1^o Q - 2025 - Cálculo Numérico

Juliana Berbert (juliana.berbert@ufabc.edu.br)

February 18, 2025

Resolva as questões, discuta e apresente, conforme orientações dadas em aula e em meu site, os tópicos:

- Aritmética de ponto flutuante;
- Erros absolutos e relativos;
- Arredondamento e truncamento;
- Zeros de funções reais.

Question 1.

Mostre qual é o maior e o menor número flutuante que seu computador trabalha, realmax e realmin no MatLab. Mostre qual é o epsilon de sua máquina, eps no MatLab. O que quer dizer cada um destes valores?

Avaliar o erro a expressão:

$$\frac{(1+x)-1}{x},$$

Para x ={1.e-15, 1.e+15}. Calcule os erros absolutos e relativos. Discuta a diferença nos resultados.

Question 2.

Avalie através de um gráfico o valor da função

$$f(x) = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 - 21x^2 + 7x - 1$$

em 401 pontos equidistantes no intervalo $[1 - 2 \times 10^{-8}, 1 + 2 \times 10^{-8}]$. Discuta.

Question 3.

Escrever um programa para calcular a seguinte sucessão:

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{e}(e-1), \\ I_{n+1} &= 1 - (n+1)I_n, \text{ para } n = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned}$$

Comparar com o limite exato $I_n \to 0$ quando $n \to \infty$.

Question 4.

Considerar o seguinte algoritmo para calcular π. Gerar n pares (x_k, y_k) de números aleatórios no intervalo $[0, 1]$ e calcular em seguida o número m dos pontos que se encontrar no primeiro quadrante do círculo unitário. Naturalmente, π é o limite da sucessão $\pi_n = 4m/n$. Escrever um programa para calcular esta sucessão e observar a evolução do erro para valores crescentes de n. Faça o gráfico desta evolução.

Question 5.

Sendo π a soma da série

$$\pi = \sum_{m=0}^{\infty} 16^{-m} \left(\frac{4}{8m+1} - \frac{2}{8m+4} - \frac{1}{8m+5} - \frac{1}{8m+6} \right),$$

podemos calcular uma aproximação de π somando os n primeiros termos, para n suficientemente grande. Escreva um código para uma função para calcular as somas parciais desta série. Para que valores de n é que se obtém uma aproximação de π com precisão de 10^{-4} ? (considere $\pi = 3,141592$.)

Question 6.

Um corredor tem a forma indicada na figura. O comprimento máximo L de uma barra que pode passar de uma extremidade a outra deslizando no solo é dada por

$$L = \frac{\ell_2}{\sin(\pi - \gamma - \alpha)} + \frac{\ell_1}{\sin(\alpha)} \ ,$$

onde α é a solução da equação não-linear

$$\ell_2 \frac{\cos(\pi - \gamma - \alpha)}{\sin^2(\pi - \gamma - \alpha)} - \ell_1 \frac{\cos(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} = 0 \ .$$

Calcular α pelo método de Newton-Raphson para $\ell_2 = 10, \ell_1 = 8$ e $\gamma = 3\pi/5$. Para esse α, qual o tamanho L da barra? Qual outro método pode ser usado para resolver este problema? Qual a diferença entre eles?

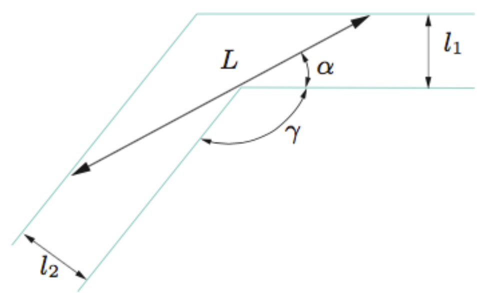

Figure 1: Problema de uma barra deslizando num corredor.

Question 7.

Analisar a convergência das iterações de ponto fixo

$$x^{(k+1)} = \frac{x^{(k)}[(x^{(k)})^2 + 3a]}{3(x^{(k)})^2 + a}\ ,\ k \geq 0$$

para o cálculo da raiz quadrada de um número positivo a. OBS.: k representa a k-ésima iteração.

Question 8.

Para o dióxido de carbono (CO_2), a equação de estado de um gás tem os seguintes coeficientes: $a = 0,401$Pa m^3 e $b = 42,7.10^{-6}$m^3. Determine o volume ocupado por 1000 moléculas deste gás, à temperatura de 300K e pressão de $3,5.10^7$Pa, pelo método de bisecção, com uma tolerância de 10^{-12}. Constante de Boltzmann é $k = 1,3806503.10^{-23}$ Joule K^{-1}.

$$[p + a(N/V)^2](V - Nb) = kNT\ .$$

Faça também outros algoritmos para resolução usando os métodos de falsa-posição e de Newton-Raphson.

Question 9.

Considere a função

$$-\frac{1}{x^3} + \frac{-1}{x^2} = E\ .$$

Faça algoritmos que, para dado valor de E (valores negativos para E), encontre o valor de x usando os métodos de bisecção, de falsa-posição e de Newton-

Raphson. Determine o número de iterações necessárias até que o erro seja

$$|x_{n+1} - x_n| \leq eps. \max\{1, |x_{n+1}|\} \ .$$

eps é o epsilon da máquina.