

# Índices: Árvore B

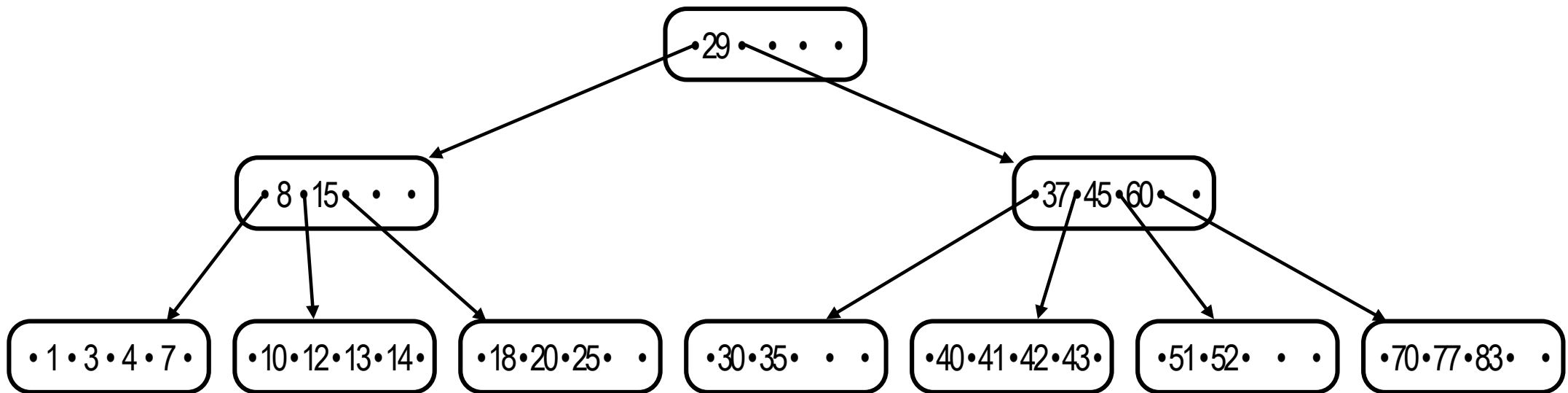
---

ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS III

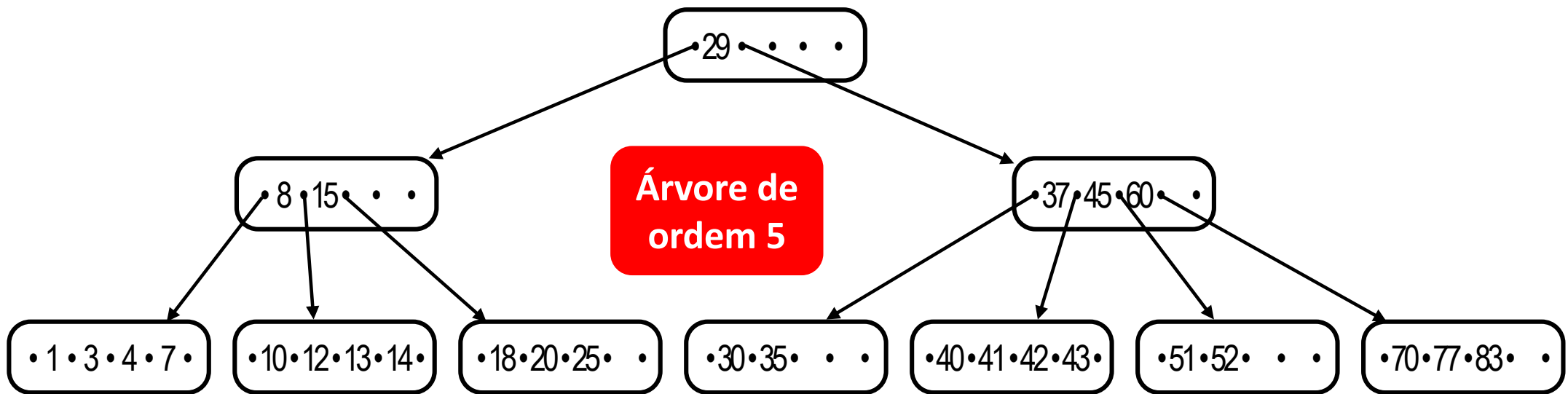
Prof. Marcos André S. Kutova

# Árvore B

- Árvore de busca em que cada nodo (ou página) contém mais de 1 elemento



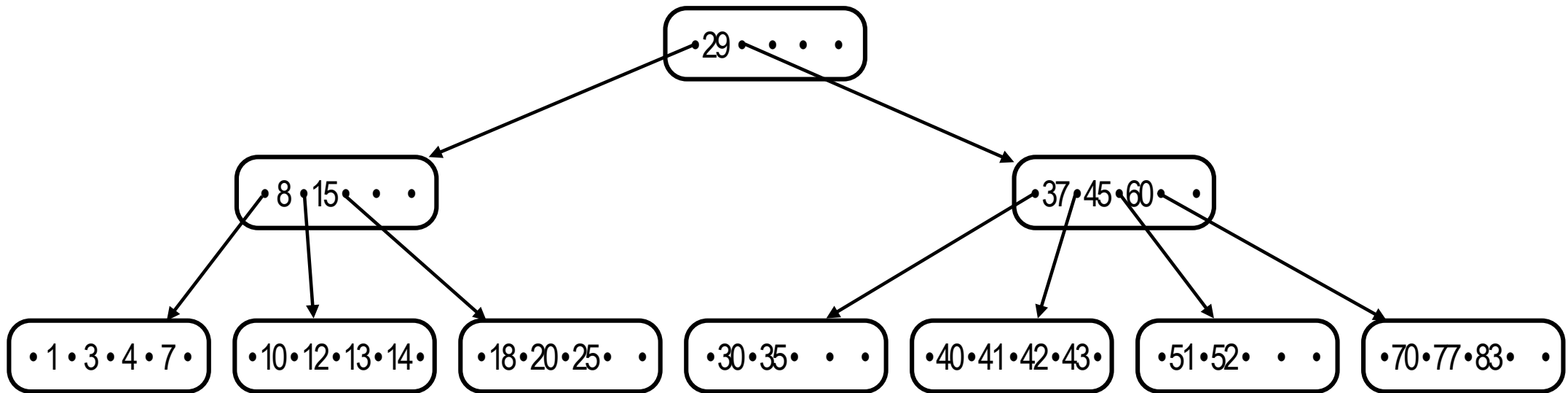
# Ordem da árvore B



- Número mínimo de elementos que cada página (exceto raiz) pode ter (Cormen, 2001; Bayer e McCreight, 1972)
- Número de filhos que cada página pode ter (Knuth, 1978)

Usaremos  
esta.

