Espai
grapa

Examen 2008/09-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	10/01/2009	11:15

05.056 10 01 09 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa
amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2008/09-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	10/01/2009	11:15

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

1) Si faig exercici i esmorzo cereals no m'engreixo.
$F \wedge E \rightarrow \neg G$

2) Si esmorzo cereals, dino una amanida i faig exercici, només m'engreixo si sopo a base d'embotits.
$E \wedge D \wedge F \rightarrow (G \rightarrow S)$

3) Si no m'engreixo quan no dino una amanida, llavors faig exercici o no sopo a base d'embotits, però no les dues coses al mateix temps.
$(\neg D \rightarrow \neg G) \rightarrow (F \vee \neg S) \wedge \neg(F \wedge \neg S)$

Àtoms:
- F: Faig exercici
- E: Esmorzo cereals
- G: M'engreixo
- S: Sopo a base d'embotits
- D: Dino una amanida

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

1) Si un jugador és sheriff o és ajudant llavors dispara a tots els jugadors que són malfactors o renegats.
$\forall x[S(x) \vee A(x) \rightarrow \forall y[M(y) \vee R(y) \rightarrow D(x,y)]]$

2) Hi ha jugadors que no són sheriff ni ajudants i disparen a jugadors malfactors.
$\exists x[\neg S(x) \wedge \neg A(x) \wedge \exists y[M(y) \wedge D(x,y)]]$

3) Només disparen als jugadors ajudants els jugadors malfactors i els jugadors renegats.
$\forall x[A(x) \rightarrow \forall y[D(y,x) \rightarrow R(y) \vee M(y))]]$

Domini: el conjunt de jugadors del "Bang!"
Predicats:
- S(x): x és un jugador sheriff
- A(x): x és un jugador ajudant
- M(x): x és un jugador malfactor
- R(x): x és un jugador renegat
- D(x,y): x dispara a y

Examen 2008/09-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.056	10/01/2009	11:15

Problema 2

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que els següents raonaments són correctes. Utilitzeu només les 9 regles bàsiques (és a dir, no utilitzeu ni regles derivades ni equivalents deductius).

$S \rightarrow Q,\ Q \vee T \rightarrow R,\ R \rightarrow T \therefore Q \wedge S \rightarrow R \wedge T$

1.	$S \rightarrow Q$		P
2.	$Q \vee T \rightarrow R$		P
3.	$R \rightarrow T$		P
4.		$Q \wedge S$	H
5.		Q	$E\wedge$ 4
6.		$Q \vee T$	$I\vee$ 5
7.		R	$E\rightarrow$2,6
8.		T	$E\rightarrow$3,7
9.		$R \wedge T$	$I\wedge$ 7,8
10.	$Q \wedge S \rightarrow R \wedge T$		$I\rightarrow$4,9

Problema 3

El raonament següent NO és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$T \rightarrow R \wedge S$
$\neg T \wedge \neg S \rightarrow W \wedge S$
$\neg Q \rightarrow (\neg S \rightarrow T)$
$\neg Q \vee \neg W$
$\therefore$
$\neg T \wedge \neg Q$

Cerquem les FNC:

1a Premissa:
$T \rightarrow R \wedge S$
$\neg T \vee (R \wedge S)$
$(\neg T \vee R) \wedge (\neg T \vee S)$

$FNC(T \rightarrow R \wedge S) = (\neg T \vee R) \wedge (\neg T \vee S)$

2a Premissa
$\neg T \wedge \neg S \rightarrow W \wedge S$
$\neg(\neg T \wedge \neg S) \vee (W \wedge S)$
$T \vee S \vee (W \wedge S)$
$(T \vee S \vee W) \wedge (T \vee S \vee S)$
$(T \vee S \vee W) \wedge (T \vee S)$

$FNC(\neg T \wedge \neg S \rightarrow W \wedge S) = (T \vee S \vee W) \wedge (T \vee S)$

