Espai grapa

Examen 2007/08-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	21/06/2008	18:45

75.056 21 06 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? ¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos que se indican.

1) Si tengo un bebé, no duermo más de 8 horas seguidas y tengo sueño.
   $B \rightarrow \neg D \wedge S$

2) Si tengo un bebé, es necesario que el bebé no llore por la noche para que yo pueda dormir más de 8 horas seguidas.
   $B \rightarrow (D \rightarrow \neg P)$

3) Si cuando el bebé llora por la noche tengo sueño, entonces me duele la espalda cuando no duermo más de 8 horas seguidas.
   $(P \rightarrow S) \rightarrow (\neg D \rightarrow E)$

Átomos:
- B: Tengo un bebé
- E: Me duele la espalda
- S: Tengo sueño
- P: El bebé llora por la noche
- D: Duermo más de 8 horas seguidas

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados que se indican.

1) Hay personas que sólo leen novelas de ficción.
   $\exists x[\, P(x) \wedge \forall y(L(x,y) \rightarrow N(y) \wedge F(y))\,]$

2) Juan lee algunas novelas que no son de ficción.
   $\exists x[\, N(x) \wedge \neg F(x) \wedge L(j,x)\,]$

3) Si el Código da Vinci no es una novela de ficción entonces todas las personas que no leen El Señor de los Anillos leen el Código da Vinci.
   $\neg(N(d) \wedge F(d)) \rightarrow \forall x[P(x) \rightarrow (\neg L(x,s) \rightarrow L(x,d))]$

Dominio: cualquier conjunto no vacío
Predicados:
- P(x): x es una persona
- L(x,y): x lee y
- N(x): x es una novela
- F(x): x es de ficción

Constantes:
- d: El Código da Vinci
- s: El Señor de los Anillos
- j: Juan

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Utilizad solamente las 9 reglas básicas (o sea, no podéis utilizar ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

a) $P \vee S \rightarrow Q,\ Q \rightarrow S \wedge P,\ P \rightarrow \neg Q\ \therefore\ Q \rightarrow \neg S$

1.	$P \vee S \rightarrow Q$			P
2.	$Q \rightarrow S \wedge P$			P
3.	$P \rightarrow \neg Q$			P
4.		Q		H
5.			S	H
6.			$P \vee S$	$I^{\vee}$ 5
7.			Q	$E\rightarrow$1,6
8.			$S \wedge P$	$E\rightarrow$2,7
9.			P	$E^{\wedge}$8
10.			$\neg Q$	$E\rightarrow$3,9
11.		$\neg S$		$I\neg$ 5,7,10
12.	$Q \rightarrow \neg S$			$I\rightarrow$ 4,11

b) $Q \vee (\neg P \rightarrow S),\ \neg Q \wedge S,\ S \rightarrow Q\ \therefore\ P \vee S$

1.	$Q \vee (\neg P \rightarrow S)$			P
2.	$\neg Q \wedge S$			P
3.	$S \rightarrow Q$			P
4.		Q		H
5.			$\neg P$	H
6.			$\neg Q$	$E^{\wedge}$ 2
7.			Q	it 4
8.		$\neg\neg P$		$I\neg$ 5,6,7
9.		P		$E\neg$ 8
10.		$P \vee S$		$I^{\vee}$ 9
11.		$\neg P \rightarrow S$		H
12.			P	H
13.			$\neg Q$	$E^{\wedge}$ 2
14.			S	$E^{\wedge}$ 2
15.			Q	$E\rightarrow$ 3,14
16.		$\neg P$		$I\neg$ 12,13,15
17.		S		$E\rightarrow$ 11,17
18.		$P \vee S$		$I^{\vee}$ 17
19.	$P \vee S$			$E^{\vee}$ 1,10,18

Problema 3

a) El razonamiento siguiente NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$P \vee S \rightarrow \neg R$
$R \wedge \neg W \rightarrow \neg T$
$\neg S \vee R \rightarrow \neg T$
$\therefore$
$\neg S \wedge \neg T$

Buscamos las FNC :

1ª Premisa:
$P \vee S \rightarrow \neg R$
$\neg(P \vee S) \vee \neg R$
$(\neg P \wedge \neg S) \vee \neg R$
$(\neg P \vee \neg R) \wedge (\neg S \vee \neg R)$

FNC($P \vee S \rightarrow R$) = $(\neg P \vee \neg R) \wedge (\neg S \vee \neg R)$

2ª Premisa
$R \wedge \neg W \rightarrow \neg T$
$\neg(R \wedge \neg W) \vee \neg T$
$\neg R \vee W \vee \neg T$

FNC($R \wedge \neg W \rightarrow \neg T$) = $\neg R \vee W \vee \neg T$

3ª Premisa
$\neg S \vee R \rightarrow \neg T$
$\neg (\neg S \vee R) \vee \neg T$
$(\neg\neg S \wedge \neg R) \vee \neg T$
$(S \wedge \neg R) \vee \neg T$
$(S \vee \neg T) \wedge (\neg R \vee \neg T)$

