

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский технический университет связи и информатики»

Факультет «Кибернетика и информационная безопасность»

Кафедра «Интеллектуальные системы в управлении и автоматизации»

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

по дисциплине

Нечеткие модели принятия решений

Выполнил:

студент

группы БУТ2101

Мазниченко Д.С.

Проверил:

к.т.н. Ларин А.И.

Москва 2024

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Тема «Построение нечеткой модели. Операция фаззификации»

Цель: представить входные и выходной параметр модели в виде лингвистических переменных.

Задачи:

- получить практические навыки формулировки задачи нечеткого моделирования;
- получить навыки представления входных параметров модели в виде лингвистических переменных, осуществляя выбор форма функции принадлежности в соответствии с особенностями моделируемого процесса;
- рассчитать значения на выходе блока фаззификации для конкретных четких значений на входе;
- исследовать зависимость количества выходных значений от количества входных параметров и количества термов в каждом входном параметре.

Ход выполнения:

1. Определение моделируемого процесса
Для выполнения данной работы будем использовать тот же процесс, модель которого строилась на курсе «Основы математического моделирования». В данном случае, это процесс схода лавины в горах. Ниже приведена формула для расчета мощности лавины:

$$P = \frac{M \sin \alpha VS}{\rho}$$

Где М – индекс снежной массы, $\sin \alpha$ – угол наклона горы, V – скорость снежного потока, S – длина склона, ρ – плотность снега.

В данном случае, мы будем использовать два входных параметра, это индекс снежной массы и скорость снежного потока. Остальные

величины мы примем за константы и будем считать внешними факторами.
Выходная величина – мощность лавины.

Таким образом, x_1 – индекс снежной массы (M [усл. ед]) и x_2 – скорость снежного потока (V [м/с]), y – мощности лавины (P [усл. ед]).

2. Определение области определения параметров
Области определения параметров также возьмем из курса основ математического моделирования. Здесь:

2.1 Снежная масса (или индекс снежной массы) — некоторая недетерминированная величина M , которая оценивается внешне и добавляется в виде операнда произведения в модель в значениях от 0.1 до 1. Логические переменные для ограничения:

$$\omega_{11} = \begin{cases} 1, \text{ если } 0.1 \leq x \leq 0.55 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{12} = \begin{cases} 1, \text{ если } 0.1 \leq x \leq 1 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{13} = \begin{cases} 1, \text{ если } 0.55 \leq x \leq 1 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Аналитическое задание лингвистической переменной:

2.2 Скорость снежного потока — V (от 10 до 125 м/с).

Логические переменные для ограничения:

$$\omega_{21} = \begin{cases} 1, \text{ если } 10 \leq x \leq 57.5 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{22} = \begin{cases} 1, \text{ если } 10 \leq x \leq 125 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{23} = \begin{cases} 1, \text{ если } 57.5 \leq x \leq 125 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Аналитическое задание лингвистической переменной:

2.3 Мощность лавины — P (от 0 до 125 условных единиц).

Логические переменные для ограничения:

$$\omega_{31} = \begin{cases} 1, \text{ если } 0 \leq x \leq 40 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{32} = \begin{cases} 1, \text{ если } 30 \leq x \leq 100 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\omega_{33} = \begin{cases} 1, \text{ если } 80 \leq x \leq 125 \\ 0 \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

3. Представление входных и выходного параметра в виде лингвистических переменных

Снежная масса – {несущественная, средняя, большая}, скорость снежного потока – {низкая, средняя, высокая}, мощность лавины – {маломощной, средней мощности, мощная}.

4. Графическое и аналитическое представление лингвистических переменных

В аналитическом виде наши входные переменные будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu(M) &= \omega_{12} \left(0.1 - \frac{|M - 0.325|}{0.255} \right) + \omega_{12} \left(0.1 - \frac{|M - 0.55|}{0.225} \right) \\ &\quad + \omega_{13} \left(0.1 - \frac{|M - 0.775|}{0.225} \right) \\ \mu(V) &= \omega_{21} \left(0.1 - \frac{|V - 10|}{47.5} \right) + \omega_{22} \left(0.1 - \frac{|V - 57.5|}{47.5} \right) \\ &\quad + \omega_{23} \left(0.1 - \frac{|V - 125|}{47.5} \right) \\ \mu(P) &= \omega_{31} \left(0.1 - \frac{|P - 20|}{20} \right) + \omega_{32} \left(0.1 - \frac{|P - 65|}{35} \right) \\ &\quad + \omega_{33} \left(0.1 - \frac{|P - 102.5|}{22.5} \right) \end{aligned}$$

На рисунках ниже можно увидеть графическое отображение используемых переменных.

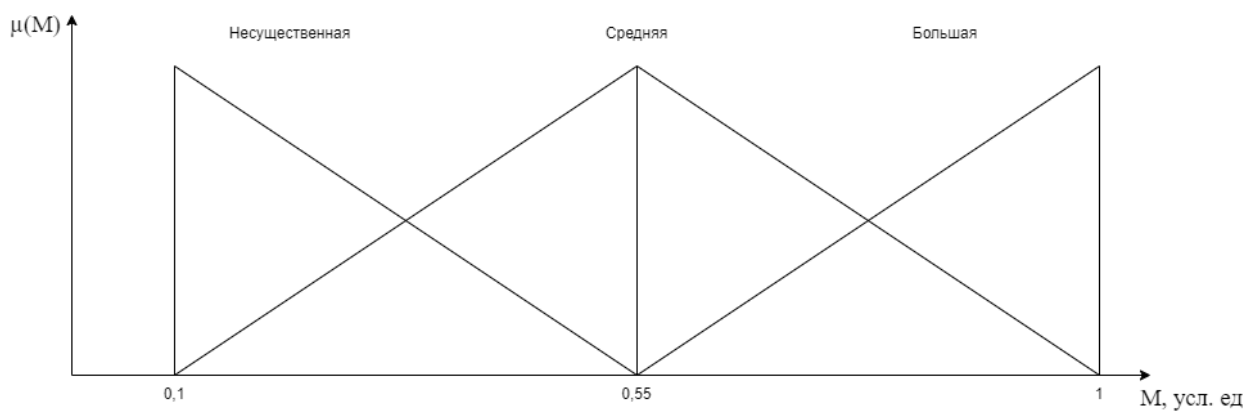


Рис. 1 – Лингвистическая переменная «Индекс снежной массы»

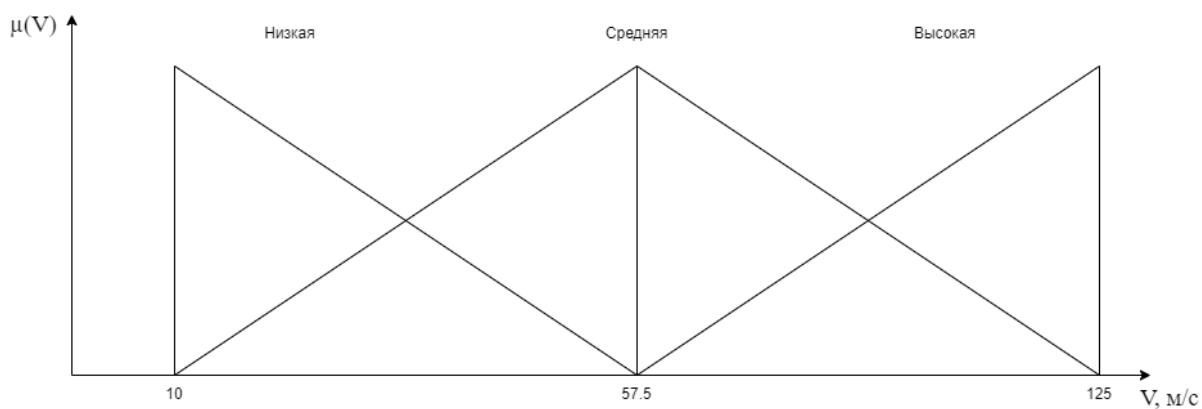


Рис. 2 – Лингвистическая переменная «Скорость снежного потока»

