

Integración 1 (solución)

Solución

Empezamos trabajando con la condición $f'''(x) = 24x$. Si integramos una vez esta derivada, obtenemos $f''(x) = 12x^2 + C_1$. Sabemos que $f'''(0) = 2$, por lo que $C_1 = 2$. Seguimos el mismo proceso integrando una vez la segunda derivada y obtenemos que $f'(x) = 4x^3 + 2x + C_2$. También sabemos que $f'(0) = 1$, por lo que $C_2 = 1$. Integramos por última vez, obteniendo $f(x) = x^4 + x^2 + x + C_3$. Utilizando que $f(0) = 0$, tenemos que $C_3 = 0$. Obtenemos finalmente

$$f(x) = x^4 + x^2 + x.$$