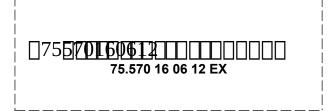


Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.

Examen

#### Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material.
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

#### **Enunciados**



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

### Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

M: "Tener un buen motor"

H: "Ser hábil"

P: "Tener paciencia"

G: "Ganar una carrera"

C: "Ganar el campeonato"

1) Cuando no tienes un buen motor, es necesario ser hábil y tener paciencia para poder ganar una carrera.

$$\neg M \rightarrow (G \rightarrow H \land P)$$

2) Si tienes un buen motor y eres hábil, puedes ganar una carrera si tienes paciencia. M  $^{\wedge}$  H  $\rightarrow$  (P  $\rightarrow$  G)

3) Para ganar el campeonato no es necesario ganar una carrera.  $\neg(C \rightarrow G)$ 

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

#### Predicados

M(x): x es un monstruo

F(x): x echa fuego por la boca

R(x): x echa rayos radioactivos por los ojos

A(x, y): x ataca y S(y): x se salva C(x): x es una ciudad

#### Constantes

a: Gamera

b: Gozilla

c: Tokyo

1) Todos los monstruos echan fuego por la boca o echan rayos radioactivos por los ojos, pero no las dos cosas a la vez

$$\forall x[M(x) \rightarrow (F(x) \land R(x)) \land \neg (F(x) \land R(x))]$$

2) Si Gozilla ataca Tokyo entonces Tokyo solo se salva si Gamera ataca a Gozilla

$$A(b, c) \rightarrow (S(c) \rightarrow A(a, b))$$

3) Si un monstruo que echa fuego por la boca ataca una ciudad entonces será atacado por algún monstruo que eche rayos radiactivos por los ojos.

$$\forall x[M(x) \land F(x) \land \exists y[C(y) \land A(x,y)] \rightarrow \exists z[M(z) \land R(z) \land A(z,x)]]$$



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

### Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilicéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$$A \rightarrow \neg B, D \rightarrow \neg C, B \rightarrow C \therefore B \rightarrow \neg D \land \neg A$$

(1)	A→¬B			Р
(2)	D→¬C			Р
(3)	B→C			Р
(4)		В		Н
(5)			D	Н
(6)			С	E→3,4
(7)			¬C	E→2.5
(8)		¬D		I¬5,6,7
(9)			Α	Н
(10)			В	it 4
(11)			¬B	E→1,9
(12)		¬A ¬D ^¬A		I ¬ 9,10,11
(13)		¬D ^¬A		I ^ 8,12
(14)	B→¬D ^ ¬A			I <del>→</del> 4,13

### Problema 3

Analizad la validez o invalidez del siguiente razonamiento utilizando el método de resolución.

$$\mathsf{B} \to \mathsf{P} \ {}^{\wedge} \mathsf{A} \ , \ \mathsf{A} \to \mathsf{S} \ {}^{\wedge} \mathsf{F} \ , \ \mathsf{F} \ {}^{\vee} \mathsf{S} \to \mathsf{G} \ , \ \mathsf{G} \to (\mathsf{S} \to \neg \mathsf{A}) \ \therefore \ \mathsf{A} \ \to \neg \mathsf{G} \ {}^{\wedge} \neg \mathsf{B}$$

Normalización de las premisas y de la negación de la conclusión:

$$B \rightarrow P \wedge A = \neg B \vee (P \wedge A) = (\neg B \vee P) \wedge (\neg B \vee A)$$

$$A \rightarrow S \wedge F = \neg A \vee (S \wedge F) = (\neg A \vee S) \wedge (\neg A \vee F)$$

$$F \circ S \rightarrow G = \neg (F \circ S) \circ G = (\neg F \circ \neg S) \circ G = (\neg F \circ G) \circ (\neg S \circ G)$$

$$G \rightarrow (S \rightarrow \neg A) = G \rightarrow (\neg S \ ^{\vee} \ \neg A) = \neg G \ ^{\vee} \ \neg S \ ^{\vee} \ \neg A$$

$$\neg(A \rightarrow \neg G \land \neg B) = \neg(\neg A \lor (\neg G \land \neg B)) = (A \land \neg(\neg G \land \neg B)) = A \land (\neg \neg G \lor \neg \neg B) = A \land (G \lor B)$$

Conjunto de cláusulas resultantes:

$$\neg B \ P, \neg B \ A, \neg A \ S, \neg A \ F, \neg F \ G, \neg S \ G, \neg G \ \neg S \ A, A, G \ B$$



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

(en **negrita**, el conjunto de soporte)

La cláusula (¬B <sup>×</sup> P) se puede eliminar porque no existe ninguna cláusula que contenga ¬P (literal puro). La cláusula (¬B <sup>×</sup> A) se puede eliminar porque existe la cláusula A (subsunción). Las dos cláusulas eliminadas equivalen a la primera premisa. Por tanto, si el razonamiento es válido, la primera premisa no interviene en la validación.

