APPROFONDIR

4 Boîte de conserve

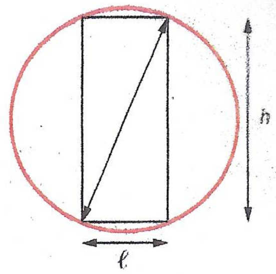
Un certain nombre de produits sont conditionnés dans des boîtes de conserve métalliques de forme cylindrique. On s'intéresse ici aux boîtes 4/4, portion pour 4 personnes, d'une contenance de 850 mL, soit 850 cm^3. On note h la hauteur de la boîte et r le rayon de la base du cylindre qui forme le couvercle et le fond de la boîte. L'unité est le centimètre.

1. Exprimer le volume d'une boîte en fonction de h et de r.
2. En déduire une expression de h en fonction de r.
3. Déterminer une expression littérale de la surface latérale de la boîte de conserve en fonction de r et de h.
4. En déduire que la surface totale du métal utilisé pour une telle boîte de conserve exprimée uniquement en fonction de r est : $\frac{1700}{r} + 2\pi r^2$.
5. Estimer les valeurs de r et de h afin que la surface de métal utilisé soit minimale. On donnera une valeur approchée de chaque dimension au millimètre près.
6. SPÉ MATHS Après avoir précisé son ensemble de définition et de dérivabilité, dériver la fonction définie à la question 4, puis dresser son tableau de variations pour conclure.

5 Dimensions d'une poutre

OUVERT

Amel, menuisière, souhaite tailler une poutre de section rectangulaire dans un tronc d'arbre de diamètre 40 cm. Elle se rappelle que la rigidité de la poutre est proportionnelle au produit de sa largeur ℓ et du cube de sa hauteur h.



▶ Estimer les dimensions de la poutre afin que la rigidité soit maximale.

CALCUL MENTAL

Produit et carré

1. Calculer le produit de R et du carré de I dans les cas suivants.
a. $R = 0{,}5$ et $I = 12$. b. $R = 0{,}25$ et $I = 10$. c. $R = 1$ et $I = 25$.

Pourcentages

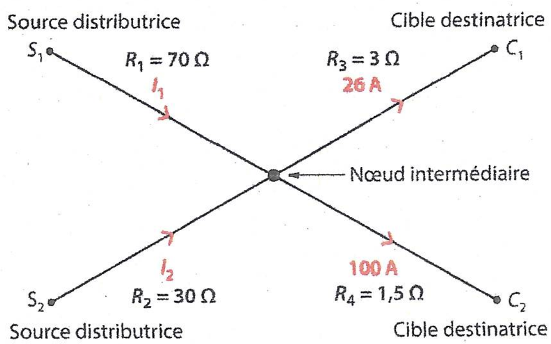
2. Calculer 6 % de chacun des nombres suivants.
a. $1{,}5 \times 10^6$ b. 16×10^6 c. 36×10^3

➔ Fiche Maths p. 286

EN CONTEXTE PC

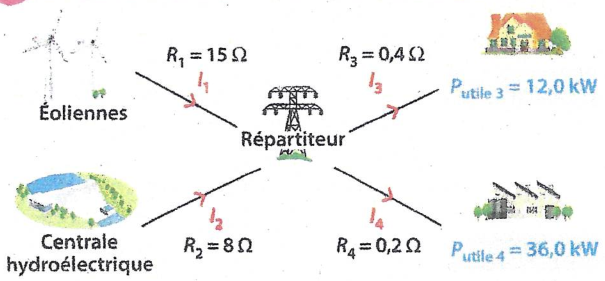
6 Minimiser la fonction objectif

Le graphe orienté ci-dessous modélise un réseau de distribution électrique simplifié.



1. Justifier que la fonction objectif $P_{J\,\text{totale}}$ représentant les pertes par effet Joule totales associée à ce graphe orienté a pour expression : $70I_1^2 + 30I_2^2 + 17\,028$.
2. Exprimer cette fonction uniquement en fonction de la variable I_1 en utilisant la contrainte sur les intensités au nœud intermédiaire.
3. En admettant que la variable I_1 vérifie la contrainte suivante : $0 \leqslant I_1 \leqslant 50$, déterminer, en traçant une représentation graphique, la valeur de l'intensité I_1 pour laquelle les pertes par effet Joule sont minimales. En déduire celle de l'intensité I_2.
4. SPÉ MATHS Déterminer algébriquement les valeurs des intensités I_1 et I_2.

7 Problème de minimisation de A à Z



Dans cet exercice, les pertes par effet Joule sont supposées égales à 6 % des puissances impliquées.

1. Modéliser le réseau électrique simplifié ci-dessus par un graphe orienté.
2. Après avoir rappelé la contrainte sur les intensités arrivant aux cibles, justifier que I_3 est environ égale à 42 A et I_4 à 104 A.
3. À partir de la contrainte sur les intensités au nœud intermédiaire, montrer que $I_1 + I_2 = 146$ A.
4. Écrire une expression de la fonction objectif $P_{J\,\text{totale}}$ représentant les pertes par effet Joule totales associée à ce réseau en fonction de I_1.
5. La contrainte sur les intensités sortant des sources impose que I_1 peut prendre une valeur en ampères comprise dans l'intervalle [0 ; 65]. Tracer une représentation graphique, puis déterminer la valeur minimale de $P_{J\,\text{totale}}$ ainsi que la valeur correspondante de I_1 puis celle de I_2.
6. SPÉ MATHS Déterminer algébriquement les valeurs des intensités I_1 et I_2.

Travailler des compétences scientifiques

EXERCICE RÉSOLU

6 Apprendre à modéliser et à résoudre un problème

Un réseau de distribution électrique est modélisé par deux sources distributrices S_1 et S_2, un nœud intermédiaire N et deux cibles destinatrices C_3 et C_4 avec :

$P_{1max} = 18\,000$ W	$P_{2max} = 9\,000$ W	$P_3 = 3$ kW	$P_4 = 15$ kW
$U_1 = 360$V, $R_1 = 0{,}6\ \Omega$	$U_2 = 260$ V, $R_2 = 0{,}8\ \Omega$	$U_3 = 230$ V	$U_4 = 230$ V

▶ **À partir du graphe orienté qui modélise le réseau de distribution électrique, déterminer s'il existe une valeur de l'intensité I_1 pour que soient minimisées les pertes par effet Joule P entre la source S_1 et le nœud intermédiaire N sur l'intervalle [0 ; 50,0].**

EXERCICE D'APPLICATION

7 Modéliser et résoudre un problème

Un réseau de distribution électrique peut être modélisé par deux sources distributrices S_1 et S_2, un nœud intermédiaire N et deux cibles destinatrices C_3 et C_4 avec :

$P_{1max} = 18\,000$ W	$P_{2max} = 15\,000$ W	$P_3 = 12$ kW	$P_4 = 12$ kW
$U_1 = 260$ V, $R_1 = 0{,}1\ \Omega$	$U_2 = 260$ V, $R_2 = 0{,}2\ \Omega$	$U_3 = 230$ V	$U_4 = 230$ V

▶ **À partir du graphe orienté qui modélise le réseau de distribution électrique, déterminer s'il existe une valeur de l'intensité I_1 pour minimiser les pertes par effet Joule entre la source S_1 et le nœud intermédiaire N sur l'intervalle [0 ; 69,2].**