Espai
grapa

Examen 2007/08-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	26/06/2008	16:30

75.056 26 06 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	26/06/2008	16:30

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos que se indican.

1) Si haces una buena marca, no ganarás la carrera si no tienes buenas condiciones físicas.
$M \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg G)$

2) Si sabes competir, para ganar la carrera hace falta entrenar mucho y hacer una buena marca.
$C \rightarrow (G \rightarrow E \wedge M)$

3) Si para estar en buenas condiciones físicas hace falta entrenar mucho, para ganar una carrera es necesario hacer una buena marca o saber competir.
$(F \rightarrow E) \rightarrow (G \rightarrow M \vee C)$

Átomos:
- M: Hacer una buena marca
- G: Ganar la carrera
- F: Tener/estar en buenas condiciones físicas
- E: Entrenar mucho
- C: Saber competir

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados que se indican.

1) Hay personas cultas que solo leen libros de alta literatura.
$\exists x[(P(x) \wedge \forall y[R(x,y) \rightarrow L(y) \wedge A(y)])$

2) Juan lee el Quijote y todos los libros que no son de alta literatura que lee María.
$R(a,c) \wedge \forall y[L(y) \wedge \neg A(y) \wedge R(b,y) \rightarrow R(a,y)]$

3) Para que un libro sea de alta literatura lo debe leer toda persona culta.
$\forall x(L(x) \rightarrow [A(x) \rightarrow \forall y(P(y) \rightarrow R(y,x))])$

Dominio: cualquier conjunto no vacío
Predicados:
- P(x): x es una persona culta
- R(x,y): x lee y
- L(x): x es un libro
- A(x): x es de alta literatura

Constantes:
- a: Juan
- b: María
- c: El Quijote

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Utilizad únicamente las 9 reglas básicas (es decir, no podéis utilizar ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	26/06/2008	16:30

a) P → R^S, S^P → T, Q → (T → ¬R) ∴ P → ¬Q

1.	P → R^S			P
2.	S^P → T			P
3.	Q → (T → ¬R)			P
4.		P		H
5.		R ^ S		E→1,4
6.		S		E^5
7.		S ^P		I^4,6
8.		T		E→2,7
9.			Q	H
10.			T → ¬R	E→3,9
11.			¬R	E→8,10
12.			R	E^5
13.		¬Q		I¬ 9, 11, 12
14.	P → ¬Q			I→ 4, 13

b) P∨Q →S∨R, P^(S→T) ∴ ¬R→ T

1.	P∨Q →S∨R				P
2.	P^(S→T)				P
3.	P				E^2
4.	S→T				E^2
5.	P∨Q				I∨3
6.	S∨R				E→1,5
7.		¬R			H
8.			S		H
9.			T		E→ 4,8
10.			R		H
11.				¬T	H
12.				R	It 10
13.				¬R	It 7
14.			¬¬T		I¬ 11,12, 13
15.			T		E¬ 14
16.		T			E∨ 6,9,15
17.	¬R→ T				I→ 7, 16

Examen 2007/08-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	26/06/2008	16:30

Problema 3

a) El siguiente razonamiento NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$Q \wedge S \rightarrow \neg T \wedge P$
$\neg(R \rightarrow S \wedge P)$
$\neg(P \wedge Q)$
$(R \rightarrow T) \rightarrow Q$
$\therefore$
$Q \wedge R$

Buscamos las FNC :

1ª Premisa:
$Q \wedge S \rightarrow \neg T \wedge P$
$\neg(Q \wedge S) \vee (\neg T \wedge P)$
$\neg Q \vee \neg S \vee (\neg T \wedge P)$
$(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (\neg Q \vee \neg S \vee P)$

FNC($Q \wedge S \rightarrow \neg T \wedge P$) = $(\neg Q \vee \neg S \vee \neg T) \wedge (\neg Q \vee \neg S \vee P)$

2ª Premisa
$\neg(R \rightarrow S \wedge P)$
$\neg(\neg R \vee (S \wedge P))$
$R \wedge (\neg S \vee \neg P)$

FNC($\neg(R \rightarrow S \wedge P)$) = $R \wedge (\neg S \vee \neg P)$

3ª Premisa
$\neg(P \wedge Q)$

FNC($\neg(P \wedge Q)$) = $\neg P \vee \neg Q$

4ª Premisa
$(R \rightarrow T) \rightarrow Q$
$\neg(\neg R \vee T) \vee Q$
$(R \wedge \neg T) \vee Q$
$(R \vee Q) \wedge (\neg T \vee Q)$

FNC($(R \rightarrow T) \rightarrow Q$) = $(R \vee Q) \wedge (\neg T \vee Q)$

Negación de la conclusión
$\neg(Q \wedge R)$
$\neg Q \vee \neg R$

FNC($\neg(Q \wedge R)$) = $\neg Q \vee \neg R$

El conjunto de cláusulas obtenidas es:

S= { $\neg Q \vee \neg S \vee \neg T$, $\neg Q \vee \neg S \vee P$, R, $\neg S \vee \neg P$, $\neg P \vee \neg Q$, $R \vee Q$, $\neg T \vee Q$, **$\neg Q \vee \neg R$** }

La cláusula R subsume la cláusula R $\vee$ Q:

S= { ¬Q $\vee$ ¬S $\vee$ ¬T , ¬Q $\vee$ ¬S $\vee$ P, R, ¬S $\vee$ ¬P, ¬P $\vee$ ¬Q, ¬T $\vee$ Q , **¬Q $\vee$ ¬R** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contienen ¬T, ya que no tenemos ninguna cláusula con T.