# Regras da árvore B



- Cada página deve ter pelo menos 50% de ocupação (considerar ordem da árvore), exceto a raiz
- O número de filhos (exceto folha) deve ser o número de chaves + 1
- Todas as folhas estão no mesmo nível (o crescimento é para cima)

**Estrutura da página em uma árvore B**

# Árvore B

- Estrutura da página (tamanho fixo)

N	P <sub>0</sub>	C <sub>0</sub> D <sub>0</sub>	P <sub>1</sub>	C <sub>1</sub> D <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>2</sub> D <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> D <sub>3</sub>	...	P <sub>n-1</sub>	C <sub>n-1</sub> D <sub>n-1</sub>	P <sub>n</sub>
---	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	-----	------------------	-----------------------------------	----------------

- Em que:
  - N      número de elementos presentes na página
  - C<sub>i</sub>    chave do registro (geralmente um código)
  - D<sub>i</sub>    dados (ex.: endereço do registro no arquivo)
  - P<sub>i</sub>    ponteiro para o i-ésimo filho

# Árvore B

N	P <sub>0</sub>	C <sub>0</sub> D <sub>0</sub>	P <sub>1</sub>	C <sub>1</sub> D <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>2</sub> D <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> D <sub>3</sub>	...	P <sub>n-1</sub>	C <sub>n-1</sub> D <sub>n-1</sub>	P <sub>n</sub>
---	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	----------------	-------------------------------	-----	------------------	-----------------------------------	----------------

Ponteiro para raiz

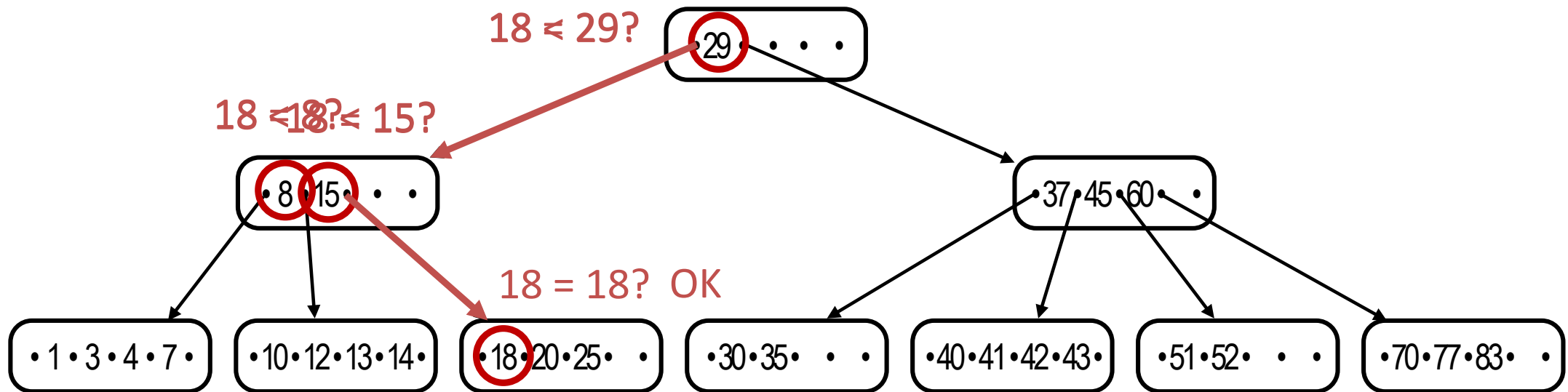
0	296													
8	2	104	8	D <sub>0</sub>	200	15	D <sub>1</sub>	392			-1			-1
104	4	-1	1	D <sub>0</sub>	-1	3	D <sub>1</sub>	-1	4	D <sub>2</sub>	-1	7	D <sub>3</sub>	-1
200	4	-1	10	D <sub>0</sub>	-1	12	D <sub>1</sub>	-1	13	D <sub>2</sub>	-1	14	D <sub>3</sub>	-1
296	1	8	29	D <sub>0</sub>	488			-1			-1			-1
392	3	-1	18	D <sub>0</sub>	-1	20	D <sub>1</sub>	-1	25	D <sub>2</sub>	-1			-1
488	3	584	37	D <sub>0</sub>	680	45	D <sub>1</sub>	776	60	D <sub>2</sub>	872			-1
584	2	-1	30	D <sub>0</sub>	-1	35	D <sub>1</sub>	-1			-1			-1
680	4	-1	40	D <sub>0</sub>	-1	41	D <sub>1</sub>	-1	42	D <sub>2</sub>	-1	43	D <sub>3</sub>	-1
776	2	-1	51	D <sub>0</sub>	-1	52	D <sub>1</sub>	-1			-1			-1
872	3	-1	70	D <sub>0</sub>	-1	77	D <sub>1</sub>	-1	83	D <sub>2</sub>	-1			-1

# **Busca em uma árvore B**



# Busca em árvore B

- Exemplo – localizar chave 18



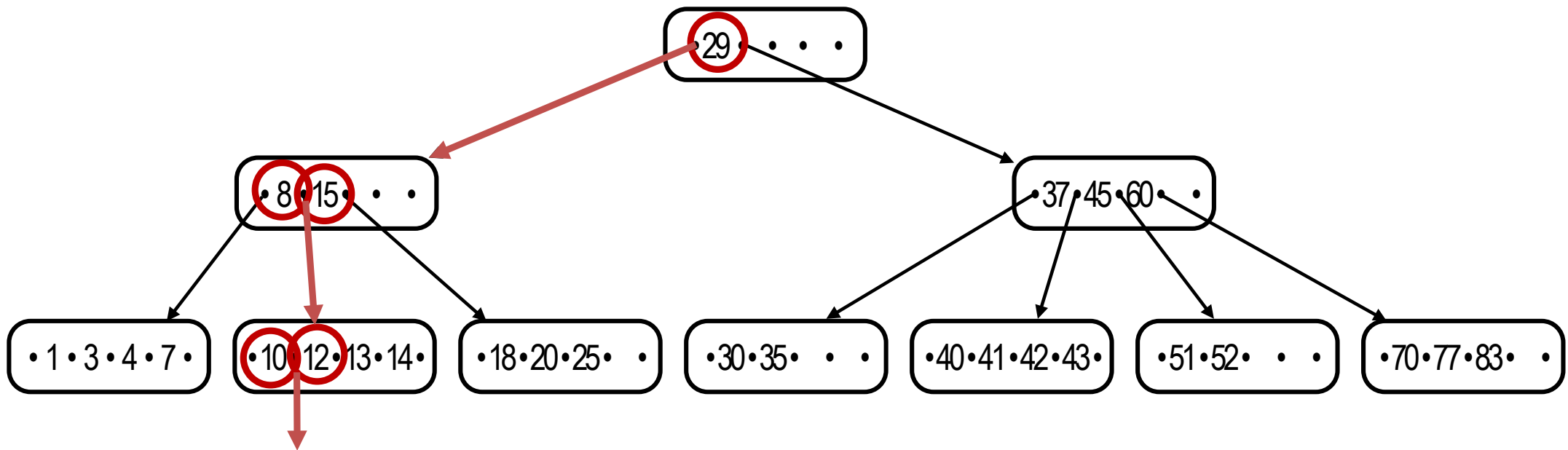
# **Inserção em uma árvore B**

# Inserção em árvore B

- Inserção
  - Se o elemento couber na página, basta incluí-lo de forma ordenada
  - Se não couber, a página deve ser dividida em duas e o elemento do meio deve ser promovido

