Espai
grapa

Examen 2007/08-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	12/01/2008	18:45

Ì75.056Â12Â01Â08ÂEX,Î
75.056 12 01 08 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se pueden realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningun material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/01/2008	18:45

Problema 1

a) Formalizad utilizando lógica de enunciados las siguientes frases. Usad los átomos que se indican.

1) Los alumnos de lógica leen los apuntes solo si tienen que hacer una prueba de evaluación y quieren aprobar la asignatura.
   $A \rightarrow H \wedge Q$
2) Una prueba de evaluación continua es complicada si hay problemas de resolución y los alumnos no saben formalizar.
   $R \wedge \neg F \rightarrow C$
3) Cuando los alumnos no saben formalizar y quieren aprobar la asignatura, entonces los alumnos de lógica leen los apuntes solo si tienen que hacer una prueba de evaluación.
   $(\neg F \wedge Q) \rightarrow (A \rightarrow H)$

Átomos:
- A: Los alumnos de lógica leen los apuntes
- H: Tener que hacer una prueba de evaluación.
- Q: Querer aprobar la asignatura.
- C: Una prueba de evaluación es complicada
- R: Hay problemas de resolución
- F: Los alumnos saben formalizar

b) Formalizad utilizando lógica de predicados las siguientes frases. Usad los predicados y la constante que se indican

1) Hay científicos que piensan en los becarios.
   $\exists x[\, CI(x) \wedge \forall y[\, B(y) \rightarrow P(x,y)]\,]$
2) Los científicos comen con los becarios.
   $\forall x[\, CI(x) \rightarrow \exists y[\, B(y) \wedge CO(x,y)\,]\,]$
3) Cualquiera que come con alguien que piensa en los becarios, es generoso.
   $\forall x \exists y[\, (CO(x,y) \wedge \forall z[\, B(z) \rightarrow P(y,z)\,]\,) \rightarrow G(x)\,]$
4) Hay generosos que son científicos.
   $\exists x[\, CI(x) \wedge G(x)\,]$

Predicados:
- CI(x): x es un científico
- B(x): x es un becario
- G(x): x es generoso
- CO(x,y): x come con y
- P(x,y): x piensa en y

Problema 2

Demostrad, utilizando deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero no podéis utilizar equivalentes deductivos.

a) $P \rightarrow Q \vee R,\ \neg T \rightarrow R,\ \neg Q \vee \neg T\ \therefore P \rightarrow T \vee R$

1.	$P \rightarrow Q \vee R$	P
2.	$\neg T \rightarrow R$	P

3.	$\neg Q \vee \neg T$			P
4.		P		H
5.		$Q \vee R$		E→1,4
6.			Q	H
7.			$\neg T$	SD 3,6
8.			R	E→2,7
9.			$T \vee R$	I˅8
10.			R	H
11.			$T \vee R$	I˅10
12.		$T \vee R$		E˅ 5,9,11
13.	$P \rightarrow T \vee R$			I→4,12

b) $R \rightarrow Q \vee P$, $S \rightarrow R$, $\neg S \vee \neg Q$, $P \rightarrow \neg R$, $Q \rightarrow \neg P$, $S \vee Q$ $\therefore \neg S \wedge \neg P$

1.	$R \rightarrow Q \vee P$		P
2.	$S \rightarrow R$		P
3.	$\neg S \vee \neg Q$		P
4.	$P \rightarrow \neg R$		P
5.	$Q \rightarrow \neg P$		P
6.	$S \vee Q$		P
7.		S	H
8.		R	E→2,7
9.		$\neg Q$	SD 3,7
10.		$Q \vee P$	E→1,8
11.		P	SD 9,10
12.		$\neg R$	E→4,11
13.	$\neg S$		I¬ 7,8,12
14.		P	H
15.		$\neg R$	E→4,14
16.		Q	SD 6,13
17.		$\neg P$	E→5,16
18.	$\neg P$		I¬ 14,17
19.	$\neg S \wedge \neg P$		I^13,18

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/01/2008	18:45

Problema 3

a) El razonamiento siguiente NO es válido. Demuéstralo utilizando el método de resolución.

$\neg Q \wedge \neg R \rightarrow (T \rightarrow Q)$
$\neg T \rightarrow \neg Q$
$\neg T \vee R \rightarrow \neg W$
$\neg Q \wedge \neg W$
$\therefore$
$\neg T \wedge R \rightarrow Q$

Buscamos las FNC :

1ª Premisa:
$\neg Q \wedge \neg R \rightarrow (T \rightarrow Q)$
$\neg(\neg Q \wedge \neg R) \vee (\neg T \vee Q)$
$(\neg\neg Q \vee \neg\neg R) \vee (\neg T \vee Q)$
$Q \vee R \vee \neg T \vee Q$
$Q \vee R \vee \neg T$

$\mathrm{FNC}(\neg Q \wedge R \rightarrow (T \rightarrow Q)) = Q \vee R \vee \neg T$

2ª Premisa
$\neg T \rightarrow \neg Q$
$\neg\neg T \vee \neg Q$
$T \vee \neg Q$

$\mathrm{FNC}(\neg T \rightarrow \neg Q) = T \vee \neg Q$

3ª Premisa
$\neg T \vee R \rightarrow \neg W$
$\neg(\neg T \vee R) \vee \neg W$
$(\neg\neg T \wedge \neg R) \vee \neg W$
$(T \wedge \neg R) \vee \neg W$
$(T \vee \neg W) \wedge (\neg R \vee \neg W)$

