

Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

Aquest enunciat també correspon a les assignatures següents:

- 11.506 - Matemàtiques I

Fitxa tècnica de l'examen

- Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura de què t'has matriculat.
 - Temps total: **2 hores** Valor de cada pregunta: **25%**
 - Es pot consultar cap material durant l'examen? **SÍ** Quins materials estan permesos? **TOTS**
 - Es pot fer servir calculadora? **SÍ** De quin tipus? **PROGRAMABLE**
 - Si hi ha preguntes tipus test, descompten les respostes errònies? **NO** Quant?
 - Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen: **Pots utilitzar qualsevol material i calculadora (incloent-hi la Calcme) per comprovar els càculs, però has d'assegurar-te que detalles i justifiques tots els passos seguits per arribar a la solució.**
 - No és necessari que t'identifiquis amb el nom o el número del carnet d'estudiant. L'autoria de la prova és detectada pel propi sistema.
 - Has de resoldre l'examen de forma manuscrita: en una tablet on puguis escriure directament o en paper. NO s'acceptaran respostes realitzades amb un processador de textos.
 - No cal imprimir l'enunciat, pots resoldre les preguntes en un full en blanc. Utilitza un bolígraf de tinta blava o negra. Digitalitza les teves respostes en un únic fitxer en format PDF (pots fer-ho amb un escàner o amb un dispositiu mòbil). Disposes de 10 minuts extres per a la digitalització i lliurament de la prova.

Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

Enunciats

1. Responeu

- a) Calculeu dos nombres reals, c i d , de manera que:

$$c + 5i = \frac{13 + di}{4 - i}$$

- b) Resoleu l'equació següent: $x^3 + 12 = 0$. Proporcioneu les seves solucions complexes en forma binòmica i polar.

2. Considereu la matriu:

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & a+1 & 2a+2 \\ 2 & -m & -2m \\ -m & 2 & 2-m \end{pmatrix}$$

on el paràmetre a és la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC.

Es demana:

- a) Estudieu el seu rang segons els valors del paràmetre $m \in R$.
b) Determineu la posició relativa dels plans

$$\pi_1: (a+1)x + (a+1)y + (2a+2)z = 2a+2$$

$$\pi_2: 2x - my - 2mz = 2 - m$$

$$\pi_3: -mx + 2y + (2 - m)z = -2m$$

segons els valors de m (substituint el paràmetre a per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC).

3. Sigui F el subespai vectorial de R^3 definit per:

$$F = \langle (-1, 1, 3), (0, -1, 1), (-2, 7, \lambda) \rangle, \lambda \in R$$

- a) Calculeu la dimensió de F en funció de λ i una base A en cada cas.
b) Sigui $v_1 = (-2a - 2, 7a + 7, a + 1)$, $v_2 = (1, a - 1, -a - 3)$ on a és la primera xifra de la dreta del vostre IDP. Per al cas $\lambda = 1$, pertanyen v_1 i v_2 a F ? Per als que pertanyin, calculeu les seves coordenades en la base A que heu trobat a l'apartat anterior.
c) Sigui $B = \{v_1, v_2\}$ el conjunt format pels vectors de l'apartat anterior. És B una base de F en el cas $\lambda = 1$? Si ho és, calculeu la matriu $C_{B \rightarrow A}$ de canvi de base de la base B a la base A que heu trobat al primer apartat.

4. Substituïu el paràmetre a per la primera xifra de la dreta del vostre identificador IDP del campus UOC a la següent matriu:

$$M(f|C, C) = \begin{pmatrix} 3a+7 & -2 & -2 \\ -4a & a-1 & 2a \\ 8a+12 & -2 & b \end{pmatrix}$$

(Continua a la pàgina següent)

Examen 2020/21-2

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Àlgebra	05.557	13/6/2021	12:30

on $f: R^3 \rightarrow R^3$ és una aplicació lineal i $M(f|C, C)$ és la seva matriu associada en la base canònica C de R^3 .

Es demana:

- Calculeu l'expressió que defineix a l'aplicació f en funció de les coordenades en base canònica (x, y, z) d'un vector genèric a R^3 .
- Calculeu el valor que ha de tenir b per a què el vector $v = (1, a, 3)$ sigui un vector propi de f , i trobeu el seu valor propi associat.
- Per al valor de b trobat a l'apartat anterior, calculeu el polinomi característic de f . Indiqueu quins són els valors propis de f i quina seria la forma diagonal de f .