

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

75.570R10R06R17REEO€
 75.570 10 06 17 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código
 personal del **estudiante**.
 Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún tipo de material
- Valor de cada pregunta: Se indica en cada una de ellas
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos, incluida la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las siguientes frases Usad los átomos que se indican.

R: los delegados se reúnen
T: la situación es tensa
P: la empresa tiene pérdidas
A: se acuerda un aumento

- 1) Los delegados se reúnen si la empresa tiene pérdidas, sólo cuando la situación no es tensa
 $(P \rightarrow R) \rightarrow \neg T$
- 2) Si la empresa tiene pérdidas, la situación es tensa si los delegados se reúnen
 $P \rightarrow (R \rightarrow T)$
- 3) Cuando ni la empresa tiene pérdidas ni la situación es tensa, hay que acordar un aumento para que los delegados se reúnan.
 $\neg P \wedge \neg T \rightarrow (R \rightarrow A)$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las siguientes frases. Utilizad los predicados que se indican.

D (x): x es un diplomático
A (x): x es una acreditación
N (x): x es de alto nivel
R (x): x es de rango inferior
T (x, y): x tiene y
a: Juan

- 1) Los diplomáticos que no tienen acreditación de alto nivel son de rango inferior
 $\forall x \{D(x) \wedge \neg \exists y [A(y) \wedge N(y) \wedge T(x, y)] \rightarrow R(x)\}$
- 2) Juan tiene acreditaciones de alto nivel pero no las tiene todas
 $\exists x [A(x) \wedge N(x) \wedge T(a, x)] \wedge \neg \forall x [A(x) \wedge N(x) \rightarrow T(a, x)]$
- 3) Si no hubiera diplomáticos de rango inferior, sería necesario tener acreditación para ser diplomático
 $\neg \exists x [D(x) \wedge R(x)] \rightarrow \forall x \{D(x) \rightarrow \exists y [A(y) \wedge T(x, y)]\}$

Actividad 2 (2.5 puntos o 1.5 puntos)

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta i no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis usar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta obtendréis 0 puntos.

$P \vee Q \rightarrow R, \neg(P \vee R) \rightarrow S, P \rightarrow \neg Q \therefore \neg R \rightarrow S$

1.	$P \vee Q \rightarrow R$				P
2.	$\neg(P \vee R) \rightarrow S$				P
3.	$P \rightarrow \neg Q$				P
4.		$\neg R$			H
5.			$P \vee R$		H
6.				P	H
7.				$P \vee Q$	$I\vee 6$
8.				R	$E\rightarrow 1, 7$
9.				R	H
10.				R	$It 9$
11.			R		$E\vee 5, 8, 10$
12.			$\neg R$		$It 4$
13.		$\neg(P \vee R)$			$I\neg 5, 11, 12$
14.		S			$E\rightarrow 2, 13$
15.	$\neg R \rightarrow S$				$I\rightarrow 4, 14$

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

Actividad 3 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

- a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$$P \wedge Q \rightarrow \neg(R \rightarrow \neg S), \quad \neg(R \rightarrow Q \wedge S), \quad \neg R \rightarrow S \quad \therefore (S \rightarrow \neg R) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

$$\text{FNC}(P \wedge Q \rightarrow \neg(R \rightarrow \neg S)) = (\neg P \vee \neg Q \vee S) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$$

$$\text{FNC}(\neg(R \rightarrow Q \wedge S)) = R \wedge (\neg Q \vee \neg S)$$

$$\text{FNC}(\neg R \rightarrow S) = R \vee S$$

$$\text{FNC}(\neg((S \rightarrow \neg R) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q))) = (\neg S \vee \neg R) \wedge P \wedge Q$$

$$S = \{ \neg P \vee \neg Q \vee S, \neg P \vee \neg Q \vee R, R, \neg Q \vee \neg S, R \vee S, \neg S \vee \neg R, P, Q \}$$

R subsume a $\neg P \vee \neg Q \vee R$ y a $R \vee S$

$$S' = \{ \neg P \vee \neg Q \vee S, R, \neg Q \vee \neg S, \neg S \vee \neg R, P, Q \}$$

Laterales	Troncales
$\neg S \vee \neg R$	R
$\neg S$	$\neg P \vee \neg Q \vee S$
$\neg P \vee \neg Q$	Q
$\neg P$	P
\square	

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

b) El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de RESOLUCIÓN

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con -0.75 puntos. La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

#

$\forall x \forall y [P(y) \rightarrow \neg T(x, y)]$
 $\forall x \{R(x) \wedge S(x) \rightarrow \exists y [P(y) \wedge T(x, y)]\}$
 $\therefore \neg \exists x [R(x) \wedge S(x)]$

La FNS de $\forall x \forall y [P(y) \rightarrow \neg T(x, y)]$ es $\neg P(y) \vee \neg T(x, y)$

