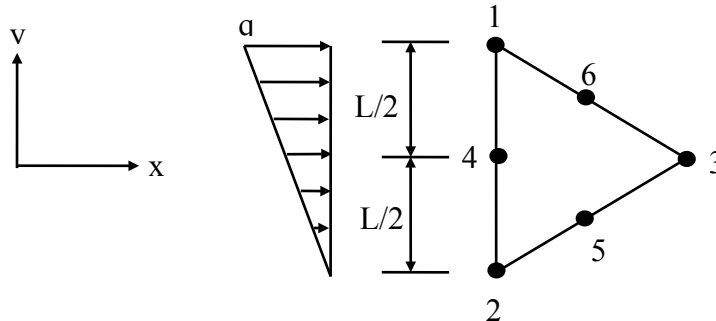


**COC752 - ELEMENTOS FINITOS I - PROVA FINAL (31/05/2012)**

1. Seja o elemento triangular de elasticidade plana abaixo, submetido, no lado 1-2, a uma distribuição linear de forças por unidade de comprimento. Sabendo-se que os lados do elemento são retos, ou seja, sua geometria é linear, calcule as forças nodais equivalentes ( 2.0 pontos ).

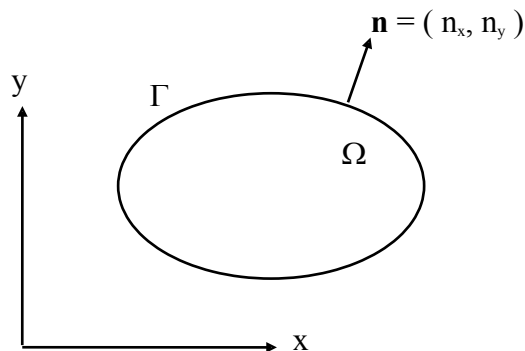


2. Considere a equação de Poisson, definida em um domínio plano de contorno = 1 + 2, e suas correspondentes condições de contorno:

$$k \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + Q(x,y) = 0 \quad \text{em } \Omega$$

$$\phi = 0 \quad \text{em } \Gamma_1$$

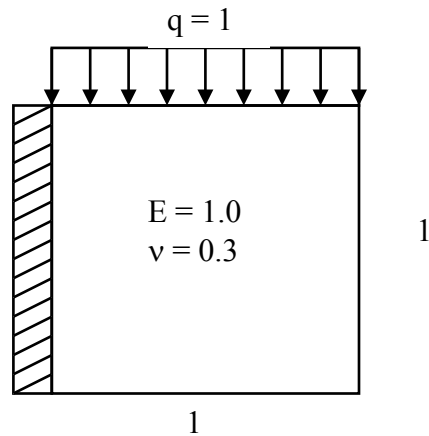
$$k \frac{\partial \phi}{\partial n} = q \quad \text{em } \Gamma_2$$



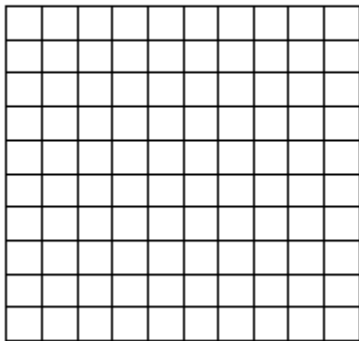
Sendo constante o coeficiente  $k$ , pede-se:

- Estabeleça a formulação variacional do problema ( 1.5 pontos ).
- Introduza uma aproximação característica do MEF e, utilizando o método de Galerkin, escreva as expressões dos coeficientes da matriz de rigidez e do vetor de forças do sistema de equações resultante. (1.5 pontos)
- Que características deve ter a aproximação para que a convergência do MEF possa ser garantida ? ( 1.0 pontos)

3. Escreva o determinante do Jacobiano de um elemento quadrilátero bilinear, de geometria retangular, em função de sua área A. (2.0 pontos)
4. A solução exata do problema de estado plano de deformação da figura abaixo, medida na norma de energia, é  $\|\mathbf{u}\|_E = 1.3797$ . Considerando a malha A, com 121 nós e 100 elementos quadriláteros de 4 nós, e a malha B, com os mesmos 121 nós e 200 elementos triangulares lineares, pergunta-se:
- Qual das duas malhas apresenta o melhor resultado ? Justifique. (1.0 pontos)
  - Sendo  $\|\hat{\mathbf{u}}\|_E = 1.3641$  a solução da malha A e  $\|\hat{\mathbf{u}}\|_E = 1.3525$  a solução da malha B, calcule o erro percentual exato para as duas malhas. (1.0 pontos)



MALHA A



MALHA B