3a Premissa
¬Q → (¬S → T)
¬¬Q ˅ (¬¬S ˅ T)
Q ˅ S ˅ T

FNC(¬Q → (¬S → T)) = Q ˅ S ˅ T

4a Premissa
¬Q ˅ ¬W

FNC(¬Q ˅ ¬W) = ¬Q ˅ ¬W

Negació de la conclusió
¬(¬T ˄ ¬Q)
¬¬T ˅ ¬¬Q
T ˅ Q

FNC(¬(¬T ˄ ¬Q)) = T ˅ Q

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):

{ ¬T ˅ R, ¬T ˅ S, T ˅ S ˅ W, T ˅ S, Q ˅ S ˅ T, ¬Q ˅ ¬W, **T ˅ Q** }

La clàusula T ˅ S subsumeix totes les clàusules que la contenen:

{ ¬T ˅ R, ¬T ˅ S, T ˅ S, ¬Q ˅ ¬W, **T ˅ Q** }
Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen ¬W ja que no tenim cap clàusula amb W.

{ ¬T ˅ R, ¬T ˅ S, T ˅ S, **T ˅ Q** }

Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen Q ja que no tenim cap clàusula amb ¬Q.

{ ¬T ˅ R, ¬T ˅ S, T ˅ S }

Aplicant la regla del literal pur podem eliminar totes les clàusules que contenen S ja que no tenim cap clàusula amb ¬S.

{ ¬T ˅ R }

És obvi que aquest conjunt no permet obtenir la clàusula buida.

D’aquests manera podem afirmar que el raonament NO és vàlid.

Examen 2008/09-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.056	10/01/2009	11:15

Problema 4

El següent raonament és vàlid. Demostreu-ho utilitzant el mètode de resolució.

$\forall x\, [Q(x) \rightarrow \neg\exists y S(x,y)]$
$\forall x\, [\neg R(x) \vee \exists y\, S(x,y)]$
$\exists x\, R(x) \rightarrow \forall y\, Q(y)$
$\therefore\ \forall x\, \neg R(x)$

Cerquem les FNS:

1a Premissa:
$\forall x[Q(x) \rightarrow \neg\exists y S(x,y)]$
$\forall x[\neg Q(x) \vee \neg\exists y S(x,y)]$
$\forall x[\neg Q(x) \vee \forall y \neg S(x,y)]$
$\forall x \forall y[\neg Q(x) \vee \neg S(x,y)]$

FNS($\forall x[Q(x) \rightarrow \neg\exists y S(x,y)]$) = $\forall x \forall y\, [\neg Q(x) \vee \neg S(x,y)]$

2a Premissa:
$\forall x\, [\neg R(x) \vee \exists y\, S(x,y)]$
$\forall x\, [\neg R(x) \vee S(x,f(x))]$

FNS($\forall x\, [\neg R(x) \vee \exists y\, S(x,y)]$) = $\forall x\, [\neg R(x) \vee S(x,f(x))]$

3a Premissa:
$\exists x\, R(x) \rightarrow \forall y\, Q(y)$
$\neg\exists x\, R(x) \vee \forall y\, Q(y)$
$\forall x\, \neg R(x) \vee \forall y\, Q(y)$
$\forall x \forall y\, [\neg R(x) \vee Q(y)]$

FNS($\exists x\, R(x) \rightarrow \forall y\, \neg Q(y)$) = $\forall x \forall y\, [\neg R(x) \vee Q(y)]$

Negació de la conclusió:
$\neg \forall x\, \neg R(x)$
$\exists x\, \neg\neg R(x)$
$\exists x\, R(x)$
$R(a)$

FNS($\neg \forall x\, \neg R(x)$) = R(a)

El conjunt de clàusules obtingudes és (en negreta el conjunt de suport):

{ $\neg Q(x) \vee \neg S(x,y)$, $\neg R(x) \vee S(x,f(x))$, $\neg R(x) \vee Q(y)$, **R(a)** }