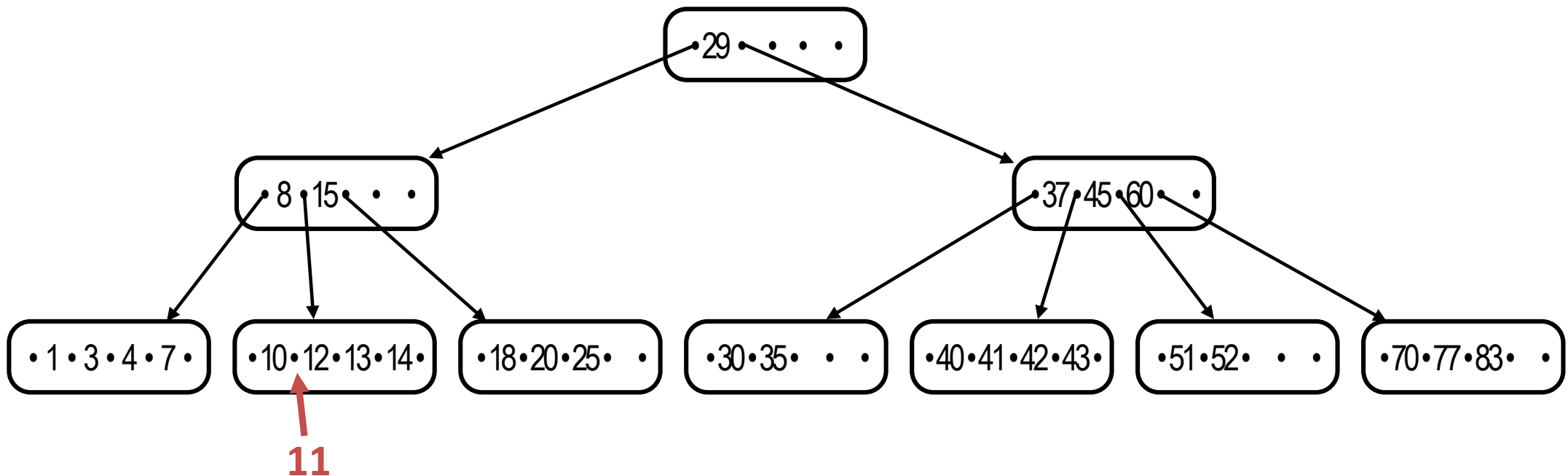
# Inserção em árvore B

- Exemplo – inserir a chave 11



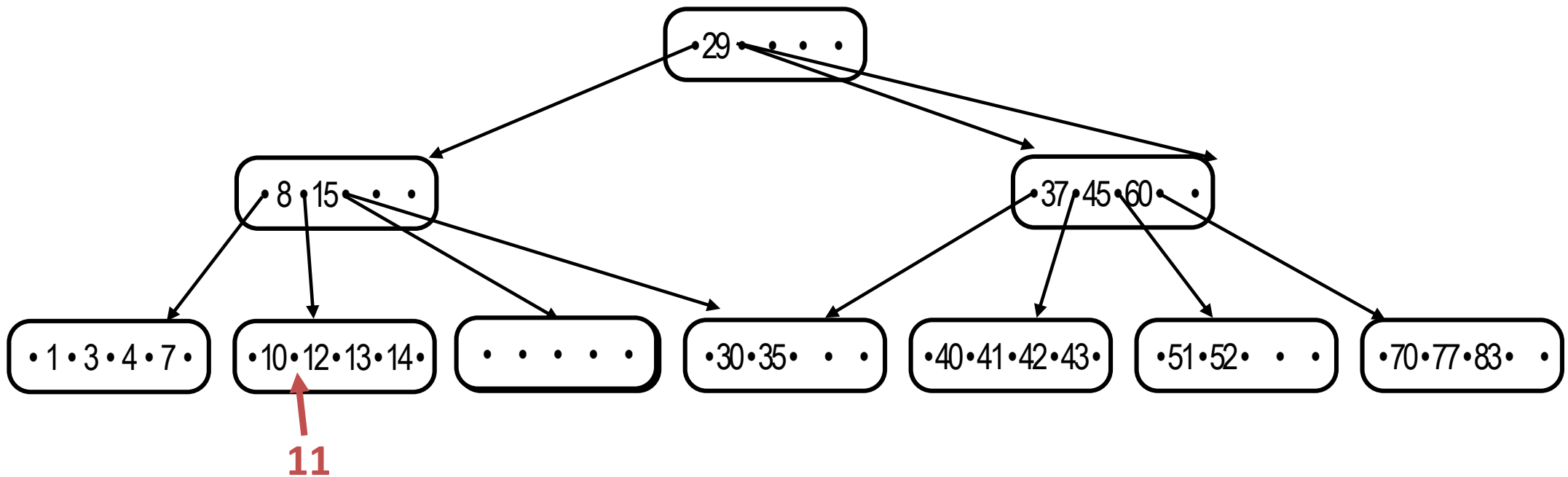
# Inserção em árvore B

- Exemplo – inserir a chave 11



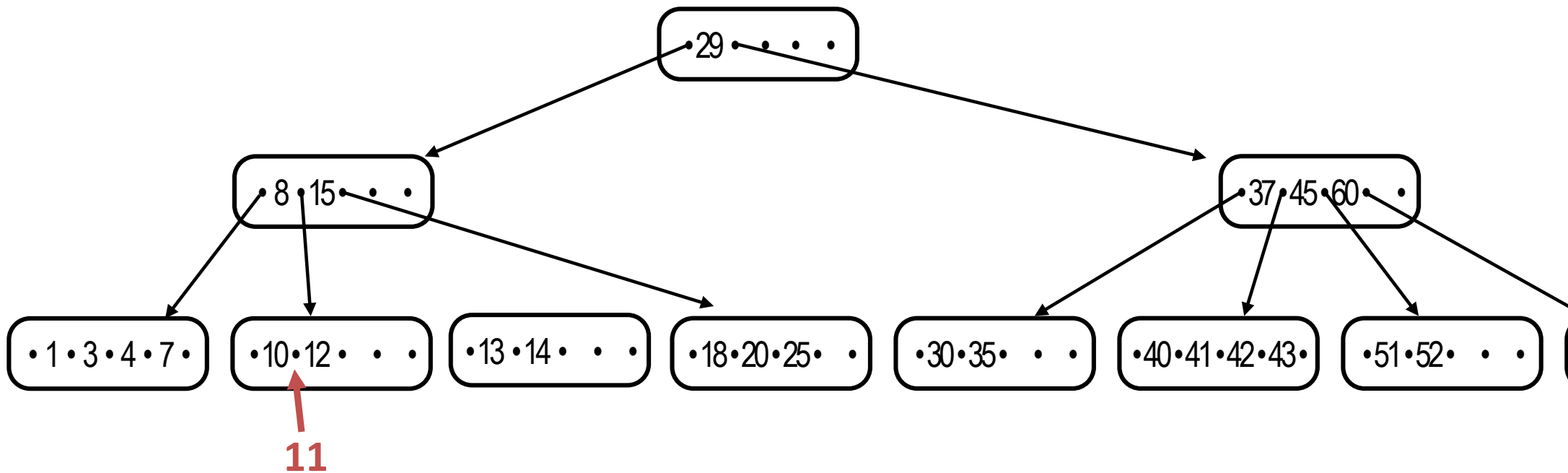
# Inserção em árvore B

- Exemplo – inserir a chave 11



