

1. Olkoon $f(x) = \sin x^2$. Laske Richardsonin extrapolaaatiolla likiarvo $f'(\frac{1}{2})$:lle, kun $h = 10^{-3}$.

2. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$y'''(t) + y''(t)y(t) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = \frac{1}{2}$$

nejannen kertaluvun RK-menetelmällä välillä $[0, 2]$ askelpituudella $h = \frac{1}{2}$.

3. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$\begin{cases} y_1'(t) = -2y_1(t) + 2y_2(t), & y_1(0) = 1 \\ y_2'(t) = -y_1(t) - y_2(t), & y_2(0) = -2 \end{cases}$$

pisteessä $t = 1$ käyttämällä toisen kertaluvun implisiittistä ABM-kaavaa ja askelpituutta $h = \frac{1}{4}$.

4-5. Tarkastellaan ”saalistaja-saalis”-mallia:

$$x'(t) = a x(t) - b x(t)y(t) \quad y'(t) = c x(t)y(t) - d y(t).$$

Tässä $x(t)$ on saaliiden (jänisten) ja $y(t)$ saalistajien (kettujen) lukumäärä hetkellä t .

Olkoon $a = 4$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 3$. Tee ohjelma joka ratkaisee em. DY-systeemin Milnen-menetelmällä.

Ratkaise systeemi numeerisesti välillä $0 \leq t \leq 5$ alkuarvoilla $x(0) = 2$ ja $y(0) = 5$. Piirrä x ja y ajan funktiona, sekä saalistajien lukumäärä y saaliiden lukumäärän x funktiona.

6-7. Ratkaise numeerisesti reuna-arvotehtävä

$$y''(x) = \sin(x^2), \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

muuntamalla se alkuarvotehtäväksi, jossa $y'(0) = z$. Eri z :n arvoilla saat eri ratkaisun y_z . Etsi se z joka antaa $y_z(1) = 0$. Käytä esim. Matlabin ode45, fsolve-funktiota jne. Piirrä kuva ratkaisusta.