

## 全国 2020 年 10 月高等教育自学考试

## 离散数学试题

课程代码:02324

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

## 选择题部分

## 注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

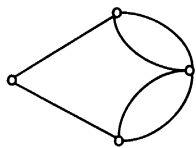
1. 设  $P$ : 我周末不加班,  $Q$ : 我去爬山, 命题“只要我周末不加班, 我就去爬山”符号化为

A.  $\neg P \vee \neg Q$       B.  $P \vee Q$       C.  $P \rightarrow Q$       D.  $Q \rightarrow P$

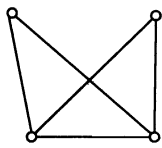
2. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

A.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$       B.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$       C.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       D.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

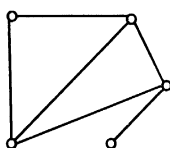
3. 下列图为欧拉图的是



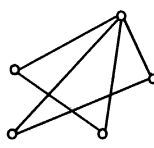
A.



B.



C.



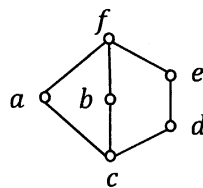
D.

4. 如题 4 图所示的格中, 元  $e$  的补元是

A.  $a$  和  $b$       B.  $a$  和  $c$   
C.  $a$  和  $d$       D.  $a$  和  $f$

5. 下列命题公式为矛盾式的是

A.  $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q \vee R$       B.  $(P \vee (P \wedge Q)) \leftrightarrow P$   
C.  $\neg(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$       D.  $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$

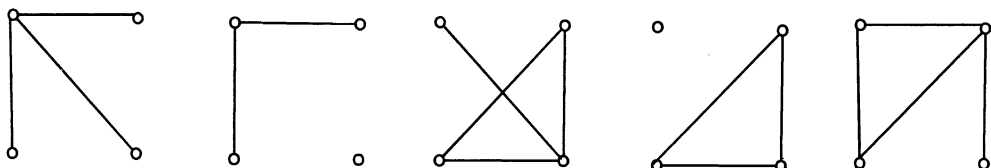


题 4 图

6. 设集合 $A$ 中有4个元素, 则 $A$ 的不同的等价关系的个数为

- A. 11      B. 12      C. 15      D. 16

7. 下列选项中与题7图互为补图的是



- A.      B.      C.      D.

题7图

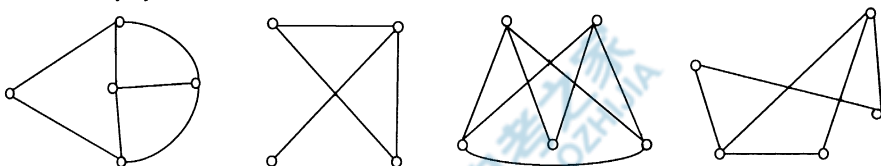
8. 在自然数集 $N$ 上,  $a, b \in N$ , 不满足交换律的运算是

- A.  $a * b = \min(a, b)$       B.  $a * b = a + b$   
C.  $a * b = a - b$       D.  $a * b = \max(a, b)$

9. 下列式子中, 不正确的是

- A.  $\neg \exists x A(x) \Leftrightarrow \forall x \neg A(x)$       B.  $\exists x(A \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow A \rightarrow \exists x B(x)$   
C.  $\neg \forall x B(x) \Leftrightarrow \exists x \neg B(x)$       D.  $\forall x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow B$

10. 下列图中不是哈密顿图的是



- A.      B.      C.      D.

11. 设 $\mathbf{R}$ 为实数集, 下列关系中能构成函数的是

- A.  $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (y^2 - 2x = 1)\}$   
B.  $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (x^2 + 2y = 1)\}$   
C.  $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (2y/x = 1)\}$   
D.  $\{(x, y) | x \in \mathbf{R} \wedge y \in \mathbf{R} \wedge (2y \cdot x = 1)\}$

12. 谓词公式 $\forall x(F(x) \wedge G(y)) \rightarrow \exists y(H(x) \rightarrow S(y, z))$ 中量词 $\forall x$ 的辖域是

- A.  $F(x) \wedge G(y)$       B.  $F(x)$   
C.  $\forall x(F(x) \wedge G(y))$       D.  $F(x), H(x)$

13. 设 $R, S$ 均为集合 $A$ 上的二元关系, 下列命题错误的是

- A. 若 $R$ 和 $S$ 是自反的, 则 $R - S$ 也是自反的  
B. 若 $R$ 和 $S$ 是反自反的, 则 $R - S$ 也是反自反的  
C. 若 $R$ 和 $S$ 是反对称的, 则 $R - S$ 也是反对称的  
D. 若 $R$ 和 $S$ 是对称的, 则 $R - S$ 也是对称的

