Nombres Dérivés (suite)

(Partie 2

I)

II Fonctions dérivées

Def :

On considère une fonction $f : D_f \to \mathbb{R}$

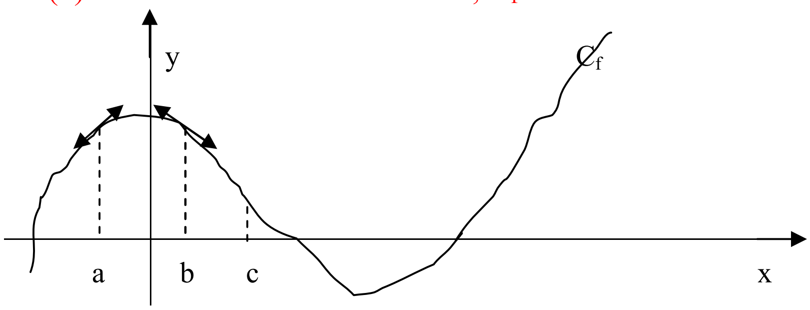
$x \mapsto f(x)$

La fonction f' (se dit f prime) : $f : D_{f'} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto f'(x)$ s'appelle la fonction dérivé de f.

Rappel :

f'(x) est le nombre dérivé de f en x, $D_{f'}$ est le domaine de définition de f'



III) Comment étudier la dérivabilité d'une fonction.

A) Fonction affine.

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto f(x)=ax+b$, avec $a, b \in \mathbb{R}$

Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

On va montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ existe.

$f(x+h)-f(x)=a(x+h)+b-(ax+b)$

$f(x+h)-f(x)= \cancel{ax} + ah + \cancel{b} - \cancel{ax} - \cancel{b} = ah$

Donc $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{a\cancel{h}}{\cancel{h}} = a \in \mathbb{R}$

Donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x)=a \ \forall x \in \mathbb{R}$

B) Dérivabilité de la fonction racine carré

$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$

$x \mapsto \sqrt{x}$

Quel est le domaine de dérivabilité de f ?

On cherche pour quelles valeurs de x $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$= \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$= \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$$

Et $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

D_f : $\mathbb{R}^+$

$D_{f'} = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\} = \mathbb{R}^{*+} =]0\,;+\infty[$

Partie 3 : Dérivé des fonctions de références et règles de dérivation.

I Dérivé des fonctions usuelles :

Fonction	D_f	Dérivée	$D_{f'}$
$f(x)=k$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=1$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x''$ $n\in\mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=n*x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty\,;0[$ou$]0\,;+\infty[$
$f(x)=\frac{1}{x^n}$ $n\in\mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty\,;0[$ou$]0\,;+\infty[$
$f(x)=\sqrt{x}$	$[0\,;+\infty[$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\,;+\infty[$
$f(x)=\sin x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\cos x$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=-\sin x$	$\mathbb{R}$

Dérivée de la somme	$(u+v)' = u'+v'$

Dérivée du produit par un scalaire	$(\lambda u)' = \lambda u'$
Dérivée du produit	$(uv)' = u'v+uv'$
Dérivée de l'inverse	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$
Dérivée du quotient	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
Dérivée de la puissance	$(u^n)' = nu'u^{n-1}$
Dérivée de la racine	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$f(x)=k$; $(k\in\mathbb{R})$; $f'(x)=0$

Exemple :

$f(x)=k$, $k\in\mathbb{R}$, $f'(x)=0$

$f(x)=2 \rightarrow f'(x)=0$

$f(x)=-1{,}75 \rightarrow f'(x)=0$

$f(x)=\frac{\pi}{\sqrt{7}} \rightarrow f'(x)=0$

$f(x)=10^6 \rightarrow f'(x)=0$

- $f(x)=x \rightarrow f'(x)=1$
- $\boxed{f(x)=x^n\ n\in\mathbb{N} \rightarrow f'(x)=n*x^{n-1}}$)

Exemple :

$f(x)=x^2 \rightarrow f'(x)=2x$
$f(x)=x^3 \rightarrow f'(x)=3x^2$
$f(x)=x^7 \rightarrow f'(x)=7x^6$
$f(x)=ax+b \rightarrow f'(x)=a$

Exemples :

$f(x)=\frac{1}{x} \rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

- $f(x)=\frac{1}{x^6} \rightarrow f'(x)=-\frac{6}{x^7}$

II Règles de dérivation

A Dérivé d'une somme de fonction

($\mathbb{N}$ = ensemble des entiers naturels)

($\mathbb{Z}$ = ensemble des entiers relatifs)

(I = un intervalle)

Propriété :

Soit u et v deux fonctions dérivables sur I, alors

$(u(x)+v(x))=u'(x)+v'(x)$

Exemples :

- $f(x)=7+x^2$

$f'(x)=(7)'+(x^2)'=0+2x$

$f'(x)=2x$

- $f(x)=x^3+\frac{1}{x}$

$f'(x)=(x^3)'+\left(\frac{1}{x}\right)' = 3x^2-\frac{1}{x^2}$

Note :

Autrement dit, la dérivée d'une somme de fonctions est la somme des dérivées de chacune des fonctions.

Exemple :

$f(x)=7+x^2+x^3+\frac{1}{x}$

$f'(x)=(7)'+(x^2)'+(x^3)'+\left(\frac{1}{x}\right)' = 2x+3x^2-\frac{1}{x^2}$

B) Dérivée d'une fonction multiplié par un scalaire (réel)

Propriété :

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et λ un réel.