La FNS de $\forall x \{R(x) \wedge S(x) \rightarrow \exists y [P(y) \wedge T(x, y)]\}$ es $(\neg R(x) \vee \neg S(x) \vee P(f(x))) \wedge (\neg R(x) \vee \neg S(x) \vee T(x, f(x)))$

La FNS de $\neg \exists x [R(x) \wedge S(x)]$ es $R(a) \wedge S(a)$

El conjunto de cláusulas resultante es

$S = \{\neg P(y) \vee \neg T(x, y), \neg R(x) \vee \neg S(x) \vee P(f(x)), \neg R(x) \vee \neg S(x) \vee T(x, f(x)), R(a), S(a)\}$

Troncales	Laterales	Sustituciones
R(a)	$\neg R(x) \vee \neg S(x) \vee P(f(x))$	x por a
	$\neg R(a) \vee \neg S(a) \vee P(f(a))$	
$\neg S(a) \vee P(f(a))$	$\neg P(y) \vee \neg T(x, y)$	y por f(a)
	$\neg P(f(a)) \vee \neg T(x, f(a))$	
$\neg S(a) \vee \neg T(x, f(a))$	$\neg R(u) \vee \neg S(u) \vee T(u, f(u))$	x por u
$\neg S(a) \vee \neg T(u, f(a))$		u por a
$\neg S(a) \vee \neg T(a, f(a))$	$\neg R(a) \vee \neg S(a) \vee T(a, f(a))$	
$\neg S(a) \vee \neg R(a)$	R(a)	
$\neg S(a)$	S(a)	
□		

#

Examen 2016/17-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	10/06/2017	12:00

Actividad 4 (1.5 puntos)

[Criterio de valoración: los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

Considerad el siguiente razonamiento:

$\forall x[T(x) \rightarrow \exists y S(x,y)],$
 $\exists y \forall x \neg S(x,y)$
 $\therefore \exists x \neg T(x)$

Realizad el paso de fórmulas a enunciados de las premisas y la conclusión. Encontrad una interpretación en el dominio $\{1,2\}$ que sea un contraejemplo. Razonad vuestra respuesta.

En primer lugar realizamos el paso de fórmulas a enunciados:

Premisa 1:

$\forall x[T(x) \rightarrow \exists y S(x,y)]$
 $\forall x[T(x) \rightarrow S(x,1) \vee S(x,2)]$
 $[T(1) \rightarrow S(1,1) \vee S(1,2)] \wedge [T(2) \rightarrow S(2,1) \vee S(2,2)]$

Premisa 2:

$\exists y \forall x \neg S(x,y)$
 $\exists y [\neg S(1,y) \wedge \neg S(2,y)]$
 $[\neg S(1,1) \wedge \neg S(2,1)] \vee [\neg S(1,2) \wedge \neg S(2,2)]$

Conclusión

$\exists x \neg T(x)$
 $\neg T(1) \vee \neg T(2)$

Buscamos ahora el contraejemplo. Un contraejemplo hace ciertas las premisas y falsa la conclusión. En el dominio $\{1,2\}$ la conclusión es equivalente a $\neg T(1) \vee \neg T(2)$. Para que este enunciado sea falso es necesario que ambos disyuntandos lo sean y, para ello, tanto $T(1)$ como $T(2)$ deben ser V.

La segunda premisa es equivalente a $[\neg S(1,1) \wedge \neg S(2,1)] \vee [\neg S(1,2) \wedge \neg S(2,2)]$. Para que este enunciado sea cierto necesitamos que uno de los dos disyuntandos sea cierto. Nos fijamos en el primero: $[\neg S(1,1) \wedge \neg S(2,1)]$. Para que este sea cierto necesitamos que los dos conjuntandos que lo forman sean ciertos y esto lo logramos con $S(1,1)=S(2,1)=F$

Recapitulando, hasta ahora tenemos $T(1)=T(2)=V$, $S(1,1)=S(2,1)=F$

La primera premisa es equivalente a $[T(1) \rightarrow S(1,1) \vee S(1,2)] \wedge [T(2) \rightarrow S(2,1) \vee S(2,2)]$

Substituimos los valores que tenemos hasta ahora:

$[V \rightarrow F \vee S(1,2)] \wedge [V \rightarrow F \vee S(2,2)]$

Para que este enunciado sea cierto ambos conjuntandos deberán ser ciertos.

Para que $[V \rightarrow F \vee S(1,2)]$ sea cierto necesitamos que $S(1,2)$ sea cierto.

Análogamente, para que $[V \rightarrow F \vee S(2,2)]$ sea cierto necesitamos que $S(2,2)$ sea cierto.

Así, una interpretación que es un contraejemplo es

$\langle \{1,2\}, \{T(1)=V, T(2)=V, S(1,1)=F, S(1,2)=V, S(2,1)=F, S(2,2)=V\}, \emptyset \rangle$