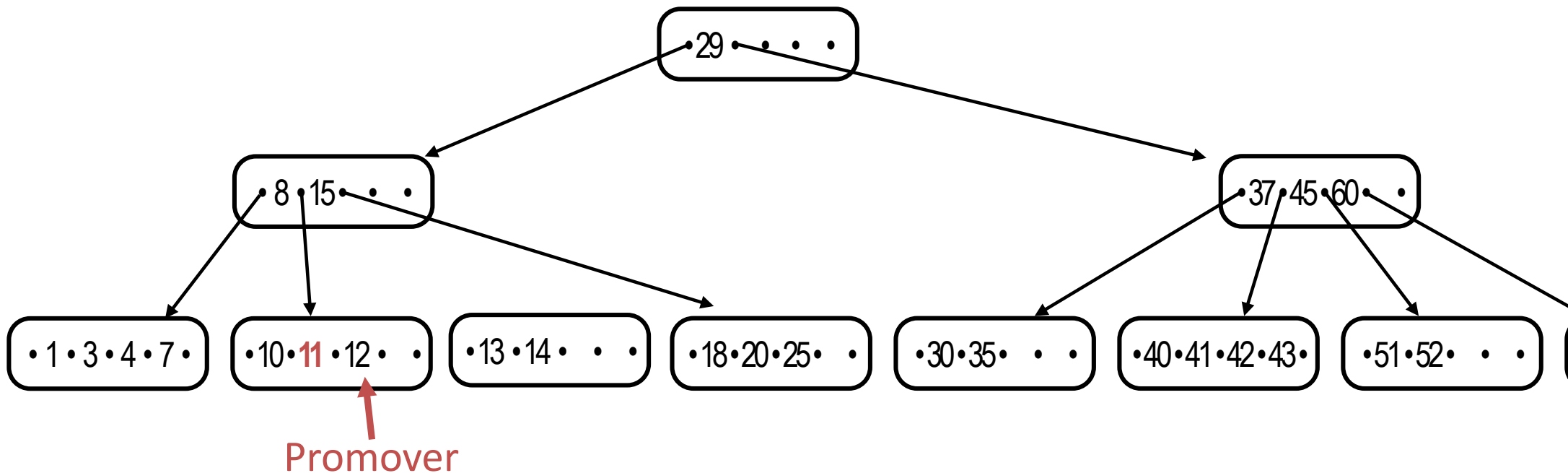
# Inserção em árvore B

- Exemplo – inserir a chave 11



# Inserção em árvore B

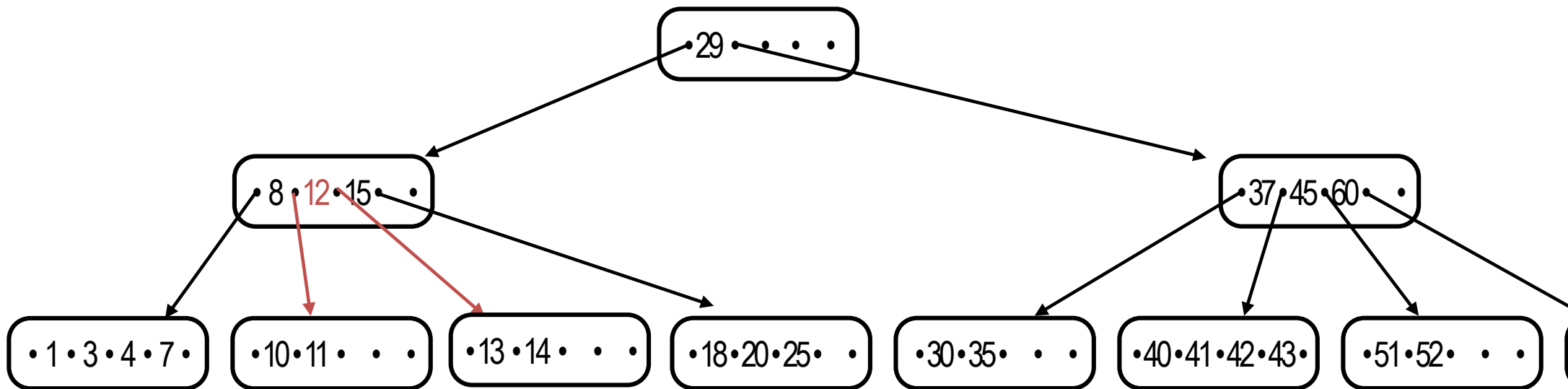
- Exemplo – inserir a chave 11





# Inserção em árvore B

- Exemplo – inserir a chave 11

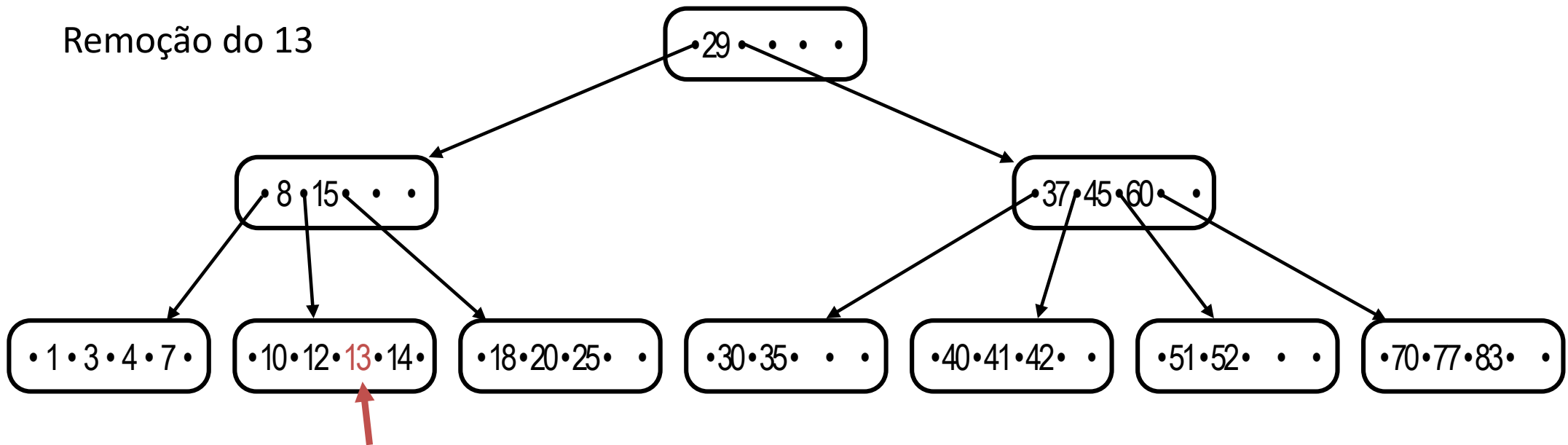