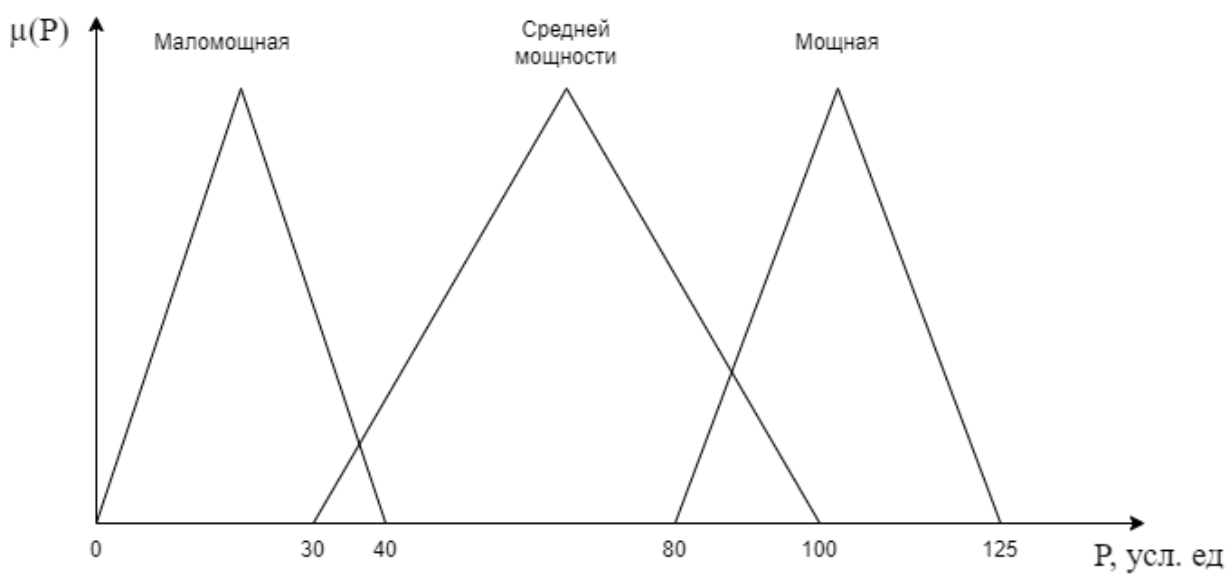


Рис. 3 – Выходное значение модели

5. Задание двух определенных значений лингвистических переменных:

$x_1^* = 0.4$ условных единиц

$x_2^* = 50$ м/с

Вычисление значений функции принадлежности для каждого входного параметра:

Таблица 1 – Значения функций принадлежности

$\mu_{A1}(x_1^*) = 0.667$	$\mu_{B1}(x_2^*) = 0,158$
$\mu_{A2}(x_1^*) = 0,333$	$\mu_{B2}(x_2^*) = 0,842$
$\mu_{A3}(x_1^*) = 0$	$\mu_{B3}(x_2^*) = 0$

Вывод:

В ходе работы были определены лингвистические переменные для входных параметров (Индекс снежной массы и Скорость снежного потока) и выходного параметра (Мощность лавины). Функции принадлежности этих переменных были заданы аналитически и проверены на корректность.

Контрольные вопросы:

1. Какую функцию выполняет блок фаззификации? Что является выходом блока фаззификации? Функция блока фаззификации: блок фаззификации преобразует четкие входные значения в нечеткие, используя функции принадлежности. Это процесс, в котором конкретные значения входных параметров преобразуются в степени принадлежности к определенным нечетким множествам. Выходом блока фаззификации является вектор степеней принадлежности μ для каждого входного значения, где каждая степень принадлежности указывает, насколько конкретное значение принадлежит к каждому из определенных нечетких множеств.

2. Какие параметры и характеристики, определяемые на этапе фаззификации, оказывают существенное влияние на точность модели? Параметры и характеристики, которые оказывают влияние, это формы и

параметры функций принадлежности: Тип функции принадлежности (треугольная, трапецеидальная, гауссова и т.д.), параметры функции принадлежности, такие как положение и ширина, количество термов, диапазон значений, правильный выбор формы и параметров функций принадлежности определяет, насколько точно модель может представлять нечеткие концепции.

3. Опишите аналитически процесс преобразования четкого входного вектора X^* в вектор степеней принадлежности M для случая с 3-мя входными параметрами x_1 , x_2 , x_3 . Определяются функции принадлежности для каждого входного параметра, а затем применяются функции принадлежности к четким значениям x .

4. В каком случае значение на выходе блока фаззификации может быть равно 0?

- Входное значение не попадает в диапазон ни одного терма;
- Несоответствие параметров.

Лабораторная работа №2

Тема: «Базы правил. Операция нечеткого вывода».

Цель: получение результирующей функции принадлежности для выходного параметра $\mu_{rez}(y)$.

Задачи:

- получить навыки составления базы правил для конкретной нечеткой модели, учитывая требования минимально необходимого количества правил, отсутствия несовместности, противоречивости и избыточности;
- выполнить активизацию правил используя полученные в предыдущей работе результаты выхода блока фаззификации;
- на графическом представлении выходного параметра в виде лингвистической переменной построить результирующую выходную функцию принадлежности;
- выполнить анализ полученных результатов.

Ход выполнения:

Составим базу правил по формуле:

$$R = Z^W,$$

где R – количество правил в базе

Z – количество термов (нечетких множеств) на каждом входе

W – количество входов в модели.

$$R = 3^2 = 9$$

База правил будет выглядеть следующим образом:

R1: ЕСЛИ ($x_1=A_1$) и ($x_2=B_1$), ТО ($y=C_1$)

R2: ЕСЛИ ($x_1=A_1$) и ($x_2=B_2$), ТО ($y=C_1$)

R3: ЕСЛИ ($x_1=A_1$) и ($x_2=B_3$), ТО ($y=C_2$)

R4: ЕСЛИ ($x_1=A_2$) и ($x_2=B_1$), ТО ($y=C_1$)

R5: ЕСЛИ ($x_1=A_2$) и ($x_2=B_2$), ТО ($y=C_2$)

R6: ЕСЛИ ($x_1=A_2$) и ($x_2=B_3$), ТО ($y=C_3$)

R7: ЕСЛИ ($x_1=A_3$) и ($x_2=B_1$), ТО ($y=C_2$)

R8: ЕСЛИ ($x_1=A_3$) и ($x_2=B_2$), ТО ($y=C_3$)

R9: ЕСЛИ ($x_1=A_3$) и ($x_2=B_3$), ТО ($y=C_3$)

Используем метод PROD для активизации правил при $x_1^*=0,4$ усл. ед и $x_2^* = 50$ м/с:

R1: $0,667 * 0,158 = 0,105$

R2: $0,667 * 0,842 = 0,562$

R3: $0,667 * 0 = 0$

R4: $0,333 * 0,158 = 0,053$

R5: $0,333 * 0,842 = 0,28$

R6: $0,333 * 0 = 0$

R7: $0 * 0,158 = 0$

R8: $0 * 0,842 = 0$

R9: $0 * 0 = 0$

Результирующая функция по методу MAX:

C1 = 0,562

C2 = 0,28

Таким образом, мы получаем следующую результирующую функцию:

