grapa

www.uoc.edu

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/06/2010	15:30

75.056 19 06 10 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede concultar ningún material.
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 20%; problema 3: 20%; problema 4: 20%; problema 5: 10%.
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Problema 1

a) Formalizad utilizando la lógica de enunciados las frases siguientes. Utilizad los átomos propuestos.

1) Para ir de viaje es necesario tener un buen sueldo, ahorrar dinero y tener días libres.
$V \to S \wedge A \wedge L$

2) Si tienes un buen sueldo o no tienes gastos, entonces ahorras dinero.
$S \vee \neg G \to A$

3) Cuando vas de viaje o te invitan o tienes gastos, pero no ambas cosas a la vez.
$V \to (I \vee G) \wedge \neg (I \wedge G)$

4) Si tienes días libres, solo ahorras si te invitan.

$L\rightarrow (A\rightarrow I)$

Átomos:

- V: Ir de viaje
- A: Ahorrar dinero
- L: Tener días libres
- S: Tener un buen sueldo
- G: Tener gastos
- I: Ser invitado

a) Formalizad utilizando la lógica de predicados las frases siguientes. Utilizad los predicados propuestos.

1) La cerveza Duff no es un producto ecológico.
$\neg (E(d) \wedge P(d))$

2) Algunos restauradores no compren ningún producto ecológico.
$\exists x(R(x) \wedge \neg\exists y(P(y) \wedge E(y) \wedge C(x,y)))$

3) Es necesario que a un restaurador le vaya bien el negocio para que todos los productos que compre sean ecológicos.
$\forall x (R(x) \wedge (\forall y (P(y) \wedge C(x,y) \rightarrow E(y))) \rightarrow B(x))$

4) Todo producto no ecológico es comprado por algún restaurador.
$\forall x (P(x) \wedge \neg E(x) \rightarrow \exists y(R(y) \wedge C(x,y)))$

Dominio: un conjunto no vacío

Predicados:

- R(x): x es restaurador
- B(x): a x le va bien el negocio
- C(x,y): x compra y
- E(y): y es ecológico
- P(x): x es producto

Constantes:

- d: la cerveza Duff

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad solo las 9 reglas básicas (es decir, no utilicéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$\neg P\rightarrow (Q\wedge\neg S),\ Q\rightarrow (R\vee S),\ R\rightarrow S \ \therefore\ P$

1	$\neg P\rightarrow Q\wedge\neg S$	P
2	$Q\rightarrow (R\vee S)$	P
3	$R\rightarrow S$	P
4	| $\neg P$	H
5	| $Q\wedge\neg S$	E→1,4
6	| $\neg S$	E^5
7	| Q	E^5
8	| $R\vee S$	E→2,7
9	| | R	H

10			S	E→3,9
11			S	H
12			S	It11
13		S		E∨8,10,12
15	¬¬P			I¬4,6,13
16	P			E¬15

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido, indicad también si las premisas son consistentes.

¬A→B∨C, ¬B∨¬C→A, D∧C→¬B, ¬E→ (A∧B), (A∧¬C) ∴ D→ A

Buscamos las FNC:

Primera premisa:
¬A→B∨C Eliminación de la implicación
A∨B∨C FNC

Segunda premisa:
¬B∨¬C→A Eliminación de la implicación
¬ (¬B∨¬C) ∨A Interiorización de la negación: De Morgan
(¬¬B∧¬¬C) ∨A Eliminación de la doble negación
(B∧C) ∨A Propiedad distributiva
(A∨B) ∧ (A∨C) FNC

Tercera premisa:
D∧C→¬B Eliminación de la implicación
¬ (D∧C)∨¬B Interiorización de la negación: De Morgan
¬D∨¬C∨¬B FNC

Cuarta premisa:
¬E→ (A∧B) Eliminación de la implicación
¬¬E∨ (A∧B) Eliminación de la doble negación
E∨ (A∧B) Propiedad distributiva
(E∨A) ∧ (E∨B) FNC

Quinta premisa:
¬ (A∧¬C) Interiorización de la negación: De Morgan
¬A∨¬¬C Eliminación de la doble negación
¬A∨C FNC

