

Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	19/6/2021	09:30

Aquest enunciat també correspon a les assignatures següents:

- 11.506 - Matemàtiques I

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura de què t'has matriculat.
 - Temps total: **2 hores** Valor de cada pregunta: **25%**
 - Es pot consultar cap material durant l'examen? **Sí** Quins materials estan permesos? **TOTS**
 - Es pot fer servir calculadora? **Sí** De quin tipus? **PROGRAMABLE**
 - Si hi ha preguntes tipus test, descompten les respostes errònies? **NO** Quant?
 - Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen: **Pots utilitzar qualsevol material i calculadora (incloent-hi la Calcme) per comprovar els càlculs, però has d'assegurar-te que detalles i justifiques tots els passos seguits per arribar a la solució.**
 - **No és necessari que t'identifiquis amb el nom o el número del carnet d'estudiant. L'autoria de la prova és detectada pel propi sistema.**
 - **Has de resoldre l'examen de forma manuscrita: en una tablet on puguis escriure directament o en paper. NO s'acceptaran respostes realitzades amb un processador de textos.**
 - **No cal imprimir l'enunciat, pots resoldre les preguntes en un full en blanc. Utilitza un bolígraf de tinta blava o negra. Digitalitza les teves respostes en un únic fitxer en format PDF (pots fer-ho amb un escàner o amb un dispositiu mòbil). Disposes de 10 minuts extres per a la digitalització i lliurament de la prova.**
-

Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	19/6/2021	09:30

Enunciats

1. Responeu

- a) Trobeu el valor de c per a què el nombre complex $c + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ compleixi que el seu quadrat sigui igual al seu conjunt.
- b) Resoleu la següent equació i proporcioneu els resultats en forma binòmica i polar: $x^3 - (1 - i) = 0$.

2. Considereu el sistema d'equacions lineals:

$$\begin{cases} (a+1)x + (a+2)y + 3z = 1 \\ (a+2)x + (a+1)y - z = 2 \end{cases}$$

on el paràmetre a és la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC.

Es demana:

- a) Determineu els valors de α i β de forma que, a l'afegir al sistema anterior una tercera equació de la forma $(2a+5)x + (2a+1)y + \alpha z = \beta$, el sistema resultant tingui les mateixes solucions que el sistema inicial.
- b) Determineu la solució del sistema donat, tal que la suma dels valors de les incògnites sigui igual a la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC.
- 3. Siguin $e_1 = (1, -1, 2)$, $e_2 = (0, 3, -6)$, $e_3 = (1, 0, 0)$ i $e_4 = (0, -4, 8)$ vectors de \mathbb{R}^3 . Sigui $E = \langle e_1, e_2, e_3, e_4 \rangle$. Sigu $v = (a+2, 2a-2, -4a+4)$ on a és la primera xifra de la dreta del vostre IDP.
 - a) Calculeu la dimensió de E i una base A . Demostreu si el vector v pertany al subespai E . En cas afirmatiu, calculeu-ne les coordenades en la base A .
 - b) Trobeu un vector w de forma que $B = \{v, w\}$ sigui una base de E . Calculeu la matriu de canvi de base de la base A a la base B i de la base B a la base A .
- 4. Sigui $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'aplicació lineal definida en la base canònica per

$$f(x, y) = (x + (b-a)(a+1)x + (a+1)^2(a-b)y, (b-a)x + y + (a-b)(a+1)y)$$

Substituïu el paràmetre a per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC. Es demana:

 - a) Calculeu la matriu de f en la base canònica de \mathbb{R}^2 .
 - b) Determineu si f és un isomorfisme.
 - c) Calculeu el polinomi característic de f i els valors propis de f . Podem determinar si f és diagonalitzable coneixent només els seus valors propis?