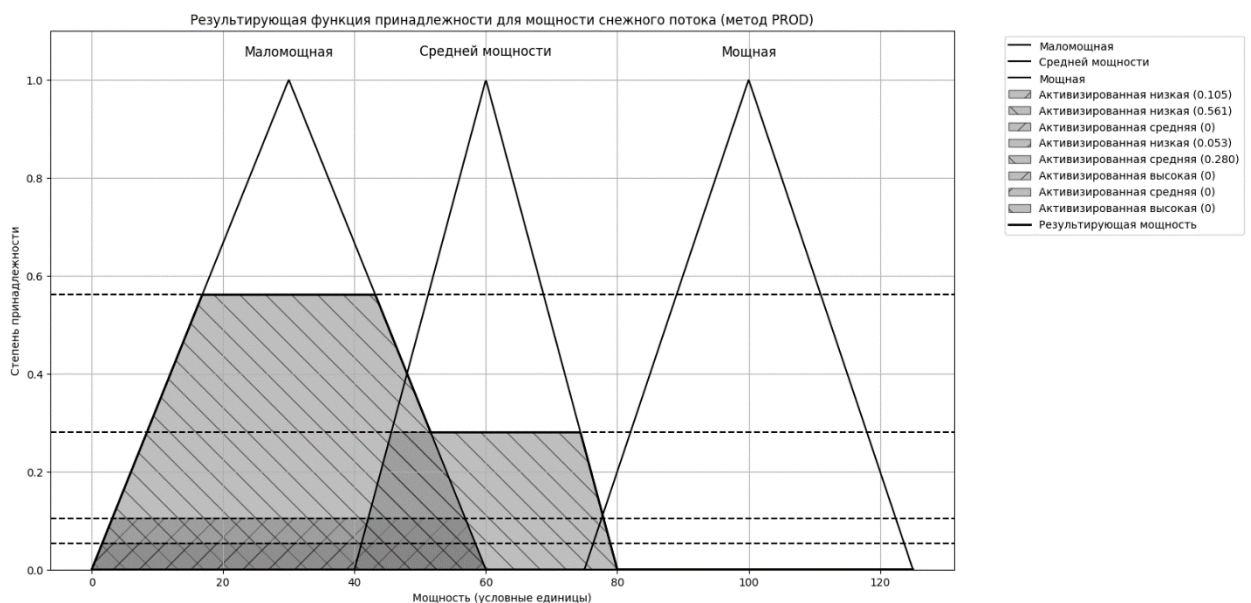


Рис. 4 – Результирующая функция

Вывод:

В ходе выполнения работы была построена результирующая функция принадлежности для выходного параметра (Мощность лавины) на основе активизированных функций принадлежности. Были использованы треугольные функции для представления лингвистических переменных.

Контрольные вопросы:

1. Какая база правил называется неполной? База правил называется неполной, если она не покрывает все возможные комбинации входных переменных. Это означает, что для некоторых комбинаций значений входных переменных нет соответствующих правил, которые определяют поведение системы.

2. Охарактеризуйте избыточную базу правил. База правил считается избыточной, если в ней содержатся правила, которые являются излишними, т.е. их можно удалить, не влияя на поведение системы. Это может происходить, если несколько правил описывают одну и ту же ситуацию или одно и то же поведение системы.

3. Какая база правил может считаться противоречивой? Какие причины приводят к образованию избыточности в базе правил? База правил считается противоречивой, если для одних и тех же условий входных переменных она определяет разные выходные значения. Это означает, что два или более правила дают конфликтующие результаты для одних и тех же значений входных переменных.

4. Что такое несовместная база правил? Какие виды несовместности вы знаете? База правил считается несовместной, если в ней содержатся правила, которые не могут одновременно быть истинными из-за конфликтующих условий. Это означает, что существуют комбинации условий, которые

противоречат друг другу, делая некоторые правила несовместными с другими.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Тема: «Процедуры дефаззификации»

Цель: для полученной в предыдущей работе результирующей функции принадлежности нечеткой модели $\mu_{rez}(y)$ вычислить конкретное значение выходного параметра y^* для конкретных входных значений модели x_1^* и x_2^* используя различные известные методы дефаззификации.

Задачи:

- получить навыки вычисления конкретного четкого значения на выходе нечеткой модели используя различные известные методы дефаззификации;
- выполнить анализ полученных результатов.

Ход выполнения:

Напишем код на Python для вычисления функций принадлежности, а также построения графиков для выходной переменной. Вариант – 6, методы дефаззификации: MM, CS, H.

Листинг 1

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Определение функции принадлежности треугольника
def triangular_membership(x, c, w):
    return np.maximum(0, 1 - np.abs(x - c) / w)

# Диапазон значений для мощности снежного потока
```

```

P = np.linspace(0, 125, 1000)

# Функции принадлежности для маломощной, средней
мощности и мощной

low_power = triangular_membership(P, 30, 30)
medium_power = triangular_membership(P, 60, 20)
high_power = triangular_membership(P, 100, 25)

# Активизация правил (метод PROD)
activated_low_1 = np.minimum(0.105, low_power)
activated_low_2 = np.minimum(0.561, low_power)
activated_medium_1 = np.minimum(0, medium_power)
activated_low_3 = np.minimum(0.053, low_power)
activated_medium_2 = np.minimum(0.280,
medium_power)
activated_high_1 = np.minimum(0, high_power)
activated_medium_3 = np.minimum(0, medium_power)
activated_high_2 = np.minimum(0, high_power)

# Результирующая функция принадлежности
resulting_membership =
np.maximum.reduce([activated_low_1, activated_low_2,
activated_medium_1, activated_low_3,
activated_medium_2, activated_high_1,
activated_medium_3, activated_high_2])

# Дефаззификация

# Метод максимума максимумов (ММ)

```

```

    max_indices = np.where(resulting_membership ==
np.max(resulting_membership))[0]

    y_mm = np.mean(P[max_indices])

    # Метод центра сумм (CS)

    y_cs = np.sum(P * resulting_membership) /
np.sum(resulting_membership)

    # Метод среднего максимума (H)

    y_h = np.mean(P[np.where(resulting_membership ==
np.max(resulting_membership))])

    # Общая настройка графиков

    def plot_defuzzification(P, membership, y_value,
title, method):

        plt.figure(figsize=(15, 9))

        plt.plot(P, membership, color='black',
linewidth=2, linestyle='-', label='Результирующая
функция принадлежности')

        plt.fill_between(P, 0, membership, color='gray',
alpha=0.5, edgecolor='black')

    # Исходные треугольные функции принадлежности

    plt.plot(P, low_power, color='blue', linestyle='-'
, label='Маломощная (исходная)')

    plt.plot(P, medium_power, color='green',
linewidth=2, linestyle='-', label='Средней мощности (исходная)')

    plt.plot(P, high_power, color='red', linestyle='-'
, label='Мощная (исходная)')

```

```

plt.axvline(x=y_value, color='red', linestyle='--',
label=f'y* ({method}) = {y_value:.2f}')

plt.title(title)

plt.xlabel('Мощность (условные единицы)')

plt.ylabel('Степень принадлежности')

plt.ylim(0, 1.1)

plt.grid(True)

plt.legend(loc='upper right')

plt.show()

# График для метода максимума максимумов (MM)

plot_defuzzification(P, resulting_membership,
y_mm, 'Дефаззификация методом максимума максимумов
(MM)', 'MM')

# График для метода центра сумм (CS)

plot_defuzzification(P, resulting_membership,
y_cs, 'Дефаззификация методом центра сумм (CS)', 'CS')

# График для метода среднего максимума (H)

plot_defuzzification(P, resulting_membership, y_h,
'Дефаззификация методом среднего максимума (H)', 'H')