# **Remoção em uma árvore B**

# Remoção em árvore B

- Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo

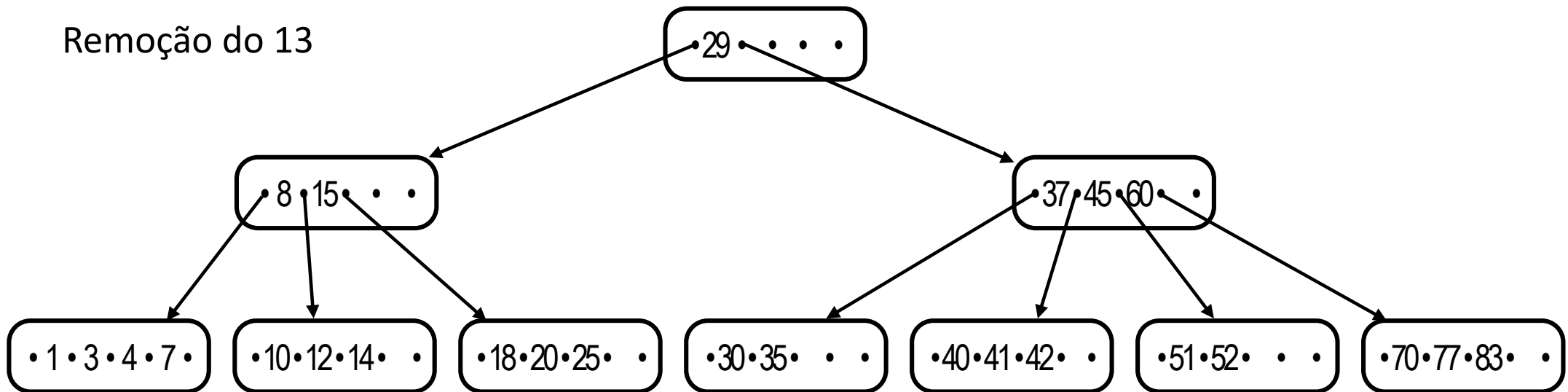
Remoção do 13



# Remoção em árvore B

- Caso 1: se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha mantiver 50% de ocupação, basta removê-lo

