SUITES NUMERIQUES

EXERCICES POUR S'ENTRAINER

De " Bordas, 1S, Indice, Ed. 2015".

Pour s'entraîner

Calcul de termes d'une suite

39 On considère les suites u et v définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 3n + 1 \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = 3v_n + 1 \end{cases}.$$

Pour chacune de ces suites :

1. Calculer les trois premiers termes.

2. Calculer le cinquième terme.

SAVOIR-FAIRE 1 p. 115

40 On considère les suites u et v définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 2 - 7n^2 \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2 - 7v_n^2 \end{cases}.$$

Pour chacune de ces suites :

1. Calculer les trois premiers termes.

2. Calculer le cinquième terme.

SAVOIR-FAIRE 1 p. 115

41 Pour chacune des suites données, calculer les termes u_0, u_1, u_2 et u_{100} lorsque c'est possible.

a. $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1}$ **b.** $u_n = \dfrac{3n + 5}{2n(n - 1)}$ **c.** $u_n = (-1)^n$.

42 Logique

Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$.

1. La proposition suivante est-elle vraie ?

« Si les trois premiers termes d'une suite (u_n) sont nuls, alors $u_n = 0$ pour tout entier naturel n. »

2. Écrire la réciproque de la proposition précédente.

3. Cette nouvelle proposition est-elle vraie ?

EXERCICE RÉSOLU

43 **Représenter graphiquement des termes d'une suite**

Énoncé

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{5n}{n + 2}$.

1. Déterminer les neuf premiers termes de la suite.

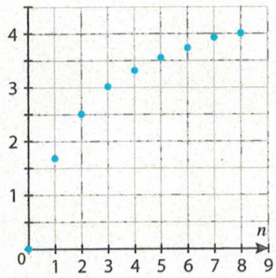
2. Représenter graphiquement ces termes dans un repère.

Solution commentée

Les neuf premiers termes de la suite sont les termes d'indice 0 à 8. Pour calculer u_0, on remplace n par 0 dans l'expression de u_n, puis on procède de la même façon pour les autres termes. On obtient alors :

1. $u_0 = \dfrac{5 \times 0}{0 + 1} = \dfrac{0}{2} = 0$; $u_1 = \dfrac{5 \times 1}{1 + 2} = \dfrac{5}{3}$; $u_2 = \dfrac{5}{2}$; $u_3 = 3$; $u_4 = \dfrac{10}{3}$; $u_5 = \dfrac{25}{7}$; $u_6 = \dfrac{15}{4}$; $u_7 = \dfrac{35}{9}$; $u_8 = 4$.

2. Pour représenter graphiquement les termes déterminés, on place les points de coordonnées $(n ; u_n)$ pour n entier compris entre 0 et 8. On obtient le graphique ci-contre.



44 La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -n^2 + 3n + 3$.

1. Déterminer les six premiers termes de la suite.

2. Représenter graphiquement ces termes dans un repère (O, I, J).

3. Justifier que les points correspondants sont situés sur une parabole dont on précisera une équation.

45 **Préparer le contrôle**

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 0$ et par la relation $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

2. Représenter ces termes dans un repère (O, I, J).

46 TICE Soit (u_n) et (v_n) les suites définies sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 5 - n^2$ et $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = 5 - v_n^2 \end{cases}$.

On utilise le tableur pour calculer des termes des suites (u_n) et (v_n).

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	5	5
3	1		

1. Quelle formule, destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule **B3** ?

2. Quelle formule, destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule **C3** ?

47 TICE Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 3$ et par la relation $u_{n+1} = 4u_n - 5$. À l'aide de la calculatrice ou du tableur, déterminer les termes $u_1, u_2, \ldots, u_{11}$.

SAVOIR-FAIRE 2 p. 115

48 TICE Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 5$ et la relation $v_{n+1} = \dfrac{2v_n + 1}{v_n + 4}$. À l'aide de la calculatrice ou du tableur, déterminer à 10^{-4} près les termes $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$.