# Вывод результатов

print(f"Метод максимума максимумов (MM): y* =
{y_mm}")

print(f"Метод центра сумм (CS): y* = {y_cs}")

print(f"Метод среднего максимума (H): y* = {y_h}")

```

Таким образом, запустив программный код, получаем следующие графики:

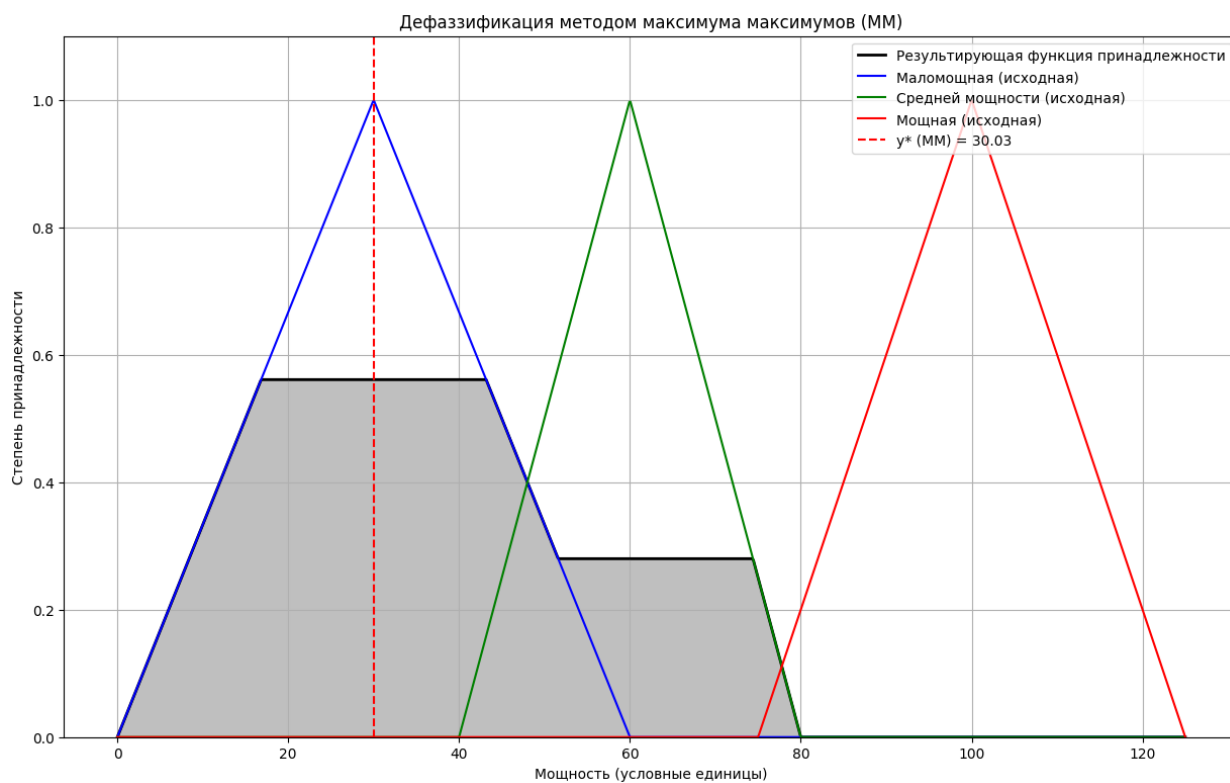


Рис. 5 – Метод максимума максимума (ММ)

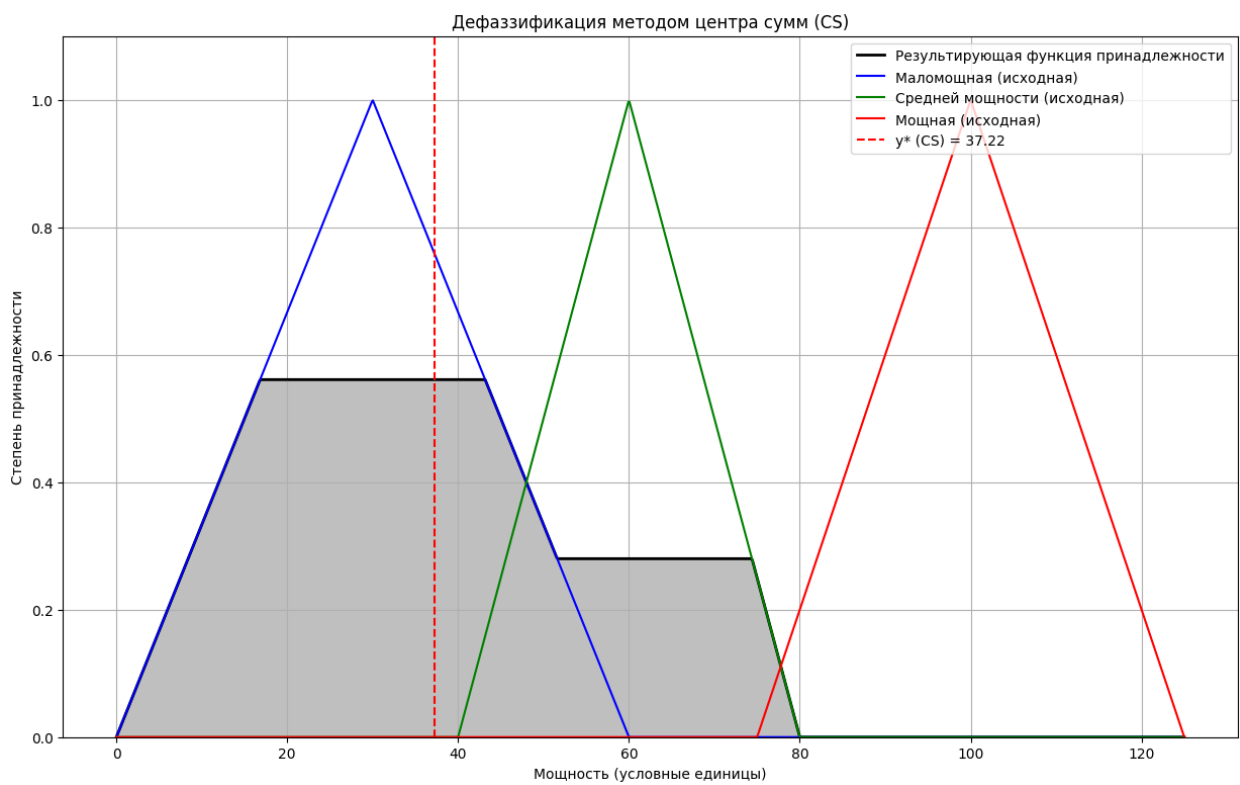


Рис. 6 – Метод центра сумм (CS)

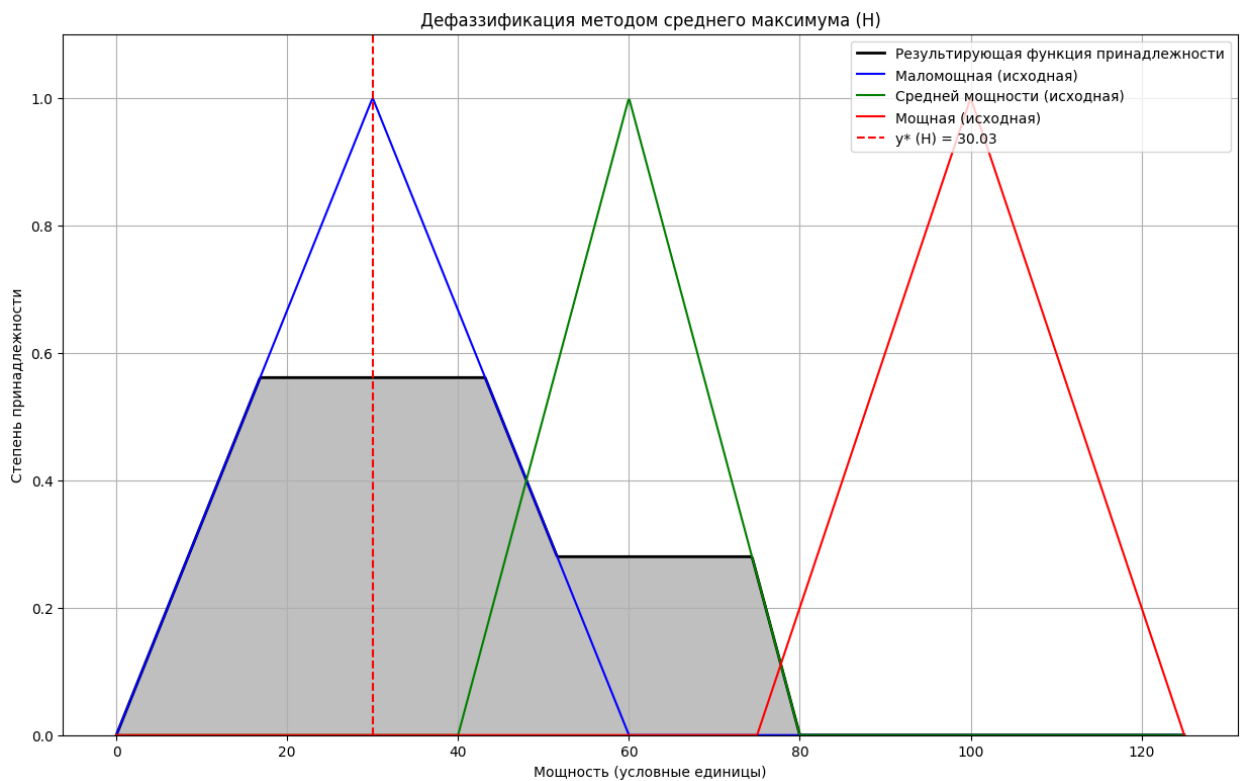


Рис. 7 – Метод среднего максимума (H)

Таблица 2 – Сравнение методов дефаззификации

Метод	Описание	Трудоемкость	Преимущества	Недостатки
ММ	Максимум максимумов	$O(n)+O(m)$ (n - количество точек мощности снежного потока, m - количество точек, где достигается максимум)	Простота, низкая вычислительная сложность для небольших данных	Может быть неточным при нескольких максимумах
CS	Центр сумм	$O(n)$ (n - количество точек мощности снежного потока)	Высокая точность, учитывает всю область функции принадлежности	Более высокая вычислительная сложность для больших данных
Н	Средний максимум	$O(n)+O(m)$ (n - количество точек мощности снежного потока, m - количество точек, где достигается максимум)	Простота, устойчива к нескольким максимумам	Менее точная, чем CS

Вывод:

В ходе выполнения применены различные методы дефаззификации (максимум максимумов (ММ), центр сумм (СS), средний максимум (Н)) для получения четкого значения выходного параметра. Проведено сравнение результатов дефаззификации, и сделаны выводы о точности и