



# Método de organização \$helet \$bht\$





# Índice de conteúdo

01

Histórico de criação

02

Complexidade  
computacional

03

Como o ShellSort  
funciona?

04

Foi aí?



— □ ×

$\div$   $\geq$  C

— □ ×



— □ ×

01

Histórico de criação



# Histórico de Criação

Shell Sort é um algoritmo de ordenação eficiente, criado em 1959 por Donald Shell e publicado pela Universidade de Cincinnati. Ele é uma extensão do método InsertionSort.



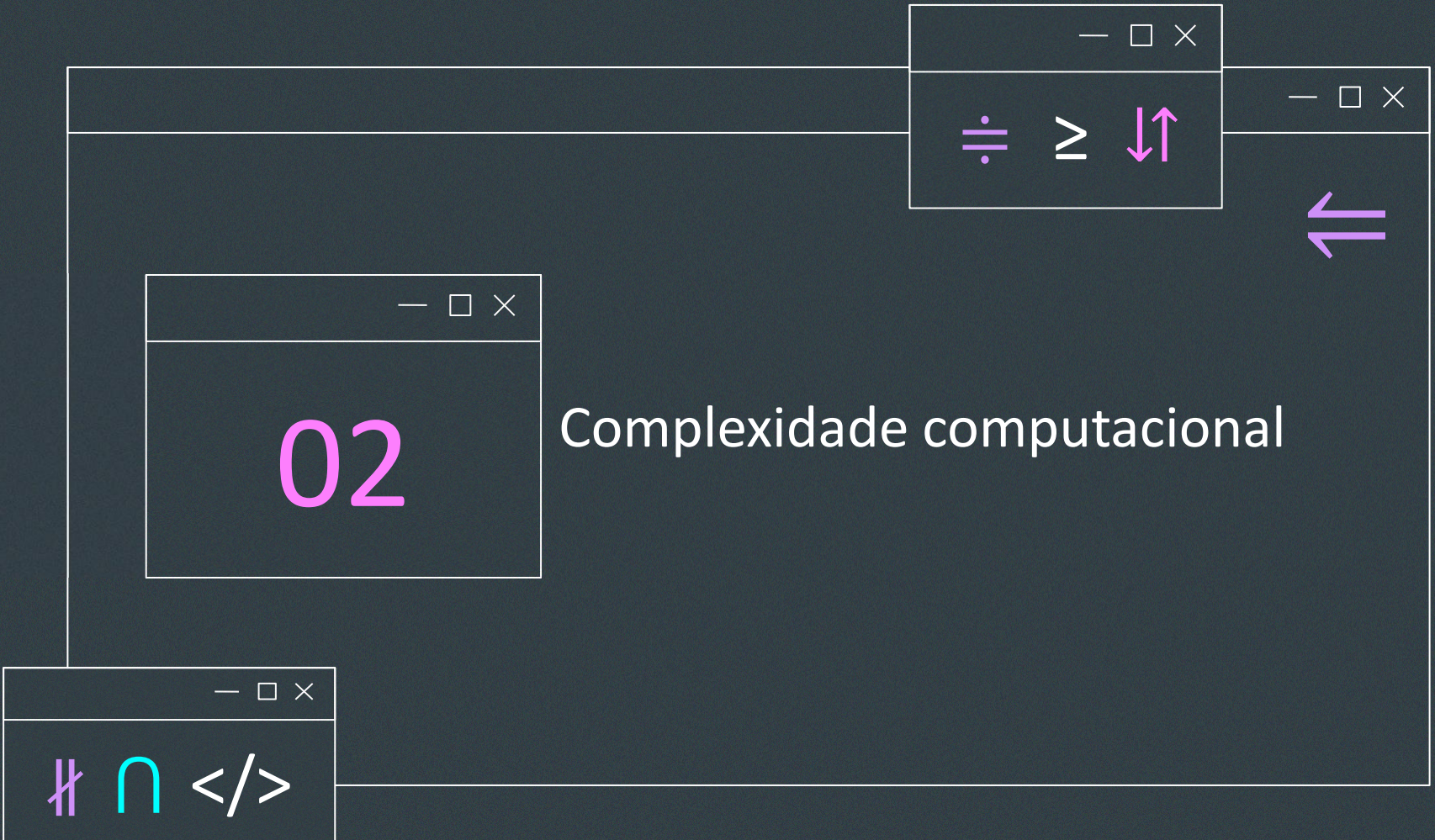
```
# \n C
```



# Funcionamento-teoria

- 1 - Se estabelece um intervalo  $h$ .
- 2 - A coleção é dividida em subgrupos, de forma que este cada um dos elementos esteja a uma distância de  $h$  um do outro.
- 3 - Reorganiza o subgrupo.
- 4 - Diminui o  $h$  e os passos 2 a 4 se reiniciam até que  $h$  seja igual a 1.







# Complexidade computacional



**Melhor caso:** Quando o código está parcialmente ordenado, sendo necessárias:

$O(n \log_2 n)$  comparações

**Pior caso:** Ocorre quando os elementos estão dispostos de forma inversa a ordenação exigida. O número de comparações no pior caso também depende dos intervalos de  $h$ , e logo da equação utilizada para determinar estes  $h$ . Com a equação de Shell, seu pior caso é:

$O(n^2)$  comparações



# Complexidade computacional - exemplos

OEIS	General term ( $k \geq 1$ )	Concrete gaps	Worst-case time complexity	Author and year of publication
	$\left\lfloor \frac{N}{2^k} \right\rfloor$	$1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N}{4} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor$	$\Theta(N^2)$ [e.g. when $N = 2^2$ ]	Shell, 1959 <sup>[4]</sup>
	$2 \left\lfloor \frac{N}{2^{k+1}} \right\rfloor + 1$	$1, 3, \dots, 2 \left\lfloor \frac{N}{8} \right\rfloor + 1, 2 \left\lfloor \frac{N}{4} \right\rfloor + 1$	$\Theta\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$	Frank & Lazarus, 1900 <sup>[5]</sup>
A000225	$2^k - 1$	$1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots$	$\Theta\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$	Hibbard, 1963 <sup>[6]</sup>
A083318	$2^k + 1$ , prefixed with 1	$1, 3, 5, 9, 17, 33, 65, \dots$	$\Theta\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$	Papernov & Stasevich, 1965 <sup>[10]</sup>
