

Ex 1 : Calculer les nbs dérivés -1 des fonc

a)

$$f(x)=x^2$$

Si ce nb dérivé existe, il vaut

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\text{donc } \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = \frac{h^2-2h+1-1}{h}$$

$$\text{donc } \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = \frac{h(h-2)}{h}$$

$$\text{donc } \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = h-2$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} (h-2) = -2$$

$$f(-1+h) = (-1+h)^2$$

$$f(-1+h) = h^2-2h+1$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

b)

$$f(x) = x^3.$$

Si ce nombre dérivé existe, il vaut

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$\text{donc } \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = \frac{h^3-3h^2+3h-1-(-1)}{h}$$

$$\text{donc } \frac{h^3-3h^2+3h-1-(-1)}{h} = \frac{h(h^2-3h+3)}{h} = h^2-3h+3$$

$$\text{donc } \lim_{h \rightarrow 0} = 0-3*0+3=3$$

$$f(-1+h)=(-1+h)^3.$$

$$f(-1+h)=(-1+h)(-1+h)^2$$

$$f(-1+h)=(-1+h)(h^2-2h+1)$$

$$f(-1+h)= -h^2+2h-1+h^3-2h^2+h$$

$$f(1+h)= h^3-3h^2+3h-1$$

$$f(-1)=-1$$

démontrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$, on a $-4 + \frac{1}{x-5} = \frac{-4x+21}{x-5}$

$$-4 - \frac{1}{x-5} = \frac{-4(x-5)+1}{x-5} = \frac{-4x+20+1}{x-5} = \frac{-4x+21}{x-5}$$

$$\text{donc on a } -4 + \frac{1}{x-5} = \frac{-4x+21}{x-5}.$$

2) même chose avec

$$\frac{3x+2}{x-7} = 3 + \frac{23}{x-7}$$

$$3 + \frac{23}{x-7} = \frac{3(x-7)}{x-7} + \frac{23}{x-7} = \frac{3x-21+23}{x-7} = \frac{3x+2}{x-7}$$

Résoudre $3 + \frac{23}{x-7} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+2}{x-7} \geq 0$

$3x+2 \geq x-7$

Soit $3x+2 \geq 0$

Soit $x-7 \geq 0$




Donc

Rappel :

$\frac{A(x)}{B(x)} > 0 \Leftrightarrow A(x) \text{ et } B(x) \text{ sont de même signe}$

$\frac{A(x)}{B(x)} < 0 \Leftrightarrow A(x) \text{ et } B(x) \text{ sont de signes contraires}$

$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x)=0 \text{ et } B(x) \neq 0$

X	$\frac{2}{3}$ 7			
$3x+2$	-		+	+
$x-7$	-		-	 +
$\frac{3x+2}{x-7}$	+		-	+

Ex 2 :

1) Par lecture graphique

a)

$f(-2) = -1$

$f(-1) = 0$

$f(1) = -1$

b)

$f'(-2) = 0$

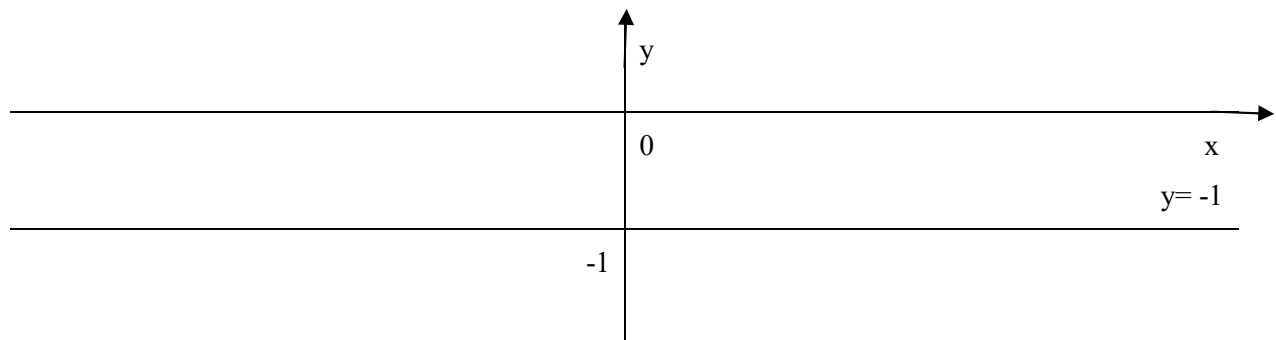
$f'(-1) = \frac{3}{2}$

$f'(1) = -4$

2) Eq de la tg à C_f au point A (-2 ; -1) : on note T_1 cette droite.

« une droite n'est pas constante »

$y = -1$



f fonction associée à T_1

$f(x) \mid \rightarrow f(x) = -1$ fonction constante car $\forall x$ on a $f(x) = -1$

$C_f = T_1$

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$ pour calculer l'équation d'une tangente sans graphique

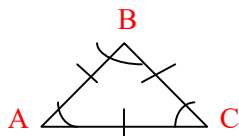
$T_1 : y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$

$\Leftrightarrow y = 0(x+2) + (-1)$

$\Leftrightarrow y = -1$

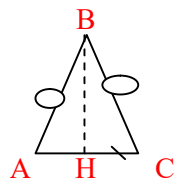
Rappels de géométrie :

Triangle équilatéral : angles = 60°



Triangle isocèle

hauteur issue du sommet B : droite passant par B qui coupe (AC) perpendiculairement



Médiane du segment [AC]

Droite qui passe par B et le milieu B' du segment [AC].

PB : À quelle condition (nécessaire et suffisant) la hauteur issue de B et la médiane du segment [AC] sont-elles confondues ?

$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \rightarrow \text{nécessaire et suffisante} \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \right.$

Exemple : On suppose que C_1 est nécessaire et suffisante : N'importe quel triangle vérifiant C_1 , possède la propriété P_0