Clàusules troncals	**Clàusules laterals**	
R(a)	$\neg R(x) \vee S(x,f(x))$ $\neg R(a) \vee S(a,f(a))$	Substituïm x per a
S(a,f(a))	$\neg Q(x) \vee \neg S(x,y)$ $\neg Q(a) \vee \neg S(a,f(a))$	Substituïm x per a, y per f(a)
¬Q(a)	$\neg R(x) \vee Q(y)$ $\neg R(x) \vee Q(a)$	Substituïm y per a

¬R(x) ¬R(a)	R(a)	Substituïm x per a
Clàusula buida		

Problema 5

Considereu el següent raonament (incorrecte)

∃x [R(x) → ∀y Q(x,y)]
∃x [Q(x,x) ∧ R(x)]
∴
∀x [R(x) → ∃y Q (x,y)]

Doneu una interpretació en el domini {1,2} tal que Q(1,1)=F i R(2)=Q(2,1)=V, que en sigui un contraexemple.

Un contraexemple ha de fer certes les premisses i falsa la conclusió.

Passem les fórmules de les premisses i la conclusió a enunciats:

Primera premissa:
∃x [R(x) → ∀y Q(x,y)]

[R(1) → ∀y Q(1,y)] ∨ [R(2) → ∀y Q(2,y)]
[R(1) → Q(1,1) ∧ Q(1,2)] ∨ [R(2) → Q(2,1) ∧ Q(2,2)]

Segona premissa:
∃x [Q(x,x) ∧ R(x)]

[Q(1,1) ∧ R(1)] ∨ [Q(2,2) ∧ R(2)]

Conclusió:
∀x [R(x) → ∃y Q (x,y)]

[R(1) → ∃y Q (1,y)] ∧ [R(2) → ∃y Q (2,y)]
[R(1) → Q (1,1) ∨ Q (1,2)] ∧ [R(2) → Q (2,1) ∨ Q (2,2)]

Ara hem de cercar quins valors fan certes les premisses i falsa la conclusió.

Estudiem primer la conclusió. La connectiva principal d'aquest enunciat és una conjunció, per tant, perquè la conclusió sigui falsa cal que, com a mínim, un dels conjuntants sigui fals.

Estudiem el primer conjuntant: R(1) → Q (1,1) ∨ Q (1,2). Com es tracta d'una implicació, perquè sigui fals cal que sigui V →F.
Com tenim que Q(1,1) =F, llavors necessitem que R(1) = V i Q(1,2) = F.

Fins ara tenim que la interpretació que cerquem ha de tenir els següents valors:

R(1)=V
R(2)=V
Q(1,1)=F
Q(1,2) =F
Q(2,1) =V
Q(2,2)=?

Tenint en compte aquests valors, estudiem ara la primera premissa. Si substituïm els valors trobats tenim que la primera premissa és:
$[R(1) \rightarrow Q(1,1) \wedge Q(1,2)] \vee [R(2) \rightarrow Q(2,1) \wedge Q(2,2)] =$
$[V \rightarrow F \wedge F)] \vee [V \rightarrow V \wedge Q(2,2)] =$
$F \vee [V \rightarrow V \wedge Q(2,2)]$

Veiem que perquè aquesta premissa prengui valor V hem de fer que Q(2,2)=V.

Ara ja hem trobat tots els valors de la interpretació:

R(1)=V
R(2)=V
Q(1,1)=F
Q(1,2) =F
Q(2,1) =V
Q(2,2)=V

Només cal comprovar que aquests valors fan certa la segona premissa:
$[Q(1,1) \wedge R(1)] \vee [Q(2,2) \wedge R(2)] =$
$[F \wedge V] \vee [V \wedge V] =$
$F \vee V =$
V

Per tant tenim que la següent interpretació és un contraexemple del raonament proposat:
<{1, 2}, { R(1)=V, R(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2) =F, Q(2,1) =V, Q(2,2)=V }, {}>