

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

C75.570\R12\R01\R19\RE\EX€

Espacio para la etiqueta identificativa con el código personal del **estudiante**.

Examen

Ficha técnica del examen

- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura matriculada.
- Debes pegar una sola etiqueta de estudiante en el espacio correspondiente de esta hoja.
- No se puede añadir hojas adicionales, ni realizar el examen en lápiz o rotulador grueso.
- Tiempo total: 2 horas Valor de cada pregunta: Se indica en cada una de ellas
- En el caso de que los estudiantes puedan consultar algún material durante el examen, ¿cuáles son?: No se puede consultar ningún material
- En el caso de poder usar calculadora, de que tipo? NINGUNA
- En el caso de que haya preguntas tipo test: ¿descuentan las respuestas erróneas? NO ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

Enunciados

Actividad 1 (1.5 puntos + 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: Las formalizaciones deben ser correctas en todos los aspectos incluyendo la parentización. Cada frase se valora independientemente de las otras]

a) Utilizando los siguientes átomos, formalizad las frases que hay a continuación

H: como hidratos

P: como proteínas

A: adelgazo

E: hago ejercicio

1) Siempre que hago ejercicio, es necesario que ni coma hidratos ni coma proteínas para adelgazar

$$E \rightarrow (A \rightarrow \neg H \land \neg P)$$
 -||- $E \rightarrow (\neg (\neg H \land \neg P) \rightarrow \neg A)$ -||- $E \rightarrow (H \lor P \rightarrow \neg A)$

2) Cuando como proteínas, no adelgazo si no hago ejercicio

$$P \rightarrow (\neg E \rightarrow \neg A)$$

3) Solo adelgazo cuando no hago ejercicio pero como proteínas

$$\mathsf{A} \to (\neg \mathsf{E} \land \mathsf{P}) \text{--}||-\neg(\neg \mathsf{E} \land \mathsf{P}) \to \neg \mathsf{A} \text{--}||-\mathsf{E} \lor \neg \mathsf{P} \to \neg \mathsf{A}$$

b) Utilizando los siguientes predicados, formalizad las frases que hay a continuación

C(x): x es una cuenta

P(x): x es Premium

R(x): x es remunerado

T(x): x es una tarjeta

V(x,y): x tiene vinculado y (y está vinculado a x)

a: La Estrella Sideral de Pedro Muñoz

b: La MasterVisa de Pedro Muñoz

1) Las cuentas remuneradas tienen vinculadas tarjetas Premium

$$\forall x \{C(x) \land R(x) \rightarrow \exists y [T(y) \land P(y) \land V(x,y)]\}$$

2) Si hubiera cuentas sin tarjetas vinculadas, no todas las tarjetas serían Premium

$$\exists x \{C(x) \land \neg \exists y [T(y) \land V(x,y)]\} \rightarrow \neg \forall x [T(x) \rightarrow P(x)]$$

La Estrella Sideral de Pedro Muñoz no es una cuenta remunerada ni tiene vinculada la MasterVisa de Pedro Muñoz

$$\neg [C(a) \land R(a)] \land \neg V(a,b)$$



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

Actividad 2 (2.5 o 1.5 puntos)

[Criterio de valoración: será inválida (0 puntos) cualquier deducción que contenga la aplicación incorrecta de alguna regla]

Demostrad, utilizando la deducción natural, que el siguiente razonamiento es correcto. Si la deducción es correcta y no utilizáis reglas derivadas obtendréis 2.5 puntos. Si la deducción es correcta pero utilizáis reglas derivadas obtendréis 1.5 puntos. En ningún caso podéis utilizar equivalentes deductivos. Si hacéis más de una demostración y alguna es incorrecta no obtendréis ningún punto.

$$A{\vee}B,\,\neg(T{\rightarrow}D){\rightarrow}\neg A\,\mathrel{\dot{.}.}\,\neg(B{\vee}D){\rightarrow}\neg T$$

1	A∨B				Р
2	$\neg (T \rightarrow D) \rightarrow \neg A$				Р
3	,	¬(B∨D)			Н
4			Α		Н
5				¬(T→D)	Н
6				¬A	E→ 2,5
7				Α	It 4
8			¬¬(T→D		l⊸5, 6, 7
)		
9			T→D		E¬ 8
10				Т	Н
11				D	E→ 9, 10
12				B∨D	I∨ 11
13				¬(B∨D)	It 3
14			⊣T		I–10, 12, 13
15			В		Н
16				T	Н
17				B∨D	I∨ 15
18				¬(B∨D)	It 3
19			⊸T		I–16, 17, 18
20		¬T			Ev 1, 14, 19
21	$\neg (B \lor D) \rightarrow \neg T$				l→ 3, 20



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

Actividad 3 (1.5 + 1.5 puntos)

 a) El razonamiento siguiente ¿es válido o no? Utilizad el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo para determinarlo. Si podéis aplicar la regla de subsunción o la regla del literal puro, aplicadlas e indicadlo.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNCs se penalizará con -0.75 puntos La presencia de errores en la aplicación de las reglas de simplificación y/o en la aplicación de la regla de resolución se penalizará con -0.75 puntos como mínimo]

$$\neg T \land (S \rightarrow T),$$

$$(Q \rightarrow R) \land (R \rightarrow T)$$

$$\therefore \neg T \lor R \rightarrow \neg (S \lor Q)$$

$$FNC [\neg T \land (S \rightarrow T)] = \neg T \land (\neg S \lor T)$$

$$FNC [(Q \rightarrow R) \land (R \rightarrow T)] = (\neg Q \lor R) \land (\neg R \lor T)$$

$$FNC \neg [\neg T \lor R \rightarrow \neg (S \lor Q)] = (\neg T \lor R) \land (S \lor Q)$$