S= { ¬Q $\vee$ ¬S $\vee$ P, R, ¬S $\vee$ ¬P, ¬P $\vee$ ¬Q, **¬Q $\vee$ ¬R** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contienen ¬Q, ya que no tenemos ninguna cláusula con Q.

S= { R, ¬S $\vee$ ¬P }

Es obvio que este conjunto no permite obtener la cláusula vacía.

De este modo podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$\exists x \forall y\, [P(y) \rightarrow \exists z\, (R(z) \wedge S(z,x))]$,
$\neg \forall x \exists y\, [P(x) \wedge R(y)]$
$\forall x \forall y\, [S(x,y) \rightarrow P(x)]$
$\therefore \exists x \forall y\, \neg S(x,y)$

Buscamos las FNS:

1ª Premisa:
$\exists x \forall y\, [P(y) \rightarrow \exists z\, (R(z) \wedge S(z,x))]$
$\exists x \forall y\, [\neg P(y) \vee \exists z\, (R(z) \wedge S(z,x))]$
$\forall y\, [\neg P(y) \vee (R(f(y)) \wedge S(f(y),a))]$
$\forall y([\neg P(y) \vee R(f(y))] \wedge [\neg P(y) \vee S(f(y),a)])$

FNS($\exists x \forall y\, [P(y) \rightarrow \exists z\, (R(z) \wedge S(z,x))]$) = $\forall y([\neg P(y) \vee R(f(y))] \wedge [\neg P(y) \vee S(f(y),a)])$

2ª Premisa:
$\neg \forall x \exists y\, [P(x) \wedge R(y)]$
$\exists x \forall y\, [\neg P(x) \vee \neg R(y)]$
$\forall y\, [\neg P(b) \vee \neg R(y)]$

FNS($\neg \forall x \exists y\, [P(x) \wedge R(y)]$) = $\forall y\, [\neg P(b) \vee \neg R(y)]$

3ª Premisa:
$\forall x \forall y\, [S(x,y) \rightarrow P(x)]$
$\forall x \forall y\, [\neg S(x,y) \vee P(x)]$

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	26/06/2008	16:30

FNS(∀x∀y [S(x,y) → P(x)]) = ∀x∀y [¬S(x,y) ˅P(x)]

Negación de la conclusión:
¬∃x∀y ¬S(x,y)
∀x∃y S(x,y)
∀x S(x,g(x))

FNS(¬∃x∀y ¬S(x,y)) = ∀x S(x,g(x))

Conjunto de cláusulas renombrando variables

S = { ¬P(y) ˅ R(f(y)), ¬P(x) ˅ S(f(x),a), ¬P(b) ˅¬R(z), ¬S(u,v) ˅P(u), **S(w,g(w))**}

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	
S(w,g(w))	¬S(u,v) ˅P(u), ¬ S(w,g(w)) ˅ P(w)	Sustituimos u por w Sustituimos v por g(w)
P(w) P(b)	¬P(b) ˅¬R(z),	Sustituimos w por b
¬R(z)	¬P(y) ˅ R(f(y))	Sustituimos z por f(y)
¬P(y) ¬P(w)	P(w)	Sustituimos y por w
•		

<u>Problema 4</u>

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

∀y [∃xQ(x,y) → T(y)]
∃x∃y Q(x,y)
∴
∃x[R(x) ˄ Q (x,x)]

Proporcionad una interpretación en el dominio {1,2} tal que R(1)=R(2)=V y T(1)=F, que sea un contraejemplo.

Un contraejemplo debe hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
[Q(1,1) ˅ Q(2,1) → T(1)] ˄ [Q(1,2) ˅ Q(2,2) → T(2)]

La segunda equivale a:
(Q(1,1) ˅ Q(1,2)) ˅ (Q(2,1) ˅ Q(2,2))

La conclusión equivale a:
[R(1) ˄ Q(1,1)] ˅ [R(2) ˄ Q(2,2)]

Ara tenemos que buscar qué valores hacen ciertas las premisas y falsa la conclusión.

Estudiamos primero la conclusión, que queremos que sea falsa. Como la conectiva principal es una disyunción cada elemento debe de ser falso.
El primer elemento de la disyunción es [R(1) ^ Q(1,1)], como R(1)=V, entonces Q(1,1)=F
El segundo elemento de la disyunción es [R(2) ^ Q(2,2)], como R(2)=V, entonces Q(2,2)=F.

Estudiamos ahora la segunda premisa (Q(1,1) ˅ Q(1,2)) ˅ (Q(2,1) ˅ Q(2,2)) que queremos que sea cierta, como Q(1,1)=F y Q(2,2)=F, entonces (F ˅ Q(1,2)) ˅ (Q(2,1) ˅ F) = Q(1,2) ˅ Q(2,1). Por lo tanto para que sea verdad hace falta que Q(1,2)=V o Q(2,1)=V

Estudiamos la primera premisa [Q(1,1) ˅ Q(2,1) → T(1)] ^ [Q(1,2) ˅ Q(2,2) → T(2)]:
Como es una conjunción cada uno de los elementos debe ser verdad.
Si queremos que el primer elemento sea verdad, como T(1)=Q(1,1)=F, entonces Q(2,1)=F.

Por tanto Q(1,2) debe ser V.

Veamos ahora el segundo elemento de [Q(1,2) ˅ Q(2,2) → T(2)] como queremos que sea verdad y Q(1,2)=V, entonces T(2)=V.

Por tanto la interpretación R(1)=R(2)=Q(1,2)=T(2)=V y Q(1,1)=Q(2,1)=Q(2,2)=T(1)=F hace que las premisas sean ciertas y falsa la conclusión.