SAVOIR-FAIRE 2 p. 115

2

49 **Algo** **Compléter puis modifier un algorithme**

Soit (v_n) la suite définie par son premier terme $v_0 = 4$ et la relation $v_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{v_n}$.

1. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il affiche, à partir de la saisie de l'entier N, les termes $v_1, v_2, \ldots, v_N$.

```
Variables        A est un réel, N et I sont des entiers
Entrée           Saisir N
Initialisation   A prend la valeur 4
Traitement       Pour I variant de 1 à N faire
et sortie          | A prend la valeur ....... N+1/N
                   | Afficher A  2  N
                 Fin Pour
```

2. Comment peut-on modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche uniquement le terme de rang N ?

50 TICE Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme u_0 et la relation $u_{n+1} = 2u_n + 4$.

1. Écrire un programme permettant de calculer, pour cette suite, le terme d'indice N donné.

2. Déterminer le terme d'indice 12 de (u_n) lorsque $u_0 = 1$.

SAVOIR-FAIRE 3 p. 115

VRAI - FAUX

*Pour les exercices **51** et **52**, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.*

51 Quelle que soit la suite (u_n), u_n est un entier.

52 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et la relation $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 5}$ pour tout entier n, alors $u_2 = \sqrt{11}$.

Sens de variation d'une suite et recherche de seuils

53 Pour chacune des suites (u_n) définies ci-dessous, déterminer les variations de la fonction f telle que, pour tout entier n, $u_n = f(n)$, puis en déduire les variations de (u_n).

a. $u_n = 5n^2 - 3$ **b.** $u_n = -8n + 3$.

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

54 Reprendre l'exercice précédent pour les cas :

a. $u_n = \dfrac{1}{n+2}$; **b.** $u_n = \dfrac{5+n}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

55 Pour chacune des suites définies ci-dessous, déterminer le sens de variation en calculant la différence $u_{n+1} - u_n$.

a. $u_n = 3n^2 - n + 2$ **b.** $u_n = \dfrac{1}{(2n-1)^2}$

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

56 Reprendre l'exercice précédent pour les cas suivants.

a. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -u_n^2 + u_n - 1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 - 2n + 5 \end{cases}$

57 Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

a. (u_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 7n + (-5)^n$.

b. (v_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 5n^2 - n + 2$.

SAVOIR-FAIRE 4 p. 117

58 Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

a. (w_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = 4n^3 + 2n + 1$.

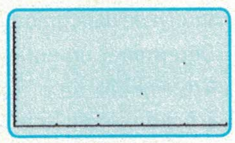
b. (t_n), définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} t_0 = 2 \\ t_{n+1} = t_n - 2n \end{cases}$.

EXERCICE RÉSOLU

59 **Exploiter une représentation graphique des termes d'une suite**

Énoncé

On donne ci-contre la représentation graphique des premiers termes d'une suite (u_n).



1. Quelle conjecture peut-on faire sur les variations de (u_n) ?

2. On sait de plus que $u_n = n^2 - n$.

Démontrer cette conjecture.

Solution commentée

1. La représentation graphique permet de conjecturer que la suite est croissante.

2. Il s'agit de prouver que, pour tout entier n, $u_{n+1} \geqslant u_n$, c'est-à-dire que, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$.

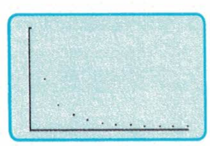
On a $u_{n+1} = (n+1)^2 - (n+1) = n^2 + 2n + 1 - n - 1 = n^2 + n$,

donc $u_{n+1} - u_n = n^2 + n - (n^2 - n) = 2n$.

Pour tout entier naturel n, $2n \geqslant 0$, donc $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$, soit $u_{n+1} \geqslant u_n$, ce qui indique que la suite (u_n) est croissante.

La conjecture est donc démontrée.