El conjunto de cláusulas es:

$$S = {\neg T, \neg S \lor T, \neg Q \lor R, \neg R \lor T, \neg T \lor R, S \lor Q}$$

La cláusula $\neg T$ subsume $\neg T \lor R$ así que el conjunto de cláusulas potencialmente útiles se reduce a: S' = { $\neg T$, $\neg S \lor T$, $\neg Q \lor R$, $\neg R \lor T$, $\textbf{S} \lor \textbf{Q}$ }

No se puede aplicar la regla del literal puro

Cláusulas troncales	Cláusulas laterales
S∨Q	¬Q∨R
SvQ SvR	¬R∨T
S∨T	¬T
S	¬S∨T
Т	¬T

Hemos llegado a una contradicción y, consecuentemente, el razonamiento es válido.



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

b) El siguiente razonamiento es válido. Demostradlo utilizando el método de resolución con la estrategia del conjunto de apoyo.

[Criterio de valoración: La presencia de errores en las FNSs se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos). La aplicación incorrecta del método de resolución (incluidas las sustituciones) se penalizará con la mitad del valor del apartado (-0.75 puntos), como mínimo]

```
 \exists x[Q(x) \land R(x) \rightarrow \forall yT(x,y)], \\ \forall x \exists y [T(x,y) \lor \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)] \\ \forall x[\forall yT(y,x) \land \neg Q(x)] \\ \therefore \exists x \neg R(x)
```

```
La FNS de \exists x[Q(x) \land R(x) \rightarrow \forall yT(a,y)] es \neg Q(a) \lor \neg R(a) \lor T(a,y)
La FNS de \forall x \exists y [T(x,y) \lor \neg Q(x) \rightarrow \neg R(x)] es [\neg T(x,f(x)) \lor \neg R(x)] \land [Q(x) \lor \neg R(x)]
La FNS de \forall x[\forall zT(z,x) \land \neg Q(x)] es [T(z,x) \land \neg Q(x)]
La FNS de \neg \exists x \neg R(x) es R(x)
```

$S = \{ \neg Q(a) \vee \neg R(a) \vee T(a,y), \ \neg T(x,f(x)) \vee \neg R(x), \ Q(x) \vee \neg R(x), \ T(z,x), \ \neg Q(x), \ \textbf{R(x)} \}$

Cláusulas tróncales	Cláusulas laterales	
R(x)		Substituimos x por a
R(a)	$\neg Q(a) \lor \neg R(a) \lor T(a,y)$	
¬Q(a) ∨ T(a,y)	$\neg T(x,f(x)) \lor \neg R(x)$	Substituimos x por a
¬Q(a) ∨ T(a,f(a))	¬T(a,f(a)) ∨ ¬R(a)	Substituimos y por f(a)
	R(x)	
¬Q(a) ∨ ¬R(a)	R(a)	Substituimos x por a
	$Q(x) \vee \neg R(x)$	
¬Q(a)	Q(a) ∨ ¬R(a)	Substituimos x por a
	R(x)	
¬R(a)	R(a)	Substituimos x por a

Hemos llegado a una contradicción y, consecuentemente, el razonamiento es válido.



Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Lógica	75.570	12/01/2019	15:30

Actividad 4 (1.5 punts)

[Criterio de valoración: Los errores en el desarrollo se penalizarán, cada uno de ellos, con -0.5 puntos. Los errores conceptuales invalidan la pregunta]

Considerad el siguiente razonamiento:

```
 \forall x[P(x) \rightarrow R(x)]   \forall x \forall y[Q(x,y) \rightarrow R(y)]   \therefore \exists x \exists y[P(x) \land Q(x,y)]
```

Determinad si la siguiente interpretación es un contraejemplo o no y, a la vista del resultado obtenido, decid si es posible afirmar alguna cosa al respecto de la validez del razonamiento. En caso de que la respuesta sea afirmativa, decid qué es lo que se puede afirmar.

```
I = \langle \{1, 2\}, \{P(1)=P(2)=F, Q(1,1)=Q(1,2)=Q(2,1)=Q(2,2)=F, R(1)=R(2)=V\}, \varnothing \rangle
```

Recordemos que un contraejemplo debe hacer ciertas las premisas y falsa la conclusión.

En el dominio $\{1,2\}$ la primera premisa es equivalente a $[P(1) \rightarrow R(1)] \land [P(2) \rightarrow R(2)]$ Como para esta interpretación P(-) siempre es falso, las implicaciones siempre son ciertas y, por tanto la premisa es cierta.

En el dominio $\{1,2\}$ la segunda premisa es equivalente a: $[Q(1,1) \to R(1)] \wedge [Q(1,2) \to R(2)] \wedge [Q(2,1) \to R(1)] \wedge [Q(2,2) \to R(2)]$ Como para esta interpretación los antecedentes (Q(-,-)) son siempre falsos, todas las implicaciones son ciertas y, en consecuencia, la premisa es cierta.

```
Finalmente, en dominio \{1,2\} la conclusión equivale a: [P(1) \land Q(1,1)] \lor [P(1) \land Q(1,2)] \lor [P(2) \land Q(2,1)] \lor [P(2) \land Q(2,2)] Como todas los P(-) y Q(-,-) son falsos, la conclusión es falsa.
```

Acabamos de ver que la interpretación dada es un contraejemplo del razonamiento. Con la presencia de un contraejemplo ya podemos decir que <u>el razonamiento no es válido</u>.