

Universidade Estadual de Campinas

Relatório 2 F129

Determinação do alcance de uma esfera lançada de uma rampa

Versão 2 - 23/05/2022

Eduardo Rittner Coelho 250960  
Gabriella San Martino Tomoda 193523  
Henrique Parede de Souza 260497  
Jasmine Battestin Nunes 247181  
Victor Hoshikawa Satoh 260711

**Introdução:** Tendo em mãos somente uma esfera, uma caixa de areia, e um conhecimento básico de análise estatística é possível simular o impacto de asteroides e suas crateras resultantes. Dessa forma, conseguimos abstrair e estudar fenômenos de escala planetária através de um experimento que ocupa menos de 1 metro quadrado.

**Objetivo:** Encontrar a relação matemática entre a energia cinética da esfera no momento do impacto e diâmetro da cratera resultante. Identificar a principal forma de dissipação de energia durante a colisão: deformação da areia ou ejeção do material.

**Materiais e métodos:** Inicialmente secamos e peneiramos a areia para melhores resultados. Após a medição da massa das bolinhas em uma balança semi-analítica e do diâmetro com o paquímetro, colamos a fita métrica em uma parede, adicionamos os panos e a caixa de areia no chão. Jogamos cada bolinha 5 vezes por altura (que foram previamente definidas), utilizando um paquímetro para a medição da cratera e uma lanterna para melhor visualizá-la. Vale ressaltar que a cada lançamento a areia foi mexida para manter a consistência das medições. As anotações e comparações de resultados foram feitas pelo Excel.

**Resultados:** No anexo 3 obtivemos a equação matemática que relaciona o diâmetro da cratera com a energia cinética no momento do impacto,  $D = 0,67 \cdot E^{1/5}$   $D = 0,83 \cdot E^{1/4}$  para as esferas de gude e neodímio, respectivamente.

**Discussão:** Como é discutido nas Fig. 1-2, as leis de escala obtidas para a bola de neodímio e de vidro ambas apontam para a ejeção de material como sendo a principal forma de dissipação de energia durante o impacto e a formação da cratera pois o expoente é próximo de  $\frac{1}{4}$  [1]. Já no Anexo 1, calculamos a energia cinética do asteroide de Chicxulub no instante de impacto utilizando as leis de escala que encontramos. O valor obtido com a lei de escala da bola de neodímio ( $2,1 \times 10^{21} J$ ) é cerca de 240 vezes menor que o valor estimado pelo artigo [2] ( $5 \times 10^{23} J$ ). Devido à idade da cratera, que sofreu modificações geológicas durante milhões de anos, a medição de seu diâmetro é difícil e imprecisa, juntamente com a inferência de sua energia cinética. Além disso, existem incertezas relacionadas ao experimento realizado que afetam as leis de escala encontradas, como a incerteza dos instrumentos de medição e a resistência do ar que não foi levada em conta ao se estimar as energias cinéticas das esferas. Todas essas incertezas somadas são o suficiente para explicar a discrepância dos resultados.

**Conclusão:** Através dos experimentos realizados, foi possível estimar a lei de escala que relaciona a energia cinética da esfera no instante do impacto e o diâmetro da cratera formada, possibilitando concluir que durante o impacto de uma esfera na areia a maior parte da energia cinética é dissipada com a ejeção de material. Para obter dados mais precisos, seria necessário levar em conta a resistência do ar no cálculo da energia cinética, além de contabilizar a incerteza total.

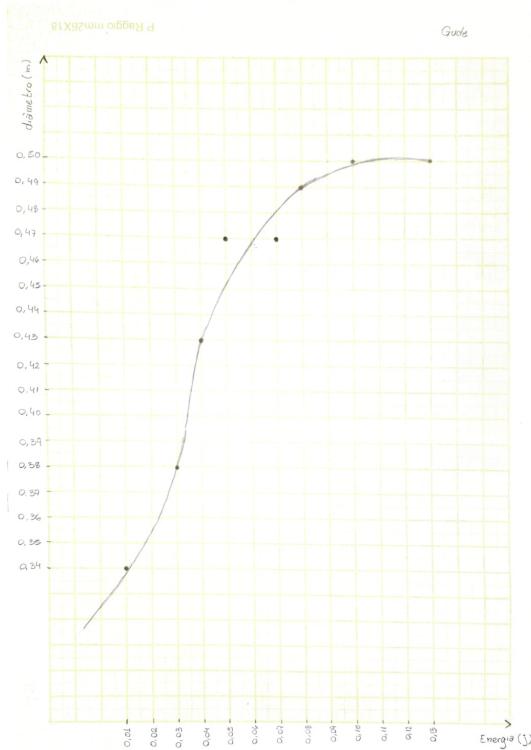
#### Referências:

