Espai
grapa

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	30/06/2007	11:15

75.056 30 06 07 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No puede añadirse hojas adicionales**
- **No se pueden realizar las pruebas con lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 30%; problema 3: 30%; problema 4: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Problema 1

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	30/06/2007	11:15

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos que se indican.

1) Si tengo limones hago limonada, si tengo naranjas hago naranjada
   $(L \rightarrow I) \wedge (N \rightarrow A)$
2) Si hago limonada, sólo hago naranjada si no hago macedonia
   $L \rightarrow (A \rightarrow \neg M)$
3) Si hago naranjada, hago limonada y macedonia si tengo naranjas y limones
   $A \rightarrow (N \wedge L \rightarrow I \wedge M)$

Átomos:

- L: tener limones
- I: hacer limonada
- N: tener naranjas
- A: hacer naranjada
- M: hacer macedonia

b) Formalizad, utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados que se indican.

1) Todos los postres que llevan chocolate son buenos
   $\forall x[P(x) \wedge \exists y\, [C(y) \wedge L(x,y)] \rightarrow G(x)]$
2) Hay postres que llevan chocolate blanco y chocolate negro y no son dulces
   $\exists x[P(x) \wedge \exists y\, [C(y) \wedge B(y) \wedge L(x,y)] \wedge \exists z\, [C(z) \wedge N(z) \wedge L(x,z)] \wedge \neg D(x)]$
3) No todos los postres dulces llevan chocolate negro
   $\neg \forall x(P(x) \wedge D(x) \rightarrow \exists z\, [C(z) \wedge N(z) \wedge L(x,z)])$

Predicados:

- P(x): x es un postre
- G(x): x es bueno
- C(x): x es chocolate
- B(x): x es blanco
- N(x): x es negro
- D(x): x es dulce
- L(x,y): x lleva y

Examen 2006/07-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.056	30/06/2007	11:15

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que los siguientes razonamientos son correctos. Podéis utilizar las 9 reglas básicas y las reglas derivadas pero NO podéis utilizar equivalencias deductivas.

a) $Q \to P,\ \neg(S \vee \neg P),\ \neg Q \to R \wedge S \therefore P$

1.	$Q \to P$		P
2.	$\neg(S \vee \neg P)$		P
3.	$\neg Q \to R \wedge S$		P
4.		$\neg P$	H
5.		$\neg Q$	MT 1, 4
6.		$R \wedge S$	E→3,5
7.		S	E^ 6
8.		$S \vee \neg P$	Iv 7
9.	$\neg\neg P$		I¬ 4, 2, 8
10.	P		E¬ 9

b) $\neg(P \wedge \neg S) \to \neg Q,\ (S \to R) \wedge T,\ T \to Q,\ \neg R \vee S \therefore P \to (T \to \neg R)$

1.	$\neg(P \wedge \neg S) \to \neg Q$			P
2.	$(S \to R) \wedge T$			P
3.	$T \to Q$			P
4.	$\neg R \vee S$			P
5.		P		H
6.			T	H
7.			Q	E→3,6
8.			$\neg\neg(P \wedge \neg S)$	MT 1,7
9.			$P \wedge \neg S$	E¬ 8
10.			$\neg S$	E^ 9
11.			$\neg R$	SD 4,10
12.		$T \to \neg R$		I→6,11
13.	$P \to (T \to R)$			I→5,12

Problema 3

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	30/06/2007	11:15

a) El razonamiento siguiente es válido. Utilizad el método de resolución lineal con la estrategia del conjunto de soporte para demostrarlo. Si podéis aplicar la regla de subsumción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo

¬Q → R ˅ S ˅ W,
R ˄ S → ¬T,
(¬R→Q) ˄ (T→ ¬S ˅ ¬W)
∴ T ˄ S → Q ˅ ¬S

FNC [¬Q → R ˅ S ˅ W] = Q ˅ R ˅ S ˅ W
FNC [R ˄ S → ¬T] = ¬R ˅ ¬S ˅ ¬T
FNC [(¬R→Q) ˄ (T→¬S ˅ ¬W] = (R ˅ Q) ˄ (¬T ˅ ¬S ˅ ¬W)
FNC ¬[T ˄ S → Q ˅ ¬S] = T ˄ S ˄ ¬Q

El conjunto de cláusulas que se obtiene es:

S = { Q ˅ R ˅ S ˅ W, ¬R ˅ ¬S ˅ ¬T, R ˅ Q , ¬T ˅ ¬S ˅ ¬W, **T , S , ¬Q}**
Las 3 últimas cláusulas (negrita) son el conjunto de soporte.
La cláusula R ˅ Q subsume a Q ˅ R ˅ S ˅ W quedándonos entonces los conjuntos de cláusulas:
S = { ¬R ˅ ¬S ˅ ¬T, R ˅ Q , ¬T ˅ ¬S ˅ ¬W, **T , S , ¬Q}**
Aplicando la regla del literal puro podemos eliminar ¬T ˅ ¬S ˅ ¬W ya que no tenemos ninguna cláusula con W, quedándonos entonces los conjuntos de cláusulas:
S = { ¬R ˅ ¬S ˅ ¬T, R ˅ Q, **T , S , ¬Q}**