A003586	Successive numbers of the form $2^p 3^q$ (3-smooth numbers)	$1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, \dots$	$\Theta(N \log^2 N)$	Pratt, 1971 <sup>[11]</sup>
A003402	$\frac{3^k - 1}{2}$ , not greater than $\left\lfloor \frac{N}{3} \right\rfloor$	$1, 4, 13, 40, 121, \dots$	$\Theta\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$	Knuth, 1973 <sup>[9]</sup> based on Pratt, 1971 <sup>[11]</sup>
A038509	$\prod_i a_i$ , where $a_0 = 3$ $a_q = \min \left\{ n \in \mathbb{N} : n \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{q+1}, \forall p: 0 \leq p < q \rightarrow \gcd(a_p, n) = 1 \right\}$ $I = \left\{ 0 \leq q < r \mid q \neq \frac{1}{2}(r^2 + r) - k \right\}$ $r = \left\lfloor \sqrt{2k + \sqrt{2k}} \right\rfloor$	$1, 3, 7, 21, 48, 112, \dots$	$O\left(N^{1 + \sqrt{\frac{2 \ln(3/2)}{\ln(N)}}}\right)$	Incerpi & Sedgewick, 1985 <sup>[11]</sup> Knuth <sup>[9]</sup>
A038502	$4^k + 3 \cdot 2^{k-1} + 1$ , prefixed with 1	$1, 8, 23, 77, 281, \dots$	$O\left(N^{\frac{4}{3}}\right)$	Sedgewick, 1982 <sup>[6]</sup>
A033622	$\begin{cases} 9 \left( 2^k - 2^{\frac{k}{2}} \right) + 1 & k \text{ even,} \\ 8 \cdot 2^k - 6 \cdot 2^{(k+1)/2} + 1 & k \text{ odd} \end{cases}$	$1, 5, 19, 41, 109, \dots$	$O\left(N^{\frac{4}{3}}\right)$	Sedgewick, 1986 <sup>[12]</sup>
	$h_k = \max \left\{ \left\lfloor \frac{5h_{k-1} - 1}{11} \right\rfloor, 1 \right\}, h_0 = N$	$1, \dots, \left\lfloor \frac{5}{11} \left\lfloor \frac{5N - 1}{11} \right\rfloor - \frac{1}{11} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{5N - 1}{11} \right\rfloor$	Unknown	Gonnet & Baeza-Yates, 1991 <sup>[13]</sup>
A108870	$\left\lfloor \frac{1}{5} \left( 9 \cdot \left( \frac{9}{4} \right)^{k-1} - 4 \right) \right\rfloor$ (or equivalently, $\left\lfloor \frac{(9/4)^k - 1}{(9/4) - 1} \right\rfloor$ )	$1, 4, 9, 20, 46, 103, \dots$	Unknown	Tokuda, 1992 <sup>[14]</sup> (misquote per OEIS)
A102549	Unknown (experimentally derived)	$1, 4, 10, 23, 57, 132, 301, 701$	Unknown	Ciura, 2001 <sup>[15]</sup>
	$\left\lfloor \frac{\gamma^k - 1}{\gamma - 1} \right\rfloor, \gamma = 2.243609061420001 \dots$	$1, 4, 9, 20, 45, 102, 230, 516, \dots$	Unknown	Lee, 2021 <sup>[16]</sup>
	$\left\lfloor 4.0816 \cdot 8.5714 \left\lfloor \frac{k}{3346} \right\rfloor \right\rfloor$	$1, 4, 10, 27, 72, 187, 488, \dots$	Unknown	Skean, Ehrenborg, Jaromczyk, 2023 <sup>[17]</sup>



