

Exercice de révisions et corrections détaillées en vue de l'évaluation sur les suites

Exercice 1 :

On considère la suite (U_n) définie $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (c'est-à-dire pour tout entier naturel non nul n)

$$\text{Par : } U_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+\sqrt{k}} = \frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \frac{1}{n+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{n+\sqrt{n}}. \text{encadrer}$$

1. Déterminer les valeurs exactes de U_1, U_2, U_3 et U_4 puis les valeurs approchées.

2. Que pouvez-vous conjecturer sur le sens de variation de la suite (U_n) ?

3. Le réel U_n est la somme de n termes .

Désigner le plus grand et le plus petit d'entre eux .

4. Déduisez-en que pour tout entier naturel non nul n ,

$$\frac{n}{n+\sqrt{n}} \leq U_n \leq \frac{n}{n+1} \text{ et encadrer } U_{10000}.$$

5. Conclure .

DM5 : Ce DM 5 portera sur trois parties , à savoir les suites , l'application du produit scalaire et la dérivation

A Rendre impérativement le 24 AVRIL 2020 AU PLUS TARD réels

Problème 1: 10 Points

On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel non nul n par :

$$V_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

1. Calculer V_0, V_1, V_2, V_3 et V_4 .

2. Quelle conjecture pouvez – vous émettre sur le sens de variation de la suite (V_n) ?

3. Calculer V_{100}, V_{10000} et $V_{100\,000}$.

4. Démontrer que pour tout entier naturel n , $V_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$.

Rappel de 3ème : pour tous réels positifs a et b , le conjugué l'expression :

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \text{ est } \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ de ce fait : } \sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ avec } a > 0 \text{ et } b > 0.$$

5. Déduisez – en que pour tout entier naturel non nul n : $0 \leq V_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$

6 Démontrer la conjecture émise en 2.

Problème 2 : 20 Points

Partie A : Sujet 2 exercice 3 page 324 de votre manuel).

Partie B :Sujet 3 exercice 1 : Uniquement les parties A et B page 324-325

Contrairement à ce qui est indiqué , vous devez justifier clairement vos réponses.

Problème 3 : 10 POINTS

Bientôt