

一、选择题

- () 1. 设 A 、 B 是两个事件, 若 $A \subset B$, 则下列性质**错误**的是
- A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ B. $P(B - A) = P(B) - P(A)$
C. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ D. $P(A) \geq 0$
- () 2. 一个盒子中有 9 只红球, 3 只白球。在盒中取球 5 次, 每次 1 只, 其中恰有 2 只白球 3 只红球的概率为
- A. $1/3$ B. $4/23$ C. $7/22$ D. $1/8$
- () 3. 若随机变量 $X \sim N(1, 4)$, 则 $\frac{X-1}{2}$ 服从分布
- A. $N(\mu, \sigma^2)$ B. $N(1, \sigma^2)$ C. $N(0, 1)$ D. $N(\mu, 1)$
- () 4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim P(\lambda_1)$, $Y \sim P(\lambda_2)$, $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$
 $EX = 2$, $EY = 3$, 则 $E(X+Y)^2 =$
- A. 51 B. 10 C. 30 D. 25
- () 5. 设 X_1, X_2 是取自总体 $N(\mu, 1)$ 的样本, 未知参数 μ 有以下无偏估计, 则较有效的估计是
- A. $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ B. $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$
C. $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ D. $\hat{\mu}_4 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$
- () 6. 在假设检验中, 记 H_0 为原假设, 则犯受伪错误是指
- A. H_0 为假, 接受 H_0 B. H_0 为真, 接受 H_0
C. H_0 为假, 拒绝 H_0 D. H_0 为真, 拒绝 H_0
- () 7. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 通过样本 X_1, X_2, \dots, X_n 检验原假设 $H_0: \mu = \mu_0$ 时, 需要使用的统计量是
- A. $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$ B. $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n-1}$
C. $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S^*} \sqrt{n}$ D. $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S^*}$

() 8. 设 $X \sim B(1, p)$, 其样本: X_1, X_2, \dots, X_n , 其参数 p 的矩估计为 $\hat{p} =$

- A. $n\bar{X}$ B. \bar{X} C. $\frac{\bar{X}}{3}$ D. $\frac{\bar{X}}{2}$

() 9. 若随机事件 A 与随机事件 B 是相互独立的, 则以下式子**错误**的是

- A. $P(A|B) = P(A)$ B. $P(B|A) = P(B)$
C. $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ D. $P(AB) = P(B) \cdot P(B|A)$

() 10. 设标准正态分布的上 0.10 分位点为 $z=1.28$, 则分布函数在该点的函数值为

- A. 0.10 B. 1.28 C. 0.90 D. 0.28

二、填空题

1. 设离散随机变量 X 的分布列为

X	0	2	4	6
P	0. 1	0. 3	0. 4	0. 2

则 $E(X) =$ _____。

2. 若 $X \sim U(0,5)$, 则其概率密度函数为_____

3. 已知 $D(X) = 25, D(Y) = 49, \rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X - Y) =$ _____

4. 若 $X \sim \chi^2(n)$, 则 $D(X) =$ _____

5. 设 $F_{0.05}(9,12) = 2.80$, 则 $F_{0.95}(12,9) =$ _____。

6. 设总体 $N(20, 1.5^2)$ 中简单随机抽取一容量为 25 的样本, 则 $P\{19.6 < \bar{X} < 20.3\} =$ _____ (已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.33) = 0.9082$)

7. 将标号为 1, 2, 3, 4 的四个球随机地排成一行, 试问事件“各球自左至右或自右至左恰好排成 1, 2, 3, 4 的顺序”的概率为 _____

8. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.8, P(B|\bar{A}) = 0.85$, 则 $P(B|A) =$ _____

9. 随机变量 X_1 与 X_2 的概率密度函数分别为

$$f_1(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{与} \quad f_2(x) = \begin{cases} 4e^{-4x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

则 $E(X_1 + X_2) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

10. $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B}), P(A) = a$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

三、简答题

1、当前智能手机市场上是苹果、安卓和微软的天下，2013 年 Q3 统计市场占有率得到：安卓机 81.9%、苹果 iOS 为 12.1%、微软的 WP8 的 6%。现已知三种智能手机的次品率为：安卓机 5%、苹果机 3%、WP8 7%。试求市场上智能手机的次品率。

2. 已知**本福特定律**是数字统计的一种内在规律，指所有自然随机变量，只要样本空间足够大，每一样本首位数字为 1 至 9 个数字的概率在一定范围内具有稳定性，如下表。

在十进制首位数字的出现机率（%，小数点后一个位）：

数字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
概率	30.1	17.6	12.5	9.7	7.9	6.7	5.8	5.1	4.6

现某日，你在某购物网上闲逛，看到一个猜价格首数字的活动，而游戏规则是：如果你猜出是该商品的价格首位数是就获得该奖品，请问现你看到一套家庭影院参加该活动，为了保证最大可能性中奖，你会猜该套家庭影院价格首位数字是多少？为什么？

3. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2(x+y) & , \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x \\ 0 & , \quad \text{其它} \end{cases}$$

求 $E(X)$.

4. 已知男子有 5%是色盲患者，女子有 0.25%是色盲患者，今从男女人数相等的人群中随机挑选一人，恰好是色盲患者，问此人是男性的概率是多少？

四、计算题

1. 某厂生产一批内径为 $20mm$ 的铜管，设铜管内径 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，随机抽取 16 根铜管，测得样本均值 $\bar{x} = 20.47mm$ ，修正过的样本标准差 $s^* = 0.92mm$ ．求均值 μ 的置信度为90%的置信区间及其长度．（已知 $\alpha = 0.05$ ， $t_{0.95}(15) = 1.7531$ ）

2. 设随机变量 X 服从均值为 10, 标准差为 0.02 的正态分布, 已知

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt. \quad \Phi(2.5) = 0.9938.$$

求 X 落在区间 (9.95, 10.05) 内的概率有多大.

3. 两人约定于 8 点至 9 点在某地会面. 先到者等候 20 分钟, 过时就离去. 求这两人能见面的概率?

五、证明题

已知 X_1, X_2 是总体 X 的一个样本，证明统计量 $2X_1 - X_2$ 与 $\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ 都是总体数学期望 $E(X)$ 的无偏估计量，评价它们中哪一个更有效.