$(\lambda u(x))=\lambda * u'(x)$

Exemple 1 :

$f(x) =2x$

$f'(x) = (2x)'=2(x)'=2$

Exemple 2 :

$f(x)=\frac{1}{6x^6} = \frac{1}{6}*\frac{1}{x^6}$

$f'(x)=\left(\frac{1}{6}*\frac{1}{x^6}\right)'=\frac{1}{6}*\left(\frac{1}{x^6}\right)' = \frac{1}{6}\left(-\frac{6}{x^7}\right)= -\frac{1}{x^7}$

C) Dérivé du produit de deux fonctions

Soit u et v deux fonctions dérivables sur l'intervalle I alors

$(u(x)*v(x))'= u'(x)*v(x)+u(x)*v'(x)$

Exemple :

- $f(x)=\underbrace{(x+1)}_{u(x)}\underbrace{(7-x)}_{v(x)}$

$f'(x)=(x+1)'(7-x)+(x+1)(7-x)'$

$f'(x)=1*(7-x)+(x+1)(-1)$

$f'(x)=7-x-x-1 = 6-2x$

- $f(x)=\underbrace{x}_{u}\underbrace{(x^2-x+7)}_{v}$

$f'(x)=(x)'(x^2-x+7)+(x)(x^2-x+7)$

$= 1(x^2-x+7)+x(2x-1)$

$= x^2-x+7+2x^2-x$

$= 3x^2-2x+7$

D) Dérivé de l'inverse d'une fonction

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x)\neq 0$ pour tout $x\in I$,

Alors $\boxed{\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}}$

Exemples :

- $u(x)=x$

$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{(x)'}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$

- $u(x)=2x-7$

$\left(\frac{1}{2x-7}\right)' = -\frac{(2x-7)'}{(2x-7)^2} = -\frac{2}{(2x-7)^2}$

- $u(x)=3x^2+x^4$

$\left(\frac{1}{3x^2+x^4}\right)' = -\frac{(3x^2+x^4)'}{(3x^2+x^4)^2} = -\frac{(6x+4x^3)}{(3x^2+4x^4)^2}$

E) Dérivé du quotient de 2 fonctions

Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I et v ne s'annulant jamais sur I. ($\forall x\in I$, $v(x)\neq 0$)

Alors $\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}}$.

Exemples :

- $f(x)=\dfrac{x-1}{x+7}$

$u = x-1$

$v = x+7$

$$f'(x)=\frac{(x-1)'(x+7)-(x-1)(x+7)'}{(x+7)^2}$$

$$f'(x)=\frac{1*(x+7)-(x-1)*1}{(x+7)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x+7-x+1}{(x+7)^2}=\frac{8}{(x+7)^2}$$

Autre méthode :

$u(x)=x-1$ 2 $v(x)=x+7$

$u'(x)=1$ 1 $v'(x)=1$

$$1\text{-}2\ f'(x)=\frac{x+7-(x-1)}{(x+7)^2}=\frac{8}{(x+7)^2}$$

F) Dérivée du carré d'une fonction

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I, alors

$\boxed{(u^2)'=2u'*u}$

Exemple :

$u(x)=3x-2$

$$((3x-2)^2)'= 2*(3x-2)'\ (3x-2)$$
$$= 2*3(3x-2)$$
$$=6(3x-2)$$

G) Dérivé de la racine d'une fonction

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I telle que $u(x)\geq 0\ \forall\ x\in I$.

Alors $\boxed{(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}}$

Exemple :

$u(x)=x^2+1$

$$(\sqrt{x^2+1})' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}$$

$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

H) Synthèse

Tableau dérivé de la somme

III Conseils pour calculer une dérivée

Feuille « calculs de dérivées »

Feuille « 1S – Fonction dérivée –Feuille d'exercices numéro 1 »

Conseil n°1 :

f(x) = 2;x-1+7;3-2x+1;x²+1

f'(x) = (2;x-1)'+ (7;3-2x)'+ (1;x²+1)'

f'(x) = 2(1;x-1)'+7(1;3-2x)'+ (1;x²+1)'

f'(x) = 2*(- 1;(x-1)²) + ……………………………

IV Dérivabilité de fonctions

- La somme de fonctions dérivable sur I est dérivable sur I.
- Le produit de fonctions dérivables sur I est dérivable sur I.
- Le produit d'une fonction dérivable sur I par un nombre réel est dérivable sur I.
- Le quotient de fonction dérivable sur I est dérivable sur I sauf pour les valeurs pour lesquelles le dénominateur s'annule (si le quotient est irréductible).

Usages :

Justifier une fonction quelconque est dérivable sur un intervalle I avant de calculer sa fonction dérivée.

Exemples :

1) Dérivabilité d'une fonction polynôme du 2nd degré

f : ℝ |---------------> ℝ

x |--------------->ax²+bx+c

avec a,b,c ∈ℝ, a≠0

x → x^2 est dérivable sur ℝ, a∈ℝ

x→ax^2 est dérivable sur ℝ (R_3 par produit)

De même, x |------>bx est dérivable sur ℝ, et x |------> ax^2+bx+c est dérivable sur ℝ par Somme.

2) Dérivabilité de g

g : $ℝ^+$ |----------> ℝ

x |----------> $x\sqrt{x}$

x |------------>x

x |------------> $\sqrt{x}$ sont dérivables sur $\mathbb{R}^+$

x |------------> $x\sqrt{x}$ est dérivables sur $\mathbb{R}^+$ (par produit de 2fonctions dérivable)

3) Dérivabilité de h

h : $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$ -----> $\mathbb{R}$

x |------> $\frac{x-3}{2x-1}$

x|----> x-3

x |----> 2x-1 sont dérivables sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (par somme)

donc h est dérivable su $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$

(par quotient car $x\neq\frac{1}{2}$)

[(R_1) = La somme, (R_2)= Le produit de 2 fonctions …, (R_3) = Le produit d'une fonction dérivable sur I par un nombre réel est dérivable sur I]

EX 1 :

1) f(x)= -3x+2

f'(x)= -3☑

2) g(x)= $4x^2$-4

g'(x)=8x☑

3) h(x)= $2x^2+3x$

h'(x)=4x+3☑

4) J(x)=$5x^3-2x^2$

J'(x)=$15x^2-4x$☑

5) k(x)= $-2x^2+2x$

k'(x)= -4x+2☑

6) l(x) = (3x+11)(4-x)

l'(x)=u'v+v'u

l'(x)=3(4-x)+x(3x+11)

l'(x)=$12-3x+3x^2+11x$

l'(x)=$3x^2+8x+12$ ☒

Ex 2 :

