

Matricas

Teo. $(AB)^\top = B^\top A^\top$

vienības matrica $A \cdot E_n = E_n \cdot A = A \quad \det(E_n) = 1$

Teo. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

Ja $\det(A) = 0$, tad matricu A sauc par **singulāru** matricu (citos tekstos - par degenerētu matricu).

Secinājums: reizinājums $ABCD \dots Z$ ir singulāra matrica tad un tikai tad, ja kaut viena no matricām $A, B, C, D, \dots Z$ ir singulāra.

Inversā (apgrieztā) matrica A^{-1}

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$$

Ja A ir singulāra matrica, tad inversā matrica A^{-1} neeksistē.

jo $\det(A \cdot A^{-1}) = \det(E) = 1 = \det(A) \cdot \det(A^{-1})$

Ja A ir singulāra un B - nesisingulāra, tad vienādojumam $A \cdot X = B$ nav atrisinājumu, jo nesisingulāra matrica ir invertējama.

Teo. Ja $\det(A) \neq 0$, tad inversā matrica A^{-1} vienmēr eksistē!

algebriskais papildinājums $C_{ij} = (-1)^{i+j} \det(M_{ij})$,

kur M_{ij} ir $(n-1) \times (n-1)$ matrica, ko iegūst no matricas A , izsvītrojot i -to rindu un j -to kolonu.

No skaitļiem C_{ij} var sastādīt **kofaktoru** matricu $A^C = (C_{ij} | i, j = 1 \dots n)$,

Lemma. Reizinot $A \cdot (A^C)^T$ vai $(A^C)^T \cdot A$, iegūst matricu, kurai visi elementi ir 0, izņemot diagonāles elementus, kas ir vienādi ar $\det(A)$

Secinājums. Ja $\det(A) \neq 0$, tad $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot (A^C)^T$

Gausa-Jordana metode

TODO

Citas teoremas

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

$$(cA)B = A(cB) = c(AB).$$

$$(A + B)^2 = (A + B) \cdot (A + B) = A^2 + AB + BA + B^2$$

$$(A + B)(A - B) = A^2 - AB + BA - B^2$$

Ja $\det(A) \neq 0$, tad vektors $x = A^{-1} \cdot b$ ir sistēmas $A \cdot x = b$ vienīgais atrisinājums.

Piemērs. $3x + 2y = 1; 4x + 3y = 1; A = [3, 2, 4, 3]; b = 1, 1;$
 $A^{-1} = [3, -2, -4, 3]; A^{-1}b = 1, -1; x = 1; y = -1.$