60 On donne ci-contre la représentation graphique des premiers termes d'une suite (u_n).



1. Quelle conjecture peut-on faire sur les variations de (u_n) ?

2. On sait que $u_n = \dfrac{4+n}{n^2+1}$. Démontrer la conjecture.

61 Logique

Soit (u_n) une suite croissante, (v_n) une suite décroissante et (w_n) la suite définie sur ℕ par $w_n = u_n + v_n$. Montrer qu'on ne peut rien conclure sur les variations de (w_n).

> **Aide** On pourra chercher un contre-exemple.

62 Algo **Compléter un algorithme**

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 15$ et la relation $u_{n+1} = 3u_n + 7$ pour tout entier naturel n.
Recopier puis compléter l'algorithme suivant, afin qu'il affiche le plus petit entier n tel que $u_n > 1\,000$.

```
Variables        U est un réel, N est un entier
Initialisation   U prend la valeur 15
                 N prend la valeur 0
Traitement       Tant que Un ≤ 100 faire
                   | N prend la valeur N + 1
                   | U prend la valeur N.....
                 Fin Tant que
Sortie           Afficher .Un..
```

63 Algo **Écrire un algorithme**

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{1}{5^n}$.

1. Étudier le sens de variation de u.

2. De quelle valeur semblent se rapprocher les termes u_n lorsque n devient grand ?

3. Déterminer un entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $0 < u_n \leqslant 10^{-3}$.

4. Écrire un algorithme donnant le plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 10^{-100}$.

SAVOIR-FAIRE 5 p. 117

64 Algo **Préparer le contrôle**

Soit (u_n) la suite définie sur ℕ par $u_n = \frac{5}{n^2+7}$.

1. À l'aide de la calculatrice, observer u_n pour des grandes valeurs de n. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de (u_n) ?

2. a. Justifier que $u_n > 0$ pour tout entier naturel n.

b. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que :

$$u_n \leqslant 0{,}0001.$$

c. Recopier puis compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il affiche le plus petit entier n tel que $0 < u_n \leqslant A$.

```
Variables        U et A sont des réels, N est un entier
Entrée           Saisir A
Initialisation   U prend la valeur 5/7
                 N prend la valeur 0
Traitement       Tant que ...... faire
                   | N prend la valeur ......
                   | U prend la valeur ......
                 Fin Tant que
Sortie           Afficher N
```

65 Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \sqrt{n} + 1$.

1. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 100$.

2. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 10^8$.

VRAI - FAUX

Pour les exercices 66 et 67, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

66 La suite (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et par la relation $u_{n+1} = u_n{}^2 - 3$ est croissante.

67 La suite (u_n) définie par $u_n = 9n^2 - 6n + 9$ est croissante.

Suites arithmétiques

Pour les exercices 68 à 71, on donne le premier terme u_0 et la raison r d'une suite arithmétique. Déterminer u_1 et u_2, puis u_n en fonction de n. Calculer ensuite u_{25}.

SAVOIR-FAIRE 6 p. 119

68 $u_0 = 1$ et $r = 4$.

69 $u_0 = 2$ et $r = 9$.

70 $u_0 = 5$ et $r = \frac{1}{2}$.

71 $u_0 = 12$ et $r = -3$.

72 Parmi les suites définies sur ℕ ci-dessous, reconnaître celles qui sont arithmétiques et indiquer, pour celles qui le sont, le premier terme et la raison.

a. $u_n = 2n^2 - n + 1$ **b.** $v_n = 5n - 2$.

SAVOIR-FAIRE 7 p. 119

73 Reprendre l'exercice précédent avec les suites définies sur ℕ ci-dessous.

a. $u_n = \frac{n}{3} + 2$ **b.** $v_n = 3^n + 1$.

74 Les suites (u_n) et (v_n) ci-dessous sont définies sur ℕ. Pour chacune d'elles, préciser s'il s'agit d'une suite arithmétique et indiquer sa raison le cas échéant.

a. $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = u_n - 4 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = v_n + n \end{cases}$.

