USP - ICMC- SME

SME-121-Processos Estocásticos Trabalho - Junho / 2019

Nome:No.USP:

- 1) Um certo componente em um grande sistema tem um tempo de vida cuja densidade pode ser aproximada por $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \ x \ge 0$. Quando um componente falha este é substituído por um idêntico. Seja os tempos de falhas T_1, T_2, \ldots , então $X_k = T_k T_{k-1}$ é o tempo de vida do k-ésimo componente substituído. Vamos assumir que os componentes são idênticos e as vidas dos componente são medidas em horas. Simule a operação desse sistema por dez anos (87600 horas). E faça uma análise estatística descritiva do tempo de vida do décimo componente. Construa a densidade de probabilidade, a distribuição de probabilidade acumulada e calcule o tempo de vida deste componente com probabilidade de 95%.
- 2) Supondo que cada componente substituído custa US\$ β quando novo e considerando uma taxa de inflação r (portanto uma taxa de desconto $\alpha = 1/(1+r)$). Então se o tempo da k-ésima substituição e T_k o valor atual do custo da substituição do k-ésimo componente e $C_k = \beta e^{-\alpha T_k}$. Assumindo isso para todo horizonte de planejamento (1 ano), o valor presente do custo de manutenção do sistema é:

$$C = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

a) Simule o custo C_k do k-ésimo componente (k = 10) e faça uma análise estatística descritiva desse custo. Construa sua densidade de probabilidade, a distribuição de probabilidade acumulada, calcule o custo com probabilidade de 95%.

b) Faça uma análise estatística descritiva do custo anual de manutenção do sistema C. Construa sua densidade de probabilidade, a distribuição de probabilidade acumulada e calcule o custo com probabilidade de 95%.

3) Mostre que o valor esperado teóricos do custos C é dado por:

$$E(C) = \sum_{k=1}^{n} \beta \left(\frac{\lambda}{\lambda + \alpha} \right)^{k},$$
$$\lim_{n \to \infty} E(C) = \frac{\beta \lambda}{\alpha}.$$

Compare os valores obtidos por simulação com os valores teóricos.

Use:
$$\beta = 10$$
, $r = 0.05$, $\frac{1}{\lambda} = 1000$ horas.