трудоемкости каждого метода. Результаты дефаззификации показали, что метод центра сумм (СS) является наиболее точным, так как учитывает всю область функции принадлежности. Методы максимума максимумов (ММ) и среднего максимума (Н) более просты в реализации, но могут быть менее точными при наличии нескольких максимумов в функции принадлежности.

Контрольные вопросы:

1. Поясните понятие «чувствительность метода дефаззификации».

Чувствительность метода дефаззификации описывает, насколько сильно выходное значение метода дефаззификации реагирует на изменения входных данных или формы функции принадлежности. Высокочувствительный метод будет демонстрировать значительные изменения выходного значения при небольших изменениях входных данных, в то время как малочувствительный метод будет показывать относительно стабильное выходное значение при тех же изменениях.

2. Что такое разрывность метода дефаззификации

Разрывность метода дефаззификации относится к свойству метода производить скачкообразные изменения выходного значения при непрерывном изменении входных данных. Методы с высокой разрывностью могут выдавать резкие изменения в выходном значении, что может быть нежелательно в системах, требующих плавного и непрерывного управления.

3. Укажите достоинства и недостатки метода ММ (средний максимум).

Достоинства: Простота реализации, быстрое вычисление, так как требуется

только нахождение максимума и усреднение точек максимума, стабильность при небольших изменениях входных данных, если количество максимумов ограничено.

