

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

75570230612
75.570 23 06 12 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código
personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.
- No se puede añadir hojas adicionales.
- No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.
- Tiempo total 2 horas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?: No se puede consultar ningún material.
- Valor de cada pregunta: Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO
¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen

Enunciados

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

F: "Tener una fortuna"
 N: "Tener una nomina"
 H: "Hacer una hipoteca"
 A: "Tener avales"
 B: "En el barrio hablan de ti"

1) Cuando tienes una fortuna, no es necesario tener una nómina ni tener avales para poder hacer una hipoteca.

$$F \rightarrow \neg(H \rightarrow X \wedge P)$$

2) Si no tienes una fortuna ni tienes una nómina, puedes hacer una hipoteca si tienes avales.

$$\neg F \wedge \neg N \rightarrow (A \rightarrow H)$$

3) Para que en el barrio no hablen de ti es necesario no tener una fortuna.

$$\neg B \rightarrow \neg F$$

b) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

Predicados

A(x): es una chica
 O(x): es un chico
 C(x): x hace un chiste
 R(x): x se ríe ruidosamente
 P(x): x hace piruetas con el monopatín
 M(x,y): x mira a y
 G(x,y): a x le gusta y

Dominio: conjunto no vacío de chicos y chicas

1) Las chicas ríen ruidosamente cuando algún chico que les gusta hace un chiste

$$\forall x[A(x) \rightarrow (\exists y[O(y) \wedge G(x,y) \wedge C(y)] \rightarrow R(x))]$$

2) Hay chicos que solo hacen piruetas con el monopatín cuando una chica que les gusta los mira

$$\exists x[O(x) \wedge (P(x) \rightarrow \exists y[A(y) \wedge G(x,y) \wedge M(y,x)])]$$

3) Cuando un chico hace un chiste y nadie se ríe ruidosamente entonces él no le gusta a nadie

$$\forall x[O(x) \rightarrow (C(x) \wedge \neg \exists y R(y) \rightarrow \neg \exists z G(z,x))]$$

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$P \rightarrow Q, S \vee R, S \rightarrow P, T \rightarrow \neg R \therefore (P \wedge Q) \vee \neg T$

1.	$P \rightarrow Q$			P
2.	$S \vee R$			P
3.	$S \rightarrow P$			P
4.	$T \rightarrow \neg R$			P
5.		S		H
6.		P		$E \rightarrow 3, 5$
7.		Q		$E \rightarrow 1, 6$
8.		$P \wedge Q$		$I \wedge 6, 7$
9.		$(P \wedge Q) \vee \neg T$		$I \vee 8$
10.		R		H
1.			T	H
2.			$\neg R$	$E \rightarrow 4, 11$
3.			R	$It 10$
4.		$\neg T$		$I \neg 11, 12, 13$
5.		$(P \wedge Q) \vee \neg T$		$I \vee 14$
6.	$(P \wedge Q) \vee \neg T$			$E \vee 2, 9, 15$

Problema 3

Analizad la validez o invalidez del siguiente razonamiento utilizando el método de resolución. Simplificad, si se puede, el conjunto de cláusulas resultante. Son consistentes las premisas?

$A \vee \neg B \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg C), A \wedge \neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg D), \neg(A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow F) \therefore C \rightarrow F$

Normalización de las premisas y de la negación de la conclusión:

$FNC(A \vee \neg B \rightarrow (\neg D \rightarrow \neg C)) = \neg(A \vee \neg B) \vee (D \vee \neg C) = (\neg A \wedge B) \vee (D \vee \neg C) = (\neg A \vee D \vee \neg C) \wedge (B \vee D \vee \neg C)$ (2 cláusulas)

$FNC(A \wedge \neg E \rightarrow (\neg F \rightarrow \neg D)) = \neg(A \wedge \neg E) \vee (F \vee \neg D) = (\neg A \vee E) \vee (F \vee \neg D) = \neg A \vee E \vee F \vee \neg D$ (1 cláusula)

$FNC(\neg(A \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow F)) = \neg(\neg A \vee E) \wedge (\neg D \vee F) = A \wedge \neg E \wedge (\neg D \vee F)$ (3 cláusulas)

$FNC(\neg(C \rightarrow F)) = \neg(\neg C \vee F) = C \wedge \neg F$ (2 cláusulas)

Entonces, el conjunto de cláusulas de qué disponemos es:

$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, B \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F, C, \neg F\}$

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

(en **negrita**, el conjunto de soporte)

Aplicando la regla del literal puro, podemos eliminar la segunda cláusula, ya que no existe ninguna cláusula que contenga el literal $\neg B$:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F, \mathbf{C}, \mathbf{\neg F}\}$$

Aplicando resolución a partir de la primera cláusula del conjunto de soporte:

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
C	$\neg A \vee D \vee \neg C$
$\neg A \vee D$	$\neg D \vee F$
$\neg A \vee F$	$\neg F$
$\neg A$	A
•	

La obtención de la cláusula vacía nos permite dar como válido este razonamiento.

Para comprobar la consistencia de las premisas, partimos del siguiente conjunto de cláusulas:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, B \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

Por la regla del literal puro, podemos eliminar la segunda cláusula, ya que en ninguna otra cláusula encontramos el literal $\neg B$:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, \neg A \vee E \vee F \vee \neg D, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

Por otro lado, la última cláusula del anterior conjunto subsume a la segunda con lo cual obtenemos el conjunto siguiente:

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, A, \neg E, \neg D \vee F\}$$

También podemos eliminar $\neg E$ ya que no encontramos E en ninguna otra cláusula de este conjunto (literal puro):

$$S = \{\neg A \vee D \vee \neg C, A, \neg D \vee F\}$$

Aplicando resolución:

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
$\neg A \vee D \vee \neg C$	A
$D \vee \neg C$	$\neg D \vee F$
$\neg C \vee F$	

No podemos continuar; nos replanteamos la última decisión:

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
$\neg A \vee D \vee \neg C$	$\neg D \vee F$
$\neg A \vee \neg C \vee F$	A
$\neg C \vee F$	

No podemos continuar y hemos agotado todas las posibilidades. Por tanto, las premisas son consistentes.

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Problema 4

Valida el siguiente razonamiento per Deducción Natural

$$\forall x[P(x) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(x,z))] \therefore \exists y(R(y) \wedge M(y)) \rightarrow \forall x[P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$$

1	$\forall x[P(x) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(x,z))]$			Prem
2		$\exists y(R(y) \wedge M(y))$		Hip
3		$R(a) \wedge M(a)$		$E\exists$ 2
4			$P(u)$	Hip
5			$P(u) \rightarrow (\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(u,z))$	$E\forall$ 1
6			$\exists y M(y) \rightarrow \exists z S(u,z)$	$E\rightarrow$ 4,5
7			$M(a)$	$E\wedge$ 3
8			$\exists y M(y)$	$I\exists$ 7
9			$\exists z S(u,z)$	$E\rightarrow$ 6,8
10		$P(u) \rightarrow \exists z S(u,z)$		$I\rightarrow$ 4,9
11		$\forall x[P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$		$I\forall$ 10
12	$\exists y(R(y) \wedge M(y)) \rightarrow \forall x[P(x) \rightarrow \exists z S(x,z)]$			$I\rightarrow$ 2,11

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30

Examen 2011/12-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	23/06/2012	18:30