SAVOIR-FAIRE 7 p. 119

75 Algo **Écrire un algorithme**

Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche les termes $u_1, u_2, \ldots, u_N$ d'une suite arithmétique à partir de la saisie du premier terme u_0, de la raison r et de N.

```
Variables        U et R sont des réels, N et I sont des entiers
Entrée           Saisir U, R et N
Traitement       Pour I variant de ...... à ...... faire
et sortie          | ....................................
                   | Afficher..............................
                 Fin Pour
```

76 **Préparer le contrôle**

Soit (u_n) la suite arithmétique telle que $u_0 = -2$ et de raison 7.

1. Exprimer u_n en fonction de n. Un=7n-2

2. Déterminer le quinzième et le seizième terme de la suite. Le quinzième terme de la suite st U_{14}: U_{15}=7*15-2; U_{16}=7*16-2

3. Déterminer le plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 1\,000$.

On cherche n_0 tel que $U_{n_0} \geq 1000$

A partir de n_0=144, tous les termes de la suite sont ≥0 car (Un) est croissante

77 On considère la suite (w_n), définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$w_n = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6) + n.$$

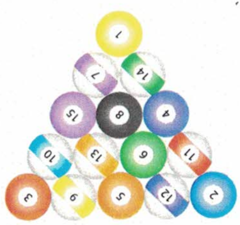
1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

2. Quelle conjecture peut-on faire ?

3. Calculer w_7. Que dire de la conjecture précédente ?

78 **1.** Calculer $\sum_{k=1}^{10} k$.

2. *Application*. Combien y aurait-il de boules de billard si la figure comportait 10 rangées ?



EXERCICE RÉSOLU

79 **Déterminer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique**

Énoncé

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 6$.

1. Déterminer l'expression du terme général u_n.

2. Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{15}$.

Solution commentée

1. On utilise la formule du cours : $u_n = u_0 + nr$.
On a donc $u_n = 4 + 6n$ pour tout entier naturel n.

2. Le premier terme de la somme S est u_0 et le dernier terme est u_{15}. Avec la formule précédente, on obtient $u_{15} = 4 + 6 \times 15 = 94$. Comme S comporte 16 termes, on a $S = 16 \times \dfrac{u_0 + u_{15}}{2}$, soit $S = 16 \times \dfrac{4 + 94}{2} = 784$.

80 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -5$ et de raison 3.

1. Déterminer l'expression du terme général u_n.

2. Calculer la somme $S = u_5 + u_6 + \ldots + u_{22}$.

81 TICE On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 25$ et de raison 9. On a créé une feuille de calcul ci-contre. La valeur de u_0 est entrée dans la cellule B2.

	A	B	C
1	n	un	
2	0	25	25
3	1	34	
4	2	43	
5	3	52	
6	4	61	

1. Quelle formule, destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule **B3** afin d'obtenir les termes de la suite (u_n) dans la colonne **B** ?

2. La valeur de u_0 est entrée dans la cellule **C2**. Quelle formule, destinée à être recopiée vers le bas, peut-on saisir dans la cellule **C3** pour obtenir la somme $u_0 + \ldots + u_n$ pour chaque valeur de n ?

82 Déterminer la somme des multiples de 11 inférieurs à 1 000.

Aide Un multiple de 11 est un nombre de la forme $11k$, avec k entier positif.

VRAI - FAUX

*Pour les exercices **83** et **84**, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.*

83 La somme des 20 premiers entiers naturels non nuls est 420.

84 Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 0{,}7$, alors $u_n \geqslant 1\,000$ pour $n \geqslant 705$.

Modéliser une situation avec une suite arithmétique

85 En 2014, la population d'un village est de 1 500 habitants. On fait l'hypothèse que le nombre d'habitants augmente de 100 habitants par an.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants pour l'année $2014 + n$. On a ainsi $u_0 = 1\,500$.

1. Calculer les valeurs u_1 et u_2 du nombre d'habitants prévu en 2015 et 2016 selon ce modèle.

2. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

3. Selon ce modèle, quelle devrait être la population en 2018 ?

4. Selon ce modèle, en quelle année la population devrait-elle atteindre 3 000 habitants ?

SAVOIR-FAIRE 8 p. 119

86 **Préparer le contrôle**

La nombre de fans sur la page Facebook d'un certain artiste peut être modélisé par la su[illegible]u_n) de raison 900 telle que, pour tout naturel non nul n, u_n désigne le nombre de fans l'année $2015 + n$. En 2015, le nombre de fans est 7 500 : on a donc $u_0 = 7\,500$.

