Interrogation Classe virtuelle 1ère ¾

Durée 1h L'usage de la Calculatrice

Problème 1 : 13 Points

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3000 cétacés

3000 cétacés dans cette réserve au 1er Juin 2020. Le classement

de la zone en $\ll$ *réserve marine* $\gg$ *ne sera pas reconduit*

si le nombre de cétacés devient inférieur à 2000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel , chaque année :

. *entre le* 1*er Juin et le* 3 1 *Octobre* ,80 *cétacés arrivent dans la réserve* ;

.*entre le* 1*er Novembre et le* 31 *Mai , la réserve perd* 5% *de son effectif par rapport*

à *celui du* 31 *Octobre qui précède* .

Selon ce modèle , pour tout entier naturel n , U_n*désigne le nombre de cétacés*

au 1*er Juin de l'année* $2020 + n$.

On a donc $U_0 = 3000$.

1. *Justifier que* U_1= 2 926 par un calcul .

   On sait que :

   - U_0=3000
   - Que chaque année il a 80 cétacé qui arrivent en plus dans la réserve
   - Qu'il perd 5% $\left(\frac{5}{100}\right)$ des cétacés de l'année précédente.

   Donc (U_n) serait égale à $U_n=\left(3000*\left(1-\left(\frac{5}{100}\right)\right)\right)+76$

2. *Justifier que , pour tout nombre entier naturel* n :
   $$U_{n+1} = 0{,}95U_n + 76$$
3. *On désigne par* (V_n) *la suite définie pour tout entier naturel* n *, par*:
   $V_n = U_n - 1\,520$.
   a) *Démontrer que la suite* (V_n) *est géométrique* de raison $q = 0{,}95$
   Dont vous préciserez la valeur du terme initial.
   b) *Exprimer* Vn *en fonction de* n *puis en déduire* U_n *en* fonction de n
   c'est-à-dire $U_n = 1\,480 \times (0{,}95)^n + 1520$.

4. Recopier et compléter l'algorithme
   suivant afin de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de

cétacés dans la réserve sera inférieur à 2000.

n← 0

U← 3000

Tant que >2000

n← ⋯

U← ⋯

Fin Tant que

Exercice 2 : 7 Points

On considère une suite (U_n) *définie pour tout entier naturel non nul n par :*

$U_n=\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\cdots+\frac{n}{n^2+n}$

1. Calculer U_1, U_2, U_3 et U_4 .
   Pour n=1 ; $U_1=\frac{n}{n^2+1}++\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\cdots+\frac{n}{n^2+n}=\frac{1}{1^2+1}+\frac{1}{1^2+2}+\frac{1}{1^2+3}+\ldots+\frac{1}{1^2+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2}$
   $=\frac{1*3}{2*3}+\frac{3}{2*3}+\frac{2}{3*2}+\ldots+\frac{3}{2*3}=\frac{3+3+2+3}{6}=\frac{11}{6}.$
   Pour n=2 ; $U_2=\frac{n}{n^2+1}++\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\cdots+\frac{n}{n^2+n}=\frac{2}{2^2+1}+\frac{2}{2^2+2}+\frac{2}{2^2+3}+\ldots+\frac{2}{2^2+2}=\frac{2}{5}+\frac{2}{6}+\frac{2}{7}+\ldots+\frac{2}{6}$
   $=\frac{2*5}{6*5}+\frac{2*5}{6*5}+\frac{2}{7}+\ldots+\frac{2*5}{6*5}=\frac{10+10+10}{30}+\frac{2}{7}=\frac{30}{30}+\frac{2}{7}=1+\frac{2}{7}=\frac{7}{7}+\frac{2}{7}=\frac{10}{7}.$
   $U_3=\frac{n}{n^2+1}++\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\cdots+\frac{n}{n^2+n}=\frac{3}{3^2+1}+\frac{3}{3^2+2}+\frac{3}{3^2+3}+\ldots+\frac{3}{3^2+3}=\frac{3}{10}+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}+\ldots+\frac{3}{12}=\frac{3}{10}$
   $+\frac{3}{11}+\frac{6}{12}=\frac{3}{10}+\frac{3}{11}+2.$
2. Que conjecturez-vous ?
3. Le réel U_n *est la somme de n termes.*
   a) Quel est le plus grand d'entre eux ? Quel est le plus petit d'entre eux ?
   b) Déduisez-en que pour tout entier naturel non nul n :
   $\frac{n^2}{n^2+n}\leq U_n\leq\frac{n^2}{n^2+1}$

   c) Pour $n=1000$ *encadrer* U_{1000} *puis en déduire* $\lim_{n\to+\infty}U_n$

BON COURAGE !!! OMJS