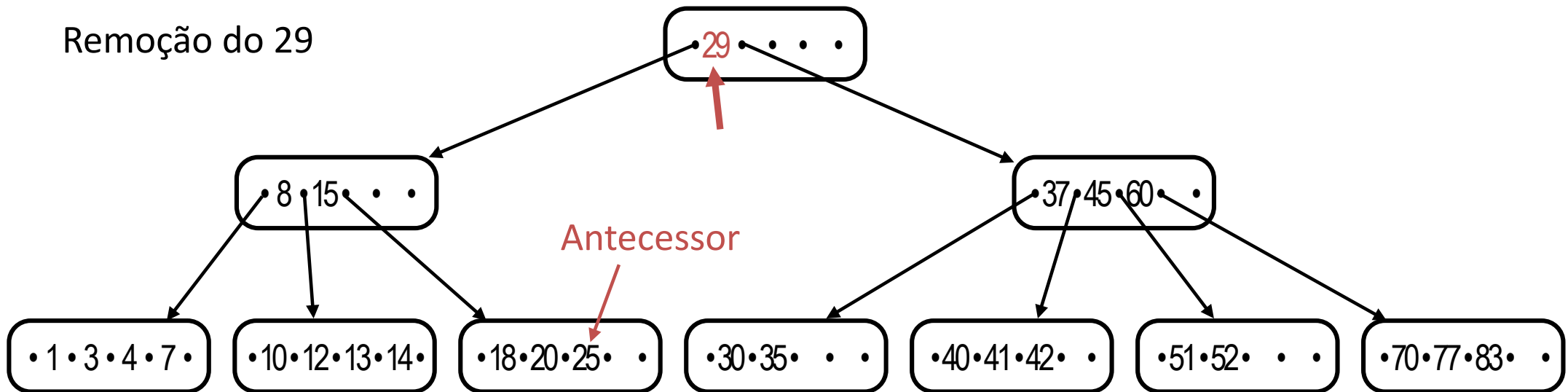
Remoção do 13



# Remoção em árvore B

- Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor

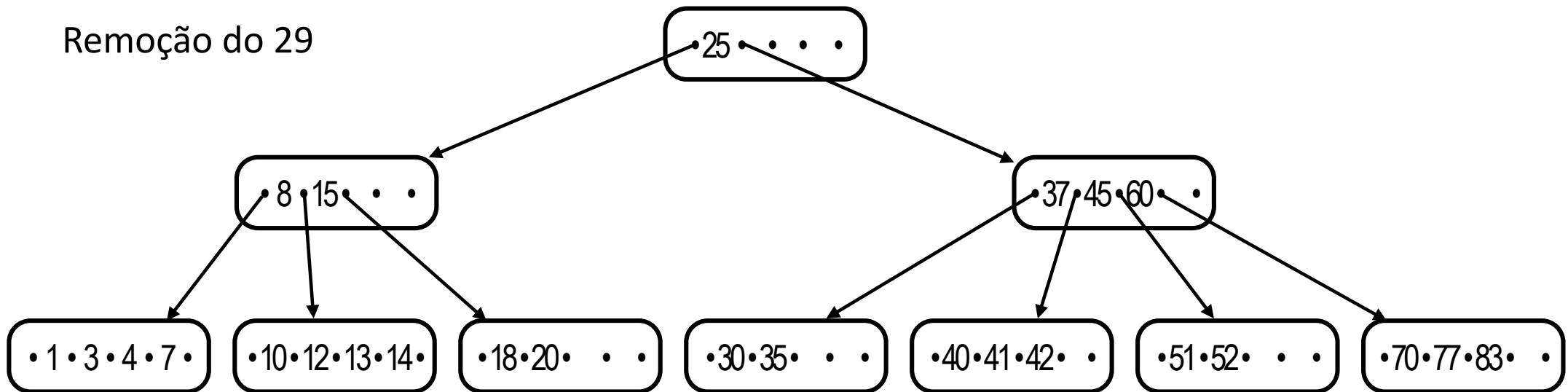
Remoção do 29



# Remoção em árvore B

- Caso 2: se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor

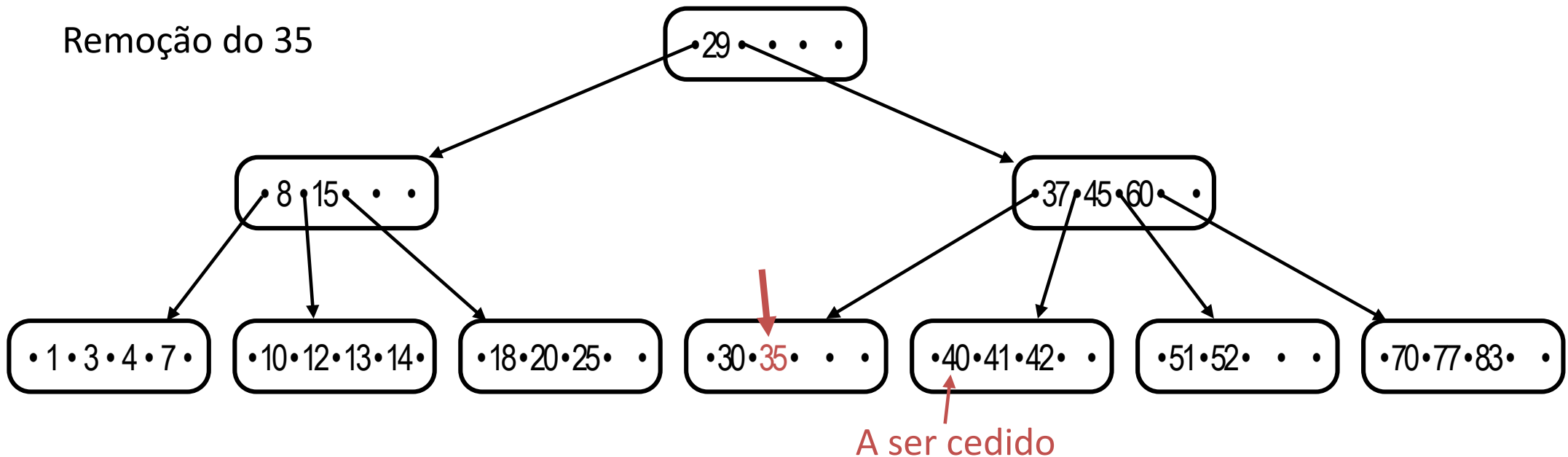
Remoção do 29



# Remoção em árvore B

- Caso 3: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chave

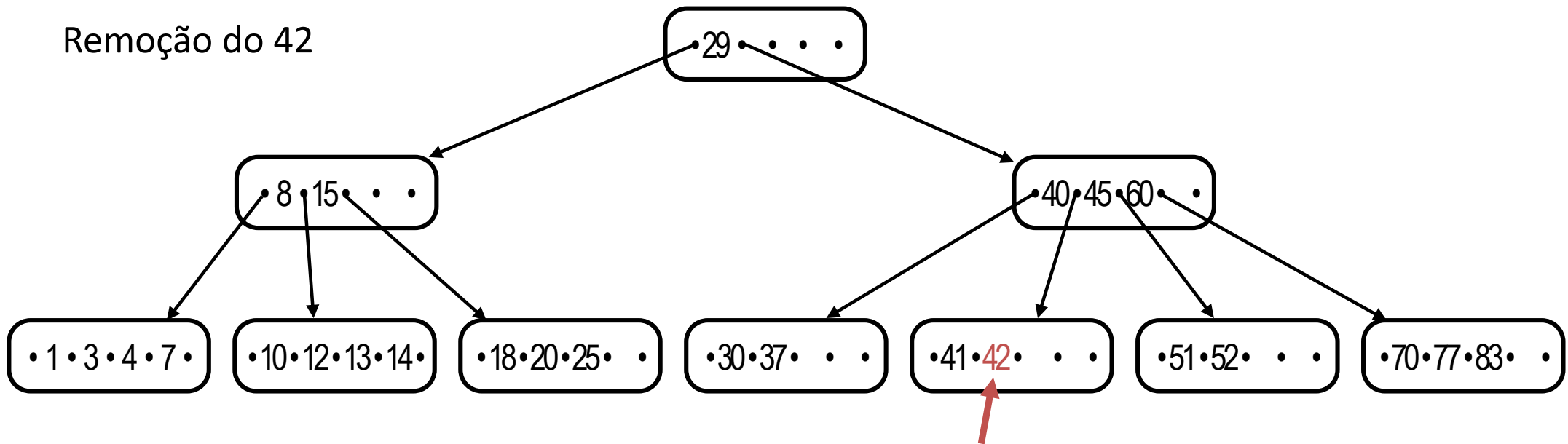
Remoção do 35



# Remoção em árvore B

- Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave

Remoção do 42

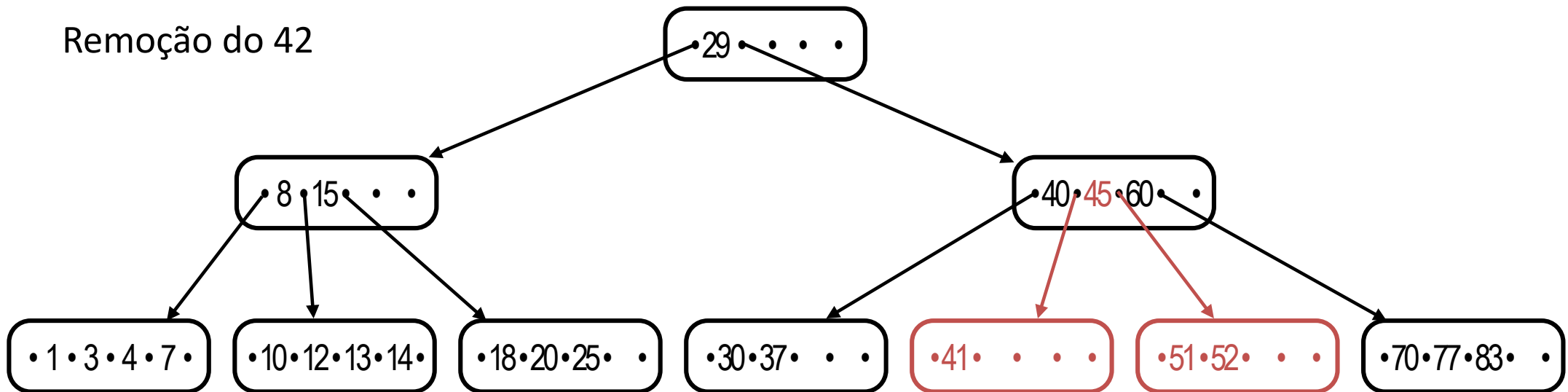