- [1] AMATO, J. C.; WILLIAMS, R. E. **Crater formation in the laboratory: An introductory experiment in error analysis**, Am. J. Phys., Vol. 66, p.141-143 (1998).
- [2] MORGAN, Jo *et al.* **Size and morphology of the Chicxulub impact crater**, Nature, (1997)

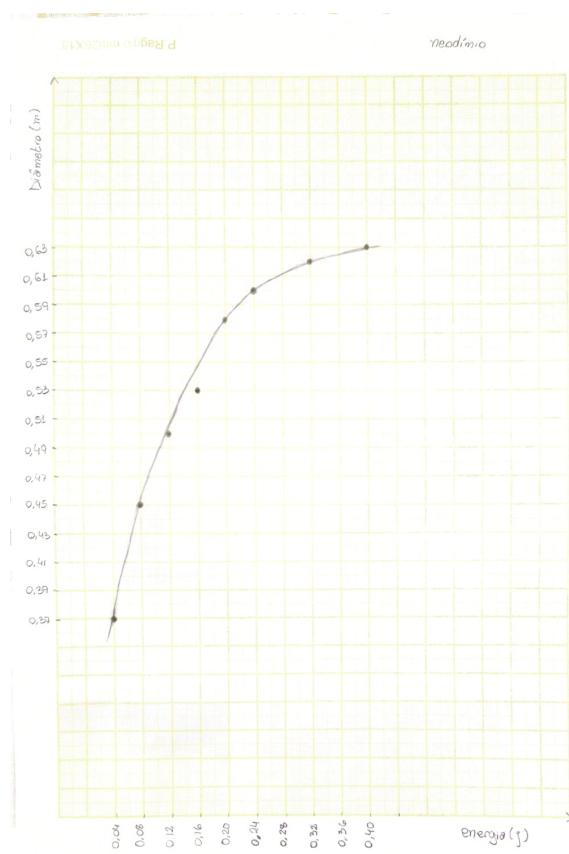
# Figuras e Tabelas do Relatório “Determinação do alcance de uma esfera lançada de uma rampa”

**Tabela 1:** Medições do diâmetro (D) da cratera relacionadas à energia cinética (E) no momento do impacto, para variadas alturas ( $\Delta S$ ) de lançamento. Para calcular a energia cinética, foi utilizada a fórmula de Torricelli associada à de energia cinética contida no anexo 2. As alturas são dadas pela diferença entre a altura h, medida em relação à base do recipiente, e a altura da coluna de areia (3,5 m); isto é,  $\Delta S = h - 3,5\text{ (m)}$ .

