

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

75.570 17 06 17 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se pueda consultar ningún tipo de material
- Valor de cada pregunta: Se indica en cada una de ellas
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos, incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

N: hay niebla
A: los aviones aterrizan
T: la torre da autorización
L: la pista está iluminada

1) Los aviones aterrizan cuando la pista está iluminada, sólo si no hay niebla

$(L \rightarrow A) \rightarrow \neg N$

2) Si la torre da autorización, la pista está iluminada si los aviones aterrizan

$T \rightarrow (A \rightarrow L)$

3) Cuando ni hay niebla ni los aviones aterrizan, es necesario que la pista esté iluminada para que la torre dé autorización.

$\neg N \wedge \neg A \rightarrow (T \rightarrow L)$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las siguientes frases. Utilizad los predicados que se indican.

P (x): x es un piso
C (x): x es una cédula
E (x): x es especial
R (x): x está reformado
T (x, y): x tiene y
V (x, y): x vive (ha vivido) en y
a: Juan

1) Juan ha vivido en todos los pisos que no tienen ninguna cédula especial

$\forall x \{P(x) \wedge \neg \exists y [C(y) \wedge E(y) \wedge T(x, y)] \rightarrow V(a, x)\}$

2) No hay ningún piso reformado que no tenga cédula

$\neg \exists x \{P(x) \wedge R(x) \wedge \neg \exists y [C(y) \wedge T(x, y)]\}$

3) Es necesario que todos los pisos estén reformados para que algunas cédulas sean especiales

$\exists x [C(x) \wedge E(x)] \rightarrow \forall x [P(x) \rightarrow R(x)]$

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

Actividad 2 (2.5 puntos o 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta i no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis usar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta obtendréis 0 puntos.

$$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R), \neg Q \rightarrow R, \neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q, \neg T \rightarrow \neg P \quad \therefore P \rightarrow R$$

1	$(P \rightarrow \neg S) \vee (T \rightarrow R)$				P
2	$\neg Q \rightarrow R$				P
3	$\neg T \vee \neg S \rightarrow \neg Q$				P
4	$\neg T \rightarrow \neg P$				P
5		P			H
6			$P \rightarrow \neg S$		H
7			$\neg S$		$E \rightarrow 5, 6$
8			$\neg T \vee \neg S$		$I \vee 7$
9			$\neg Q$		$E \rightarrow 3, 8$
10			R		$E \rightarrow 2, 9$
11			$T \rightarrow R$		H
12				$\neg T$	H
13				$\neg P$	$E \rightarrow 4, 12$
14				P	$I t 5$
15			$\neg \neg T$		$I \neg 12, 13, 14$
16			T		$E \neg 15$
17			R		$E \rightarrow 11, 16$
18		R			$E \vee 1, 10, 17$
19	$P \rightarrow R$				$I \rightarrow 5, 18$

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

Actividad 3 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

- a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para demostrar lo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$$P \rightarrow \neg S \wedge R, \quad R \vee S \rightarrow \neg T, \quad \neg P \rightarrow R \quad \therefore \quad P \rightarrow \neg(R \rightarrow (\neg S \rightarrow T))$$

$$\text{FNC}(P \rightarrow \neg S \wedge R) = (\neg P \vee \neg S) \wedge (\neg P \vee R)$$

$$\text{FNC}(R \vee S \rightarrow \neg T) = (\neg R \vee \neg T) \wedge (\neg S \vee \neg T)$$

$$\text{FNC}(\neg P \rightarrow R) = P \vee R$$

$$\text{FNC}(\neg(P \rightarrow \neg(R \rightarrow (\neg S \rightarrow T)))) = P \wedge (\neg R \vee S \vee T)$$

$$S = \{\neg P \vee \neg S, \neg P \vee R, \neg R \vee \neg T, \neg S \vee \neg T, P \vee R, P, \neg R \vee S \vee T\}$$

P subsume a $P \vee R$

$$S' = \{\neg P \vee \neg S, \neg P \vee R, \neg R \vee \neg T, \neg S \vee \neg T, P, \neg R \vee S \vee T\}$$

Laterales	Troncales
P	$\neg P \vee \neg S$
$\neg S$	$\neg R \vee S \vee T$
$\neg R \vee T$	$\neg R \vee \neg T$
$\neg R$	$\neg P \vee R$
$\neg P$	P
\square	

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

b) El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de RESOLUCIÓN.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y [P(y) \rightarrow \neg Q(x, y)] \\ & \forall x \{ \forall y [P(y) \rightarrow \neg Q(x, y)] \rightarrow \neg [R(x) \wedge S(x)] \} \\ & \therefore \neg \exists x [R(x) \wedge S(x)] \end{aligned}$$

