

# 全国 2015 年 10 月高等教育自学考试

## 离散数学试题

题 号	一	二	三	四	五	总 分	
题 分	15	20	30	21	14	核分人	
得 分						复查人	

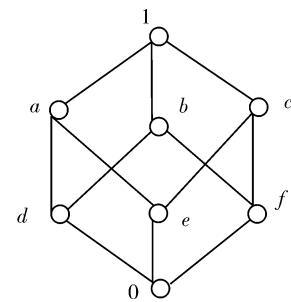
### 第一部分 选择题(15 分)

得 分	评卷人

一、单项选择题(本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分,在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分)

1. 设简单无向图  $G$  有 15 条边,有 3 个 4 度结点,其余结点的度数均为 3,则  $G$  中的结点个数是 ( )  
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
2.  $\langle A, \leq \rangle$  是一个偏序集,其中  $A$  是正整数 12 的正因子的集合,  $\leq$  为整除关系,元素 6 能盖住元素 ( )  
A. 1 B. 3 C. 6 D. 12
3. 下列公式不是合式公式的为 ( )  
A.  $P \rightarrow Q \wedge R$  B.  $\neg P \rightarrow (Q \rightarrow R)$   
C.  $P \rightarrow (P \vee Q)$  D.  $(P \wedge Q) \Rightarrow R$
4. 设  $a$ :小华,  $P(x)$ : $x$  是教授,  $f(x)$ : $x$  的父亲,则语句“小华的父亲是教授”可符号化为 ( )  
A.  $P(f(a))$  B.  $P(a) \wedge f(a)$   
C.  $f(P(a))$  D.  $P(a) \vee f(a)$
5. 设  $p$ :天下雨,  $q$ :我开车上班。命题“除非不下雨,否则我开车上班”可符号化为 ( )  
A.  $p \rightarrow q$  B.  $q \rightarrow p$

- C.  $\neg p \rightarrow q$  D.  $q \rightarrow \neg p$
6. 设  $\alpha, \beta$  是集合  $A$  上的相容关系,则下列关系不一定是相容关系的是 ( )  
A.  $\alpha \cup \beta$  B.  $\alpha \cap \beta$   
C.  $\alpha \circ \beta$  D.  $\alpha^{-1}$
7. 下列公式中与公式  $\forall x A(x) \rightarrow B$  等价的是 ( )  
A.  $\exists x A(x) \rightarrow B$  B.  $\forall x (A(x) \rightarrow B)$   
C.  $\exists x (A(x) \rightarrow B)$  D.  $A(x) \rightarrow \forall x B$
8. 设有一个连通平面图  $G$ ,共有 7 个结点,12 条边,则  $G$  的面的个数为 ( )  
A. 6 B. 7  
C. 8 D. 9
9. 设  $R_1, R_2$  都是从  $A$  到  $B$  的二元关系,则下列各式成立的为 ( )  
A.  $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$   
B.  $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$   
C.  $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1 \cup R_2$   
D.  $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1 \cap R_2$
10. 下列语句是假命题的是 ( )  
A. 只有 2 是奇数,  $\sqrt{3}$  才是无理数  
B. 只要 2 是奇数,  $\sqrt{3}$  就是无理数  
C. 如果 2 是奇数,那么  $\sqrt{3}$  就是无理数  
D. 除非  $\sqrt{3}$  是无理数,否则 2 不是奇数
11. 设  $\langle G, * \rangle$  为群,  $\forall a, b \in G$  有 ( )  
A.  $(ab)^{-1} = ab$  B.  $(ab)^{-1} = ba$   
C.  $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$  D.  $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$
12. 下列无向图不一定为树的是 ( )  
A. 无回路的连通图 B. 有  $n$  个结点,  $n-1$  条边的连通图  
C. 每对结点间都有路的图 D. 连通但删去一条边便不连通的图
13. 题 13 图中  $d$  的补元是 ( )