1)

$f(x)=\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+1$

L'expression de la fonction f étant donnée sous la forme d'une somme, on en déduit facilement l'expression de sa dérivée :

$f'(x) = \frac{1}{8}\times(3x^2) - 12\times(2x) - \frac{1}{2}$

$f'(x)=\frac{3}{8}x^2 - x - \frac{1}{2}$

2)a)

Le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 2 est la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 2 :

$f'(2) = \frac{3}{8}\times 2^2 - 2 - \frac{1}{2}$

$f'(2) = \frac{3}{2} - \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$

$f'(2) = -1$

2)b)

La droite (*T*) ayant pour coefficient directeur, son équation réduite admet pour expression :

(*T*) : *y* = -*x* + *b* où *b*2R. L'image de 2 par la fonction *f* a pour valeur :

$f(2) = \frac{1}{8}*23-\frac{1}{2}*2^2-\frac{1}{2}*2+1$

f(2) = 1-2-1+1

f(2) = -1

On en déduit que le point de coordonnées A(2 ; −1) est un point de la courbe C_f ; étant le point de contact de la tangente (T) avec la courbe C_f, on en déduit que le point A appartient aussi à la droite (T). Ainsi, les coordonnées du point A vérifient l'équation réduite de la tangente (T) :

$y = -x + b$

$-1 = -2 + b$

$-1 + 2 = b$

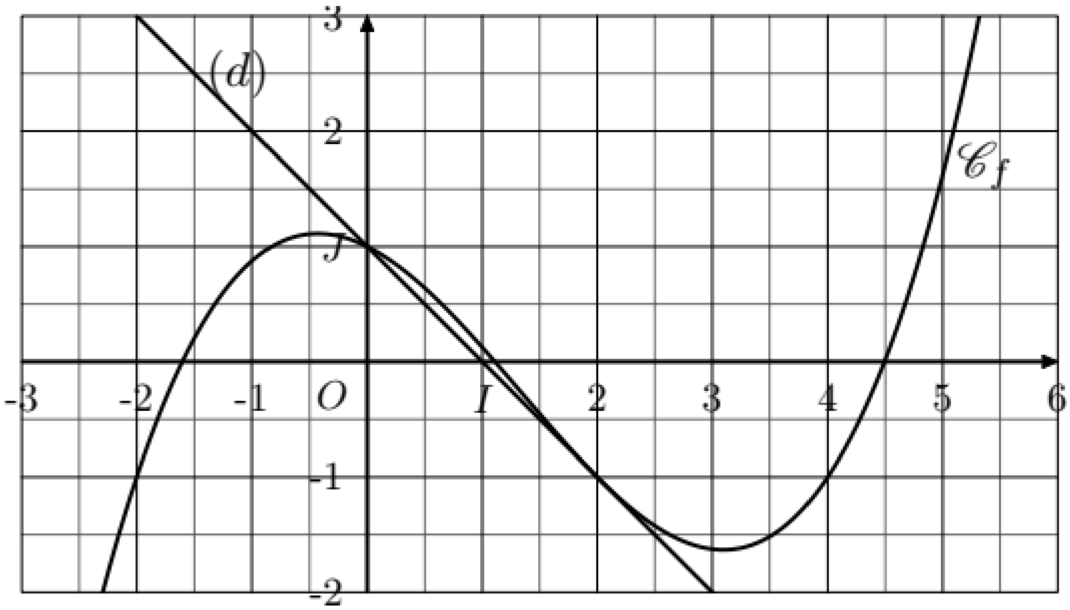
$b = 1$

Ainsi, la droite (T) admet pour équation réduite :

$y = -x + 1$

C)

Voici la représentation de la droite (T) :



3)

Les abscisses des points d'intersections de la courbe C_f et de la droite (d) vérifient l'équation :

$f(x) = -x + 1$

$\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+1 = -x+1$

Multiplions par 8 les deux memebres de cette équation :

$x^3-4x^2-4x+8= --8x+8$

$x^3-4x^2-4x+8x=0$

$x^3-4x^2+4x=0$

$x(x^2-4x+4)=0$

En reconnaissant la seconde identité remarquable

$x(x-2)^2=0$

Un produit est nul si et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul. Cette équation admet pour ensemble de solution

$S=\{0 ;2\}$

Ainsi, la courbe C_f et la droite (d) admettent deux points d'intersection ayant pour abscisse 0 et 1. Ces deux points d'intersection ont pour coordonnées :

A(0 ;1) ; B(2 ;-1)

Ex 3 :

a) $f(x)=x - \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 - (-\frac{1}{x^2})$

$f'(x)=1+\frac{1}{x^2}$

$f'(x)=\frac{x^2+1}{x^2}$

b)

$g(x)=2\sqrt{x}$

$g'(x)=2*\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$g'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$

c)

$h(x)=\frac{3}{x}-2\sqrt{x}$

$h(x)=3*\frac{1}{x}-2*\sqrt{x}$

$h'(x)=3*\left(-\frac{1}{x^2}\right)-2*\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$h'(x)=-\frac{3}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{x}}$

$h'(x)=\frac{3\sqrt{x}}{x^2\sqrt{x}}-\frac{x^2}{x^2\sqrt{x}}$

$h'(x)=\frac{-3\sqrt{x}-x^2}{x^2\sqrt{x}}$

$h'(x)=\frac{-3\sqrt{x}+x^2}{x^2\sqrt{x}}$

d)

$j(x)=2x^3+\frac{2}{x}$

$j(x)=2x^3+2*\frac{1}{x}$

$j'(x)=2*(3x^2)+\left(2*-\frac{1}{x^2}\right)$

$j'(x)=6*x^2-\frac{2}{x^2}$

$j'(x)=\frac{6-x^4}{x^2}-\frac{2}{x^2}$

$j'(x)=\frac{6*x^4-2}{x^2}$

Ex 5 :

a)

$f(x)=3x^2$

$f'(x)=6x$

b)