Negación de la conclusión:
¬(D→ A) Eliminación de la implicación
¬(¬D∨A) Interiorización de la negación: De Morgan
¬¬D∧¬A Eliminación de la doble negación
D∧¬A FNC

El conjunto de cláusulas obtenidas es (en negrita el conjunto de soporte):
{ A∨B∨C, A∨B, A∨C, ¬D∨¬C∨¬B, E∨A, E∨B, ¬A∨C, **D, ¬A** }

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/06/2010	15:30

La cláusula $A \vee B \vee C$ queda subsumida por $A \vee B$:
E es un literal puro:
La cláusula $\neg A \vee C$ queda subsumida por $\neg A$:

Por tanto nos queda el siguiente conjunto de cláusulas:
{ $A \vee B$, $A \vee C$, $\neg D \vee \neg C \vee \neg B$, **D, ¬A** }

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
D	$\neg D \vee \neg C \vee \neg B$
$\neg C \vee \neg B$	$A \vee B$
$\neg C \vee A$	$A \vee C$
A	$\neg A$
□	

Llegamos a contradicción, por tanto **el razonamiento es válido**.

Vamos a comprobar si la validez es debida a la inconsistencia de las premisas.

Conjunto de cláusulas sin el conjunto de soporte:
{ $A \vee B \vee C$, $A \vee B$, $A \vee C$, $\neg D \vee \neg C \vee \neg B$, $E \vee A$, $E \vee B$, $\neg A \vee C$ }

La cláusula $A \vee B \vee C$ queda subsumida por $A \vee B$:
{ $A \vee B$, $A \vee C$, $\neg D \vee \neg C \vee \neg B$, $E \vee A$, $E \vee B$, $\neg A \vee C$}

E es un literal puro:
{ $A \vee B$, $A \vee C$, $\neg D \vee \neg C \vee \neg B$, $\neg A \vee C$}

¬D es un literal puro:
{ $A \vee B$, $A \vee C$, $\neg A \vee C$}

C es un literal puro:
{ $A \vee B$ }

No podemos llegar a contradicción con este conjunto de cláusulas que nos queda.
Por tanto **las premisas son consistentes**.

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/06/2010	15:30

Problema 4

El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de resolución.

$\neg \forall x \exists y \neg A(x,y) \vee \neg \exists z \neg C(z)$
$\forall x (C(x) \rightarrow \exists y B(x,y))$,
$\exists y \forall x \neg A(x,y) \wedge D(x)$,
$\therefore \forall x (D(x) \rightarrow \exists z B(x,z))$

Primera premisa:

$\neg \forall x \exists y \neg A(x,y) \vee \neg \exists z \neg C(z)$	Interiorización de las negaciones
$\exists x \neg \exists y \neg A(x,y) \vee \forall z \neg\neg C(z)$	Interiorización de las negaciones
$\exists x \forall y \neg\neg A(x,y) \vee \forall z \neg\neg C(z)$	Eliminación de la doble negación
$\exists x \forall y A(x,y) \vee \forall z C(z)$	Skolemización: substituimos y por una constante nueva
$\forall y A(a,y) \vee \forall z C(z)$	Eliminamos los cuantificadores universales
$A(a,y) \vee C(z)$	FNS

Segunda premisa:

$\forall x (C(x) \rightarrow \exists y B(x,y))$	Eliminación de la implicación
$\forall x (\neg C(x) \vee \exists y B(x,y))$	Skolemización: substituimos y por una función nueva de x
$\forall x (\neg C(x) \vee B(x,f(x)))$	Eliminamos los cuantificadores universales
$\neg C(x) \vee B(x,f(x))$	FNS

Tercera premisa:

$\exists y \forall x \neg A(x,y) \wedge D(x)$	Skolemización: substituimos y por una constante nueva
$\forall x \neg A(x,b) \wedge D(x)$	Eliminamos los cuantificadores universales
$\neg A(x,b) \wedge D(x)$	FNS

Negación de la conclusión:

$\neg \forall x (D(x) \rightarrow \exists z B(x,z))$	Eliminación de la implicación
$\exists x \neg (\neg D(x) \vee \exists z B(x,z)))$	Interiorización de las negaciones
$\exists x (D(x) \wedge \neg \exists z B(x,z))$	Interiorización de las negaciones: De Morgan
$D(c) \wedge \forall z \neg B(c,z)$	FNS