# Remoção em árvore B

- Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave

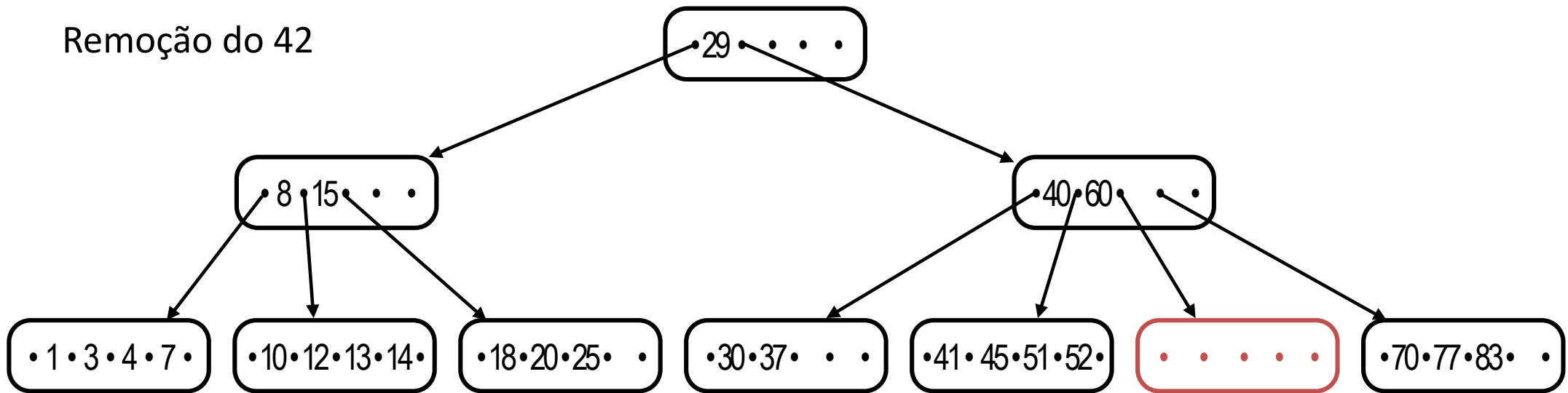
Remoção do 42



# Remoção em árvore B

- Caso 4: se a folha ficar com menos de 50% de ocupação e as páginas irmãs não puderem ceder uma chave

Remoção do 42

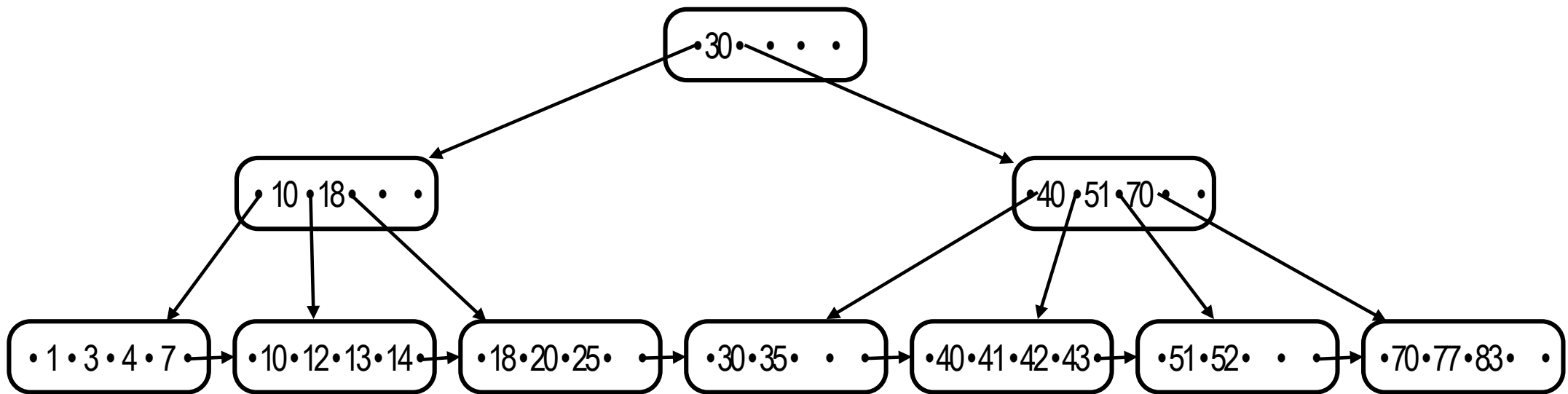


**Árvore B+**

# Árvore B+

- Todas as chaves são armazenadas nas folhas
- Cada folha aponta para a próxima folha (para permitir a leitura sequencial)
- As folhas podem possuir uma estrutura diferente das páginas não folhas, por serem as únicas páginas a carregarem dados