$g(x)=\frac{1}{12}x^6$

$g'(x)=\frac{1}{12}(6x^5)$

$g'(x)=\frac{1}{2}x^5$

C)

$h(x) = 4\sqrt{x}$

$h(x) = 4*\sqrt{x}$

$h'(x) = \frac{4*1}{2\sqrt{x}}$

$h'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$

D)

$j(x)=\frac{\sqrt{x}}{2}$

$j(x)=\frac{1}{2}*\sqrt{x}$

$j'(x)=\frac{1}{2}*\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$j'(x)=\frac{1}{4\sqrt{x}}$

E)

$k(x)=\frac{1}{2x}$

$k(x)=\frac{1}{2}*\frac{1}{x}$

$k'(x)=\frac{1}{2}*\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$k'(x)= -\frac{1}{2x^2}$

F)

$l(x)= -\frac{2}{x}$

$l(x)= -2*\frac{1}{x}$

$l'(x)=-2*\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$l'(x) = \frac{2}{x^2}$

Partie 4 : Dérivation – Applications

Étude de fonction-problèmes d'optimisation

I) Objectif

L'étude d'une variation d'une fonction consiste à :

- Définir le sens de variation de cette fonction (croissante, décroissante, constante)
- Trouver les extremums de cette fonction (minimum(s), maximum(s))

Pour : Résoudre les problèmes d'optimisation (résolution d'équation, d'innéquations, maximisation, …).

II) Signe de f'(x) et sens de variation de f

Note :

La signe de la dérivée d'une fonction permet de déterminer le sens de variation de cette fonction.

Réciproquement :

Le sens de variation d'une fonction permet de déterminer le signe de f',(le signe de sa dérivée).

Propriété :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I est de dérivée f'.

- si $f'(x)>0$ $\forall$ $x\in I$, ⇔ f est strictement croissante sur I
- si $f'(x)<0$ $x\in I$ ⇔ f est strictement décroissante sur I
- si $f'(x)=0$ $\forall$ $x\in I$ ⇔ f est constante sur I.

Pour étudier les variations d'une fonction quelconque, il faut :

1. Calculer la fonction dérivée de f' et donner son domaine de définition
2. Étudier le signe de f'(x)
3. En déduire les variations de f

Exemple général :

On considère la fonction f: I=[a ;d] ------------------> $\mathbb{R}$

x |-------------------> f(x)

On suppose que f est dérivable $\forall$ $x\in I$.

On suppose aussi que l'étude du signe de f'(x) donne

x	a	b	c	d
f'(x)	+	0 -	0 +	
Var f	↗	↘	↗	

III – Changement de signe de f' et extremum de f

Rappel :

un extremum c'est soit un minimum, soit un maximum

Définition de f sur un intervalle I=[a ;b]

On dit que f admet un maximum en c∈[a ;b]

⇔ f(x)≤f(c) ∀x∈[a ;b] et le maximum vaut f(c)

Def :

du minimum de f sur [a ;b] On dit que f admet un minimum en c∈[a ;b] ⇔ f(x)≥f(c) ∀x∈[a ;b] et le minimum est f(c).

Propriété :

f admet un extremum en c ssi :

- f'(c)=0

et

- f' change de signe en c

Illustration :

n'a pas d'extremum :

ici f'(x)≥0, donc f n'a pas d'extremum.

as un extremum :

légende :

▯ signes

↔ maximum;minimum

« Fonction dérivée- Feuille d’exercice numéro 3 »

Ex 1 :

$f(x)=\frac{3-2x}{x+1}$

$f'(x)=\frac{2}{1}$

$f'(x)=2$

$g(x)=\frac{x^2+4x-1}{2x-1}$

$g'(x)=\frac{2x+4}{2}$

$g'(x)= x+4$

$h(x)=\frac{3}{2-x}$

$h'(x)=\frac{1}{1}$

$h'(x)= 1$

$j(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$

$j'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{1}$

$j'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

1)

	u(x)	v(x)	u’(x)	v’(x)
f(x)	3-2x	x+1	-2	1
g(x)	x^2+4x-1	2x-1	2x+4	2
h(x)	3	2-x	0	-1
j(x)	$\sqrt{x}$	x+1	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	1

2)

$\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$f(x)=\frac{3-2x}{x+1}$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{-2(x+1)-(3-2x)1}{(x+1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{-2x-2-3+2x}{(x+1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = -\frac{5}{(x+1)^2}$$

$$g(x) = \frac{x^2+4x-1}{2x-1}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{2x+4(2x-1)-(2(x^2+4x-1))}{(2x-1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{4x^2-2x+8x-4-2x^2-8x+2}{(2x-1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{2x^2-2x-2}{(2x-1)^2}$$

$$h(x)= \frac{3}{2-x}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{0(2-x)-(-1(3))}{(2-x)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{3}{(2-x)^2}$$

$$j(x)= \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{1(x+1)-(1(\frac{1}{2\sqrt{x}}))}{(x+1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{x+1-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{2\sqrt{x}+x}{(x+1)^2}$$

Exercice 2 :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	x^3-5x^2+x-3	$3x^2-10x+1$
g	$\frac{2x-1}{x^2+x}$	$\frac{2(x^2+x)-(2x-1)(2x+1)}{(x^2+x)^2}$ $\frac{2x^2+2x-4x^2-2x+2x+1}{(x^2+x)^2}$ $\frac{-2x^2+2x+1}{(x^2+x)^2}$

h	$(x^2-3)\sqrt{x}$	$\cancel{(2x)}\cancel{\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}$ $\cancel{\dfrac{2x}{2\sqrt{x}}}$ l'opération est vraie
j	$\dfrac{3x-2}{2-x}$	$\dfrac{3}{(2-x)^2}$ $=\dfrac{(3x-2)'(2-x)-(2-x)'(3x-2)}{(2-x)^2}$ $=\dfrac{3(2-x)-(-1)(3-2)}{(2-x)^2}$ $=\dfrac{6-3x+3x-2}{(2-x)^2}$ $=\dfrac{4}{(2-x)^2}$

