

Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	20/1/2024	17:00

Este enunciado también corresponde a las siguientes asignaturas:

- 81.506 - Matemáticas I

Ficha técnica del examen

Examen 2023/24-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Álgebra	75.557	20/1/2024	17:00

Enunciados

- Responded razonadamente a los siguientes apartados:
 - Dados los números complejos $z_1 = m + 2i$, $z_2 = i$ y $z_3 = 4 + ni$. Encontrad los valores de m y n ($m, n \in \mathbb{R}$) tales que: $\frac{z_1^2}{z_2} = \bar{z}_3$
 - Calculad las raíces quintas del número complejo $3 - 2i$. Proporcionad el resultado en forma polar y los ángulos en grados dentro del intervalo $[0, 360^\circ]$.
- Considerad el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -x + ky + z = k \\ kx + ay + (k+2)z = 2a \\ 2x + 3ay + 4z = 6a - k \end{cases}$$

Substituid el parámetro a por la **primera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC y con el sistema obtenido:

- Discutid el sistema en función de los diferentes valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$.
- Resolved el sistema para $k = a + 1$.

- Sean:

$e_1 = (1, -1, 0, 1)$, $e_2 = (0, 1, 1, 1)$, $e_3 = (0, 0, 0, a + 3)$, $e_4 = (2, 0, 2, 2a + 10)$, $v = (3, -2, 1, 3a + 13)$ vectores de \mathbb{R}^4 donde a es la **tercera cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC.

Y sea $F = \langle e_1, e_2, e_3, e_4 \rangle$.

Decid si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y **justificad vuestra respuesta**:

- La dimensión de F es 4.
- $A = \{(1, -1, 0, 1), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 0, a + 3)\}$ es una base de F .
- $v \in F$ y sus coordenadas en la base A son $(3, 1, 3)$.

d) $C_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ es la matriz de cambio de base de la base A anterior a la base:

$$B = \{(1, -1, 0, 1), (1, 0, 1, 2), (0, 1, 1, a + 4)\}$$

- Substituid el parámetro a por la **segunda cifra de la derecha** de vuestro identificador IDP del campus UOC en la siguiente definición de las imágenes de los vectores de la base canónica C de \mathbb{R}^3 por una aplicación lineal:

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ f(1, 0, 0) &= (0, 0, (a+1)(a+b)) \\ f(0, 1, 0) &= \left(0, 1, \frac{a+b-1}{a+1}\right) \\ f(0, 0, 1) &= (0, 0, a+b) \end{aligned}$$

Considerad que b es un parámetro real.

Responded razonadamente a los siguientes apartados:

- Calculad, en función del valor del parámetro b , una base del núcleo de la aplicación f , decid cuál es su dimensión y determinad la dimensión de la imagen de f .
- Calculad para qué valor del parámetro $c \in \mathbb{R}$ el vector $v = (0, c, 1)$ es vector propio de la aplicación lineal f y cuál es su valor propio correspondiente. Construid una matriz diagonal para la aplicación f .