2012 1 05570 12011 3 1 E Solucio

Logica (Universitat Oberta de Catalunya)

Espai grapa

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	12/01/2013	15:30

05.570 12 01 13 EX

Enganxeu en aquest espai una etiqueta identificativa amb el vostre codi personal
Examen

Fitxa tècnica de l'examen

- **Comprova que el codi i el nom de l'assignatura corresponen a l'assignatura en la qual estàs matriculat.**
- **Només has d'enganxar una etiqueta d'estudiant a l'espai corresponent d'aquest full.**
- **No es poden adjuntar fulls addicionals.**
- **No es pot realitzar la prova en llapis ni en retolador gruixut.**
- **Temps total:** 2 **h.**
- **En cas que els estudiants puguin consultar algun material durant l'examen, quin o quins materials poden consultar?**
  No es pot consultar cap material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 20%
- **En cas que hi hagi preguntes tipus test: Descompten les respostes errònies?** NO **Quant?**

- **Indicacions específiques per a la realització d'aquest examen:**

Enunciats

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	12/01/2013	15:30

Problema 1

a) Formalitzeu utilitzant la lògica d'enunciats les frases següents. Utilitzeu els àtoms proposats.

T: prendre cafè a la tarda
D: dormir bé a la nit
C: sopar lleuger

1) Si prenc cafè a la tarda no dormo bé a la nit

$T \rightarrow \neg D$

2) Si sopo lleuger llavors només dormo bé a la nit si no prenc cafè a la tarda

$C \rightarrow (D \rightarrow \neg T)$

3) Si no prenc cafè a la tarda llavors dormo bé a la nit o no sopo lleuger, però no ambdues coses

$\neg T \rightarrow (D \vee \neg C) \wedge \neg(D \wedge \neg C)$

b) Formalitzeu utilitzant la lògica de predicats les frases següents. Utilitzeu els predicats proposats.

Predicats
G(x): x és un graduat
B(x): x és una beca
M(x): x és una menció honorífica
E(x): x és una empresa
T(x,y): x té y (x ha tingut y)
C(x,y): x cobeja y

Domini: conjunt no buit qualsevol

1) Els graduats que han tingut una beca també han tingut una menció honorífica.
$\forall x\{G(x) \wedge \exists y[B(y) \wedge T(x,y)] \rightarrow \exists y[M(y) \wedge T(x,y)]\}$

2) Als graduats els cal tenir una menció honorifica per a ser cobejats per totes les empreses.
$\forall x\{G(x) \wedge \forall y[E(y) \rightarrow C(y,x)] \rightarrow \exists y[M(y) \wedge T(x,y)]\}$ -||-
-||- $\forall x\{G(x) \wedge \neg\exists y[M(y) \wedge T(x,y)] \rightarrow \neg\forall y[E(y) \rightarrow C(y,x)]\}$

3) Si hi ha graduats sense menció honorífica, llavors no hi ha cap empresa que cobegi tots els graduats.
$\exists x\{G(x) \wedge \neg\exists y[M(y) \wedge T(x,y)]\} \rightarrow \neg\exists x\{E(x) \wedge \forall y[G(y) \rightarrow C(x,y)]\}$

Examen 2012/13-1

Assignatura	**Codi**	**Data**	**Hora inici**
Lògica	05.570	12/01/2013	15:30

Problema 2

Demostreu la validesa del raonament següent utilitzant les 9 regles primitives de la deducció natural (no podeu utilitzar ni regles derivades ni equivalents deductius):

$$S \vee \neg Q \rightarrow \neg T \wedge R \text{ , } T \wedge Q \text{ , } R \rightarrow \neg T \wedge S \;\therefore\; \neg(Q \rightarrow R \vee S)$$