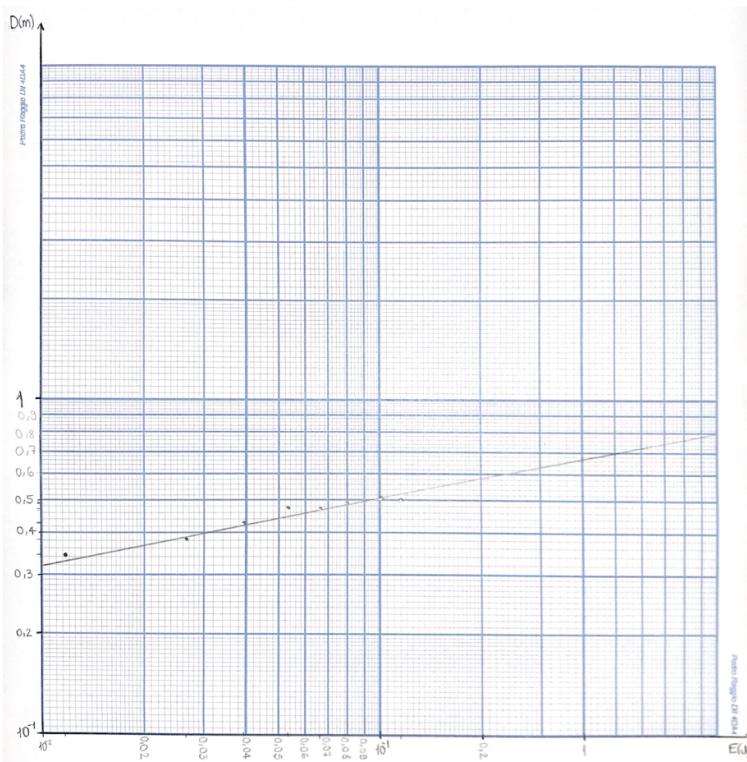
| $\Delta S\text{ (m)}$ | Gude    |        | Neodímio |        |
|-----------------------|---------|--------|----------|--------|
|                       | E (J)   | D (m)  | E (J)    | D (m)  |
| 25                    | 0,01323 | 0,3407 | 0,04018  | 0,369  |
| 50                    | 0,02646 | 0,3827 | 0,08036  | 0,4513 |
| 75                    | 0,03969 | 0,4286 | 0,12054  | 0,5074 |
| 100                   | 0,05292 | 0,4745 | 0,16072  | 0,5313 |
| 125                   | 0,06615 | 0,4688 | 0,2009   | 0,578  |
| 150                   | 0,07938 | 0,4896 | 0,24108  | 0,6022 |
| 200                   | 0,10584 | 0,5031 | 0,32144  | 0,6237 |
| 250                   | 0,1323  | 0,4915 | 0,4018   | 0,6336 |



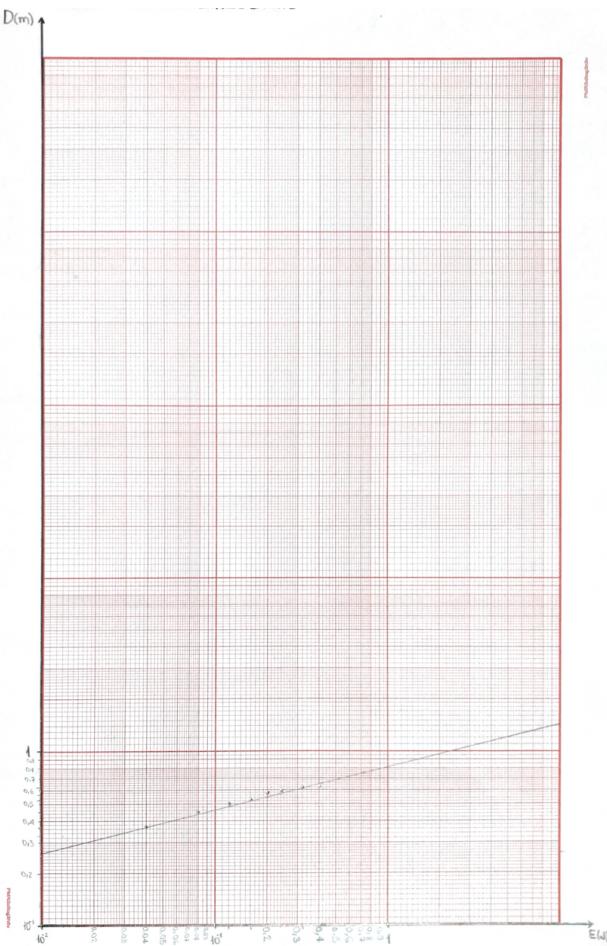
**Figura 1:** Gráfico E x D para bola de gude em papel milimetrado.



**Figura 2:** Gráfico E x D para esfera de neodímito em papel milimetrado.



**Figura 3:** Gráfico E x D para bola de gude em papel log-log 2x2. Com base nos dados da tabela 1, plotou-se os valores experimentais da bola de gude em papel log-log. Como os valores aparentaram se distribuir ao longo de uma reta, traçou-se a reta mais adequada aos dados. Assim, pôde-se obter a relação entre as grandezas segundo a Lei de Escala  $D = 0,67E^{0,20} [m]$ , conforme o Anexo 3. Como, segundo Amato e Williams (1998, p. 141), quando a ejeção de material absorve a maior parte de energia, a energia cinética se converte em potencial gravitacional segundo uma lei de potência  $D = \left(\frac{D_0}{E_0}\right)^{1/4} E^{1/4}$ ; enquanto, quando a deformação é mais importante, a lei de potência é  $D = \left(\frac{D_0}{E_0}\right)^{1/3} E^{1/3}$ , o valor de “n” encontrado, neste caso, é mais consistente com a formação de cratera por ejeção de material.



