UOC
Universitat Oberta de Catalunya

Examen 2012/13-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/01/2013	09:00

05.570 19 01 13 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2013	09:00

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

T: viatjar de Tòquio a Barcelona
B: viatjar de Barcelona a Tòquio
D: dormir en l'avió
S: tenir son en arribar

1) Si viatges de Tòquio a Barcelona tindràs son en arribar

   $T \rightarrow S$

2) Quan viatges de Barcelona a Tòquio, és necessari que dormis en l'avió perquè no tinguis son en arribar.

   $B \rightarrow (\neg S \rightarrow D)$

3) Si viatges de Barcelona a Tòquio, tens son en arribar o dorms en l'avió, però no les dues coses

   $B \rightarrow (S \vee D) \wedge \neg(S \wedge D)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Predicats:
G(x): x és un gos
C(x): x és un xip
R(x): x és un registre caní
P(x,y): x porta y
I(x,y): x està inscrit a y

Domini: conjunt no buit qualsevol

1) Els gossos que porten un xip estan inscrits en algun registre caní
   $\forall x\{G(x) \wedge \exists y[C(y) \wedge P(x,y)] \rightarrow \exists y[R(y) \wedge I(x,y)]\}$

2) Hi ha gossos que han de portar un xip per a poder estar inscrits en alguns registres canins
   $\exists x\{G(x) \wedge (\exists y[R(y) \wedge I(x,y)] \rightarrow \exists y[C(y) \wedge P(x,y)])\}$ -||-
   -||- $\exists x\{G(x) \wedge (\neg\exists y[C(y) \wedge P(x,y)] \rightarrow \neg\exists y[R(y) \wedge I(x,y)])\}$

3) Si cap gos no portés xip, llavors hi hauria un registre caní en el qual estarien inscrits tots els gossos.
   $\neg\exists x\{G(x) \wedge \exists y[C(y) \wedge P(x,y)]\} \rightarrow \exists x\{R(x) \wedge \forall y[G(y) \rightarrow I(y,x)]\}$

Problema 2

Examen 2012/13-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	19/01/2013	09:00

Demostreu la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (no podeu utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius):

$Q \rightarrow R$, $S \rightarrow \neg T$ $\therefore$ $T \rightarrow (Q \vee S \rightarrow R)$

1.	$Q \rightarrow R$					P
2.	$S \rightarrow \neg T$					P
3.		T				H
4.			$Q \vee S$			H
5.				Q		H
6.				R		$E\rightarrow$ 1,5
7.				S		H
8.					$\neg R$	H
9.					$\neg T$	$E\rightarrow$2,7
10.					T	It 3
11.				$\neg\neg R$		$I\neg$8,9,10
12.				R		$E\neg$ 11
13.			R			$E\vee$ 4,6,12
14.		$Q \vee S \rightarrow R$				$I\rightarrow$ 4,13
15.	$T \rightarrow (Q \vee S \rightarrow R)$					$I\rightarrow$ 3,14

Problema 3

Demostreu la validesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució, fent ús de l'estratègia del conjunt de suport.

$$A \wedge B \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B),\ \ D \rightarrow (\neg A \wedge B),\ \ \neg(A \rightarrow C),\ \ (E \rightarrow B) \wedge (\neg E \rightarrow A) \quad \therefore \quad \neg(A \rightarrow E)$$

Quan hagueu obtingut el conjunt de clàusules necessari per aplicar el mètode de resolució, simplifiqueu-lo tot contestant les següents preguntes: Hi ha clàusules subsumides? Es pot utilitzar el criteri del literal pur?

FNC($A \wedge B \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg B)$) = $\neg A \vee \neg B \vee C$ (**1 clàusula**)
FNC($D \rightarrow (\neg A \wedge B)$) = $(\neg D \vee \neg A) \wedge (\neg D \vee B)$ (**2 clàusules**)
FNC($\neg(A \rightarrow C)$) = $A \wedge \neg C$ (**2 clàusules**)
FNC($(E \rightarrow B) \wedge (\neg E \rightarrow A)$) = $(\neg E \vee B) \wedge (E \vee A)$ (**2 clàusules**)
FNC($\neg(\neg(A \rightarrow E))$) = $\neg A \vee E$ (**1 clàusula**)

El conjunt de clàusules procedent de les premisses és:

S = $\{\neg A \vee \neg B \vee C,\ \ \neg D \vee \neg A,\ \neg D \vee B,\ \ A,\ \neg C,\ \ \neg E \vee B,\ E \vee A\}$

Conjunt de suport = $\{\neg A \vee E\}$

Reducció del conjunt de clàusules:

- **Hi ha clàusules subsumides?** Sí, la clàusula A subsumeix a la clàusula $E \vee A$, així que podem prescindir d'aquesta última.
- **Es pot utilitzar el criteri del literal pur?** Sí, aplicant la regla del literal pur, podem eliminar las clàusules $\neg D \vee \neg A$ i $\neg D \vee B$

D'aquesta manera, el conjunt de clàusules és:

S = $\{\neg A \vee \neg B \vee C,\ \ A,\ \ \neg C,\ \ \neg E \vee B\}$

Conjunt de suport = $\{\neg A \vee E\}$

Resolució:

Clàusules troncals	Clàusules laterals
$\neg A \vee E$	A
E	$\neg E \vee B$
B	$\neg A \vee \neg B \vee C$
$\neg A \vee C$	$\neg C$
$\neg A$	A
$\square$	

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	19/01/2013	09:00

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

Problema 4

Quines de les següents interpretacions:

I1: <{1,2},{P(1)=V, P(2)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, T(1,1)=V, T(1,2)=F, T(2,1)=F, T(2,2)=V}>
I2: <{1,2},{P(1)=F, P(2)=F, Q(1)=V, Q(2)=V, T(1,1)=V, T(1,2)=F, T(2,1)=V, T(2,2)=F}>
I3: <{1,2},{P(1)=F, P(2)=V, Q(1)=F, Q(2)=V, T(1,1)=F, T(1,2)=F, T(2,1)=F, T(2,2)=F}>

són un contraexemple del següent raonament?