FNC($\neg S \vee R \rightarrow \neg T$) = $(S \vee \neg T) \wedge (\neg R \vee \neg T)$

Negación de la conclusión
$\neg(\neg S \wedge \neg T)$
$\neg\neg S \vee \neg\neg T$
$S \vee T$

FNC($\neg(\neg S \wedge \neg T)$) = $S \vee T$

El conjunto de cláusulas obtenidas es:

S= { $\neg P \vee \neg R$, $\neg S \vee \neg R$, $\neg R \vee W \vee \neg T$, $S \vee \neg T$, $\neg R \vee \neg T$, **$S \vee T$** }

La cláusula $\neg R \vee \neg T$ subsume todas las cláusulas que la contienen:

S= { $\neg P \vee \neg R$, $\neg S \vee \neg R$, $S \vee \neg T$, $\neg R \vee \neg T$, **$S \vee T$** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contengan $\neg P$ ya que no tenemos ninguna cláusula con P.

S= { $\neg S \vee \neg R$, $S \vee \neg T$, $\neg R \vee \neg T$, **$S \vee T$** }

Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar todas las cláusulas que contengan $\neg R$ ya que no tenemos ninguna cláusula con R.

S= { $S \vee \neg T$, **$S \vee T$** }

Es obvio que de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía.

Así podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$\exists x[\neg P(x) \to S(x)]$
$\forall x\, [S(x) \to \exists y\, T(y)]$
$\forall x\, [\neg P(x) \wedge \neg Q(x)]$
$\forall x[Q(x) \wedge \exists y\ T(y) \to \exists z\, P(z)]$
$\therefore \exists x\, [Q(x) \vee \neg P(x) \to T(x)]$

Buscamos las FNS:

1ª Premisa:
$\exists x[\neg P(x) \to S(x)]$
$\exists x[\neg\neg P(x) \vee S(x)]$
$\exists x[P(x) \vee S(x)]$
$P(a) \vee S(a)$

$FNS(\exists x[\neg P(x) \to S(x)]) = P(a) \vee S(a)$

2ª Premisa:
$\forall x\, [S(x) \to \exists y\, T(y)]$
$\forall x\, [\neg S(x) \vee \exists y\, T(y)]$
$\forall x\, [S(x) \vee T(f(x))]$

$FNS(\forall x\, [S(x) \to \exists y\, T(y)]) = \forall x\, [\neg S(x) \vee T(f(x))]$

3ª Premisa:

$FNS(\forall x\, [\neg P(x) \wedge \neg Q(x)]) = \forall x\, [\neg P(x) \wedge \neg Q(x)]$

4ª Premisa:
$\forall x\, [Q(x) \wedge \exists y\ T(y) \to \exists z\, P(z)]$
$\forall x\, [\neg(Q(x) \wedge \exists y\ T(y)) \vee \exists z\, P(z)]$
$\forall x\, [\neg Q(x) \vee \neg\exists y\ T(y) \vee \exists z\, P(z)]$
$\forall x\, [\neg Q(x) \vee \forall y\ \neg T(y) \vee \exists z\, P(z)]$
$\forall x\, [\neg Q(x) \vee \forall y\ \neg T(y) \vee P(g(x))]$
$\forall x \forall y\ [\neg Q(x) \vee \neg T(y) \vee P(g(x))]$

$FNS(\forall x[Q(x) \wedge \exists y\ T(y) \to \exists z\, P(z)] = \forall x \forall y\ [\neg Q(x) \vee \neg T(y) \vee P(g(x))]$

Negación de la conclusión:
$\neg\exists x\, [Q(x) \vee \neg P(x) \to T(x)]$

$\forall x\, \neg[\neg(Q(x) \vee \neg P(x)) \vee T(x)]$
$\forall x\, [(Q(x) \vee \neg P(x)) \wedge \neg T(x)]$

$FNS(\neg\exists x\, [Q(x) \vee P(x) \to T(x)]) = \forall x\, [(Q(x) \vee P(x)) \wedge \neg T(x)]$

S = { $P(a) \vee S(a)$, $\neg S(x) \vee T(f(x))$, $\neg P(x)$, $\neg Q(x)$, $\neg Q(x) \vee \neg T(y) \vee P(g(x))$, **$Q(x) \vee \neg P(x)$, $\neg T(x)$** }

Cláusules troncales	**Cláusules laterales**	
$Q(x) \vee \neg P(x)$ $Q(a) \vee \neg P(a)$	 $P(a) \vee S(a)$	 Sustituimos x por a
$Q(a) \vee S(a)$	$\neg S(x) \vee T(f(x))$ $\neg S(a) \vee T(f(a))$	 Sustituimos x por a

$Q(a) \vee T(f(a))$	$\neg T(x)$ $\neg T(f(a))$	Sustituimos x por f(a)
$Q(a)$	$\neg Q(x)$ $\neg Q(a)$	Sustituimos x por a
•		

Problema 4

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

$\forall x\, [\exists y\, T(x,y) \rightarrow P(x)]$
$\forall x\, [\forall y\, T(x,y) \rightarrow P(x)]$
$\therefore$
$\exists x[R(x) \rightarrow P(x)]$

Proporcionad una interpretación en el dominio {1,2} tal que T(1,1)=T(2,2)=F que sea un contraejemplo.