# Complexidade computacional - principais

**Sequência de Shell** —  $h = n/2^k$ , onde  $n$  é o tamanho da coleção e  $k$  é o passo no algoritmo Shell Sort. Pior caso  $O(n^2)$ .

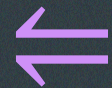
**Sequência de Hibbard** —  $h = 2^k - 1$ , onde  $k$  é o passo no algoritmo Shell Sort. Pior caso  $O(n^3/2)$ .

**Sequência de Knuth** —  $h = (3^k - 1) / 2$ , onde  $k$  é o passo no algoritmo Shell Sort. Pior caso  $O(n^3/2)$ .



03

Como o ShellSort  
funciona?



&

||

\$

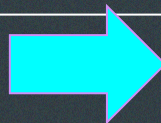
&



# Como o ShellSort funciona?



Inicializa a função e as variáveis



```
void shellsort(struct item *vetor, int tamanho) {  
    int i, j, intervalo;  
    struct item auxiliar;
```

Roda um laço para determinar o valor inicial do intervalo



```
/* calcula o intervalo inicial. */  
    for(intervalo = 1; intervalo < tamanho; intervalo = 3*intervalo+1);
```

Decrementa o valor do intervalo para o próximo degrau abaixo



```
while(intervalo > 0) {  
    /* atualiza o valor do intervalo. */  
    intervalo = (intervalo-1)/3;
```

Laço que posiciona e atribui valores às variáveis



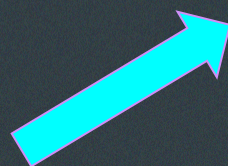
```
    for(i = intervalo; i < tamanho; i++) {  
        auxiliar = vetor[i];  
        j = i;
```

Compara se a chave na posição j - intervalo é maior que a chave na variável auxiliar



```
/* efetua comparações entre elementos com distância do intervalo: */  
    while(vetor[j - intervalo].chave > auxiliar.chave) {  
        vetor[j] = vetor[j - intervalo];  
        j -= intervalo;
```