题 13 图

- A. 0  
C.  $b$
14. 在自然数集  $\mathbf{N}$  上,下列运算满足结合律的是  
A.  $a * b = a$   
C.  $a * b = b^a$
15. 设论域为整数集,下列公式中真值为真的是  
A.  $\exists y \forall x (xy=0)$   
C.  $\forall x \exists y (\frac{x}{y}=1)$
- B. 1  
D.  $c$
- B.  $a * b = |a-b|$   
D.  $a * b = 2a+b$
- B.  $\forall x \exists y (\frac{x}{y}=0)$   
D.  $\exists x \forall y (x-y=0)$
- ( )
- ( )

得 分	评卷人

三、计算题(本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

26. 构造命题公式  $(\neg P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$  的真值表。

27. 利用等值演算法求命题公式  $(\neg P \vee Q) \wedge (R \rightarrow \neg Q)$  的主析取范式。

## 第二部分 非选择题(85 分)

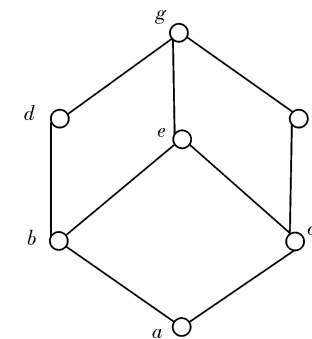
得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

16. 公式  $\exists x (P(x) \wedge Q(x, y)) \rightarrow \forall z (R(z, y))$  的约束变元为 \_\_\_\_\_, 自由变元为 \_\_\_\_\_。
17. 设  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $a * b = \max(a, b)$ 。代数系统  $\langle A, * \rangle$  的么元是 \_\_\_\_\_, 零元是 \_\_\_\_\_。
18. 设无向树  $T$  有 3 个度数为 3 的结点,其余结点都为树叶,则  $T$  的结点数为 \_\_\_\_\_。
19. 命题公式  $\neg P \vee Q \vee \neg R$  的二进制编码大项  $M_i$  为 \_\_\_\_\_。
20. 设  $A = \{4, 2, 1\}$ ,  $B = \{5, 1, 3\}$ , 则  $B - A =$  \_\_\_\_\_,  $B \oplus A =$  \_\_\_\_\_。
21. 设  $F(x): x$  有进取心,要求只能使用全称量词,命题“某些人有进取心”可符号化为 \_\_\_\_\_。
22. 设  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A$  到  $B$  的关系  $R = \{\langle a, 4 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$ ,  $B$  到  $A$  的关系  $S = \{\langle 4, a \rangle, \langle 3, b \rangle, \langle 2, c \rangle\}$ , 则  $R \circ S =$  \_\_\_\_\_。
23. 命题公式  $P \vee (Q \wedge \neg R)$  成真指派有 \_\_\_\_\_ 个,成假指派有 \_\_\_\_\_ 个。
24. 设  $R = \{\langle a, 2 \rangle, \langle b, 4 \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle d, 2 \rangle\}$  是集合  $A = \{a, b, c, d\}$  到集合  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  的关系,则  $\text{ran}R =$  \_\_\_\_\_,  $\text{dom}R =$  \_\_\_\_\_。
25. 设  $S = \{\varphi, \{1\}, \{1, 2\}\}$ , 则其幂集  $P(S)$  的元素个数为 \_\_\_\_\_。

28. 设  $\langle A, \leq \rangle$  为偏序集,其哈斯图如题 28 图所示。

- (1) 写出偏序关系  $\leq$ ;  
(2) 设  $B = \{b, d, e\}$ , 求  $B$  的极大元、极小元、上界和下界。



题 28 图

密

封

线

内

不

要

答

题

诚信承诺：本人在考试中所提供的个人信息真实准确；  
自觉遵守考试纪律；  
如有违纪情况自愿接受相应处罚。

承诺人：\_\_\_\_\_

准考证号

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

号  
考场

考试地点（考点学校名称）

密 封 线 内 不 要 答 题

29.  $S = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5\}\}$  是集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  上的一个划分。
- (1) 写出由  $S$  导出的  $A$  上的等价关系  $\rho$  的有序对集合；
- (2) 写出  $\rho$  的关系矩阵。