14. 下列度数列可简单图化的是

- A. (5, 4, 4, 2, 1)      B. (3, 3, 1, 1)      C. (4, 4, 3, 3, 2, 2)      D. (4, 3, 2, 1)

15. 令  $S = \{a, b, c\}$  上的二元运算  $*$  如题 15 表所示, 则该代数系统不满足

- A. 交换律
- B. 幂等律
- C. 结合律
- D. 消去律

题 15 表			
$*$	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$b$	$b$
$b$	$b$	$b$	$b$
$c$	$b$	$b$	$c$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

16. 命题公式  $\neg(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge \neg R$  的主析取范式中 含小项的个数为\_\_\_\_\_。
17. 设集合  $A = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$ , 则  $A$  的幂集  $\mathcal{P}(A)$  为\_\_\_\_\_。
18. 设论域为整数集, 命题  $\forall x \exists y (x + y = 10)$  的真值为\_\_\_\_\_。
19. 设连通平面图  $G$  的每个面至少由 5 条边围成, 则  $G$  的边数  $m$  与顶点数  $n$  满足的不等式关系为\_\_\_\_\_。
20. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$  的关系  $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ ,  $S = \{\langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ , 则复合关系  $R \circ S^{-1}$  为\_\_\_\_\_。
21. 公式  $\exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$  对应的前束范式为\_\_\_\_\_。
22. 有 8 个顶点的无向完全图  $K_8$ , 需要删除\_\_\_\_\_条边才能得到生成树。
23. 设实数集  $\mathbf{R}$  上的二元运算  $*$  满足  $\forall a, b \in \mathbf{R}, a * b = a + b + ab$ , 则  $(\mathbf{R}, *)$  的幺元为\_\_\_\_\_。
24. 设无向树有 4 个度为 3 的分支点, 2 个度为 2 的分支点, 其余为树叶, 则树叶数为\_\_\_\_\_。
25. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{2, 4, 6\}$ , 给定函数  $f = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$ , 则逆函数  $f^{-1}$  为\_\_\_\_\_。

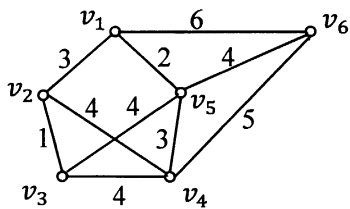
三、简答题: 本大题共 7 小题, 第 26~30 小题, 每小题 6 分; 第 31~32 小题, 每小题 7 分, 共 44 分。

26. 用真值表判定命题公式  $(P \wedge Q) \leftrightarrow \neg(P \vee R)$  的公式类型。
27. 用等值演算法求命题公式  $\neg(\neg P \wedge Q) \vee Q$  的主合取范式, 并给出成真赋值。
28. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}$  上的二元关系  $R$  的关系图如题 28 图所示, 求  $R$  的集合表达式, 并给出  $R$  的关系矩阵  $M_R$  以及自反闭包的关系矩阵  $M_{r(R)}$ 。



题 28 图

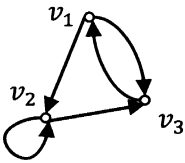
29. 利用 Kruskal 算法，求题 29 图所示的连通带权图的最小生成树，请给出详细过程，并画出最小生成树。



题 29 图

30. 设有向图 $G$ 如题 30 图所示，

- (1) 写出图 $G$ 的邻接矩阵；
- (2) 计算图 $G$ 中长度为 3 的通路数；
- (3) 计算图 $G$ 中长度小于或等于 3 的回路数。



题 30 图

31. 用二叉树表示算术表达式 $(2 * a + 1) * (2 * b - 3 * c)$ ，并给出先序、中序和后序遍历序列。

32. 设集合 $A = \{1,2,3,4,6,8,12,24\}$ ， $\leq$ 为整除关系，回答下列问题：

- (1) 画出 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图；
- (2) 求子集 $B = \{2,3,6,12\}$ 的极大元，极小元，最大元，最小元；
- (3) 判断该偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 是否为格。

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

33. 在整数集 $\mathbb{Z}$ 上定义二元运算 $\circ$ ： $a \circ b = a + b - 7, \forall a, b \in \mathbb{Z}$ ，证明 $\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ 构成交换群。

34. 用 CP 规则证明下面有效推理。

前提： $P \rightarrow (Q \rightarrow S), P \vee \neg R, Q$

结论： $R \rightarrow S$

35. 利用 3-正则图的性质证明：若有 $n$ 个人，每个人恰有三个朋友，则 $n$ 为偶数。