grapa

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

75.570 29 01 11 EX

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.
Examen

Ficha técnica del examen

- **Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la cual estás matriculado.**
- **Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio de esta hoja destinado a ello.**
- **No se puede añadir hojas adicionales.**
- **No se puede realizar las pruebas a lápiz o rotulador.**
- **Tiempo total** 2 **horas**
- **En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuál o cuáles pueden consultar?:** No se puede consultar ningún material
- **Valor de cada pregunta:** Problema 1: 30%; problema 2: 25%; problema 3: 25%; problema 4: 10%; problema 5: 10%
- **En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas?** NO **¿Cuánto?**
- **Indicaciones específicas para la realización de este examen**

Enunciados

Examen 2010/11-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

Problema 1

a) Formalizad las siguientes frases usando la lógica de enunciados. Usad los átomos propuestos.

L: usar levadura
C: levantar las claras a punto de nieve
E: el pastel resulta esponjoso
H: el horno está a la temperatura adecuada

1) Es necesario usar levadura y levantar las claras a punto de nieve para que el pastel quede esponjoso.
$E \rightarrow L \wedge C$

2) Si el pastel no está esponjoso, el horno no estaba a la temperatura adecuada o no se han levantado las claras a punto de nieve.
$\neg E \rightarrow \neg H \vee \neg C$

3) Si el horno está a la temperatura adecuada, el pastel resulta esponjoso si y solo si he usado levadura y he levantado las claras a punto de nieve
$H \rightarrow (E \rightarrow L \wedge C) \wedge (L \wedge C \rightarrow E)$

b) Formaliza las frases que se dan a continuación utilizando, únicamente y exclusivamente, los siguientes predicados atómicos:

Dominio: Un conjunto no vacío
E(x) : x es un producto ecológico
A(x) : x es un agricultor
L(x) : x es láctico
P(x, y) : x produce y

1) No hay ningún producto ecológico láctico que sea producido por todos los agricultores.
$\neg\exists x(E(x) \wedge L(x) \wedge \forall y(A(y) \rightarrow P(y,x)))$

2) No hay ningún producto ecológico que no sea producido por ningún agricultor
$\neg\exists x(E(x) \wedge \forall y(A(y) \rightarrow \neg P(y,x))$

3) No hay ningún agricultor que no produzca ningún producto ecológico láctico.
$\neg\exists x(A(x) \wedge \neg\exists y(E(y) \wedge L(y) \wedge P(x,y)))$
o també $\neg\exists x(A(x) \wedge \forall y(E(y) \wedge L(y) \rightarrow \neg P(x,y)))$

4) Hay agricultores que producen todos los productos ecológicos lácticos.
$\exists x(A(x) \wedge \forall y(E(y) \wedge L(y) \rightarrow P(x,y))$

5) Hay productos ecológicos que son producidos por todos los agricultores
$\exists x(E(x) \wedge \forall y(A(y) \rightarrow P(y,x))$

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

Problema 2

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Utilizad únicamente las 9 reglas básicas (es decir, no utilizéis ni reglas derivadas ni equivalentes deductivos).

$B \to A$
$C \wedge \neg F \to B$
$F \to R$
$F \to G$
$\therefore \neg A \to (C \to R \wedge G)$

Solución:

1	$B \to A$				P
2	$C \wedge \neg F \to B$				P
3	$F \to R$				P
4	$F \to G$				P
5		$\neg A$			H
6			B		H
7			A		E→ 1, 6
8			$\neg A$		It 5
9		$\neg B$			I¬ 6, 7, 8
10			$C \wedge \neg F$		H
11			B		E→ 2, 10
12			$\neg B$		It 9
13		$\neg(C \wedge \neg F)$			I¬ 10, 11, 12
14			C		H
15				$\neg F$	H
16				$C \wedge \neg F$	I∧ 14, 15
17				$\neg(C \wedge \neg F)$	It 13
18			$\neg\neg F$		I¬ 15, 16, 17
19			F		E¬ 18
20			R		E→ 19, 3
21			G		E→ 19, 4
22			$R \wedge G$		I∧ 20, 21
23		$C \to R \wedge G$			I→ 14, 22
24	$\neg A \to (C \to R \wedge G)$				I→ 5, 23

Problema 3

Indicad aplicando resolución si el siguiente razonamiento es válido, indicad también si las premisas son consistentes.

