grapa

Examen 2010/11-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

75.570 22 01 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**. Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

C: Hacer mucho calor
V: Comprar un ventilador
A: Comprar un aire acondicionado
B: Comprar un abanico
E: Usar electricidad para refrescarme

1) Solo si no hace mucho calor me compro un abanico y no compro ni un ventilador ni un aire acondicionado
$B \wedge \neg V \wedge \neg A \rightarrow \neg C$

2) Solo uso electricidad para refrescarme si hace mucho calor y me compro un ventilador o me compro un aire acondicionado
$E \rightarrow C \wedge (V \vee A)$

3) Si no me compro un ventilador o no me compro un aire acondicionado, no usare electricidad para refrescarme si y solo si no hace mucho calor o tengo abanico
$\neg V \wedge \neg A \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg C \vee B) \wedge (\neg C \vee B \rightarrow \neg E)$

b) Formaliza las frases que se dan a continuación utilizando, únicamente y exclusivamente, los siguientes predicados atómicos:

Dominio: Un conjunto no vacío
J(x) : x es una joven promesa
C(x) : x es un club
D(x) : x es de la cantera
A(x, y) : x alinea y

1) No hay ninguna joven promesa que no sea alineada por ningún club
$\neg\exists x(J(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow \neg A(y,x))$

2) Hay jóvenes promesas que son alineadas por todos los clubes
$\exists x(J(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow A(y,x))$

3) No hay ningún club que no alinee ninguna joven promesa de la cantera.
$\neg\exists x(C(x) \wedge \neg\exists y(J(y) \wedge D(y) \wedge A(x,y)))$
o també $\neg\exists x(C(x) \wedge \forall y(J(y) \wedge D(y) \rightarrow \neg A(x,y)))$

4) Hay clubes que alinean todas las jóvenes promesas de la cantera.
$\exists x(C(x) \wedge \forall y(J(y) \wedge D(y) \rightarrow A(x,y))$

5) No hay ninguna joven promesa de la cantera que sea alineada por todos los clubes.
$\neg\exists x(J(x) \wedge D(x) \wedge \forall y(C(y) \rightarrow A(y,x)))$

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad únicamente las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$B \rightarrow A$
$C \vee \neg F \rightarrow B$
$F \rightarrow R$
$F \rightarrow G$
$\therefore \neg A \rightarrow R \wedge G$

Solución:

1	$B \rightarrow A$			P
2	$C \vee \neg F \rightarrow B$			P
3	$F \rightarrow R$			P
4	$F \rightarrow G$			P
5		$\neg A$		H
6			B	H
7			A	E→ 1, 6
8			$\neg A$	It 5
9		$\neg B$		I¬ 6, 7, 8
10			$C \vee \neg F$	H
11			B	E→ 2, 10
12			$\neg B$	It 9
13		$\neg(C \vee \neg F)$		I¬ 10, 11, 12
14			$\neg F$	H
15			$C \vee \neg F$	I∨ 14
16			$\neg(C \vee \neg F)$	It 13
17		$\neg\neg F$		I¬ 14, 15, 16
18		F		E¬ 17
19		R		E→ 18, 3
20		G		E→ 18, 4
21		$R \wedge G$		I∧ 19, 20
22	$\neg A \rightarrow R \wedge G$			I→ 5, 21

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido, indicad también si las premisas son consistentes.

$(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg R$
$(P \rightarrow R) \rightarrow Q$
$Q \rightarrow R \wedge S$
$R \rightarrow \neg S$
$\therefore P \wedge \neg Q$

Solución:

Formas normales

Premisa 1: $(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg R = (P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R)$
Premisa 2: $(P \rightarrow R) \rightarrow Q = (P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)$

Premisa 3: $Q \rightarrow R \wedge S = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$
Premisa 4: $R \rightarrow \neg S = \neg R \vee \neg S$
Negación de la conclusión : $\neg(P \wedge \neg Q) = \neg P \vee Q$

El conjunto de cláusulas es:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg R \vee \neg S,$ **$\neg P \vee Q$**$\}$
en negrilla el conjunto de soporte.