Troca o valor das variáveis



```
        vetor[j] = auxiliar;  
    }
```

```
}
```





# Como o ShellSort funciona?



```
for(intervalo = 1; intervalo < tamanho; intervalo = 3*intervalo+1);
```

- Define o valor inicial do intervalo dependendo do tamanho do vetor
- O intervalo só pode assumir os valores 1, 4, 13, 40, 121, 364, 1.093, 3.280, ...
- O laço termina em si mesmo e acaba quando o intervalo assumir o valor mais próximo e menor do que o tamanho do array seguindo os valores acima.

Exemplo: tamanho do array: 15

Valor inicial do intervalo: 13



# Como o ShellSort funciona?



```
while(intervalo > 0) {  
    intervalo = (intervalo-1)/3;
```

- Diminui o valor do intervalo para cada ciclo efetuado enquanto o intervalo for maior que zero.
- Note que a operação  $(intervalo-1)/3$  é o inverso da operação apresentada no slide anterior  $(3*intervalo+1)$ .
- Portanto, o intervalo ainda segue a mesma sequência de valores: 1, 4, 13, 40, 121, 364, 1.093, 3.280, ...



# Como o ShellSort funciona?



```
for(i = intervalo; i < tamanho; i++) {  
    auxiliar = vetor[i];  
    j = i;
```

- Laço para atribuir valor às variáveis.
- Coloca a variável *i* na mesma posição do intervalo. Enquanto *i* for menor que o tamanho do vetor, ou seja, ainda estiver dentro do vetor, o valor de *i* é incrementado.
- A variável auxiliar recebe os valores dentro da posição indicada por *i*.
- *j* fica na mesma posição de *i*.



# Como o ShellSort funciona?



```
while(vetor[j - intervalo].chave > auxiliar.chave) {  
    vetor[j] = vetor[j - intervalo];  
    j -= intervalo;
```

- Faz uma verificação: executa o código enquanto o valor da chave contido na posição  $(j - \text{intervalo})$  for maior que o valor da chave na posição da variável auxiliar.
- Se a verificação acima for verdadeira, os valores do vetor na posição  $j$  recebem os valores da posição  $j - \text{intervalo}$ .
- Após isso, ocorre a atribuição  $j -= \text{intervalo}$ , que nada mais é que  $j = j - \text{intervalo}$ , o que faz com que  $j$  vá para a posição que ele estava anteriormente verificando.



# Como o ShellSort funciona?



```
vetor[j] = auxiliar;
```

- Por último, o vetor na posição j agora recebe os valores contidos na variável auxiliar

Em resumo, o código verificou se um determinado valor atrás da variável i era maior que o valor contido em i. Então, caso fosse, o valor contido na posição da variável i é passado para trás e o valor de trás é passado para frente, assumindo o valor na posição do i.