30. 设解释  $I$  如下： $D = \{2, 3\}$ ，已知  $F(2, 2) = F(3, 3) = 0, F(2, 3) = F(3, 2) = 1, f(2, 2) = f(2, 3) = 2, f(3, 2) = f(3, 3) = 3$ 。
- 求谓词公式  $(\forall x)(\forall y)(F(x, y) \rightarrow F(f(x, y), x))$  在  $I$  下的真值。

得 分	评卷人

四、证明题(本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

31. 设  $A, B, C$  是集合。证明： $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 。

32. 设无向简单图  $G$  有 9 个结点。证明： $G$  中至少存在两个度数相同的结点。

33. 设  $\langle G, \cdot \rangle$  是群,  $C(G) = \{x \mid x \in G, xg = gx, \forall g \in G\}$ 。证明： $\langle C(G), \cdot \rangle$  是  $\langle G, \cdot \rangle$  的一个子群。

得 分	评卷人

五、综合应用题(本大题共 2 小题,每小题 7 分,共 14 分)

34. 符号化下列命题,并构造推理证明。每个学生都是勤奋的;每个勤奋而又聪明的人在他的工作生活中都将获得成功;小华是学生,并且是聪明的。所以,小华在他的工作生活中将获得成功。

35. 今有  $a, b, c, d, e, f, g$  共 7 人,已知下列事实:  
 $a$  会讲法语; $b$  会讲法语、意大利语和日语; $c$  会讲法语、汉语; $d$  会讲日语和意大利语; $e$  会讲德语、汉语和法语; $f$  会讲英语、日语和俄语; $g$  会讲英语和德语。试问:这 7 个人应如何围圆桌排座位,才能使每个人和他两边的人可以交谈?(须写出所有可能方案)



○ 密  
封  
线  
内  
不  
要  
答



扫一扫“自考树”微信号



扫一扫“自考树”微博号



参考答案及解析

一、单项选择题

- 【答案】** D (P<sub>137</sub>)  
**【考点】** 无向图结点  
**【解析】** 有 15 条边,3 个 4 度结点,由公式代入得, $G$  有 9 个结点。
- 【答案】** B (P<sub>96,97</sub>)  
**【考点】** 偏序集  
**【解析】** 偏序集有自反性、传递性和反对称性。
- 【答案】** D (P<sub>58</sub>)  
**【考点】** 合式公式  
**【解析】** 由合式公式的定义可知,D 项不符合合式公式的要求。
- 【答案】** A (P<sub>46</sub>)  
**【考点】** 推理  
**【解析】** 由选项可以看出 A 项是正确的。
- 【答案】** C (P<sub>46</sub>)  
**【考点】** 推理  
**【解析】** 由选项可以看出 C 项是正确的。
- 【答案】** C (P<sub>94</sub>)  
**【考点】** 相容关系  
**【解析】** 两个在同一集合上的相容关系的复合关系不一定是相容关系。
- 【答案】** C (P<sub>29,46</sub>)  
**【考点】** 等价和演算  
**【解析】** 任意和存在之间的变化。
- 【答案】** B (P<sub>152</sub>)  
**【考点】** 连通平面图  
**【解析】** 面的个数之和等于边数的两倍。
- 【答案】** B (P<sub>86</sub>)  
**【考点】** 关系运算  
**【解析】** 定理 5.2。
- 【答案】** A (P<sub>18</sub>)  
**【考点】** 命题  
**【解析】** 条件为假,则命题肯定是假命题。
- 【答案】** D (P<sub>118</sub>)  
**【考点】** 群判定定理  
**【解析】** 群中元素的乘积的逆等于逆的乘积。
- 【答案】** C (P<sub>154</sub>)  
**【考点】** 树  
**【解析】** 每对有路的结点生成的图不一定为树。
- 【答案】** D (P<sub>131</sub>)  
**【考点】** 补元  
**【解析】** 最大元与最小元互为补元, $d, c, e$  互为补元。
- 【答案】** A (P<sub>110,111</sub>)  
**【考点】** 代数运算