$\neg Q \to \neg(P \to R)$
$P \to Q$
$R \to P \wedge \neg Q$
$S \to \neg R$
$\therefore Q \wedge (\neg R \vee \neg S)$

Solución:

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

Formas normales

Premisa 1

$\neg Q \rightarrow \neg(P \rightarrow R) = (Q \vee P) \wedge (Q \vee \neg R)$

Premisa 2

$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

Premisa 3

$R \rightarrow P \wedge \neg Q = (\neg R \vee P) \wedge (\neg R \vee \neg Q)$

Premisa 4

$S \rightarrow \neg R = \neg S \vee \neg R$

Negación de la conclusión

$\neg(Q \wedge (\neg R \wedge \neg S)) = (\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee S)$

El conjunto de cláusulas es:
$\{Q \vee P,\ Q \vee \neg R,\ \neg P \vee Q,\ \neg R \vee P,\ \neg R \vee \neg Q,\ \neg S \vee \neg R,\ \boldsymbol{\neg Q \vee R},\ \boldsymbol{\neg Q \vee S}\}$
en negrilla el conjunto de soporte.

Si hacemos resolución;

$\neg Q \vee S$	$\neg S \vee \neg R$
$\neg Q \vee \neg R$	$\neg Q \vee R$
$\neg Q$	$\neg P \vee Q$
$\neg P$	$Q \vee P$
Q	$\neg Q$
•	

Si probamos si las premisas son inconsistentes, tenemos el conjunto de cláusulas:
$\{Q \vee P,\ Q \vee \neg R,\ \neg P \vee Q,\ \neg R \vee P,\ \neg R \vee \neg Q,\ \neg S \vee \neg R\}$

No hay ninguna R afirmada, por tanto podemos eliminar todas las cláusules con ¬R, queda el conjunto de cláusulas:
$\{Q \vee P,\ \neg P \vee Q\}$

Con ninguna Q negada, y por tanto nos queda el conjunto vacío, esto quiere decir que las premisas son consistentes.

Problema 4

Valida o refuta el siguiente razonamiento mediante el método de resolución:

$\forall x \exists y\ \{R(x,y) \wedge\ \forall z[S(y,z) \rightarrow A(z)]\}$
$\exists x \forall y\ \{R(y,x) \rightarrow S(x,y)\}$
$\therefore\ \exists x \exists y\ \{R(x,y) \wedge A(y)\}$

Solución:

FNS ($\forall x \exists y\ \{R(x,y) \wedge\ \forall z[S(y,z) \rightarrow A(z)]\}$) = $\forall x \forall z\ \{R(x,f(x)) \wedge\ [\neg S(f(x),z) \vee A(z)]\}$

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

FNS (∃x∀y {R(y,x) → S(x,y)}) = ∀y {¬R(y,a) ˅ S(a,y)})
FNS (∃x∃y {R(x,y) ˄ A(y)}) = ∀x∀y {¬R(x,y) ˅ ¬A(y)}

Obtenemos el siguiente conjunto de cláusulas (las cláusulas en negrita provienen de la negación de la conclusión) dónde hemos rebautizado las variables de cláusulas diferentes:

{ R(x,f(x)) , ¬S(f(y),z) ˅ A(z) , ¬R(t,a) ˅ S(a,t) , ¬R(u,v) ˅ ¬A(v)} }

Observamos que siempre que queramos resolver el literal S(,) no podremos eliminarlo, puesto que tendremos que unificar una discrepancia del tipo <a, f(?)> que no es nunca unificable.

Por lo tanto sólo nos quedan las cláusulas: R(x,f(x)), ¬R(u,v) ˅ ¬A(v) con las que no podemos obtener la cláusula vacía. Así pues hemos agotado todas las posibilidades sin llegar a la cláusula vacía, y podemos afirmar que el razonamiento no es válido.

<u>Problema 5</u>
Se quiere diseñar un circuito lógico usando únicamente puertas NOR para la expresión:
A+(B•C)

a) Reescribe la fórmula usando únicamente el operador ↓.

Indicación: puedes escribir la expresión como un producto de sumas, aplicarle una doble negación e interiorizar una de ellas mediante la ley de De Morgan.

A+(B·C) = (A+B)·(A+C) = ~ ~ ((A+B)·(A+C)) = ~ (~ (A+B)+ ~ (A+C)) = (A↓B)↓ (A↓C)

b) Comprueba la equivalencia de las dos fórmulas construyendo su tabla de verdad.

A	B	C	B·C	A+(B·C)	(A↓B)	(A↓C)	(A↓B) ↓ (A↓C)
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

Examen 2010/11-1

Asignatura	**Código**	**Fecha**	**Hora inicio**
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

Examen 2010/11-1

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	29/01/2011	18:30

c)