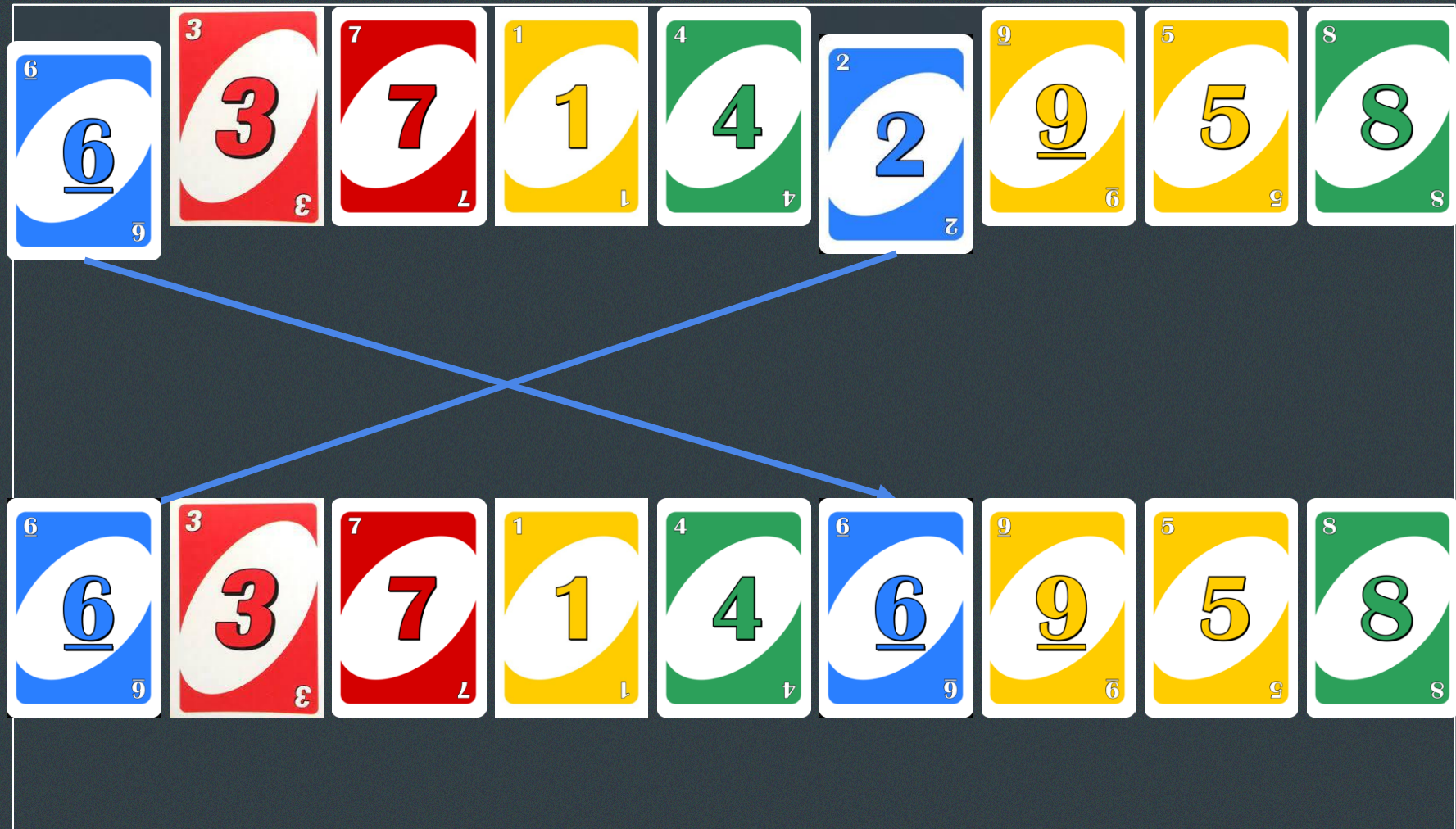




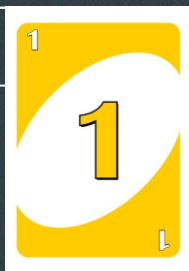
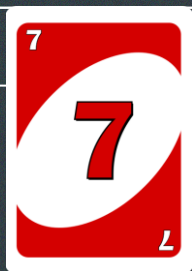
# Valores do Intervalo