Conjunto de cláusulas
$\{ A(a,y) \vee C(z), B(x,f(x)) \vee \neg C(x), \neg A(u,b), D(v), D(c), \neg B(c,w) \}$

Simplificación del conjunto por la regla del literal puro:
$\{ A(a,y) \vee C(z), B(x,f(x)) \vee \neg C(x), \neg A(u,b), \neg B(c,w) \}$

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales	Sustituciones
$\neg B(c,w)$ $\neg B(c,f(c))$	$B(x,f(x)) \vee \neg C(x)$ $B(c,f(c)) \vee \neg C(c)$	x per c w per f(c)
$\neg C(c)$	$A(a,y) \vee C(z)$ $A(a,y) \vee C(c)$	z per c
$A(a,y)$ $A(a,b)$	$\neg A(u,b)$ $\neg A(a,b)$	u per a y per b
$\square$		

Queda demostrada que el razonamiento es válido.

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/06/2010	15:30

Problema 5

¿Cuál de las siguientes interpretaciones es un contraejemplo del razonamiento? Razona tu respuesta.

∀x (P(x) →∃y Q(x,y)), ∃x ∃y ¬P(x) ∧Q(x,y) :. ∃x(P(x) ∧ ∀yQ(x,y))

a) < {1, 2}, {P(1)=V, P(2)=F, Q(1,1)=V, Q(1,2)=V, Q(2,1)=V, Q(2,2)=F} >
b) < {1, 2}, {P(1)=V, P(2)=F, Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=V, Q(2,2)=V} >
c) < {1, 2}, {P(1)=V, P(2)=V, Q(1,1)=F, Q(1,2)=V, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V} >
d) < {1, 2}, {P(1)=V, P(2)=F, Q(1,1)=F, Q(1,2)=F, Q(2,1)=F, Q(2,2)=V} >

Premisa 1:
∀x (P(x) →∃y Q(x,y)) =
= (P(1) →Q(1,1) ∨Q(1,2)) ∧ (P(2) →Q(2,1) ∨Q(2,2))

Premisa 2:
∃x ∃y ¬P(x) ∧Q(x,y) =
= (¬P(1) ∧Q(1,1)) ∨ (¬P(1) ∧Q(1,2)) ∨ (¬P(2) ∧Q(2,1)) v (¬P(2) ∧Q(2,2))

Conclusión:
∃x(P(x) ∧ ∀yQ(x,y)) =
= (P(1) ∧Q(1,1) ∧Q(1,2)) ∨ (P(2) ∧Q(2,1) ∧Q(2,2))

Int	P(1)	P(2)	Q(1,1)	Q(1,2)	Q(2,1)	Q(2,2)	Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
a)	V	F	V	V	V	F	(V→ V∨ V) ∧ (F→ V∨ F) =V	(¬V ∧ V) ∨(¬V ∧V) ∨ (¬F ∧V) ∨(¬F ∧F) =V	(V∧V∧V) ∨ (F∧V∧F) =V∨F =V
b)	V	F	F	V	V	V	(V→ V∨ V) ∧ (F→ V∨ F) =V	(¬V ∧ F) ∨(¬V ∧V) ∨ (¬F ∧V) ∨(¬F ∧V) =V	(V∧F∧V) ∨ (F∧V∧V) =F∨F =F
c)	V	V	F	V	F	V	(V→ V∨ V) ∧ (F→ V∨ F) =V	(¬V ∧ F) ∨(¬V ∧V) ∨ (¬V ∧F) ∨(¬V ∧V) =F	(V∧F∧V) ∨ (V∧ F ∧V) =F∨F =F
d)	V	F	F	F	F	V	(V→ F∨ F) ∧ (F→ F∨ V) =F	(¬V ∧ F) ∨(¬V ∧V) ∨ (¬F∧F) ∨(¬F ∧V) =F	(V∧F∧F) ∨ (F∧ F ∧V) =F∨F =F

Examen 2009/10-2

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.056	19/06/2010	15:30