La FNS de $\forall x \forall y [P(y) \rightarrow \neg Q(x, y)]$ es $\neg P(y) \vee \neg Q(x, y)$

La FNS de $\forall x \{ \forall y [P(y) \rightarrow \neg Q(x, y)] \rightarrow \neg [R(x) \wedge S(x)] \}$ es $(P(f(x)) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x)) \wedge (Q(x, f(x)) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x))$

La FNS de $\neg \exists x [R(x) \wedge S(x)]$ es $R(a) \wedge S(a)$

El conjunto de cláusulas resultante es

$S = \{ \neg P(y) \vee \neg Q(x, y), \quad P(f(x)) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x), \quad Q(x, f(x)) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x), \quad R(a), \quad S(a) \}$

Troncales	Laterales	Sustituciones
R(a)	$P(f(x)) \vee \neg R(x) \vee \neg S(x)$ $P(f(a)) \vee \neg R(a) \vee \neg S(a)$	x por a
$P(f(a)) \vee \neg S(a)$	$S(a)$	
$P(f(a))$	$\neg P(y) \vee \neg Q(x, y)$ $\neg P(f(a)) \vee \neg Q(x, f(a))$	y por f(a)
$\neg Q(x, f(a))$ $\neg Q(u, f(a))$ $\neg Q(a, f(a))$	$Q(u, f(u)) \vee \neg R(u) \vee \neg S(u)$ $Q(a, f(a)) \vee \neg R(a) \vee \neg S(a)$	x por u u por a
$\neg R(a) \vee \neg S(a)$	$S(a)$	
$\neg R(a)$	$R(a)$	
<input type="checkbox"/>		

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	17/06/2017	15:30

Actividad 4 (1.5 puntos)

[Criterio de valoración: los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

Considerad el siguiente razonamiento

$$\begin{aligned} &\forall x M(x) \rightarrow \exists x \exists y N(x, y) \\ &\exists x \exists y \neg N(x, y) \\ &\therefore \exists x \neg M(x) \end{aligned}$$

Realizad el paso de fórmulas a enunciados de las premisas y la conclusión. Encontrad una interpretación en el dominio $\{1, 2\}$ que sea un contraejemplo. Razonad vuestra respuesta.

En primer lugar hacemos el paso de fórmulas a enunciados en el dominio $\{1, 2\}$:

Premisa 1:

$$\begin{aligned} &\forall x M(x) \rightarrow \exists x \exists y N(x, y) \\ &M(1) \wedge M(2) \rightarrow \exists x \exists y N(x, y) \\ &M(1) \wedge M(2) \rightarrow \exists x [N(1, y) \vee N(2, y)] \\ &M(1) \wedge M(2) \rightarrow N(1, 1) \vee N(2, 1) \vee N(1, 2) \vee N(2, 2) \end{aligned}$$

Premisa 2:

$$\begin{aligned} &\exists x \exists y \neg N(x, y) \\ &\exists x [\neg N(1, y) \vee \neg N(2, y)] \\ &\neg N(1, 1) \vee \neg N(2, 1) \vee \neg N(1, 2) \vee \neg N(2, 2) \end{aligned}$$

Conclusión

$$\begin{aligned} &\exists x \neg M(x) \\ &\neg M(1) \vee \neg M(2) \end{aligned}$$

Un contraejemplo hace ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio $\{1, 2\}$ la conclusión es equivalente a

$$\neg M(1) \vee \neg M(2)$$

Para que este enunciado sea falso tiene que pasar que $M(1)=V$ y que $M(2)=V$

La primera premisa equivale $M(1) \wedge M(2) \rightarrow N(1, 1) \vee N(2, 1) \vee N(1, 2) \vee N(2, 2)$. a Con $M(1)=V$ y $M(2)=V$ se tiene que $M(1) \wedge M(2)=V$. Así, para que la primera premisa sea cierta también tiene que serlo $N(1, 1) \vee N(2, 1) \vee N(1, 2) \vee N(2, 2)$. Para que este enunciado sea cierto será suficiente con que lo sea uno de los dos disyuntivos. Pongamos que sea $N(1, 1)=V$.

Para hacer que sea cierta la segunda premisa tiene que ser cierto el enunciado

$\neg N(1, 1) \vee \neg N(1, 2) \vee \neg N(2, 1) \vee \neg N(2, 2)$. Para que este enunciado sea cierto es suficiente con que lo sea alguno de sus disyuntivos. Pongamos que sea $N(1, 2)=F$

Así, una interpretación que es un contraejemplo es:

$\langle \{1, 2\}, \{M(1)=V, M(2)=V, N(1, 1)=V, N(1, 2)=F, N(2, 1)=V, N(2, 2)=V\}, \emptyset \rangle$