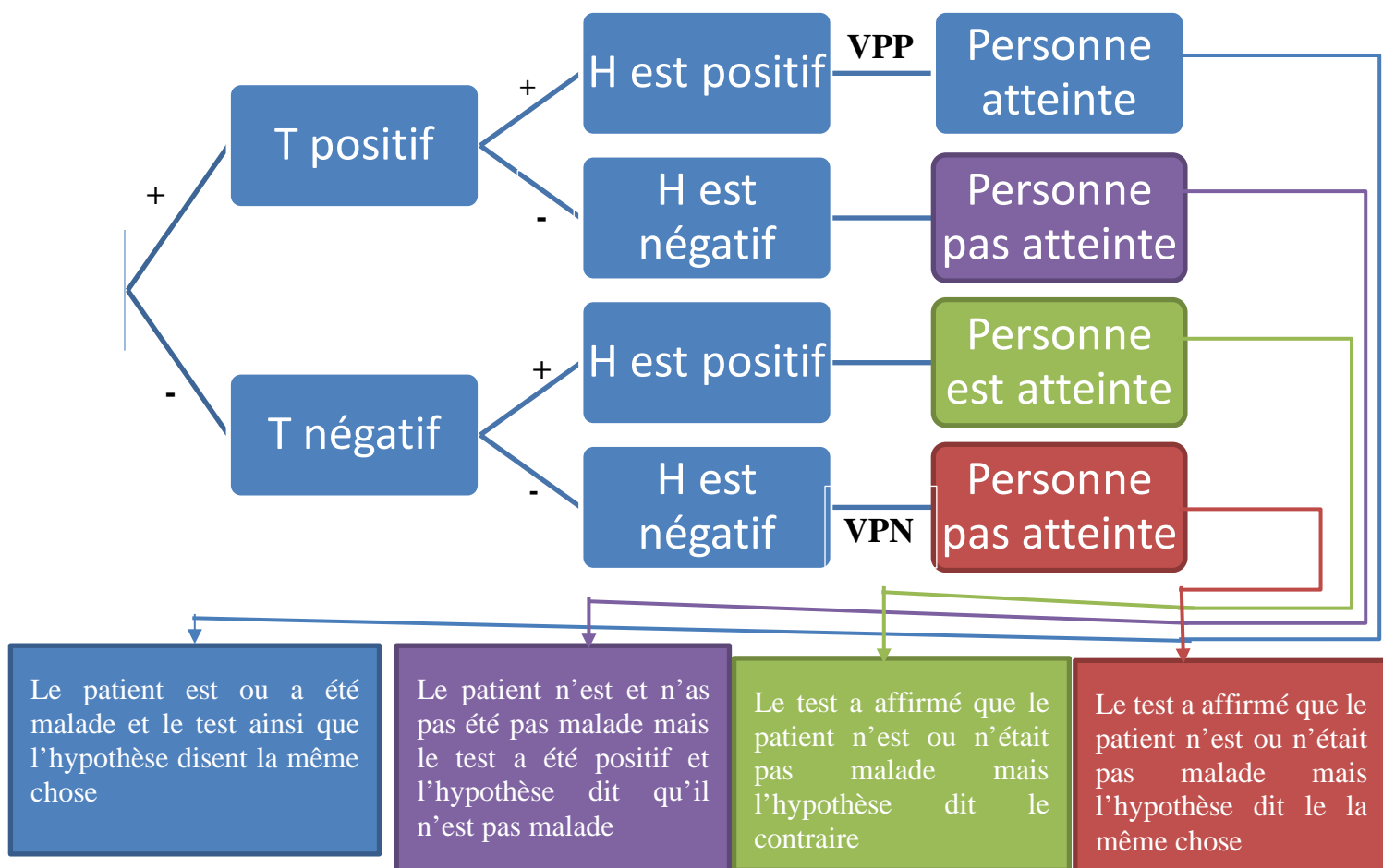


Mathématiques
Exercice complémentaire de mathématiques
Tiers Temps

Mathématiques
Exercice complémentaire de mathématiques

Note : _____	Appréciations :	Signature :
-----------------	-----------------	-------------



Exercice 1 :

1)

$$x=0,05$$

$$f(0,05)=\frac{45*0,05}{44*0,05+1}=0,70$$

Mathématiques
Exercice complémentaire de mathématiques
Tiers Temps

La probabilité conditionnelle que la personne ait produit des anticorps sachant que le résultat du test est positif est 0,70.