Недостатки: Может быть менее точным, так как не учитывает всю форму функции принадлежности, а только точки с максимальным значением, чувствительность к наличию нескольких максимумов, что может привести к среднему значению, не соответствующему интуитивным ожиданиям.

4. Укажите достоинства и недостатки методов FM (первый максимум) и LM (последний максимум).

Достоинства: Простота и скорость вычислений, так как нужно найти только первый или последний максимум, легкость в реализации.

Недостатки: Может быть нестабильным и неинтуитивным, особенно если функция принадлежности имеет несколько максимумов, потенциально низкая точность, так как метод не учитывает всю форму функции принадлежности, разрывность при изменении входных данных, так как выходное значение может резко меняться при появлении новых максимумов.

5. Укажите достоинства и недостатки метода CG (центра тяжести).

Достоинства: Высокая точность, так как учитывает всю форму функции принадлежности, выдает интуитивно понятные результаты, поскольку выходное значение представляет собой центр тяжести функции принадлежности.

Недостатки: Высокая вычислительная сложность, так как требуется интеграция по всей функции принадлежности, может быть чувствителен к небольшим изменениям формы функции принадлежности, трудоемкость реализации, особенно для сложных функций принадлежности.

6. В каком случае происходит снижение чувствительности метода центра тяжести?