Entonces, el conjunto resultante de cláusulas es:

$$\neg A \lor S$$
 ,  $\neg A \lor F$  ,  $\neg F \lor G$  ,  $\neg S \lor G$  ,  $\neg G \lor \neg S \lor \neg A$  ,  $A , G \lor B$ 

La cláusula (G <sup>Y</sup> B) se puede eliminar porque no existe ninguna cláusula que contenga ¬B (literal puro). Esta cláusula es una parte de la conclusión que se pretende demostrar a partir de las premisas. Por lo tanto, si el razonamiento es válido, sólo una parte de la conclusión interviene realmente en la validación.

Entonces, el conjunto resultante de cláusulas es:

$$\neg A \lor S$$
 ,  $\neg A \lor F$  ,  $\neg F \lor G$  ,  $\neg S \lor G$  ,  $\neg G \lor \neg S \lor \neg A$  ,  $A$ 

Resolución:

¬A <sup>∨</sup> S	Α
S	¬S <sup>∨</sup> G
G	¬G <sup>v</sup> ¬S <sup>v</sup> ¬A
¬S <sup>∨</sup> ¬A	Α
¬S	¬A <sup>∨</sup> S
¬A	Α
•	

Hemos observado que la primera premisa no se utiliza. Y por lo que se refiere a la conclusión, únicamente se necesita A. Esto indica que de les premisas se puede deducir ¬A y, consecuentemente, que si introducimos A como hipótesis podremos deducir cualquier cosa (en particular ¬G ^¬B).

### Problema 4

Demuestra por resolución la validez del siguiente razonamiento

$$\begin{array}{l} \forall x[\;R(x)\rightarrow\;\exists y\;S(x,y)\;^{\wedge}\;\forall z\;(S(x,z)\rightarrow\neg M(z))\;]\\ \forall u\;\;\forall v(M(u)\rightarrow S(u,v))\\ \therefore\;\forall x[R(x)\rightarrow\exists w[S(x,w)\;^{\wedge}\neg M(x)\;]] \end{array}$$

Solución:

FNS(
$$\forall x [ R(x) \rightarrow \exists y S(x,y) \land \forall z (S(x,z) \rightarrow \neg M(z))) = \forall x ( [\neg R(x) \lor S(x,f(x)) ] \land [\neg R(x) \lor \neg S(x,z) \lor \neg M(z)] )$$



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30

 $FNS( \ \forall u \ \ \forall v (M(u) \!\! \rightarrow S(u,v))) \!\! = \ \forall u \ \ \forall v [ \ \neg M(u) \ ^{\vee} S(u,v) \ ]$ 

 $\begin{array}{l} FNS(\neg\,\forall x[R(x)\rightarrow\exists w[S(x,w)\ ^{\wedge}\,\neg M(x)\ ]]) = \\ \forall w[R(a)\ ^{\prime}(\neg S(a,w)\ ^{\vee}\,M(a)] \end{array}$ 

Conjunto de cláusulas= $\{\neg R(x) \ ^{\vee} \ S(x,f(x)), \ \neg R(x) \ ^{\vee} \ \neg S(x,z) \ ^{\vee} \neg M(z), \ \neg M(u) \ ^{\vee} \ S(u,v) \ , \ \textbf{R(a), } \neg \textbf{S(a,w)} \ ^{\vee} \ \textbf{M(a)} \ \}$ 

### Resolución:

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales	
R(a)	$\neg R(x) \lor S(x,f(x))$	Substitución x por a
	¬R(a) <sup>∨</sup> S(a,f(a))	
S(a,f(a))	¬S(a,w) <sup>∨</sup> M(a)	Substitución w por f(a)
	¬S(a,f(a)) <sup>∨</sup> M(a)	
M(a)	¬M(u) <sup>∨</sup> S(u,v)	Substitución u por a
	¬M(a) <sup>v</sup> S(a,v)	•
S(a,v)	$\neg R(x) \lor \neg S(x,z) \lor \neg M(z)$	Substitución x por a
	$\neg R(a) \lor \neg S(a,v) \lor \neg M(v)$	z por v
$\neg R(a) \lor \neg M(v)$	R(a)	
¬M(v)	M(a)	Substitución v por a
¬M(a)		

Hemos llegado a cláusula vacía por consiguiente el razonamiento es válido.



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	16/06/2012	15:30