1.	$S \vee \neg Q \rightarrow \neg T \wedge R$			P
2.	$T \wedge Q$			P
3.	$R \rightarrow \neg T \wedge S$			P
4.		$Q \rightarrow R \vee S$		H
5.		Q		E$\wedge$ 2
6.		$R \vee S$		E$\rightarrow$ 4,5
7.			R	H
8.			$\neg T \wedge S$	E $\rightarrow$ 3,7
9.			$\neg T$	E$\wedge$ 8
10.			S	H
11.			$S \vee \neg Q$	I$\vee$ 10
12.			$\neg T \wedge R$	E$\rightarrow$ 1,11
13.			$\neg T$	E$\wedge$ 12
14.		$\neg T$		E$\vee$ 6,9,13
15.		T		E$\wedge$ 2
16.	$\neg(Q \rightarrow R \vee S)$			I$\neg$ 4,14,15

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	12/01/2013	15:30

Problema 3

Demostreu la validesa del següent raonament utilitzant el mètode de resolució, fent ús de l'estratègia del conjunt de suport.

$\neg P \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $Q \vee R$, $Q \rightarrow \neg R$, $\neg Q \rightarrow P$ $\therefore$ $R \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

Quan hagueu obtingut el conjunt de clàusules necessari per aplicar el mètode de resolució, simplifiqueu-lo tot contestant les següents preguntes: Hi ha clàusules subsumides? Es pot utilitzar el criteri del literal pur?

FNC $(\neg P \rightarrow (Q \rightarrow R)) = (P \vee \neg Q \vee R)$ **(1 clàusula)**
FNC $(Q \vee R) = (Q \vee R)$ **(1 clàusula)**
FNC $(Q \rightarrow \neg R) = (\neg Q \vee \neg R)$ (**1 clàusula)**
FNC $(\neg Q \rightarrow P) = (Q \vee P)$ (**1 clàusula)**
FNC $(\neg(R \rightarrow (P \rightarrow \neg Q))) = (R \wedge P \wedge Q)$ (**3 clàusules)**

El conjunt de clàusules procedent de les premisses és:

S = $\{ P \vee \neg Q \vee R, Q \vee R, \neg Q \vee \neg R, Q \vee P\}$

Conjunt de suport = {R, P, Q}

Reducció del conjunt de clàusules:

- **Hi ha clàusules subsumides?** Sí, la clàusula P subsumeix les clàusules $P \vee \neg Q \vee R$ i $Q \vee P$. A més, la clàusula Q subsumeix la clàusula $Q \vee R$.
- **Es pot utilitzar el criteri del literal pur?** Sí, aplicant la regla del literal pur, podem eliminar la clàusula P.

D'aquesta manera, el conjunt de clàusules és:

S = $\{\neg Q \vee \neg R\}$

Conjunt de suport = {R, Q}

Resolució:

1	Q	$\neg Q \vee \neg R$
2	$\neg R$	R
3	□	

Hem arribat a una contradicció i per tant el raonament és vàlid.

Examen 2012/13-1

Assignatura	Codi	Data	Hora inici
Lògica	05.570	12/01/2013	15:30

Problema 4

Demostreu, utilitzant la deducció natural, que el següent raonament és correcte. Podeu utilitzar les regles bàsiques, i les regles derivades i els equivalents deductius vistos a l'assignatura.

$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$
$\forall x\ (\neg Q(x) \rightarrow \exists y\ (T(y) \wedge P(x)))$
$\therefore\ \neg\exists x(\neg Q(x) \wedge \forall y\ S(x,y))$

1	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$		P
2	$\forall x\ (\neg Q(x) \rightarrow \exists y\ (T(y) \wedge P(x)))$		P
3		$\exists x(\neg Q(x) \wedge \forall y\ S(x,y))$	H
4		$\neg Q(a) \wedge \forall y\ S(a,y)$	E∃ 3
5		$\neg Q(a) \rightarrow \exists y\ (T(y) \wedge P(a))$	E∀ 2
6		$\neg Q(a)$	E∧ 4
7		$\exists y\ (T(y) \wedge P(a))$	E→ 5,6
8		$T(b) \wedge P(a)$	E∃ 7
9		$P(a)$	E∧ 8
10		$P(a) \rightarrow Q(a)$	E∀ 1
11		$Q(a)$	E→ 9,10
12	$\neg\exists x(\neg Q(x) \wedge \forall x\ S(x,y))$		I¬ 3,6,11