- 【解析】** 由证明可知,二元运算满足结合律。  
 15. **【答案】** A (P<sub>59,60</sub>)  
**【考点】** 谓词演算  
**【解析】** 谓词演算的等价式和蕴含式的演算结果。

二、填空题

- 【答案】**  $x, z; y$  (P<sub>58</sub>)  
**【考点】** 约束变元和自由变元
- 【答案】** 2;5 (P<sub>110,111</sub>)  
**【考点】** 么元和零元
- 【答案】** 8 (P<sub>154,155</sub>)  
**【考点】** 树的结点计算
- 【答案】**  $M_{101}$  (P<sub>41</sub>)  
**【考点】** 大项
- 【答案】**  $\{3, 5\}; \{2, 3, 4, 5\}$  (P<sub>71,74,75</sub>)  
**【考点】** 集合的运算
- 【答案】**  $\neg((\forall x)(\neg F(x)))$  (P<sub>20~24</sub>)  
**【考点】** 命题符号化
- 【答案】**  $\{<a, a>, <b, c>\}$  (P<sub>86~89</sub>)  
**【考点】** 关系运算和复合关系
- 【答案】** 5;3 (P<sub>25~29</sub>)  
**【考点】** 成真指派和成假指派
- 【答案】**  $\{2, 3, 4\}; \{a, b, d\}$  (P<sub>82,83</sub>)  
**【考点】** 关系定义域、值域、域
- 【答案】** 8 (P<sub>69</sub>)  
**【考点】** 幂集

三、计算题

- (P<sub>46,47</sub>)

答 26 表

$P$	$Q$	$R$	$\neg P$	$Q \rightarrow R$	$\neg P \rightarrow Q$	$(\neg P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1

- (P<sub>42</sub>)  

$$(\neg P \vee Q) \wedge (R \rightarrow \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg P \vee Q) \wedge \neg R) \vee ((\neg P \vee Q) \wedge \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$$
- (P<sub>96,126</sub>)  
 (1)偏序关系  
 $\leq = \{<a, a>, <b, b>, <c, c>, <d, d>, <e, e>, <f, f>, <g, g>, <a, b>, <$



$\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle a, f \rangle, \langle a, g \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle b, g \rangle, \langle c, e \rangle, \langle c, f \rangle, \langle c, g \rangle, \langle d, g \rangle, \langle e, g \rangle, \langle f, g \rangle\}$

(2)  $B$  的极大元:  $d, e$

极小元:  $b$

上界:  $g$

下界:  $b, a$

29. (P<sub>82,83,94,95</sub>)

(1)  $\rho = (\{1, 2\} \times \{1, 2\}) \cup (\{3\} \times \{3\}) \cup (\{4, 5\} \times \{4, 5\})$

$= \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle\}$

(2)  $\rho$  的关系矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

30. (P<sub>59~63</sub>)

$(\forall x)(\forall y)(F(x, y) \rightarrow F(f(x, y), x))$

$\Leftrightarrow ((F(2, 2) \rightarrow F(f(2, 2), 2)) \wedge (F(2, 3) \rightarrow F(f(2, 3), 2)))$

$\wedge ((F(3, 2) \rightarrow F(f(3, 2), 3)) \wedge (F(3, 3) \rightarrow F(f(3, 3), 3)))$

$\Leftrightarrow ((0 \rightarrow F(2, 2)) \wedge (1 \rightarrow F(2, 2))) \wedge ((1 \rightarrow F(3, 3)) \wedge (0 \rightarrow F(3, 3)))$

$\Leftrightarrow (1 \wedge (1 \rightarrow 0)) \wedge ((1 \rightarrow 0) \wedge 1)$