1. Calculer u_1 et u_2.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Au bout de combien d'années le nombre de fans aura dépassé le triple de celui de l'année 2015 ?

EXERCICES

VRAI - FAUX

Pour les exercices 87 à 89, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

Le montant annuel de la cotisation d'une association s'élevait à 75 € en 2014 et il augmente régulièrement de 3 € par an.
On note u_n le montant de cette cotisation l'année $2014 + n$.

87 La suite (u_n) est arithmétique de raison 3.

88 En 2020, le montant de la cotisation sera de 93 €.

89 Une personne ayant adhéré sans interruption de 2014 à 2021 aura versé à l'association 684 €.

Suites géométriques

90 Soit (t_n) la suite géométrique de premier terme $t_0 = 9$ et de raison $q = 5$.

1. Exprimer t_n en fonction de n, puis calculer le huitième terme de cette suite.

2. Étudier le sens de variation de (t_n).

SAVOIR-FAIRE 9 p. 121

91 Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = -2$.

1. Exprimer v_n en fonction de n, puis calculer v_{10}.

2. Étudier le sens de variation de (v_n).

SAVOIR-FAIRE 9 p. 121

Pour les exercices 92 à 95, on donne le premier terme v_0 et la raison q d'une suite géométrique (v_n). Déterminer v_1 et v_2, puis v_n en fonction de n.

92 $v_0 = 5$ et $q = 2$.

93 $v_0 = 7$ et $q = -2$.

94 $v_0 = -3$ et $q = 4$.

95 $v_0 = -2$ et $q = \frac{1}{5}$.

96 **Logique**

1. La proposition suivante est-elle vraie ?
« Si une suite n'est pas arithmétique, alors elle est géométrique. »

2. Énoncer la proposition réciproque.

3. Cette nouvelle proposition est-elle vraie ? Justifier.

97 **1.** Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = n^3 + 5n + 3$. Déterminer les premiers termes de la suite (v_n). Cette suite est-elle géométrique ?

2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2 \times 9^{n+2}$. Montrer que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

SAVOIR-FAIRE 10 p. 121

98 Pour chacune des suites définies ci-dessous, reconnaître celles qui sont géométriques et indiquer, pour celles qui le sont, le premier terme v_0 et la raison.

a. $v_n = 2n^2 + 3$ **b.** $v_n = 4 \times 5^n$.

SAVOIR-FAIRE 10 p. 121

99 Reprendre l'exercice précédent pour les suites dont le terme général est donné ci-dessous.

a. $v_n = \dfrac{5^n}{3^{n+1}}$ **b.** $v_n = 9^n + 11^n$.

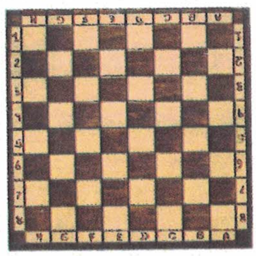
100 Reconnaître les suites géométriques parmi celles proposées. Justifier et, le cas échéant, indiquer la raison.

a. $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 5v_n \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 4^{v_n} \end{cases}$.

101 Calculer $S = 1 + 4 + 4^2 + \ldots + 4^7$.

102 Calculer $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^{14}}$.

103 On pose un grain de riz sur la première case d'un échiquier, deux grains de riz sur la deuxième case, quatre grains de riz sur la troisième case…



On continue en doublant le nombre de grains de riz d'une case à la suivante. Combien y a-t-il de grains de riz sur la septième case ? Sur la n-ième case ? Sur l'échiquier ?

104 Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

1. Déterminer la somme $S = u_0 + u_1 + ... + u_7$.

2. Déterminer la somme $S' = u_8 + ... + u_{14}$.

105 **Algo** **Compléter un algorithme**

On considère la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 7. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il affiche la somme $u_0 + \ldots + u_N$ à partir de la saisie de l'entier N.