2)

x	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20
f(x)	0,479	0,652	0,742	0,796	0,833	0,860	0,880	0,896	0,908	0,918

3)a)

Pour tout $x \in [0 ; 1]$,

$$g(x) = 1 - f(x) = 1 - \frac{45x}{44x+1}$$

$$g(x) = \frac{44x+1-45x}{44x+1} = \frac{1-x}{44x+1}$$

b)

$$g(0,05) = \frac{1-0,05}{44 \cdot 0,05 + 1} = 0,30$$

Le taux de faux positifs, c'est-à-dire la proportion de personnes testées positives mais n'ayant pas produit d'anticorps en réponse immunitaire après avoir été infectées par le virus est de 0,30.

4)a)

Pour tout $x \in [0 ; 1]$,

$$44x+1 > 0$$

$$\text{Donc } \frac{1-x}{44x+1} \leq 0,1$$

$$1-x \leq 0,1(44x+1)$$

$$1-x \leq 4,4x+0,1$$

$$1-0,1 \leq 4,4x+x$$

$$0,9 \leq 5,4x$$

$$\frac{0,9}{5,4} \leq x$$

$$\text{D'où } x \geq 0,17$$

4)b)

Le taux de faux positif est inférieur à 10% pour $0,17 \leq x \leq 1$



5)

$$\frac{1-x}{44x+1} \leq 0,01$$

$$1-x \leq 0,01(44x+1)$$

$$1-x \leq 0,44+0,01$$

$$1-0,01 \leq 0,44x+x$$

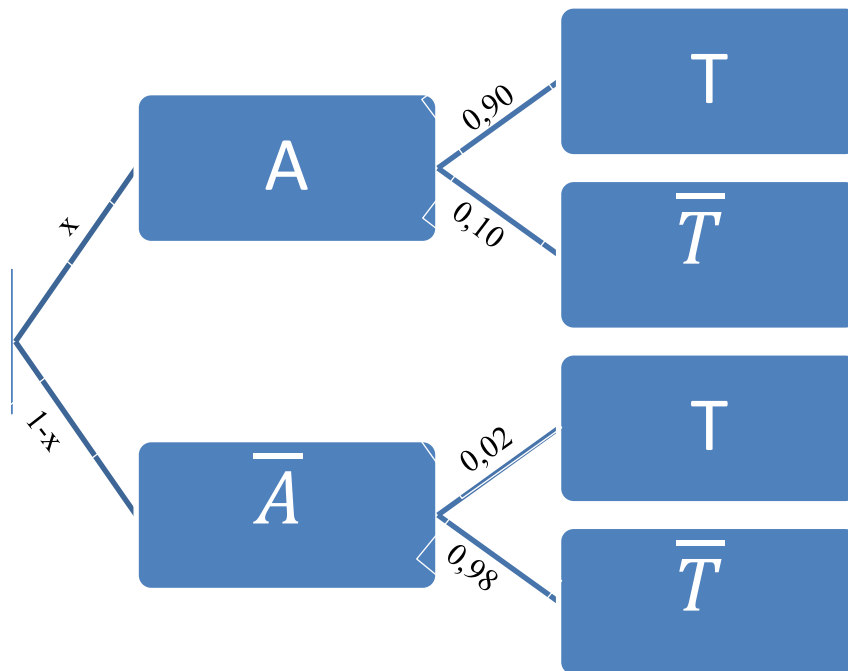
$$0,99 \leq 1,44x$$

$$\frac{0,99}{1,44} \leq x$$

D'où $x \geq 0,69$.

