} & | & -2a-2 \end{pmatrix}$$

Operaciones: (1):  $F3 - \left(\frac{a+11}{25}\right) \cdot F1 \rightarrow F3$ .

(2):  $F3 - \left(\frac{-a+14}{275}\right) F2 \rightarrow F3$ .

El sistema equivalente que se obtiene por Gauss es:

$$\left. \begin{array}{l} 50x + y + (a+11)z = 50 \\ 11y = 0 \\ -\left(\frac{a^2+22a+21}{25}\right)z = -2a-2 \end{array} \right\}$$

De la tercera ecuación se obtiene  $z = \frac{50a+50}{a^2+22a+21} = \frac{50}{a+21}$ . De la segunda ecuación obtenemos  $y = 0$ . Si sustituimos en la primera ecuación estos valores de  $y$  y de  $z$  que hemos obtenido tenemos  $x = \frac{10}{a+21}$ .

Así pues, para  $k = a + 11$  el punto de corte de los tres planos, en función de los

diferentes valores del parámetro  $a$ , es:

	$x = \frac{10}{a+21}, \quad y = 0, \quad z = \frac{50}{a+21}$
Si $a = 0$	$x = 10/21 \quad y = 0 \quad z = 50/21$
Si $a = 1$	$x = 5/11 \quad y = 0 \quad z = 25/11$
Si $a = 2$	$x = 10/23 \quad y = 0 \quad z = 50/23$
Si $a = 3$	$x = 5/12 \quad y = 0 \quad z = 25/12$
Si $a = 4$	$x = 2/5 \quad y = 0 \quad z = 2$
Si $a = 5$	$x = 5/13 \quad y = 0 \quad z = 25/13$
Si $a = 6$	$x = 10/27 \quad y = 0 \quad z = 50/27$
Si $a = 7$	$x = 5/14 \quad y = 0 \quad z = 25/14$
Si $a = 8$	$x = 10/29 \quad y = 0 \quad z = 50/29$
Si $a = 9$	$x = 1/3 \quad y = 0 \quad z = 5/3$

## PAUTAS DE CORRECCIÓN

Apartado a

- Calcular correctamente el determinante de la matriz  $A$  en función de  $k$ : 0,25 puntos.
- Justificar que para  $k$  diferente de  $a$ , de 10 y de  $-10$  los tres planos se cortan en un único punto: 0,25 puntos.
- Justificar que para  $k = a$  los tres planos se cortan en una recta: 0,5 puntos.
- Justificar que para  $k = 10$  los tres planos se cortan en una recta: 0,5 puntos.
- Justificar que para  $k = -10$  los tres planos no se cortan: 0,5 puntos.

Apartado b

- Obtener el punto de corte de los tres planos en el caso  $k = a + 11$ : 0,5 puntos.

3. Sea  $E$  un subespacio vectorial de dimensión 3 de  $\mathbb{R}^4$  definido de la siguiente forma:

$$E = \{(b_1, b_2, b_3, b_4) \in \mathbb{R}^4 \mid b_1 + b_3 - b_2 - b_4 = 0\}.$$

Y sea  $v = (a + 1, a + 3, a + 4, a + 2)$  donde  $a$  es la **tercera cifra de la derecha** de vuestro IDP.

Decid si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y **justificad vuestra respuesta**:

- a)  $A = \{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1)\}$  es una base de  $E$ .

b)  $v \in E$  y sus coordenadas en la base  $A$  son  $(a+1, a+2, 1)$ .

c)  $C_{B \rightarrow A} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ 0 & k & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$  es la matriz de cambio de base de la base  $B = \{(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0), (0, 0, k, k), (0, \frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2})\}$  a la base  $A$ .

d) El valor  $k = \frac{-\sqrt{2}}{2}$  hace que  $B$  sea una base ortonormal.

## Solución

a) **VERDADERO.** Como sabemos que la dimensión de  $E$  es 3, sólo deberemos ver que los vectores de  $A$  pertenecen a  $E$  y que son linealmente independientes. Primero comprobamos que los vectores de  $A$  pertenecen a  $E$  verificando que se cumple la condición  $b_1 + b_3 - b_2 - b_4 = 0$  para los tres vectores, cosa que es cierta. Seguidamente comprobamos que son linealmente independientes, ya que

contienen el menor  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$ . Así  $A$  es una base de  $E$ .

b) **FALSO.** Efectivamente  $v \in E$  ya que cumple la condición  $b_1 + b_3 - b_2 - b_4 = 0$ , pero sus coordenadas en la base  $A$  no son las indicadas, ya que:

$$(a+1) \cdot (1, 1, 0, 0) + (a+2) \cdot (0, 0, 1, 1) + (1, 0, 0, 1) \neq v$$

c) **VERDADERO.** Sólo necesitamos comprobar que multiplicando los vectores de la base  $A$  por la matriz de cambio de base obtenemos la base  $B$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot C_{B \rightarrow A} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ 0 & k & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & k & \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

d) **FALSO.** Para que la base  $B$  sea ortonormal es necesario que los vectores tengan módulo 1 y sean ortogonales dos a dos. Comenzamos calculando los módulos de los vectores de la base con  $k = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ :

$$\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 0 + 0} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4} + 0 + 0} = 1$$

$$\sqrt{0 + 0 + (\frac{-\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{-\sqrt{2}}{2})^2} = \sqrt{0 + 0 + \frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = 1$$

$$\sqrt{0 + (\frac{-\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{0 + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + 2} \neq 1$$

Así pues el tercer vector de la base  $B$  no tiene módulo 1 y por tanto la base  $B$  no es ortonormal.