Variables	U et S sont des réels, N est un entier
Entrée	Saisir N
Initialisation	U prend la valeur 5
	S prend la valeur 0
	N prend la valeur 0
Traitement	**Pour** I variant de …… à …… **faire**
	S prend la valeur ……
	U prend la valeur ……
	Fin Pour
Sortie	Afficher ……

6

VRAI - FAUX

Pour les exercices 106 et 107, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

106 La suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = (1,2)^n$ est géométrique.

107 La somme $1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{11}$ est égale à $2^{12} - 1$.

Modéliser une situation avec une suite géométrique

108 La responsable d'un site payant d'information en ligne veut modéliser l'évolution du nombre d'abonnés dans les années futures. En 2015, le nombre d'abonnés est 1 500 et la responsable estime que le nombre d'abonnés va augmenter de 3 % par an.

On note u_n le nombre total d'abonnés lors de l'année $2015 + n$. On a donc $u_0 = 1\,500$.

1. Déterminer le nombre u_1 d'abonnés prévu en 2016.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

3. Estimer le nombre d'abonnés prévus en 2025.

4. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés aura doublé.

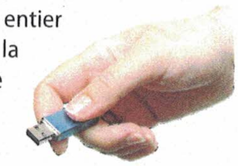
SAVOIR-FAIRE 11 p. 121

109 **Préparer le contrôle**

Pour stocker des fichiers photos numériques, on peut utiliser des algorithmes de compression pour réduire la taille du fichier. On estime qu'à chaque niveau de compression, la taille du fichier diminue de 21,4 %.

On considère un fichier de taille initiale 689 ko.

On pose $T_0 = 689$ et, pour tout entier naturel non nul n, T_n désigne la taille de ce fichier après une compression de niveau n.



1. Déterminer T_1.

2. Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n.

3. En déduire la nature de la suite (T_n).

4. Déterminer l'expression du terme général T_n.

5. Déterminer la taille du fichier après une compression de niveau sept.

LE SAVIEZ-VOUS ?

La norme JPEG, adoptée en 1992, définit le format d'enregistrement et l'algorithme de décodage pour une représentation numérique compressée d'une image.

VRAI - FAUX

Pour les exercices 110 et 111, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

L'iode 131 perd 8 % de sa masse chaque jour. On note M_0 la masse initiale et M_n la masse d'iode 131 au bout de n jours.

110 La suite (M_n) est géométrique de raison 0,08.

111 Au bout de neuf jours, la masse d'iode a diminué de plus de la moitié.

TOP CHRONO

Résoudre chacun des exercices suivants en 15 minutes maximum.

112 Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 5n^2 - 2n + 3$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite (v_n).

2. Démontrer que $v_{n+1} - v_n = 10n + 3$ pour tout entier n.

3. En déduire le sens de variation de (v_n).

4. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n \geqslant 1\,000$.

113 Afin de constituer un capital, Thomas place 1 000 € sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 € sur ce compte. On note c_n le montant en euros du capital accumulé au bout de n mois. Ainsi, $c_0 = 1\,000$.

1. Calculer c_1, c_2 et c_3.

2. Déterminer la nature de la suite (c_n) et en déduire l'expression de c_n en fonction de n.

3. Au bout de combien de temps le capital accumulé est-il supérieur à 3 500 € ?

114 Une retenue d'eau artificielle est alimentée par un ruisseau dont le débit diminue de 20 % d'un jour sur l'autre à cause de la chaleur. Pour la journée du 1er juin, le débit D_0 est égal à 300 m^3 par jour. On note D_n le débit pour le n-ième jour après le 1er juin.

1. Calculer D_1, le débit pour le 2 juin.

2. Exprimer D_{n+1} en fonction de D_n.

3. En déduire la nature de la suite (D_n), puis l'expression de D_n en fonction de n.

4. Calculer le volume apporté dans la retenue au cours des 30 jours du mois de juin.