Le taux de faux positif est inférieur 1% pour $0,69 \leq x \leq 1$

Exercice 2 :



1)a)

$$P(T \cap A) = P(A) * P_A(T)$$

$$P(T \cap A) = x * 0,90 = 0,9x$$

1)b)

$$P(T \cap \bar{A}) = P(\bar{A}) * P_{\bar{A}}(T)$$

$$P(T \cap \bar{A}) = (1-x) * 0,02 = 0,02 - 0,02x$$

1)c)

D'après la formule des probabilités totales

$$P(T) = P(A \cap T) + P(\bar{A} \cap T)$$

$$P(T) = 0,9x + 0,02 - 0,02x$$

$$P(T) = 0,88x + 0,02$$

1)d)

$$P(\bar{T}) = 1 - P(T)$$

$$P(\bar{T}) = 1 - (0,88x + 0,02)$$

$$P(\bar{T}) = 1 - 0,88x - 0,02$$

$$P(\bar{T}) = 0,98 - 0,88x$$

2)

$$P_T(A) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = VPP$$

$$VPP = \frac{0,9x * 100}{(0,88x + 0,02) * 100}$$

$$VPP = \frac{\frac{90x}{2}}{\frac{88x + 2}{2}}$$

3)

$$P_{\bar{T}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = VPN$$

$$VPN = \frac{0,98(1-x) * 100}{0,988 - 0,88 * 100}$$

$$VPN = \frac{\frac{98(1-x)}{2}}{\frac{98 - 88x}{2}}$$

$$VPN = \frac{49(1-x)}{49 - 44x}$$

Mathématiques
Exercice complémentaire de mathématiques
Tiers Temps

4)

x	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20
VPP	0,479	0,652	,0742	0,796	0,833	0,860	0,890	0,896	0,908	0,918
VPN	0,998	0,996	0,994	0,991	0,989	0,986	0,984	0,981	0,978	0,975

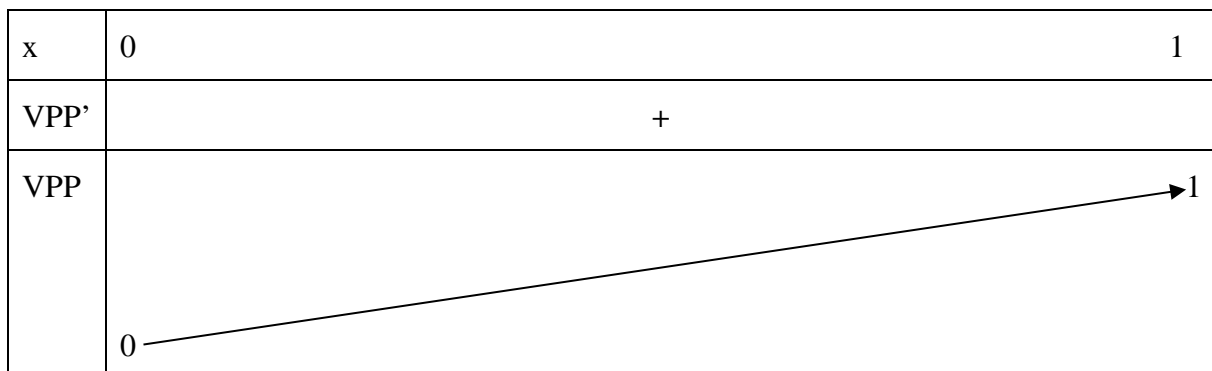
5)

$$VPP = \frac{45x}{44x+1} \text{ avec } 0 \leq x \leq 1$$

On calcule la dérivée

$$VPP' = \frac{45(44x+1) - 44 \cdot 45x}{(44x+1)^2}$$

$$VPP' = \frac{45}{(44x+1)^2} > 0$$



6)

$$VPN = \frac{49(1-x)}{49-44x}$$

On calcule la dérivée

$$VPN' = \frac{-49(49-44x) - (-44) \cdot 49(1-x)}{(49-44x)^2}$$

$$VPN' = \frac{-1960x - 245}{(49-44x)^2}$$

Mathématiques
Exercice complémentaire de mathématiques
Tiers Temps

x	0	1
VPN'	-	
VPN	