5,2 e 1

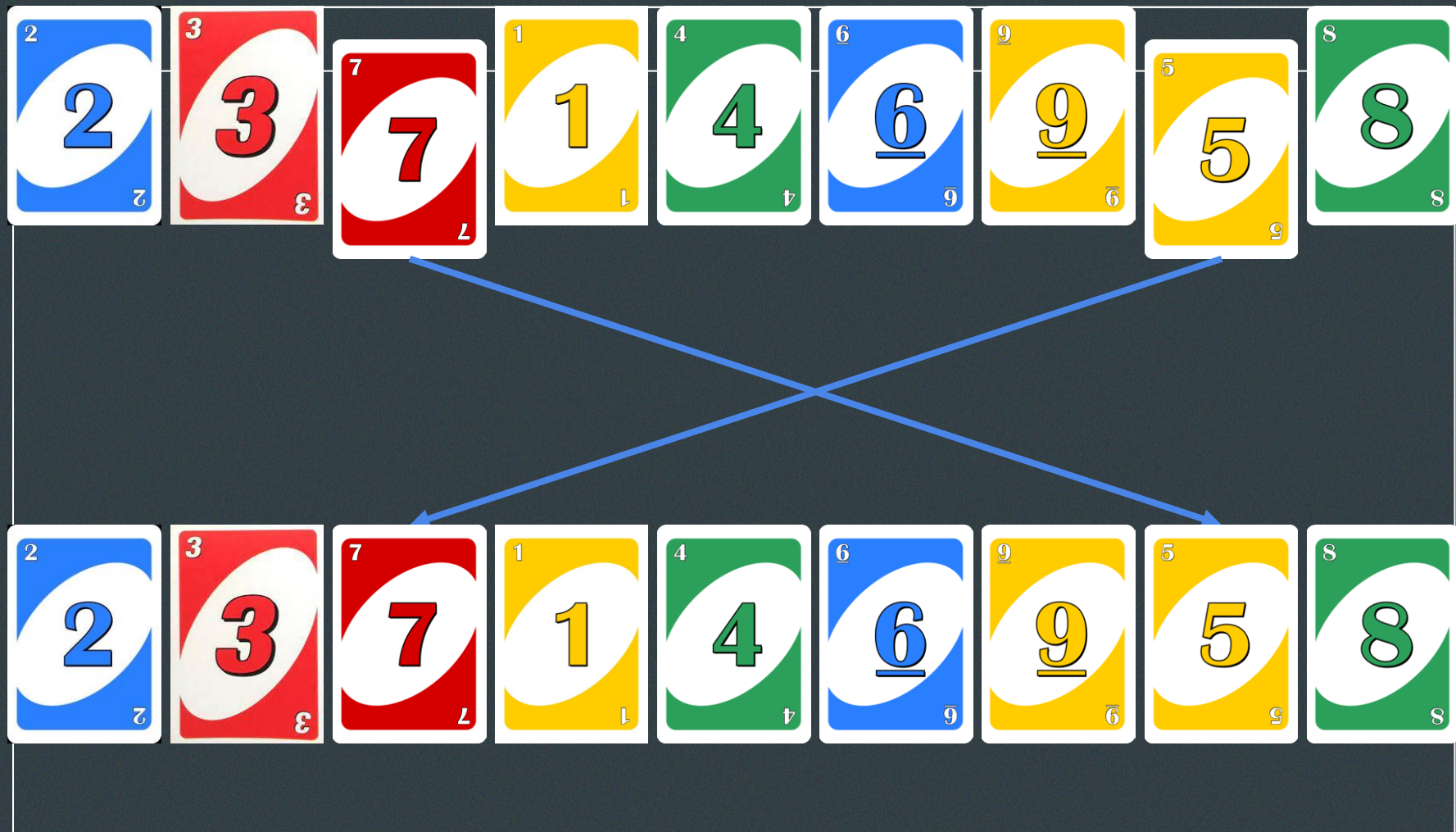




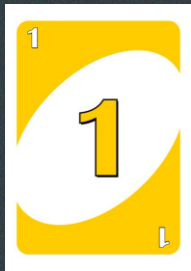




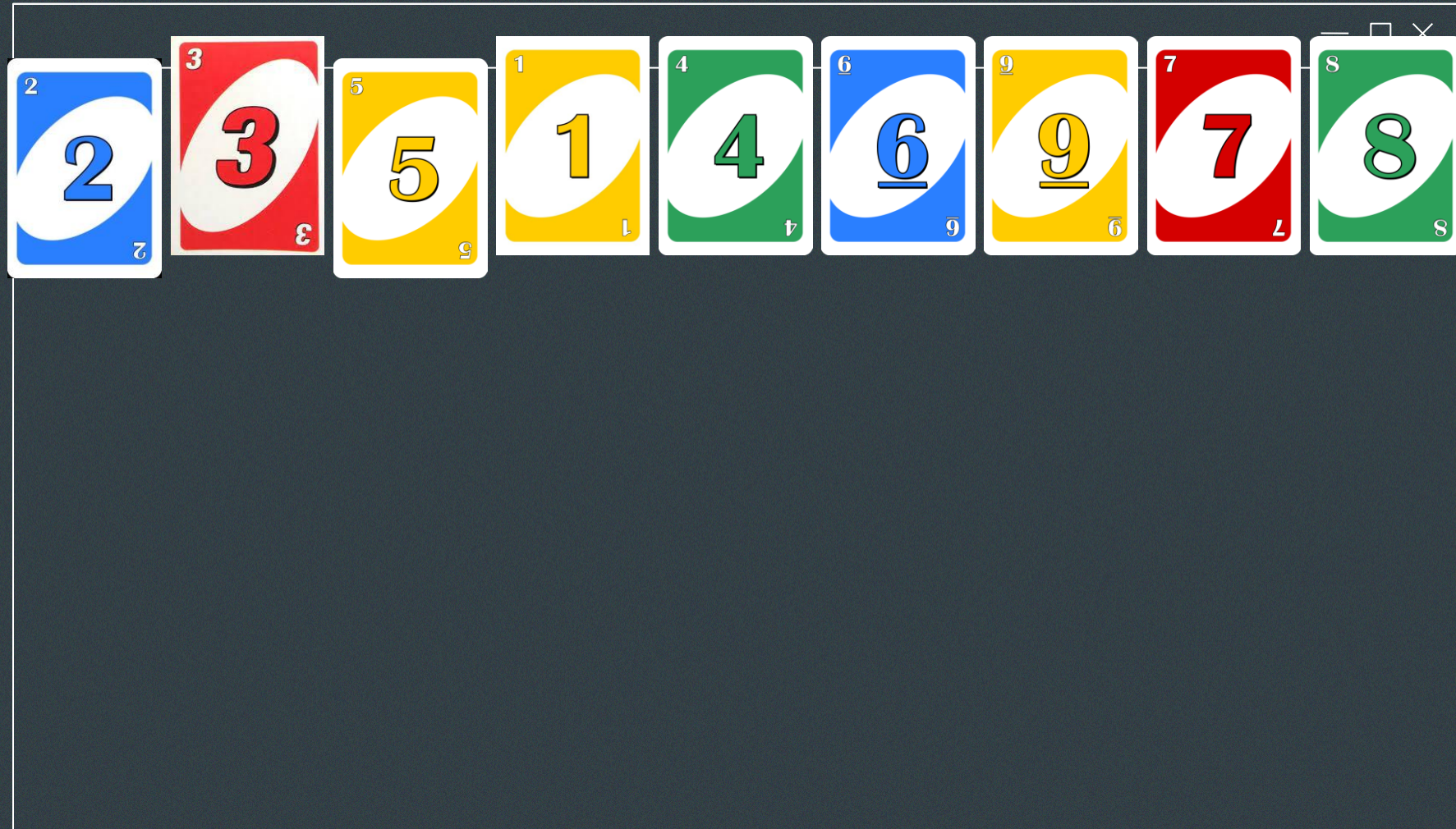