Un contraejemplo debe hacer ciertas les premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:
$[T(1,1) \vee T(1,2) \rightarrow P(1)] \wedge [T(2,1) \vee T(2,2) \rightarrow P(2)]$

La segunda equivale a:
$[T(1,1) \wedge T(1,2) \rightarrow P(1)] \wedge [T(2,1) \wedge T(2,2) \rightarrow P(2)]$

La conclusión equivale a:
$[R(1) \rightarrow P(1)] \vee [R(2) \rightarrow P(2)]$

Ahora debemos buscar que valores hacen ciertas las premisas y falsa la conclusión.

Estudiamos primero la conclusión. La conectiva principal de este enunciado es una disyunción, por tanto para que la conclusión sea falsa es necesario que cada uno de los disyuntantes sea falso.

El primer disyuntante es $R(1) \rightarrow P(1)$. Como se trata de una implicación, para que sea falsa es necesario que sea $V \rightarrow F$.
Por tanto, necesitamos que R(1) = V y P(1)=F

El segundo disyuntante es $R(2) \rightarrow P(2)$. Como se trata de una implicación, para que sea falsa es necesario que sea $V \rightarrow F$.
Por tanto, es necesario que R(2) = V y P(2)=F

Así, hasta ahora tenemos que la interpretación que buscamos debe tener los siguientes valores

R(1)=V
R(2)=V
P(1)=F
P(2)=F
T(1,1)=F
T(1,2)=?
T(2,1)=?
T(2,2)=F

Teniendo en cuenta estos valores, estudiamos ahora la segunda premisa. Si substituimos los valores hallados tenemos que la segunda premisa es:
$[T(1,1) \wedge T(1,2) \rightarrow P(1)] \wedge [T(2,1) \wedge T(2,2) \rightarrow P(2)]$
$[F \wedge T(1,2) \rightarrow F] \wedge [T(2,1) \wedge F \rightarrow F]$

La conectiva principal de este enunciado es una conjunción. Por tanto, para que sea cierta es necesario que todos los conjuntantes sean V.

Para que $[F \wedge T(1,2) \rightarrow F]= V$ necesitamos que $F \wedge T(1,2)$ sea F. Entonces T(1,2) puede ser cierto o falso.
Para que $[T(2,1) \wedge F \rightarrow F]= V$ necesitamos que $T(2,1) \wedge F$ sea F. Entonces T(2,1) puede ser cierto o falso.

Para determinar los valores de T(1,2) y T(2,1), comprobamos la primera premisa:

$[T(1,1) \vee T(1,2) \rightarrow P(1)] \wedge [T(2,1) \vee T(2,2) \rightarrow P(2)]$

$[F \vee T(1,2) \rightarrow F] \wedge [T(2,1) \vee F\rightarrow F]$

La conectiva principal de este enunciado es una conjunción. Por tanto, para que sea cierta necesitamos que todos los conjuntantes sean V.
Para que $[F \vee T(1,2) \rightarrow F]= V$ necesitamos que $F \vee T(1,2)$ sea F. Entonces T(1,2) ha de ser falso.
Para que $[T(2,1) \vee F \rightarrow F]= V$ necesitamos que $T(2,1) \vee F$ sea F. Entonces T(2,1) ha de ser falso.

Ahora ya hemos encontrado todos los valores de la interpretación:

R(1)=V
R(2)=V
P(1)=F
P(2)=F
T(1,1)=F
T(1,2)=F
T(2,1)=F
T(2,2)=F

Teniendo en cuenta estos valores, estudiamos ahora la segunda premisa. Si substituimos los valores hallados tenemos que la segunda premisa es:

$[T(1,1) \wedge T(1,2) \rightarrow P(1)] \wedge [T(2,1) \wedge T(2,2) \rightarrow P(2)]$

$[F \wedge T(1,2) \rightarrow F] \wedge [T(2,1) \wedge F \rightarrow F]$

$[F \wedge F \rightarrow F] \wedge [F \wedge F \rightarrow F]$

$[F \rightarrow F] \wedge [F \rightarrow F]$

$V \wedge V$

Por tanto tenemos que la siguiente interpretación es un contraejemplo del razonamiento dado:

<{1, 2}, { R(1)=V, R(2)=V, P(1)=F, P(2)=F, T(1,1)=F, T(1,2) =F, T(2,1) =F, T(2,2)=F }, {}>