## PAUTAS DE CORRECCIÓN

Apartado a

- Respuesta correcta (verdadero/falso): 0 puntos.
- Justificación: 0,625 puntos.

Apartado b

- Respuesta correcta (verdadero/falso): 0 puntos.
- Justificación: 0,625 puntos.

Apartado c

- Respuesta correcta (verdadero/falso): 0 puntos.
- Justificación: 0,625 puntos.

Apartado d

- Respuesta correcta (verdadero/falso): 0 puntos.
- Justificación: 0,625 puntos.

4. Sea  $a$  la **segunda cifra de la derecha** de vuestro IDP del campus UOC y  $b$  un parámetro real.

- Escribid la matriz del giro de ángulo  $90^\circ$  centrado en el punto  $(1, a+b)$  y calculad la imagen del punto  $(a, b)$  al aplicarle ese giro.
- Escribid la matriz del escalado de razón  $b$  centrado en el punto  $(-1, a-b)$  y calculad la imagen del punto  $(a, b)$  al aplicarle ese escalado.
- Calculad la imagen del punto  $(a, b)$  al aplicarle dos composiciones de transformaciones anteriores en distinto orden: la del giro seguido del escalado y la del escalado seguido del giro.

## Solución

Resolvemos el problema para un valor de  $a$  genérico. Para obtener la solución particular correspondiente a vuestro dígito solo tenéis que sustituir  $a$  por su valor en los resultados siguientes.

- La matriz del giro de ángulo  $90^\circ$  y centro  $(1, a+b)$  se obtiene multiplicando tres matrices que, empezando de derecha a izquierda, son: la matriz de la traslación de vector  $(-1, -a-b)$ , la del giro de ángulo  $90^\circ$  centrado en el origen y la de la traslación de vector  $(1, a+b)$ . Corresponden a las aplicaciones que tenemos que componer según se explica en el punto 3.4 “Rotación alrededor de un punto genérico” del módulo “Transformaciones geométricas”. Calculamos la composición:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a+b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) & 0 \\ \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & a+b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & a+b+1 \\ 1 & 0 & a+b-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La imagen del punto  $(a, b)$  se puede calcular mediante la multiplicación:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & a+b+1 \\ 1 & 0 & a+b-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 \\ 2a+b-1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es el punto  $(a+1, 2a+b-1)$ .

- b) La matriz del escalado de razón  $b$  y centro  $(-1, a-b)$  se obtiene multiplicando tres matrices que, empezando de derecha a izquierda, son: la matriz de la traslación de vector  $(1, b-a)$ , la del escalado de razón  $b$  centrado en el origen y la de la traslación de vector  $(-1, a-b)$ . Corresponden a las aplicaciones que tenemos que componer según se explica en el punto 4.3 “Escalado a partir de un punto genérico” del módulo “Transformaciones geométricas”.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} b & 0 & -1 \\ 0 & b & a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & b-a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} b & 0 & b-1 \\ 0 & b & b(b-a)+a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La imagen del punto  $(a, b)$  se puede calcular mediante la multiplicación:

$$\begin{pmatrix} b & 0 & b-1 \\ 0 & b & b(b-a)+a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab+b-1 \\ b^2+b^2-ab+a-b \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a+1)b-1 \\ 2b^2-(a+1)b+a \\ 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es el punto  $((a+1)b-1, 2b^2-(a+1)b+a)$ .

- c) La imagen del punto  $(a, b)$  al aplicarle la composición del giro seguido del escalado se puede calcular mediante la multiplicación de la matriz del escalado por el punto resultante del apartado a):

$$\begin{pmatrix} b & 0 & b-1 \\ 0 & b & b(b-a)+a-b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a+1 \\ 2a+b-1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab+b+b-1 \\ 2ab+b^2-b+b^2-ab+a-b \\ 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es el punto  $(ab+2b-1, 2b^2+ab-2b+a)$ .

La imagen del punto  $(a, b)$  al aplicarle la composición del escalado seguido del giro se puede calcular mediante la multiplicación de la matriz del giro por el punto resultante del apartado b):

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & a+b+1 \\ 1 & 0 & a+b-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (a+1)b-1 \\ 2b^2-(a+1)b+a \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2b^2+(a+1)b-a+a+b+1 \\ ab+b-1+a+b-1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El resultado es el punto  $(-2b^2+ab+2b+1, ab+2b+a-2)$ .

## **PAUTAS DE CORRECCIÓN**

Apartado a

- Calcular la matriz de la composición: 0,5 puntos.
- Calcular la imagen del punto: 0,25 puntos.

Apartado b

- Calcular la matriz de la composición: 0,5 puntos.
- Calcular la imagen del punto: 0,25 puntos.

Apartado c

- Calcular la imagen de la composición del giro más el escalado: 0,5 puntos.
- Calcular la imagen de la composición del escalado más el giro: 0,5 puntos.