Снижение чувствительности метода центра тяжести происходит, когда форма функции принадлежности становится широкой и равномерной. В таких случаях небольшие изменения входных данных или формы функции принадлежности оказывают незначительное влияние на положение центра тяжести. Это особенно актуально для функций принадлежности с широкой областью, где значения принадлежности относительно равномерно распределены.

7. Укажите достоинства и недостатки метода CS (центра сумм).

Достоинства: Учитывает всю область функции принадлежности, что обеспечивает высокую точность, меньшая вычислительная сложность по сравнению с методом центра тяжести, так как не требует интеграции.

Недостатки: Все еще требует значительных вычислений для взвешенной суммы всех точек, особенно при большом количестве точек, может быть чувствителен к формам функции принадлежности с резкими пиками и спадами.

8. Укажите достоинства и недостатки метода Н (высот).

Достоинства: Простота и скорость вычислений, так как нужно только найти максимумы функции принадлежности, устойчивость к небольшим изменениям в форме функции принадлежности, так как среднее значение максимумов менее чувствительно к локальным изменениям.

Недостатки: Может быть менее точным, чем методы, учитывающие всю форму функции принадлежности, чувствительность к наличию нескольких максимумов, что может привести к неинтуитивным результатам, разрывность при изменении входных данных, так как выходное значение может резко меняться при появлении новых максимумов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