Troncales	Laterales
T	¬R ˅ ¬S ˅ ¬T
¬R ˅ ¬S	R ˅ Q
¬S ˅ Q	S
Q	¬Q
•	

b) El siguiente razonamiento no es válido. Encontrad el conjunto de cláusulas correspondiente y razonad la imposibilidad de obtener la cláusula vacía (•)

$\exists x[Q(x) \wedge R(x) \rightarrow \forall y T(y,x)]$,
$\forall x \exists y [T(x,y) \vee \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)]$
$\therefore \exists x \neg R(x)$

La FNS de $\exists x[Q(x) \wedge R(x) \rightarrow \forall y T(y,x)]$ es $\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(y,a)$
La FNS de $\forall x \exists y [T(x,y) \vee \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)]$ es $[\neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x)] \wedge [Q(x) \vee \neg R(x)]$
La FNS de $\neg\exists x \neg R(x)$ es $R(x)$

El conjunto de cláusulas correspondiente es
$S = \{\neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(y,a),\ \ \neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x),\ \ \neg Q(x) \vee \neg R(x),\ R(x)\}$
Se puede observar que el literal $\neg T(x,f(x))$ de la cláusula $\neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x)$ no podrá ser eliminado nunca porque no se puede resolver contra $T(y,a)$ debido a que la discrepancia $f(x)/a$ no se puede solucionar
Esto reduce el conjunto de cláusulas potencialmente útiles a
$S = \{\neg Q(x) \vee \neg R(x),\ R(x)\}$
Resulta obvio que de este conjunto no se puede obtener la cláusula vacía.

Problema 4

Examen 2006/07-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	30/06/2007	11:15

Considerad el siguiente razonamiento (incorrecto)

$\exists x\, \exists y[\, \neg T(x,y) \vee Q(x)]$
$\exists x[Q(x) \to \forall y\, T(x,y)]$
$\therefore \exists x \neg Q(x)$

Proponed una interpretación en el dominio {1,2} que sea un contraejemplo.

Pasamos primero a enunciado las tres fórmulas en el dominio {1,2}

Primera premisa
$\exists x\, \exists y[\, \neg T(x,y) \vee Q(x)]$
$\exists x\, [\, (\neg T(x,1) \vee Q(x)) \vee (\neg T(x,2) \vee Q(x))]$
$(\neg T(1,1) \vee Q(1)) \vee (\neg T(1,2) \vee Q(1)) \vee (\neg T(2,1) \vee Q(2)) \vee (\neg T(2,2) \vee Q(2))$
Simplificamos
$\neg T(1,1) \vee Q(1) \vee \neg T(1,2) \vee \neg T(2,1) \vee Q(2) \vee \neg T(2,2)$

Segunda premisa
$\exists x[Q(x) \to \forall y\, T(x,y)]$
$\exists x[Q(x) \to T(x,1) \wedge T(x,2)]$
$(Q(1) \to T(1,1) \wedge T(1,2)) \vee (Q(2) \to T(2,1) \wedge T(2,2))$

Conclusión
$\exists\, x \neg Q(x)$
$\neg Q(1) \vee \neg Q(2)$

Buscamos ahora el contraejemplo.
Un contraejemplo ha de hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.
Para que en el dominio {1,2} la conclusión sea falsa es necesario que $\neg Q(1) \vee \neg Q(2)$. Para eso necesitamos que Q(1)=V y Q(2)=V

Si aplicamos Q(1)=V y Q(2)=V en la primera premisa tendremos $\neg T(1,1) \vee V \vee \neg T(1,2) \vee \neg T(2,1) \vee V \vee \neg T(2,2)$. Por tanto para Q(1)=V y Q(2)=V la primera premisa es cierta.

Si aplicamos Q(1)=V y Q(2)=V en la segunda premisa tendremos $(V \to T(1,1) \wedge T(1,2)) \vee (V \to T(2,1) \wedge T(2,2))$
Para que este enunciado sea cierto necesitamos que alguno de los disjuntandos lo sea. Si queremos hacer cierto el primero debemos hacer cierto el consecuente de la implicación: T(1,1) = T(1,2) = V

Así, una interpretación que es un contraejemplo es

$<\{1,2\},\{Q(1)=V,\ Q(2)=V,\ T(1,1)=V,\ T(1,2)=V,\ T(2,1)=V,\ T(2,2)=V\},\ \varnothing>$