

Funciones y funciones polinómicas (solución)

Solución

Queremos encontrar $f(10)$ teniendo en cuenta que $f(x)$ cumple la siguiente igualdad

$$f(x) + f(2x + y) + 5xy = f(3x - y) + 2x^2 + 1.$$

En primer lugar, tomamos $x = 10$ para tener $f(10)$ en la ecuación, lo que nos queda

$$f(10) + f(20 + y) + 50y = f(30 - y) + 201.$$

Como no conocemos $f(x)$, necesitaríamos que $f(20 + y) = f(30 - y)$ para que se cancelaran estos dos términos, que no sabemos cuánto valen. Para que pase esto debemos escoger y de forma que $20 + y = 30 - y$. Por lo tanto, tenemos que

$$20 + y = 30 - y \Leftrightarrow y = 5.$$

Así pues, si sustituimos la y por 5 en la ecuación anterior obtenemos

$$f(10) + f(25) + 50 \cdot 5 = f(25) + 201.$$

Y ahora aislando $f(10)$ tenemos que $f(10) = -49$.