Exercice 3 :

a) $f(x)=\dfrac{2-2x}{5x+1}$

$f'(x)=\dfrac{2}{(5x+1)^2}$

b) $g(x) = (3x-2)(2x^2+1)$

$g'(x)=6x^2+3x-4x^2-2$

$g'(x)= 2x^2+3x-2$

c) $h(x)=\dfrac{1}{3x+1}$

$h'(x)=\dfrac{1}{(3x+1)^2}$

d) $j(x)= (2x^2+3x)\sqrt{x}$

$f'(x)=2x^2\sqrt{x}+3x\sqrt{x}$

$f'(x) = \dfrac{1}{4x^2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{6x\sqrt{x}}$

Ex 4 :

1)

$f(x)= (2x+1)(3x^2-x+1)$

$f'(x)= 6x^3-2x^2+2x+3x^2-x+1$

$f'(x)= 6x^3+x^2+x+1$

$$g(x)=\frac{2x+5}{1-4x}$$

$$g'(x)=\frac{2*(1-4x)-((2x+5)-4)}{(1-4x)^2}$$

$$g'(x)=\frac{2-8x-(8x-20)}{(1-4x)^2}$$

$$g'(x)=\frac{-16x+22}{(1-4x)^2}$$

2)

a)

$$h(x)=\frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+6}$$

$$\lim_{h\to 0}=\frac{x^2-2x+1}{x^2-5x+6}$$

$$\lim_{h\to 0}=\frac{0^2-2*0+1}{0^2-5*0+6}$$

$$\lim_{h\to 0}=\frac{1}{6}$$

b)

EX 5 :

$$f(x) = (x^2-3x)\sqrt{x}$$

$$f'(x) = (2x-3)\sqrt{x}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2*2x\sqrt{x}}*\frac{1}{3*2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{4x\sqrt{x}}*\frac{1}{6\sqrt{x}}}$$

$$g(x) = \frac{3-2x}{x^2-3x-1}$$

$$g'(x)=\frac{2(x^2-3x-1)-[(3-2x)(2x-3)]}{(x^2-3x-1)}$$

$$g'(x)=\frac{2x^2-6x-2-(6x-4x^2-9-6x)}{(x^2-3x-1)}$$

$$g'(x)=\frac{2x^2-6x-2-6x+4x^2+9+6x}{(x^2-3x-1)^2}$$

$$g'(x)=\frac{6x^2-6x+7}{(x^2-3x-1)^2}$$

le 2 de l'ex 1, de la feuille n°2

$f(x)=(3x^2+3x)(2x+2)$

$f'(x)= (6x+3)(2x+2) + 2(3x^2+3x)$

$f'(x)= 12x^2+12x+6x+6+6x^2+6x$

$f'(x)= 18x^2+24x+6$

$g(x)= (2x^2+1)\sqrt{x}$

$g'(x)= 4x^2(\sqrt{x})+\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x^2+1)$

$g'(x)= \frac{4x^2}{2\sqrt{x}} + \frac{(2x^2+1)}{2\sqrt{x}}$

$g'(x)= \frac{4x\sqrt{x}^2+(2x^2+1)}{2\sqrt{x}}$

$g'(x)= \frac{4x^2+2x^2+1}{2\sqrt{x}}$

$g'(x)= \frac{6x^2+1}{2\sqrt{x}}$

$h(x)= \frac{1}{x}(3-x^2)$

$h'(x)= -\frac{1}{x^2}(3-x^2)+\frac{1}{x}*2x$

$h'(x)= -\frac{(3-x^2)}{x^2}+\frac{2x}{x}$

$h'(x)= -\frac{(3-x^2)}{x^2}+\frac{2x(x)}{x(x)}$

$h'(x)= -\frac{(3-x^2)+2x^2}{x^2}$

$h'(x)= -\frac{3+x^2}{x^2}$

$j(x)= \frac{2}{x}\sqrt{x}$

$j'(x) = 2(\frac{1}{x})\sqrt{x} +\sqrt{x}\ (\frac{2}{x})$

$j'(x)= 2(-\frac{1}{x^2})\sqrt{x} +\frac{1}{2\sqrt{x}}\ (\frac{2}{x})$

$j'(x)= -\frac{2x^2}{x^2}+ \frac{1}{2\sqrt{x}\ (x)}\left(\frac{2}{x(2\sqrt{x}\ )}\right)$

$j'(x) = -\frac{2x^2}{x^2} + \frac{2}{2\sqrt{x}\,x}$

$j'(x) = -2 + \frac{2}{2\sqrt{x}\,x}$

$j'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}\,x}$

Coorection de quelquees questions de l'évale de maths

Etudier la dérivabilité de f:x |----------> $2|x|+1$ en 0

- On doit étudier l'existence de
  - $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$.
  - Si cette limite existe, alors elle vaut f'(0)
- On pose
  - $t(h) = \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$
    - $= \frac{f(h)-f(0)}{h}$
  - $t(h) = \frac{2|h|+1-1}{h} = \frac{2|h|}{h}$
    - $= \frac{2h}{h} = 2$ si $h>0$
    - $-\frac{2h}{h} = -2$ si $h<0$

Suite numérique :

(scanner et coller les feuilles de la prof de math.)

def :

Une suite numérique (U_n) n∈ℕ est unes succession de nombres réels ordonnés selon n, définie par U_n s'appelle le terme.

U_0 terme n°1

U_1 terme n°2 0+1+…….+n U_0, U_1, U_2 .

exercices :

ex 8 :

(U_n)n∈ℕ ⇔La suite (U_n) définie sur N ⇔ Soit (U_n)n∈ℕ

Forme récurente :

On exprime un terme à partir de sont terme précédent.