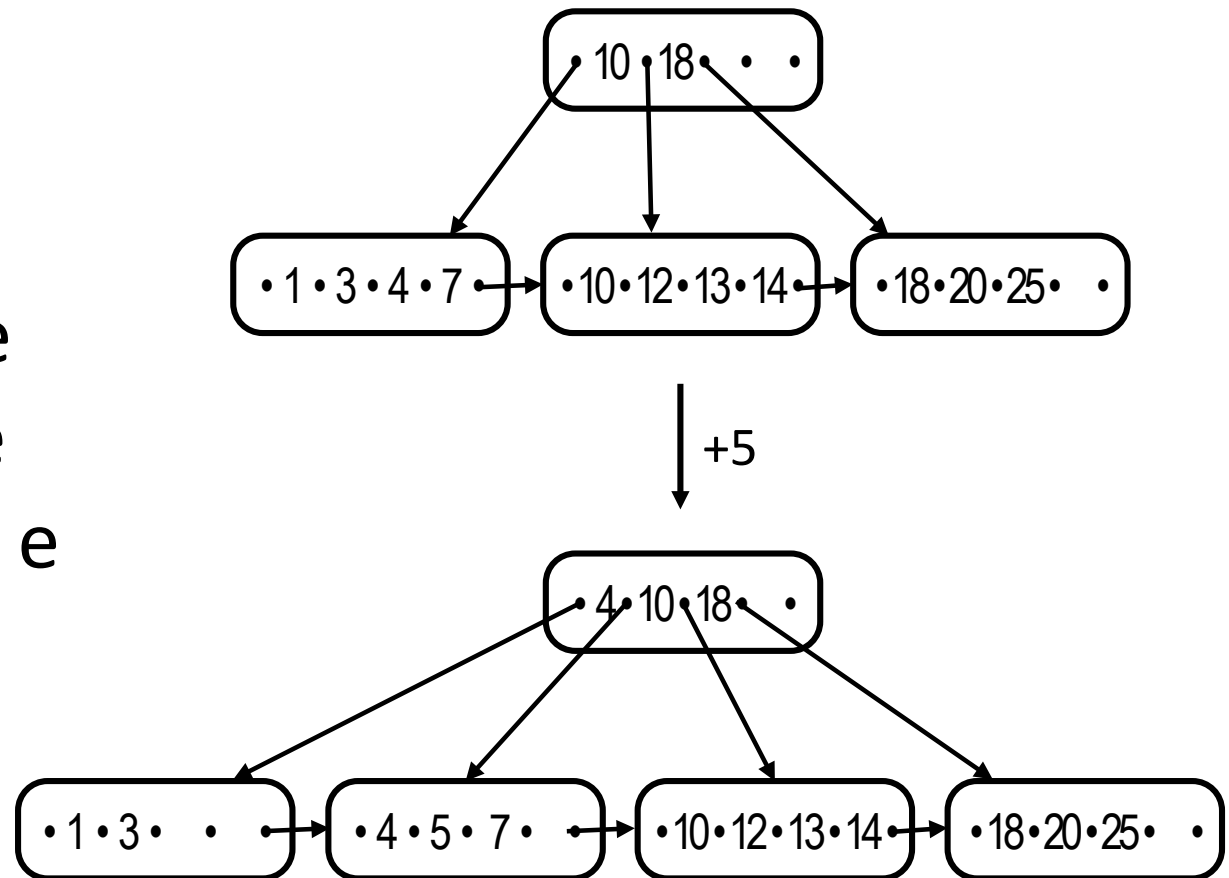
# Árvore B+



# Operações na árvore B+

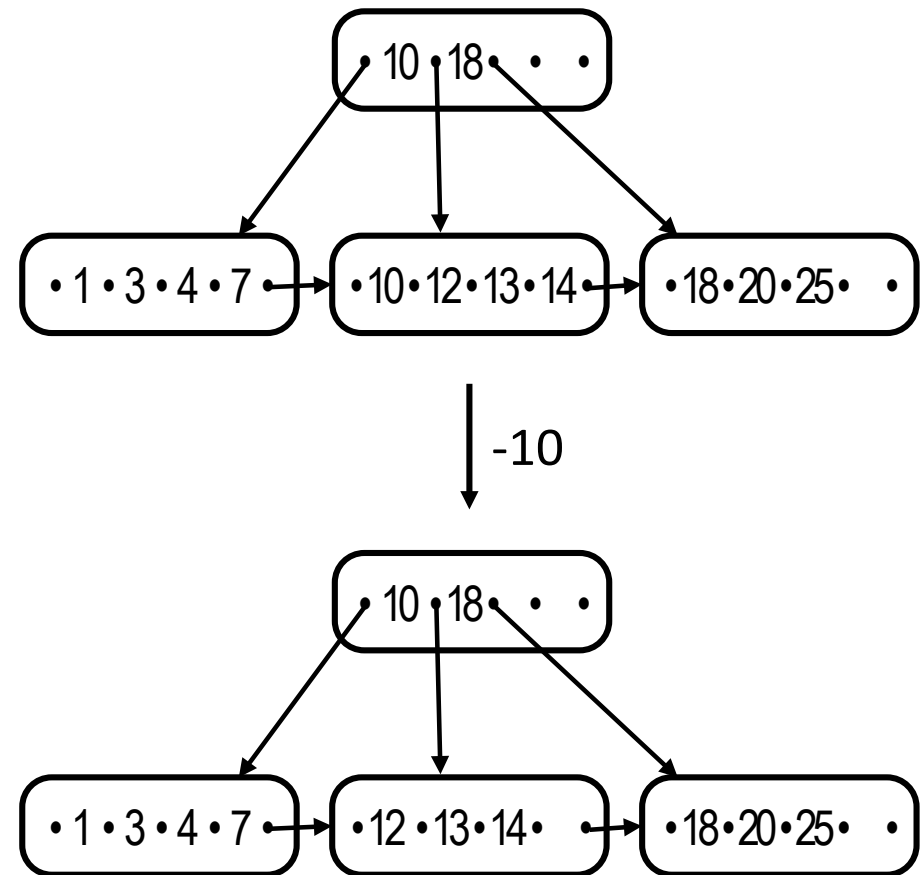
# Inclusão na árvore B+

- Mesmas regras da árvore B
- Se ocorrer divisão de página, a chave deve ser mantida na folha e copiada *para cima*



# Remoção na árvore B+

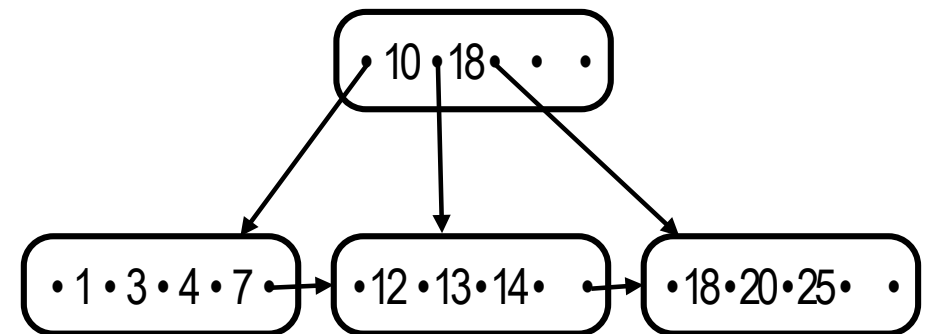
- Mesmas regras da árvore B, inclusive de redistribuição e fusão
- As chaves removidas das folhas *não precisam* ser removidas das outras páginas.





# Busca na árvore B+

- Mesmas regras da árvore B, mas as chaves devem ser localizadas apenas nas folhas



Chave 10 não é encontrada na árvore