Si hacemos resolución;

$\neg P \vee Q$	$\neg Q \vee R$
$\neg P \vee R$	$\neg R \vee \neg S$
$\neg P \vee \neg S$	$\neg Q \vee S$
$\neg P \vee \neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$P \vee Q$
Q	$\neg Q \vee R$
R	$\neg Q \vee \neg R$
$\neg Q$	Q
•	

Si probamos si las premisas son inconsistentes, tenemos el conjunto de cláusulas:
$\{P \vee \neg R, \neg Q \vee \neg R, P \vee Q, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg R \vee \neg S\}$
No hay ninguna P negada, por tanto podemos eliminar $P \vee \neg R$ i $P \vee Q$ y queda el conjunto de cláusulas:
$\{\neg Q \vee \neg R, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S, \neg R \vee \neg S\}$
Si intentamos hacer resolución:

$\neg R \vee \neg S$	$\neg Q \vee S$
$\neg R \vee \neg Q$	$\neg R \vee Q$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$\neg R \vee Q$
$\neg R$	Bucle

Podemos eliminar la cláusula $\neg R \vee \neg S$
$\{\neg Q \vee \neg R, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R, \neg Q \vee S\}$
Ahora no queda ninguna S negada:
$\{\neg Q \vee \neg R, \neg R \vee Q, \neg Q \vee R\}$

$\neg Q \vee R$	$\neg Q \vee \neg R$ (la otra alternativa da un teorema)
$\neg Q$	$\neg R \vee Q$
$\neg R$	$\neg Q \vee R$

¬Q	Bucle

Y si eliminamos la clàusula ¬Q ∨R tenemos:
{¬Q ∨¬R, ¬R ∨Q}

Sin ninguna R afirmada, y por tanto nos queda el conjunto vacío, esto quiere decir que las premisas son consistentes.

Problema 4

¿Cuáles de las siguientes interpretaciones:

I1: <{1,2}, {R(1)=F, R(2)=F, Q(1)=V, Q(2)=F}, {a=1}>

I2: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=V, R(3)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, Q(3)=V}, {a=3}>

I3: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=V, R(3)=V, Q(1)=F, Q(2)=F, Q(3)=V}, {a=2}>

I4: <{1,2,3}, {R(1)=V, R(2)=F, R(3)=V, Q(1)=V, Q(2)=V, Q(3)=F}, {a=1}>

son contraejemplos del razonamiento:

$\forall x R(x)$, $Q(a)$, $\exists y \neg Q(y)$ ∴ $\forall x[R(x) \rightarrow Q(x)]$? Justifica tu respuesta.

Solución:

Un contraejemplo tiene que hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

- La primera interpretación no hace cierta la primera premisa porque en el dominio {1,2} ∀xR(x) equivale a R(1)∧R(2) y este enunciado es falso bajo esta interpretación.
- La segunda interpretación no hace cierta la tercera premisa porque en el dominio {1,2,3} ∃y¬Q(y) es equivalente a ¬Q(1)∨¬Q(2)∨¬Q(3) y este enunciado es falso bajo esta interpretación.
- La tercera interpretación no hace cierta la segunda premisa porque Q(a) es equivalente a Q(2) cuando a=2 y en esta interpretación Q(2)=F.
- La cuarta interpretación tampoco hace cierta la primera premisa, que en el dominio {1,2,3} equivale a R(1)∧R(2)∧R(3), enunciado que es falso bajo esta interpretación.

Ninguna de las interpretaciones dadas es un contraejemplo.

Problema 5 (versión inicial)

Se quiere diseñar un circuito lógico usando únicamente puertas NAND para la expresión:
(A• B) ▯ C

a) Reescribe la fórmula usando únicamente el operador ↑.

(A• B) ▯ C = ~(A• B) + C = ~~(~(A• B) + (C•C)) = ~(~~(A• B) • ~(C•C)) =
(~(A↑B))↑ (C↑C) = [(A↑B) ↑ (A↑B)] ↑ (C↑C)

b) Comprueba la equivalencia de las dos fórmulas construyendo su tabla de verdad.

A	B	C	A·B	(A·B)▯C	(A↑B)	(A↑B) ↑ (A↑B)	(C↑C)	[(A↑B) ↑ (A↑B)] ↑ (C↑C)

1	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1

Problema 5 (versión corregida)

Se quiere diseñar un circuito lógico usando únicamente puertas NAND para la expresión:
(A• B) + C

c) Reescribe la fórmula usando únicamente el operador ↑.

(A• B) + C = (A• B) + (C•C) = ~~((A• B) + (C•C)) = ~(~(A• B) • ~(C•C)) =
(A↑B)↑ (C↑C)

d) Comprueba la equivalencia de las dos fórmulas construyendo su tabla de verdad.

A	B	C	A·B	(A·B)+C	(A↑B)	(C↑C)	(A↑B) ↑ (C↑C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0

Examen 2010/11-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	22/01/2011	09:00