Exemple :

$U_{n+1}=U_n+2$

1	7	13	19	25

+6 +6 +6 +6

exemple :

$$\begin{cases} U_{n+1}=U_n+2 \\ U_0= -4,5 \end{cases}$$

$U_1=U_0+2=-4,5+2=-2,5$

$U_2=U_1+2=-2,5+2= -0,5$

$U_3=U_2+2= -0,5+2=1,5$

Ex 9 :

1)

$W_1=3W_0+1= -11$

Ex 39 :

$U_n=3n+1$ et $\begin{cases} V_0=0 \\ V_{n+1}=3V_n+1 \end{cases}$

1)

$U_0=1$ $U_1=4$ $U_2=7$	$V_0=0$ $V_1=3V_0+1=3*0+1=1$ $V_2=3V_1+1=3*1+1=4$ $V_3=3V_2+1=12+1=13$

2)

$U_4=3*4+1=13$	$V_4=3V_3+1=39+1=40$

Ex 41 :

$U_n=n-\sqrt{n^2+1}$

a) $U_0= -1$

$U_1= 1-\sqrt{2}$

$U_2= 2-\sqrt{4-1} = 2-\sqrt{5}$

$U_{100}=2-\sqrt{10001}$

b) $U_n=\dfrac{3n+5}{2n(n-1)}$

U_0 non défini

U_1 non défini

$U_2 = \frac{11}{4}$

$U_{100} = \frac{305}{19800}$

c) $U_n = (-1)^n$

$U_0 = 1$

$U_1 = -1$

$U_2 = 1$

$U_3 = -1$

$U_4 = 1$

$U_5 = -1$

$U_{100} = 1$

$U_{101} = -1$

ex 42 :

1)

Si $U_0 = 0$; $U_1 = 0$; $U_2 = 0$; alors $U_n = 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Faux

0 ;0 ;0 ;1 ;1 ;1 ;2 ;2 ;2 ;

ou π, $\sqrt{7}$, $-\sqrt{2}+1$

2)

Réciproque, Si $U_n = 0$ $\forall$ $n \in \mathbb{N}$ alors $U_0 = 0$; $U_1 = 0$; $U_2 = 0$ donc Vrai.

Ex 45 :

$$\begin{cases} U_{n+1} = 2U_n + 1 \\ U_0 = 0 \end{cases}$$

1)

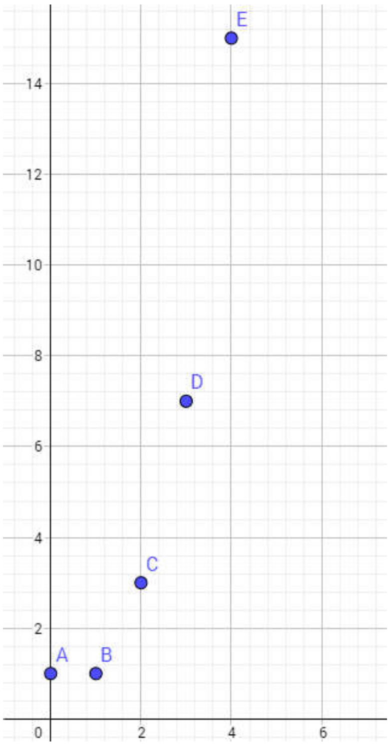
$U_1 = 2U_0 + 1 = 1$

$U_2 = 2U_1 + 1 = 3$

$U_3 = 2U_2 + 1 = 7$

$U_4 = 2U_3 + 1 = 15$

2)



Ex 49 :

2)

Variables	A est un réel N est un entier I est un entier
Entrée	Saisir N
Initialisation	A prend la valeur 4
Traitement et sortie	Pour I Allant de 1 à N N Prend la valeur N+1;N Afficher N Fin Pour

```
├─FONCTIONS_UTILISEES
▼ VARIABLES
│  ├─A EST_DU_TYPE NOMBRE
│  ├─N EST_DU_TYPE NOMBRE
│  └─I EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
│  ├─LIRE N
│  ├─A PREND_LA_VALEUR 4
│  ▼ POUR I ALLANT_DE 1 A N
│  │  ├─DEBUT_POUR
│  │  ▼ SI (I>=1) ALORS
│  │  │  ├─DEBUT_SI
│  │  │  ├─N PREND_LA_VALEUR N+1/N
│  │  │  ├─AFFICHER N
│  │  │  └─FIN_SI
│  │  └─FIN_POUR
└─FIN_ALGORITHME
```

Exercice 51 :

$\forall(U_n)$, U_n est un entier : Faux, (U_n) est définie par $\mathbb{N}$ |----->$\mathbb{R}$

(se lit : la suite Un) n |----->U_n

U_n=le terme d'indice n.

Exercice 52 :

~~;*Faux, car $\sqrt{1^2+5}+1=\sqrt{6}+1$ et $\neq\sqrt{11}$ *;~~

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\sqrt{U_n^2+5} \end{cases}$$

(Rappel : forme récurrente)

$\forall n\in\mathbb{N}$, alors $U_2=\sqrt{11}$

$U_1=\sqrt{U_0^2+5}=\sqrt{6}$

$U_2=\sqrt{U_1^2+5}$

$U_2=\sqrt{6+5}=\sqrt{11}$

Donc Vrai

Algo :

Suite d'instructions exécutées dans un ordre donné pour obtenir un certain résultat.

Langage naturel :

<u>choisir un nombre</u>
Le multiplier par 4
Ajouter 3
Afficher le résultat

Pour obtenir un certain résultat

Saisir N, lire , lire N

|

|

|

|

Afficher N

Une variable en Informatique est une zone de mémoire.

Choisir un nombre N le multiplier par 4 Ajouter 3 Afficher le Résultat	(algorithme lourd) N=3 |-------> N $\boxed{3}$ (zone mémoire) P=4*N |-------> P $\boxed{12}$ X=P+3 |-------> X $\boxed{15}$
	(Algorithme allégé) N=3 |---> N $\boxed{3}$ N prend la valeur N*4 N $\boxed{12}$ N prend la valeur N+3 N $\boxed{15}$

un algorithme est généralement constitué de 3 étapes :

étape 1 :

Entrée des données et;ou initialisation des données

exemple Saisir N

étape 2 :

Traitement

exemple :

N prend la valeur 4*N

(en pseudo code on peut écrire : N <------ 4*N)

Affecter à N la valeur 4*N

étape 3 :

sortie

exemple :

afficher N.