**Figura 4:** Gráfico E x D para esfera de neodímio em papel log-log 5x3. Com base nos dados da tabela 1, plotou-se os valores experimentais da bola de neodímio em papel log-log. Assim como com a bola de gude, os valores aparentaram se distribuir ao longo de uma reta, traçando-se, portanto, a reta mais adequada aos dados. Assim, obteve-se a relação entre as grandezas segundo a Lei de Escala  $D = 0,83E^{0,25}$  [m], conforme os cálculos contidos no Anexo 3. Ainda segundo Amato e Williams (1998, p. 141), o valor de “n” encontrado, neste caso, também é mais consistente com a formação de cratera por ejeção de material.

# **ANEXO 1 CÁLCULOS DA ENERGIA CINÉTICA DO ASTEROIDE DA CRATERA DE CHICXULUB**

Para calcular a Energia Cinética asteróide no momento de colisão utilizamos as leis de escala ( $D = k \cdot Ec^n$ ) obtidas para o lançamento das esferas de neodímio e de gude com o diâmetro dado de 180 km.

Usando a Lei de escala obtida a partir dos lançamentos da esfera de vidro, obtemos:

$$D = k \cdot Ec^n \Rightarrow D = 0,67 \cdot Ec^{0,2} \Rightarrow 180 \times 10^3 = 0,67 \cdot Ec^{0,2} \Rightarrow \\ Ec = 1,4 \times 10^{27} J$$

Usando a Lei de escala obtida a partir dos lançamentos da esfera de neodímio, obtemos:

$$D = k \cdot Ec^n \Rightarrow D = 0,83 \cdot Ec^{0,25} \Rightarrow 180 \times 10^3 = 0,83 \cdot Ec^{0,25} \Rightarrow \\ Ec = 2,1 \times 10^{21} J$$

Além das incertezas no experimento e as incertezas associadas à medida da cratera do asteroide, é importante ressaltar que um impacto dessa escala poderia envolver outros fenômenos físicos além da ejeção do material, dessa forma dificultando ainda mais o cálculo de uma estimativa da energia cinética no instante de impacto.

## ANEXO 2 CÁLCULOS DA ENERGIA CINÉTICA DAS ESFERAS

Temos, da equação de Torricelli, que o movimento das esferas está relacionado à velocidade inicial ( $v$ ), à aceleração ( $a$ ) e à altura de lançamento ( $\Delta S$ ) conforme a equação

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \text{ (i).}$$

Ainda, temos que a energia cinética de cada esfera está relacionada à sua velocidade e à sua massa segundo a relação

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \text{ (ii).}$$

Considerando a aceleração igual à da gravidade (uma vez que o movimento é vertical), tomando-se a velocidade inicial igual a zero (visto que as esferas partem do repouso) e substituindo-se (i) em (ii), obtém-se a fórmula de Torricelli associada à de energia cinética:

$$E_c = mg\Delta S.$$

## **ANEXO 3 CÁLCULOS DAS VARIÁVEIS DA LEI DE FORMAÇÃO DA CRATERA**

Seja a lei de formação de cratera dada por  $D = kE^n$ . Para a bola de gude, medindo-se com uma régua as extremidades do trecho de reta contido no papel da figura 3, obtém-se

$$n = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3,7 \text{ cm}}{18,8 \text{ cm}} = 0,20 ,$$

e, por consulta ao gráfico da mesma figura,  $k = D(1) = 0,67 \text{ mJ}^{-0,20}$ ; ou seja,  $D = 0,67E^{0,20}[\text{m}]$  para a bola de gude.

Analogamente, para a esfera de neodímio, medindo-se com uma régua as extremidades do trecho de reta contido no papel da figura 4, obtemos

$$n = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3,9 \text{ cm}}{15,7 \text{ cm}} = 0,25 ,$$

e, por consulta ao gráfico da mesma figura,  $k = D(1) = 0,83 \text{ mJ}^{-0,25}$ ; ou seja,  $D = 0,83E^{0,25}[\text{m}]$  para a esfera de neodímio.