Polinomi

Iespējami divi polinomu vienādības jēdzieni:

1) Teiksim, ka polinomi $P_1(x)$ un $P_2(x)$ ir **vienādi kā izteiksmes**, ja to kanoniskais pieraksts satur vienādas x pakāpes un vienādus koeficientus pie attiecīgajām x pakāpēm.

2) Teiksim, ka polinomi $P_1(x)$ un $P_2(x)$ ir **vienādi kā funkcijas**, ja visiem kompleksiem skaitļiem x, $P_1(x) = P_2(x)$.

Polinomam ar veseliem koeficientiem var būt dalītāji pat ar kompleksiem koeficientiem, piemēram:

$$x^2 + 1 = (x - i) \cdot (x + i)$$

__**Teo.**__ Jebkuriem diviem polinomiem $P(x)$ un $Q(x)$, ja Q nav nulles polinoms, tad var atrast vienīgos polinomus – dalījumu $D(x)$ un atlikumu $R(x)$ tādus, ka $P(x) = Q(x)D(x) + R(x)$, un $R(x)$ pakāpe ir mazāka par dalītāja $Q(x)$ pakāpi vai arī $R(x)$ ir nulles polinoms.

__**Teo.**__ Jebkurš polinoms dalās ar jebkuru null-tās pakāpes polinomu.

Piemērs: $x^2 + 1$ dalās ar 17.

Polinomu LKD

Divu polinomu LKD, jeb GCD (greatest common divisor), ir kopīgais dalītājs ar **visaugstāko pakāpi**.

Teo. Ja $D(x)$ ir divu polinomu kopīgs dalītājs, tad tāds ir arī $c \cdot D(x)$. Tāpēc būs lietderīgi vienoties, ka LKD koeficients ir 1.
Piemērs. $LKD(2x+2, 3x+3) = x+1$, nevis $5x+5$

Teo. $LKD(P(x), Q(x)) = LKD(P(x) - D(x) \cdot Q(x), Q(x))$
Pier. Ja P un Q abi dalās ar R, tad arī $D \cdot Q$ un $P - D \cdot Q$ dalās ar R.

Tātad LKD mēs varētu meklēt, izmantojot Gausa metodes ideju:
Piem. $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6; \quad Q(x) = x^2 - 7x + 10; \quad deg(P(x) + Q(x)) = 5$

1) likvidējam x^3 : $\quad P_1 = P - x \cdot Q = x^2 + x - 6 \quad deg(P_1(x) + Q(x)) = 4$
2) likvidējam vienu no x^2 : $\quad P_2 = P_1 - Q = 8x - 16 \quad deg(P_2(x) + Q(x)) = 3$
3) likvidējam atlikušo x^2 : $\quad Q_1 = Q - \frac{x}{8} \cdot P_2 = 10 - 5x$
4) likvidējam vienu no x-iem: $\quad Q_2 = Q_1 + \frac{5}{8} \cdot P_2 = 0$
$LKD(8x - 16, 0) = 8x - 16 \Rightarrow LKD(x^3 - 6x^2 + 11x - 6, x^2 - 7x + 10) = x - 2.$

Ja šis process beigtos ar pāri, kas sastāv tikai no skaitļiem. Tad LKD ir null-tās pakāpes polinoms : $LKD(P, Q) = 1$

Ja P un Q abi ir nulles polinomi, tad uzdevumam nav atrisinājuma (nulles polinoms dalās ar jebkuru citu polinomu). Ja viens no polinomiem ir nulles polinoms, bet otrs – nav, tad šis otrs, dalīts ar vecākās x pakāpes koeficientu, arī ir meklētais LKD, un to arī izdosim kā rezultātu.