$\exists x\, P(x) \wedge \forall x(Q(x) \rightarrow P(x))$
$\exists x(Q(x) \wedge \forall y\, \neg T(y,x))$
$\therefore\ \neg\forall x(P(x) \rightarrow \neg\exists y T(x,y))$

Passem les fórmules a enunciats:

$\exists x\, P(x) \wedge \forall x\, (Q(x) \rightarrow P(x))$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge [(Q(1) \rightarrow P(1)) \wedge (Q(2) \rightarrow P(2))]$
$(P(1) \vee P(2)) \wedge (Q(1) \rightarrow P(1)) \wedge (Q(2) \rightarrow P(2))$

$\exists x\, (Q(x) \wedge \forall y\, \neg T(y,x))$
$\exists x\, (Q(x) \wedge [\neg T(1,x) \wedge \neg T(2,x)])$
$(Q(1) \wedge [\neg T(1,1) \wedge\ \neg T(2,1)]) \vee (Q(2) \wedge [\neg T(1,2) \wedge\ \neg T(2,2)])$
$(Q(1) \wedge \neg T(1,1) \wedge\ \neg T(2,1)) \vee (Q(2) \wedge \neg T(1,2) \wedge\ \neg T(2,2))$

$\neg\forall x\, (P(x) \rightarrow \neg\exists y\, T(x,y))$
$\exists x\, \neg(P(x) \rightarrow \neg\exists y\, T(x,y))$
$\exists x\, \neg(\neg P(x) \vee \neg\exists y\, T(x,y))$
$\exists x\, (\neg\neg P(x)\ \wedge \neg\neg\exists y\, T(x,y))$
$\exists x\, (P(x)\ \wedge \exists y\, T(x,y))$
$\exists x\, (P(x)\ \wedge (T(x,1) \vee T(x,2))$
$[P(1) \wedge (T(1,1) \vee T(1,2))] \vee [P(2) \wedge (T(2,1) \vee T(2,2))]$

I1: <{1,2},{P(1)=V, P(2)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, T(1,1)=V, T(1,2)=F, T(2,1)=F, T(2,2)=V}>

La interpretació I1 fa certa la conclusió
$[P(1) \wedge (T(1,1) \vee T(1,2))] \vee [P(2) \wedge (T(2,1) \vee T(2,2))]$
$[V \wedge (V \vee F)] \vee [V \wedge (F \vee V)]$
$[V \wedge V] \vee [V \wedge V]$
$V \vee V = V$
Per tant **no es tracta d'un contraexemple**.

I2: <{1,2},{P(1)=F, P(2)=F, Q(1)=V, Q(2)=V, T(1,1)=V, T(1,2)=F, T(2,1)=V, T(2,2)=F}>

La interpretació I2 fa falsa la conclusió ja que P(1) = P(2) = F:
$[F \wedge (T(1,1) \vee T(1,2))] \vee [F \wedge (T(2,1) \vee T(2,2))] = F$
Per tant cal comprovar les premisses per tal de determinar si es tracta de un contraexemple.

La primera premissa: (P(1) ∨ P(2)) ∧ (Q(1) → P(1)) ∧ (Q(2) → P(2))
(F ∨ F) ∧ (V → F) ∧ (V → F) = F ∧ F ∧ F = F
és falsa.
La segona premissa: (Q(1) ∧ ¬T(1,1) ∧ ¬T(2,1)) ∨ (Q(2) ∧ ¬T(1,2) ∧ ¬T(2,2))
(V ∧ ¬V ∧ ¬V) ∨ (V ∧ ¬F ∧ ¬F) = (V ∧ F ∧ F) ∨ (V ∧ V ∧ V) = F ∨ V = V
és certa.
Per tant **I2 no es cap contraexemple** ja que la primera premissa és falsa

I3: <{1,2},{P(1)=F, P(2)=V, Q(1)=F, Q(2)=V, T(1,1)=F, T(1,2)=F, T(2,1)=F, T(2,2)=F}>

La tercera interpretació, I3 fa falsa la conclusió:
[P(1) ∧ (T(1,1) ∨ T(1,2))] ∨ [P(2) ∧ (T(2,1) ∨ T(2,2))] =
[F∧ (F ∨ F)] ∨ [V ∧ (F ∨ F)] =
[F∧ F] ∨ [V ∧ F] =
F ∨ F = F

Per tant serà un contraexemple si les dues premisses són certes.
En el cas de la primera:
(P(1) ∨ P(2)) ∧ (Q(1) → P(1)) ∧ (Q(2) → P(2)) =
(F ∨ V) ∧ (F → F) ∧ (V → V) =
V ∧ V ∧ V = V
veiem que és certa

Per la segona:
(Q(1) ∧ ¬T(1,1) ∧ ¬T(2,1)) ∨ (Q(2) ∧ ¬T(1,2) ∧ ¬T(2,2)) =
(F ∧ ¬F ∧ ¬F) ∨ (V ∧ ¬F ∧ ¬F) =
(F ∧ V ∧ V) ∨ (V ∧ V ∧ V) = F ∨ V = V
comprovem que també ho és.

Per tant I3 és un contraexemple.