«Применение пакета прикладной математики для построения нечеткой модели»

Цель и задачи

Цель: получение трёхмерной модели в программной среде Matlab.

Задачи:

- получить навыки построения трёхмерной плоскости нечёткой модели в программной среде Matlab;
- выполнить анализ полученных результатов.

Ход выполнения:

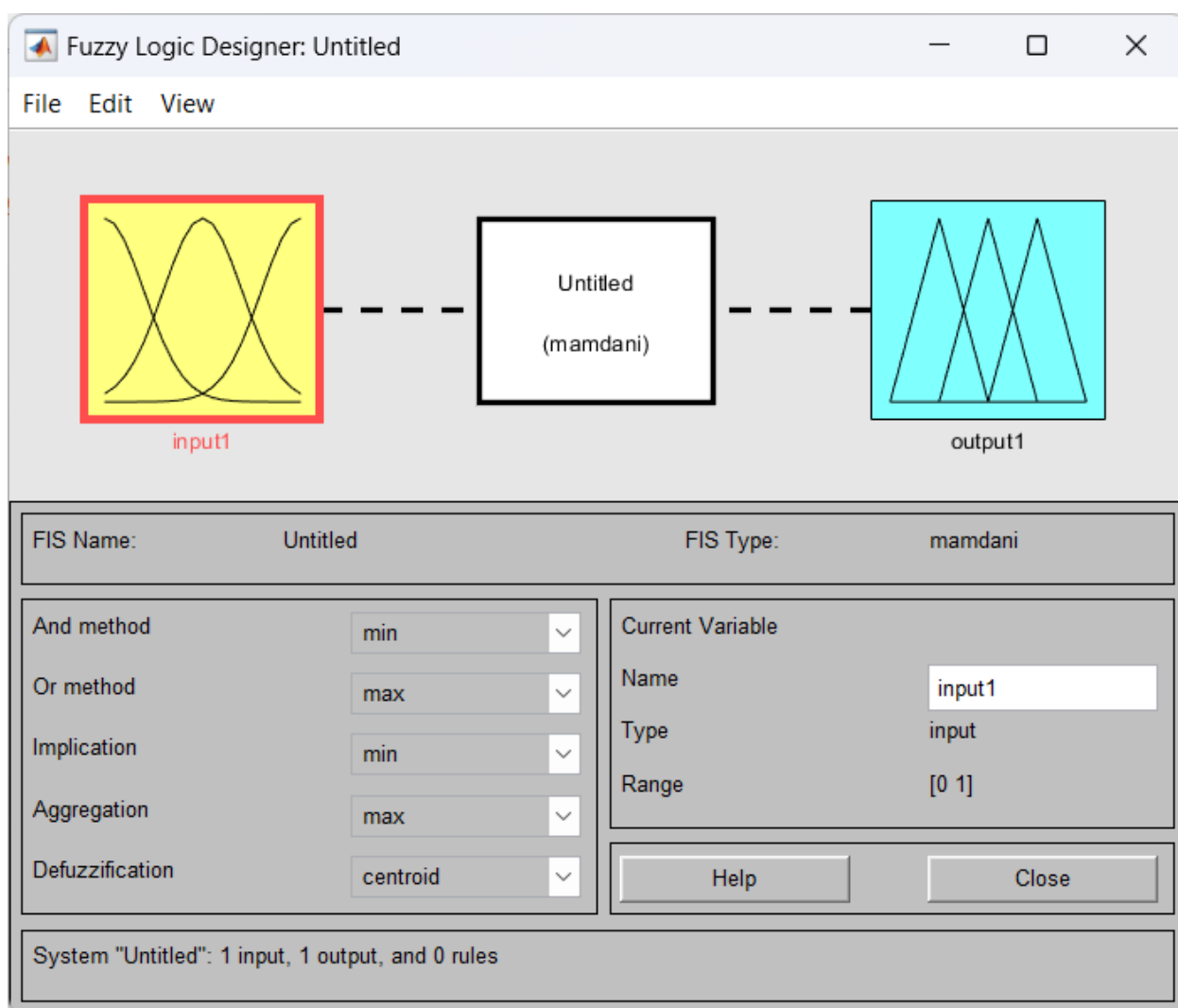


Рис. 1 – Открытие Fuzzy Logic Designer

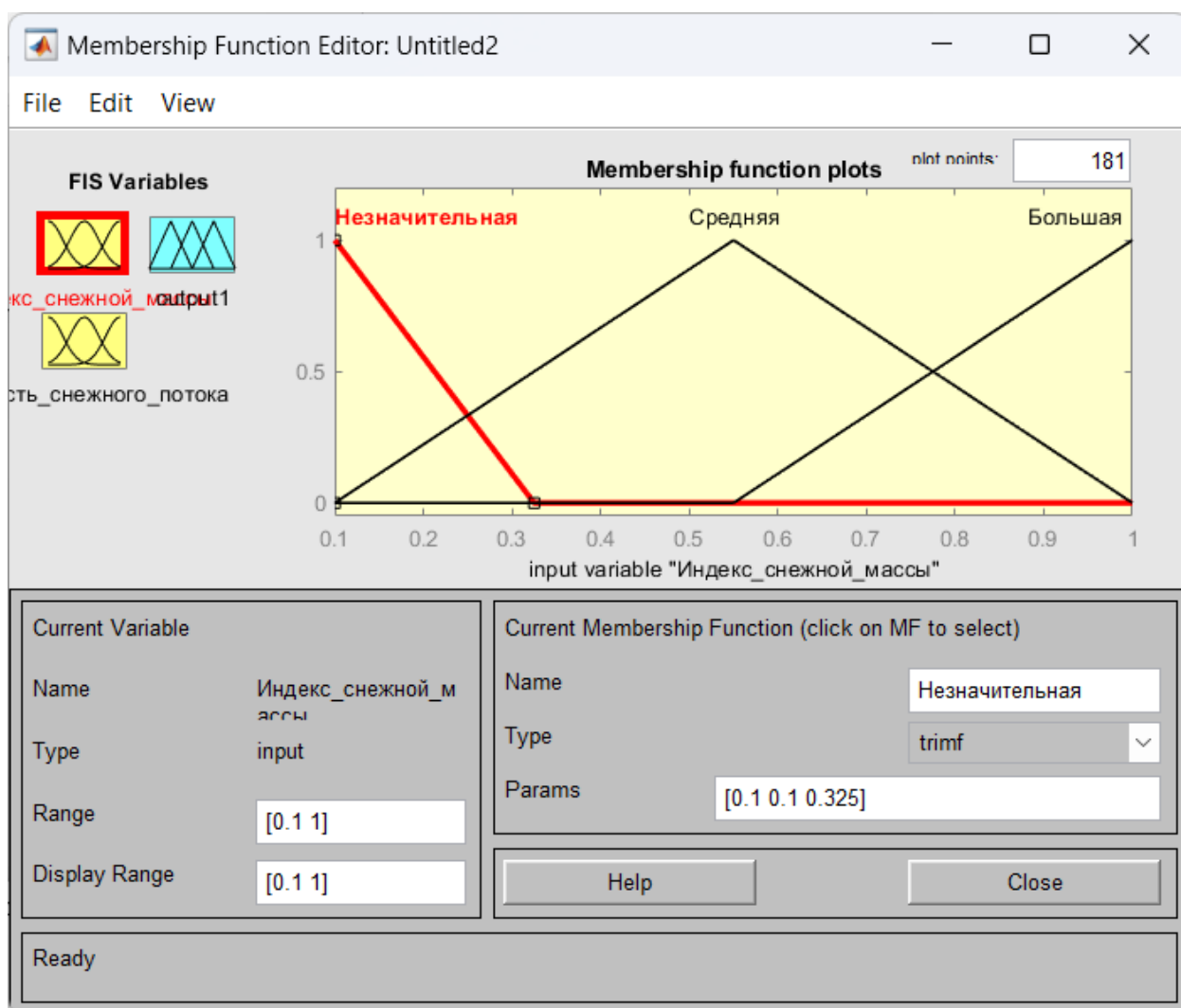


Рис. 2 – Настройка 1ой переменной

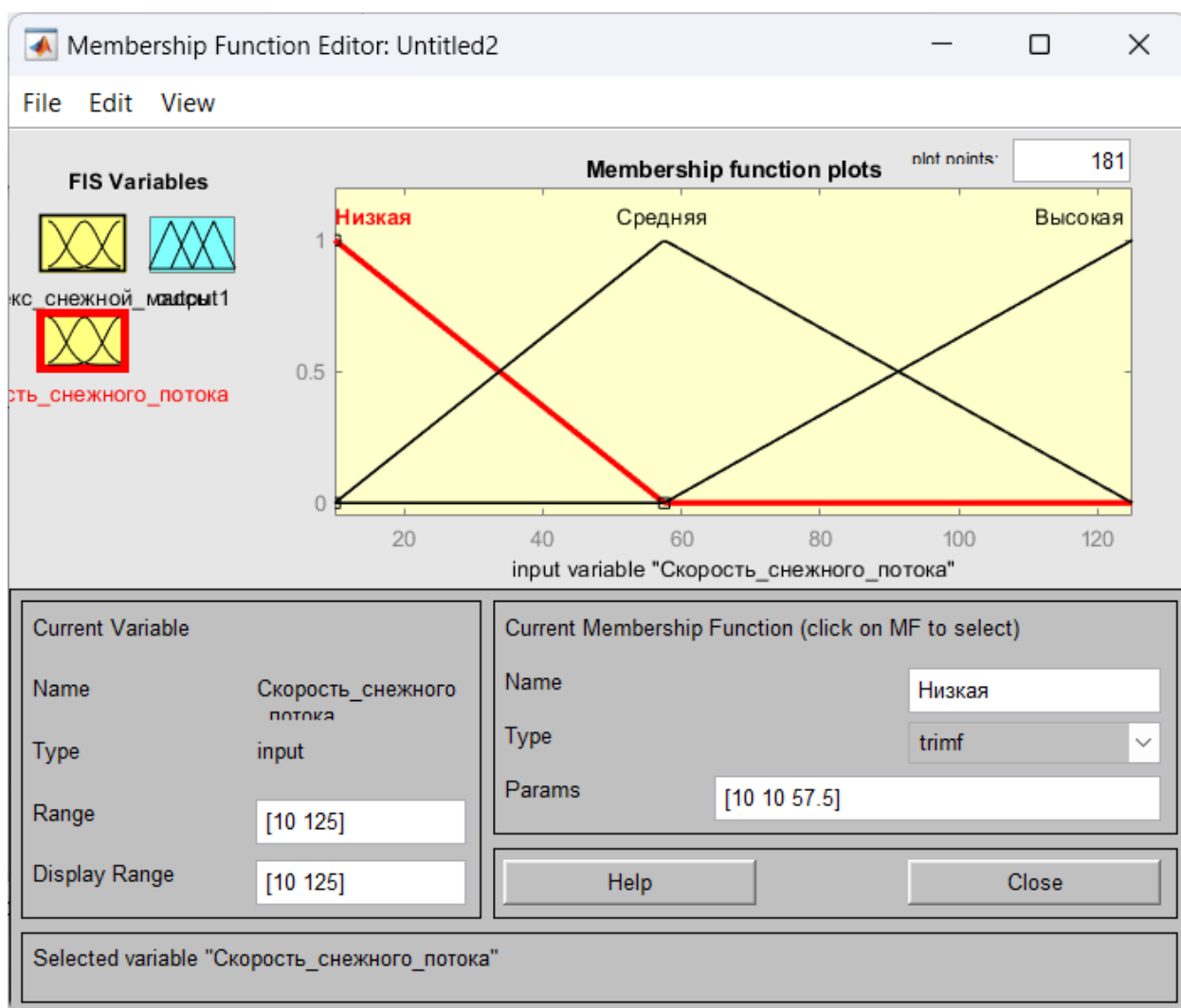


Рис. 3 – Настройка 2ой переменной

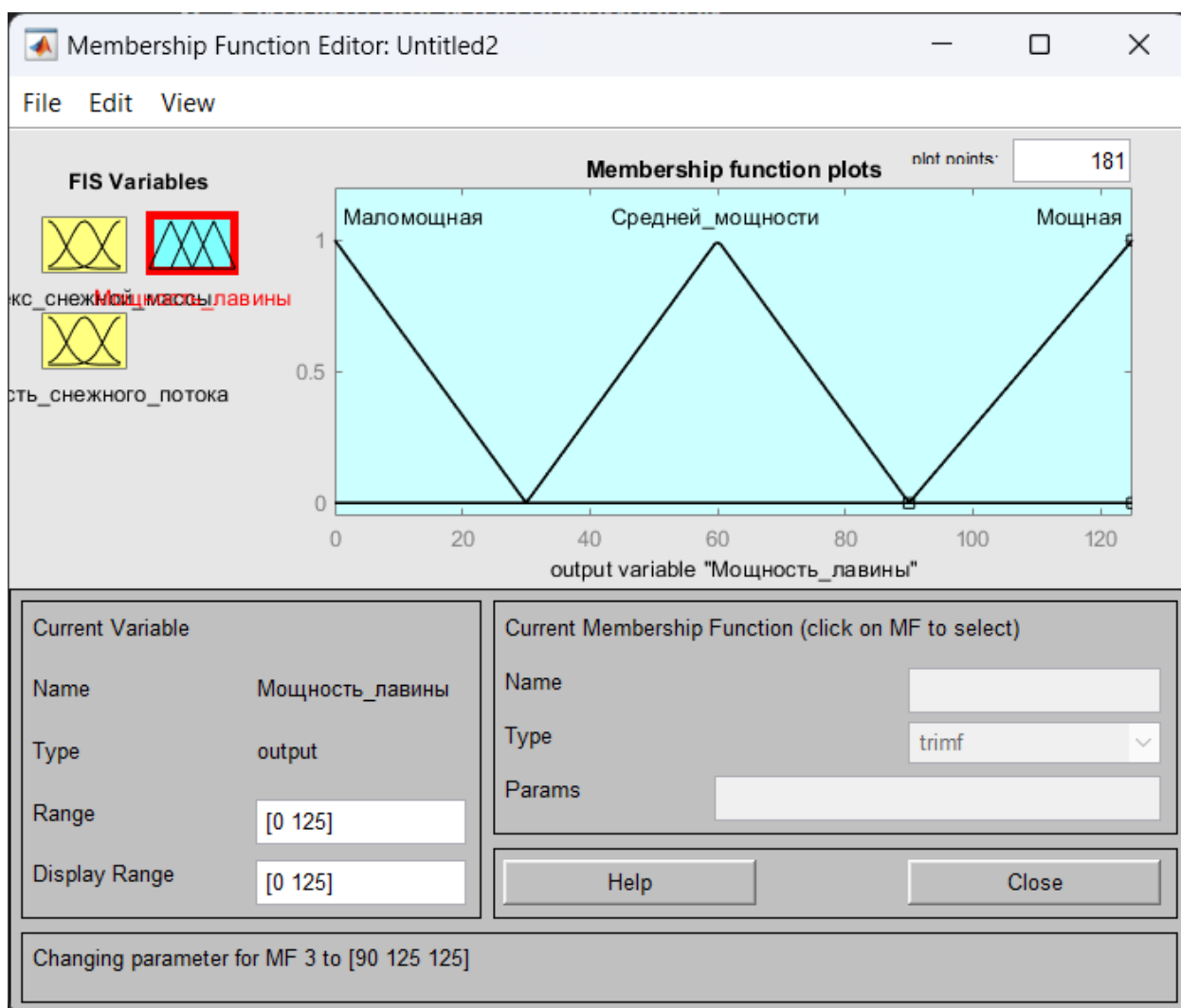


Рис. 4 – Настройка выходной переменной

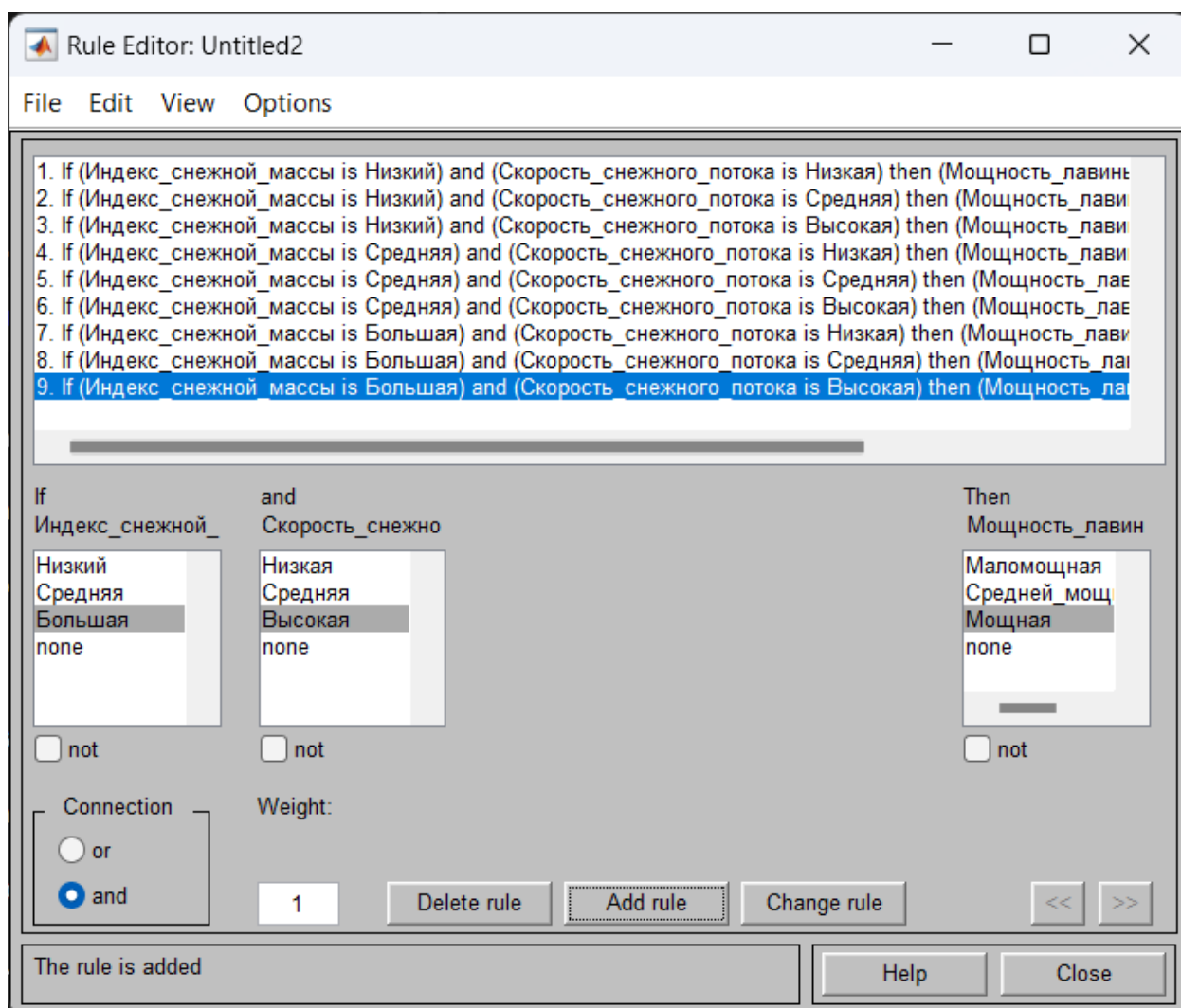


Рис. 5 – Заполнение таблицы правил

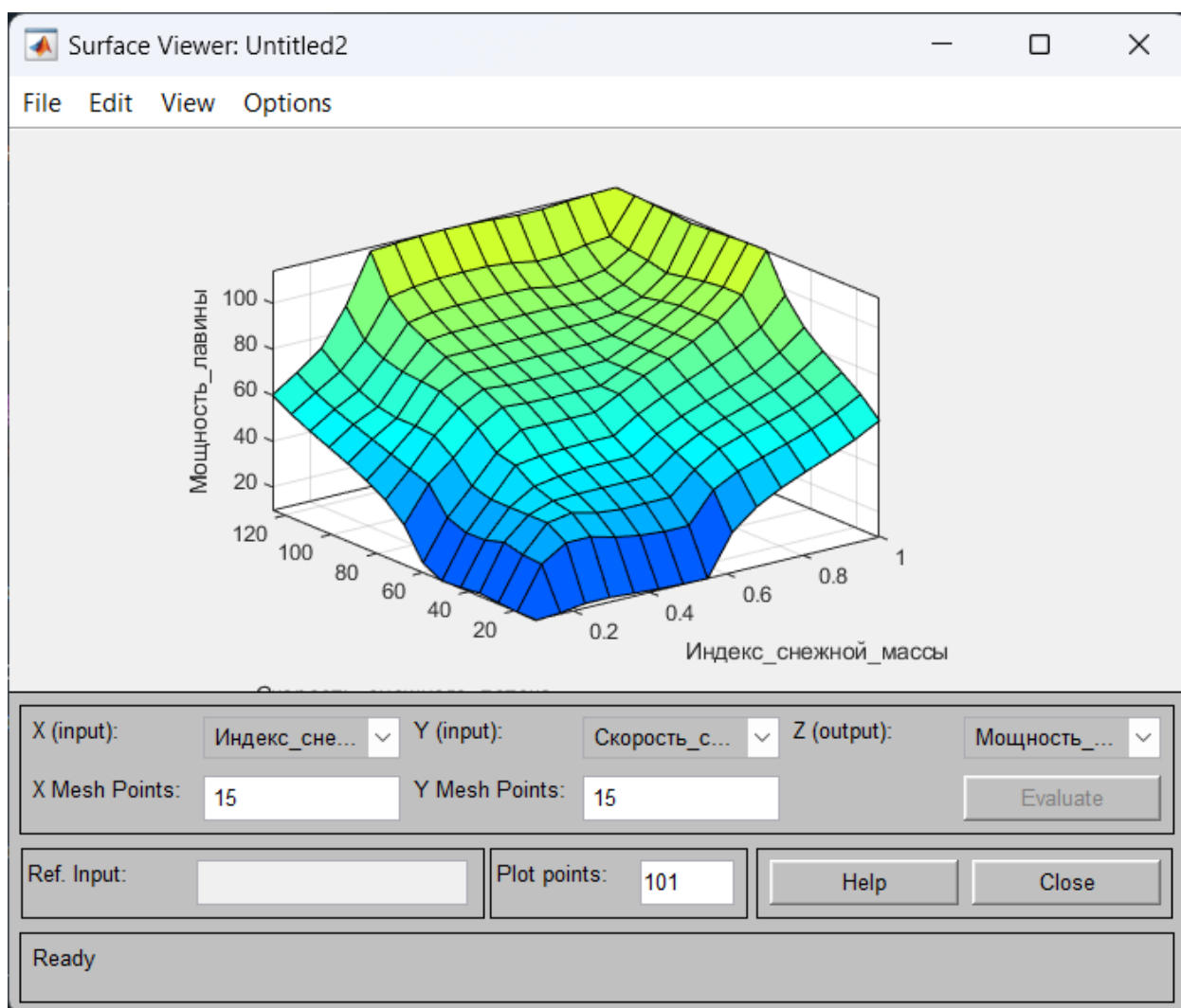


Рис. 6 – Построение поверхности модели

Вывод:

В данном лабораторном практикуме была изложена методология нечеткого моделирования систем принятия решений и управления и практическое освоение основ теории нечетких множеств и методов нечеткого моделирования. Данная поверхность модели явно не имеет разрывности. Она чувствительна: при изменении входных параметров – меняется.

Таким образом, на основании имеющихся данных и проведенного анализа можно заключить, что построенная модель является адекватной для поставленной задачи. Однако рекомендуется дополнительно провести валидацию на реальных данных для окончательного подтверждения адекватности модели.