Instruction -Saisir une variable - L'affectation des variables (N<------ …) -Test (instruction conditionnelle)	Algo de tout a l'heure Saisir N N<-----4*N N<-----N+3 Afficher N	

Si on écrit : Saisir X X<---- $\frac{1}{X}$ Afficher X (si X=0 alors l'ordinateur plantera	Si on met une variable de vérification : Saisir X Si X=0 Alors afficher « X ne peut pas être égal à 0 » Sinon X<----$\frac{1}{X}$ Afficher X Fin Si

Exercice :

On veut calculer :

U_0 ;U_1 ; … ;U_{10}

de

Boucle :

Pour i=0 à 10

Calculer U_i

end

Activité 3 :

1)

$U_1=231$

$U_2=U_1+17 = 231+17=248$

$U_3=U_2+17=248+17=265$

$U_4=U_3+17=265+17=282$

2)

$U_{n+1}=U_n+17$

3)

$U_{16}=U_4+(17*12)$

$U_{16}=282+204$

$U_{16}=486$

4)

$U_4+U_5+U_6+U_7+U_8+U_9+U_{10}+U_{11}+U_{12}+U_{13}+U_{14}+U_{15}$

5)

282*12+17+17*2+17*3+17*4+17*5+17*6+17*7+17*8+17*9+14*10+17*11=4476

Activité 4 :

V0=2

V1=3

V2=5

V3=9

V4=17

1)

V5=33

2)

V6=65

V7=129

V8=257

3)

$V_{n+1}=2V_n-1$

4)

$f(V_n)=2n-1$

5)

V_n est une suite géométrique.

6)

V_n est une suite géométrique donc :

$g(n)=2*\dfrac{1-2^{n+1}}{1-2}$

49 Algo **Compléter puis modifier un algorithme**

Soit (v_n) la suite définie par son premier terme $v_0=4$ et la relation $v_{n+1}=v_n+\dfrac{1}{v_n}$.

1. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il affiche, à partir de la saisie de l'entier N, les termes $v_1, v_2, \ldots, v_N$.

Variables	A est un réel, N et I sont des entiers
Entrée	Saisir N
Initialisation	A prend la valeur 4
Traitement et sortie	**Pour** I variant de 1 à N **faire**
	A prend la valeur N+1/N
	Afficher $\boxed{A}$ 2 N
	Fin Pour

2. Comment peut-on modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche uniquement le terme de rang N ?

50 TICE Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme u_0 et la relation $u_{n+1}=2u_n+4$.

1. Écrire un programme permettant de calculer, pour cette suite, le terme d'indice N donné.
2. Déterminer le terme d'indice 12 de (u_n) lorsque $u_0=1$.

SAVOIR-FAIRE 3 p. 115

VRAI - FAUX

Pour les exercices 51 et 52, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

51 Quelle que soit la suite (u_n), u_n est un entier.

52 Soit (u_n) la suite définie par $u_0=1$ et la relation $u_{n+1}=\sqrt{u_n^2+5}$ pour tout entier n, alors $u_2=\sqrt{11}$.

Sens de variation d'une suite et recherche de seuils

53 Pour chacune des suites (u_n) définies ci-dessous, déterminer les variations de la fonction f telle que, pour tout entier n, $u_n=f(n)$, puis en déduire les variations de (u_n).

a. $u_n=5n^2-3$ b. $u_n=-8n+3$.

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

54 Reprendre l'exercice précédent pour les cas :

a. $u_n=\dfrac{1}{n+2}$; b. $u_n=\dfrac{5+n}{n}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

55 Pour chacune des suites définies ci-dessous, déterminer le sens de variation en calculant la différence $u_{n+1}-u_n$.

a. $u_n=3n^2-n+2$ b. $u_n=\dfrac{1}{(2n-1)^2}$

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

56 Reprendre l'exercice précédent pour les cas suivants.

a. $\begin{cases}u_0=1\\u_{n+1}=-u_n^2+u_n-1\end{cases}$

b. $\begin{cases}u_0=2\\u_{n+1}=u_n+n^2-2n+5\end{cases}$

57 Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

a. (u_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=7n+(-5)^n$.

b. (v_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n=5n^2-n+2$.

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

58 Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

a. (w_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n=4n^3+2n+1$.

b. (t_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases}t_0=2\\t_{n+1}=t_n-2n\end{cases}$.

EXERCICE RÉSOLU

59 Exploiter une représentation graphique des termes d'une suite

Énoncé

On donne ci-contre la représentation graphique des premiers termes d'une suite (u_n).

1. Quelle conjecture peut-on faire sur les variations de (u_n) ?
2. On sait de plus que $u_n=n^2-n$.

Démontrer cette conjecture.

Solution commentée

1. La représentation graphique permet de conjecturer que la suite est croissante.
2. Il s'agit de prouver que, pour tout entier n, $u_{n+1}\geqslant u_n$, c'est-à-dire que, $u_{n+1}-u_n\geqslant 0$.

On a $u_{n+1}=(n+1)^2-(n+1)=n^2+2n+1-n-1=n^2+n$,

donc $u_{n+1}-u_n=n^2+n-(n^2-n)=2n$.

Pour tout entier naturel n, $2n\geqslant 0$, donc $u_{n+1}-u_n\geqslant 0$, soit $u_{n+1}\geqslant u_n$, ce qui indique que la suite (u_n) est croissante.

La conjecture est donc démontrée.

60 On donne ci-contre la représentation graphique des premiers termes d'une suite (u_n).

1. Quelle conjecture peut-on faire sur les variations de (u_n) ?
2. On sait que $u_n=\dfrac{4+n}{n^2+1}$. Démontrer la conjecture.