$\mathrm{FNC}(\neg T \vee R \rightarrow \neg W) = (T \vee \neg W) \wedge (\neg R \vee \neg W)$

4ª Premisa
$\neg Q \wedge \neg W$

$\mathrm{FNC}(\neg Q \wedge \neg W) = \neg Q \wedge \neg W$

Negación de la conclusión
$\neg(\neg T \wedge R \rightarrow Q)$
$\neg(\neg(\neg T \wedge R) \vee Q)$
$\neg\neg(\neg T \wedge R) \wedge \neg Q$
$\neg T \wedge R \wedge \neg Q$

$\mathrm{FNC}(\neg(\neg T \wedge R \rightarrow Q)) = \neg T \wedge R \wedge \neg Q$

El conjunto de cláusulas obtenido es:

$S = \{ Q \vee R \vee \neg T,\ T \vee \neg Q,\ T \vee \neg W,\ \neg R \vee \neg W,\ \neg Q,\ \neg W,\ \mathbf{\neg T},\ \mathbf{R},\ \mathbf{\neg Q} \}$

La cláusula $\neg Q$ subsume todas las cláusulas que la contienen:

$S = \{ Q \vee R \vee \neg T,\ T \vee \neg W,\ \neg R \vee \neg W,\ \neg W,\ \mathbf{\neg T},\ \mathbf{R},\ \mathbf{\neg Q} \}$

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/01/2008	18:45

Aplicamos la regla del literal puro y eliminamos todas las cláusulas que contengan $\neg W$, ya que no tenemos ninguna cláusula con W.

S= { $Q \vee R \vee \neg T$, $\mathbf{\neg T}$ **,** $\mathbf{R}$ **,** $\mathbf{\neg Q}$ }

La cláusula T subsume a la cláusula $Q \vee R \vee \neg T$

S= { $\mathbf{\neg T}$ **,** $\mathbf{R}$ **,** $\mathbf{\neg Q}$ }

Es obvio que de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía.
Así pues, podemos afirmar que el razonamiento NO es válido.

b) El siguiente razonamiento es válido. Demuéstralo usando el método de resolución.

$\exists x[Q(x) \wedge R(x) \rightarrow \forall y T(x,y)]$,
$\forall x \exists y [T(x,y) \vee \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)]$
$\forall x[\forall y T(y,x) \wedge \neg Q(x)]$
$\therefore \exists x \neg R(x)$

La FNS de $\exists x[Q(x) \wedge R(x) \rightarrow \forall y T(a,y)]$ es $\forall y [\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(a,y)]$
La FNS de $\forall x \exists y [T(x,y) \vee \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)]$ es $\forall x [[\neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x)] \wedge [Q(x) \vee \neg R(x)]]$
La FNS de $\forall x[\forall z T(z,x) \wedge \neg Q(x)]$ es $\forall x \forall z [T(z,x) \wedge \neg Q(x)]$
La FNS de $\neg \exists x \neg R(x)$ es $\forall x R(x)$

S = {$\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(a,y)$, $\neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x)$, $Q(x) \vee \neg R(x)$, $T(z,x)$, $\neg Q(x)$, $\mathbf{R(x)}$}

Cláusulas troncales	**Cláusulas laterales**	
$R(x)$ $R(a)$	 $\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(a,y)$	Sustituimos x por a
$\neg Q(a) \vee T(a,y)$ $\neg Q(a) \vee T(a,f(a))$	$\neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x)$ $\neg T(a,f(a)) \vee \neg R(a)$	Sustituimos x por a Sustituimos y por f(a)
 $\neg Q(a) \vee \neg R(a)$	$R(x)$ $R(a)$	 Sustituimos x por a
 $\neg Q(a)$	$Q(x) \vee \neg R(x)$ $Q(a) \vee \neg R(a)$	 Sustituimos x por a
 $\neg R(a)$	$R(x)$ $R(a)$	 Sustituimos x por a
•		

Problema 4

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)
$\forall x[R(x) \rightarrow \exists y S(x,y)]$
$\exists x R(x) \wedge \forall x \forall y [S(x,y) \rightarrow T(y)]$
$\therefore \exists x[R(x) \wedge T(x)]$

Proponed una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo.
y tal que R(1)= V y R(2)=F

Un contraejemplo debe hacer ciertas la premisas y falsa la conclusión.

En el dominio {1,2} la primera premisa es equivalente a:

$[R(1) \to S(1,1) \vee S(1,2)] \wedge [R(2) \to S(2,1) \vee S(2,2)]$

La segunda equivale a:
$[R(1) \vee R(2)] \wedge [S(1,1) \to T(1)] \wedge [S(1,2) \to T(2)] \wedge [S(2,1) \to T(1)] \wedge [S(2,2) \to T(2)]$

La conclusión equivale a:
$[R(1) \wedge T(1)] \vee [R(2) \wedge T(2)]$

Así, una interpretación que es un contraejemplo es
R(1)=T(2)=S(1,2)=V y R(2)=T(1)=S(1,1)=S(2,1)=S(2,2)=F.

Examen 2007/08-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	12/01/2008	18:45