# Lauki, gredzeni un grupas

Gredzens

Gredzenu veido kāda objektu kopa $G$ un divas divvietīgas operācijas šajā kopā: + un $*$, kas vienmēr ir izpildāmas ($a, b \in G \rightarrow (a+b) \in G \wedge (a*b) \in G$), un kam piemīt šādas īpašības (tās sauc arī par gredzena aksiomām):

1.Saskaitīšana ir asociatīva: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

2.Saskaitīšana ir komutatīva: $a + b = b + a$.

3.Eksistē nulles elements 0: $0 + a = a$.

4Katram a eksistē pretējais elements b: $a + b = 0$

5.Reizināšana ir asociatīva: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ (Bet reizināšanai nav obligāti jābūt komutatīva

6.Eksistē elements-vieninieks 1: $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ (Bet reizināšana ar 1 ir komutatīva)

7.Distributīvie likumi :$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$; $(b + c) \cdot a = (b \cdot a + (c \cdot a)$.

(Kāpēc divi? Tāpēc, ka gredzenā reizināšana var nebūt komutatīva.)

T1. Jebkurā gredzenā nulles elements un vieninieks ir tikai viens. T2. Jebkurā gredzenā katram a pretējais elements ir tikai viens (tāpēc varam to apzīmēt ar $-a$).

Gredzena aksiomas negarantē, a) ka no ax=ay (vai xa=ya), ja a nav 0, seko x=y; b) ka no ab=0 seko a=0 vai b=0.