Ex 53 :

a) Un=5n²-3

$f(x)=5x^2-3$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

b) $U_n=-8n+3$

$f(x)=-8x+3$

Ex 55

a) $U_n=3n^2-n+2$

$\boxed{U_{n+1}-U_n= 6n+2}$

b)

$$U_n=\frac{1}{(2n-1)^2}$$

$$\boxed{U_{n+1}-U_n=\frac{-8n}{(2n+1)^2(2n-1)^2}}$$

Ex 62 :

$$\begin{cases} U_0=15 \\ U_{n+1}=3U_n+7 \end{cases}$$

tant que U<1000

    faire N<-- N+1

    U <-- 3U+7

Afficher N

b)

$U_n= -8n+3$

$f(x)= -8x+3$

Ex 63 :

(U_n) :n→$U_n=\frac{1}{5n}$

∀h∈N, $U_n>0$

1)

$\frac{U_{n+1}}{U_n}=\frac{1}{5}<1$

donc (U_n) \\>

2) l semble que n→+∞ (lim) $U_n=0$

$\frac{1}{5n0}$u<u 10^{-3} ⇔ 5^{n0}u>u 1000

$5^4=625$

2)

Var U un flottant, N un entier

Initialisation U ←1

Tant que $U>10^{-3}$

1;5

fin tant que

afficher N

Ex 90 :

(tn) s.g $t_0=9$ q=5

1

$t_n=t_0*q^n=9*5^n$.

$\frac{t_{n+1}}{t_n}$

;*$U_n>0$

N------------> ℝ

n-------------> U_n *;

2

Le 8ème terme de la suite est $t_7=9*5^7$

Ex 96 :

1

Faux : il existe des suites qui ne sont ni géométriques ni arithmétiques.

Exemple : $U_n=n^2+n+3$

réciproque :

Si A alors B Si B alors A

2 Vrai

Ex 97 :

(V_n) $V_n=n^3+5$

1

$$\frac{V_1}{V_0} \neq \frac{V_2}{V_1}$$

$V_0=3$

$V_1=9$

$V_2=21$

$V_3=45$

2

$U_n=2*9^{n+2}$.

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\cancel{2*9^{n+1+2}}}{\cancel{2*9^{n+2}}} = 1$$

Ex 103 :

case n°1=1 grain de riz

*2

case n°2= 2grains de riz

*2

case n°3= 2^2 grains de riz

*2

case n°4= 2^3 grains de riz

$U_n=2^{(n-1)}$

case n°6 = $U_n=2^5=32$

case n°7= $2^6=64$

Ex 104 :

$U_0=3$; $q=2$

$U_n=3*2^n$

$S=U_0+U_1+U_2+\ldots+U_n=U_0*\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

- $S=U_0+U_1+U_2+\ldots+U_7=U_0*\frac{1-q^{7+1}}{1-q}$

  $S=3*\frac{1-2^8}{1-2}=765$
- $S=U_8+\ldots+U_{14}$

  $S=(U_0+\ldots+U_{14})-(U_0+U_1+\ldots+U_7)$

  $S=U_p+\ldots+U_n=U_p*\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$

  $S=U_8+\ldots+U_{14}=\frac{U_8(k-q^{14-8+1})}{1-q}=U_8*\frac{(1-2^7)}{1-2}$

  $U_8=3*2^8$

  $S=3*2^8\frac{(1-2^7)}{1-2}$

  S= 97536

Ex 108 :

suites Numériques

Cours

Suite géométrique de 1er terme U_0 et de raison q

- $U_{n+1}=q*U_n$ $\quad U_{n+1} \xrightarrow{*q} U_n$
- $U_n=U_0*q^n$
- $\Leftrightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n}=q$
- $U_n=U_0*q^n$

  $\forall n\in N, \frac{U_{n+1}}{U_n}$

Ex 114

$D_0=300m^3$

1)

$D_1=300-\frac{300*20}{100}$

$=240$

2)

$D_{n+1}=D_n-0,2D_n$

$D_{n+1}=D_n(1-0,2)$

3)

$D_{n+1}=0,8D_n$

Suite géométrique de raison q=0,8.

$D_n=300*0,8^n$

4)

$S=U_0+D_0+D_2+D_3+\ldots+D_{29}$

$S=D_0\frac{1-q^{30}}{1-q}=300*\frac{1-0,8^{30}}{0,2}$

$S=1498,51m^3$.

Ex 78 :

1)

$$\sum_{k=1}^{10} k+2+3+\cdots+10$$

$$=\frac{(10+1)*10}{2}=55$$

2)

On voit que lorsque l'on passe d'une rangée n à n+1, on ajoute 1. Donc le nb de boules de la $n^{ième}$ rangée est n. Donc pour n=10, on aura $\sum_{k=1}^{10} k=55$ boules.

Ex 86 :

(U_n) S.A. r=900

U_n=nb de fans l'année 2015+n

$U_0=7500$

1)

$U_1=7500+900=8400$

$U_2=8400+900=9300$

2)

(U_n) est une S.A. donc $U_n=7500+900n$

3)

Onchercher l'indice n_0 tq

$U_n \geq 3*U_0$

$\Leftrightarrow U_n \geq 22500$

$7500+900n_0 \geq 22500$

$\Leftrightarrow 900n_0 \geq 15000$

$n_0 \geq 16{,}7$

Comme n_0 est un entier, alors $n_0=17$

Ex 75

Var U, R (réels/flottants), N et I entiers

Entrée : Saisir U, R et N

$\Leftrightarrow$ U_0, r et N

Initi : Pour I variant de 1 à N faire

U ← U+R

Afficher I,U

Fin pour

Ex 56 :

a)

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=-U_n^2+U_n-1 \end{cases}$$

$U_{n+1}-U_n= -U_n^2+U_{n-1}-Un$

b)

$$\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=U_n+n^2-2n+5 \end{cases}$$

Cour

$(U_n)\nearrow$

$\Leftrightarrow$ $\forall n \in N$ $U_{n+1} \geq U_n$.

$(U_n)\searrow$

$\Leftrightarrow$ $\forall n \in N$ $U_{n+1} \leq U_n$

suites numérique , exercices pour s'entrainer de Bordas, 1s, Indice, Ed 20Z1o5 n,h