$\Leftrightarrow (1 \wedge 0) \wedge (0 \wedge 1)$

$\Leftrightarrow 0$

四、证明题

31. (P<sub>72~75</sub>)

证明: (1) 若  $x \in (A - B) - C$ , 则  $x \in A - B$  但  $x \notin C$

即  $x \in A$  但  $x \notin B, x \notin C$

即  $x \in A$  但  $x \notin B \cup C$

即  $x \in A - (B \cup C)$

所以  $(A - B) - C \subseteq A - (B \cup C)$

(2) 若  $x \in A - (B \cup C)$ , 则  $x \in A$  但  $x \notin B \cup C$

即  $x \in A$  但  $x \notin B, x \notin C$

即  $x \in A - B$  但  $x \notin C$

即  $x \in (A - B) - C$

所以  $A - (B \cup C) \subseteq (A - B) - C$

(3) 因此,  $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

32. (P<sub>136~139</sub>)

证明: 由于  $G$  是有 9 个结点的无向简单图,

所以  $G$  的结点的度数只能为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 这 9 种情况。

但是度数为 0 和度数为 8 不能同时出现,

因此  $G$  的结点的度数最多有 8 种不同的值。

由于  $G$  有 9 个结点, 所以至少有两个结点的度数相同。

33. (P<sub>115~119</sub>)

证明:  $\langle G, \cdot \rangle$  是群, 设  $e$  是  $G$  的单位元, 显然  $e \in C(G)$ 。

对任意的  $m, n \in C(G)$ , 对任意的  $g \in G$ ,

有  $(mn)g = m(gn) = g(mn)$ ,

所以  $mn \in C(G)$ 。

又由  $mg = gm$  可得  $gm^{-1} = m^{-1}g$ ,

所以  $m^{-1} \in C(G)$ 。

因此  $\langle C(G), \cdot \rangle$  是  $\langle G, \cdot \rangle$  的一个子群。

五、综合应用题

34. (P<sub>20~24, 45~50</sub>)

设个体域为全体人类。

$a$ : 小华;

$M(x)$ :  $x$  是学生;

$H(x)$ :  $x$  是勤奋的;

$G(x)$ :  $x$  是聪明的;

$R(x)$ :  $x$  在工作生活中将获得成功。

前提:  $\forall x(M(x) \rightarrow H(x))$

$\forall x((H(x) \wedge G(x)) \rightarrow R(x))$

$M(a) \wedge G(a)$

结论:  $R(a)$

证明: (1)  $M(a) \wedge G(a)$

(2)  $M(a)$

(3)  $G(a)$

(4)  $\forall x(M(x) \rightarrow H(x))$

(5)  $M(a) \rightarrow H(a)$

(6)  $H(a)$

(7)  $H(a) \wedge G(a)$

(8)  $\forall x((H(x) \wedge G(x)) \rightarrow R(x))$

(9)  $(H(a) \wedge G(a)) \rightarrow R(a)$

(10)  $R(a)$

$P$

$T(1), I$

$T(1), I$

$P$

$US(4)$

$T(2)(5), I$

$T(3)(6), I$

$P$

$US(8)$

$T(7)(9), I$

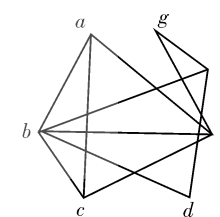
35. (P<sub>149~151</sub>)

设无向图  $G = \langle V, E \rangle$ , 其中

$V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ,

$E = \{(u, v) \mid u, v \in V, \text{且 } u \text{ 和 } v \text{ 有共同语言}\}$ ;

作图如答 35 图所示。



答 35 图

将这 7 个人围圆桌而坐, 使得每个人与身边的人都能交谈, 即在答 35 图中寻找哈密顿回路。

经观察, 哈密顿回路有:  $aegfdbca, acegfdab, acbdfgea, abdfgeca$  (实际有两个不同的哈密顿回路), 依此次序围圆桌安排座位即可。