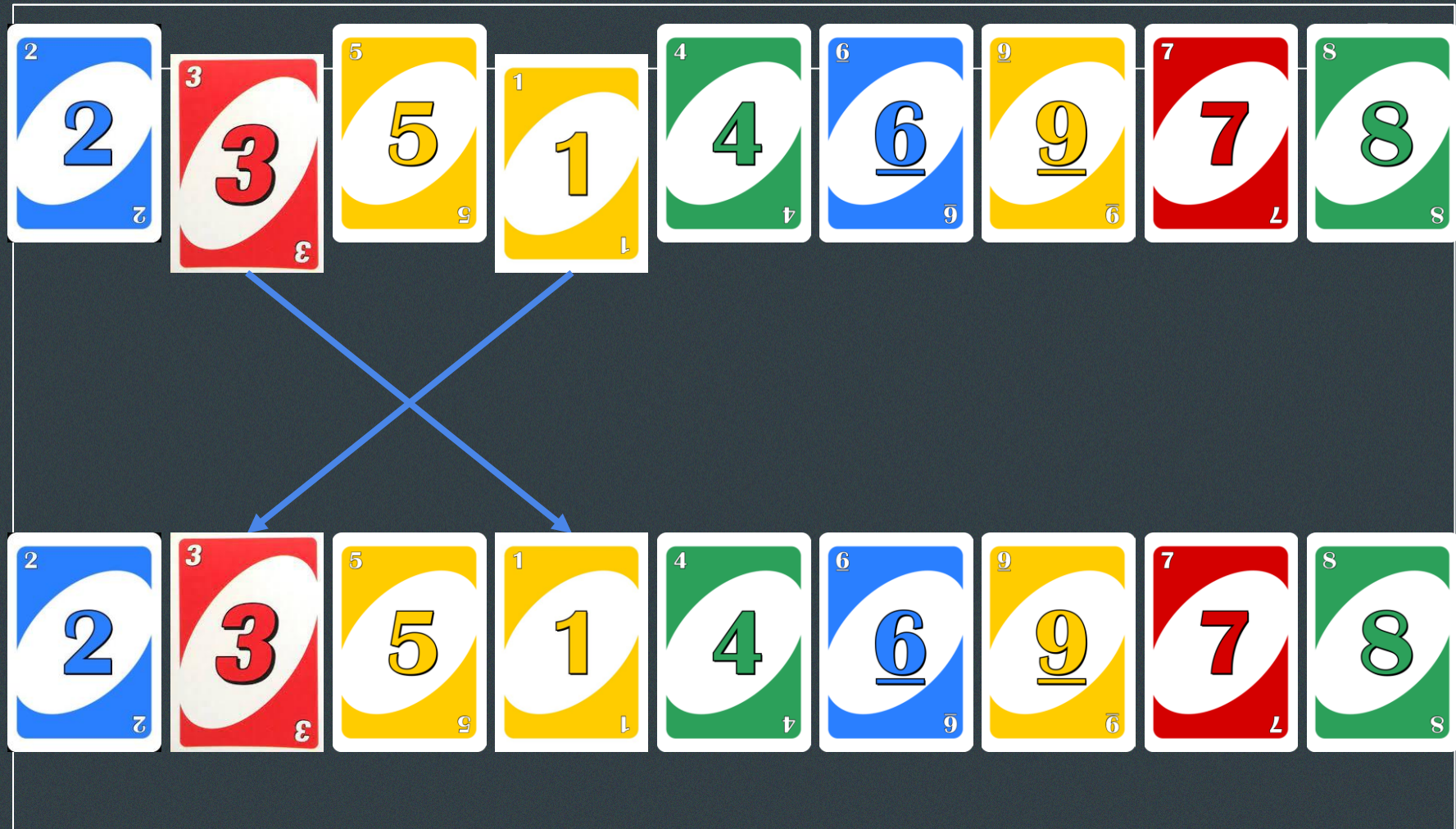








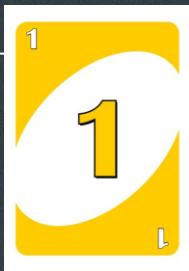




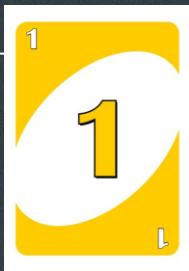
















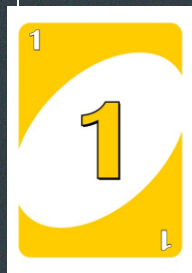












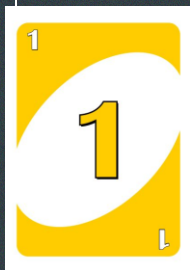












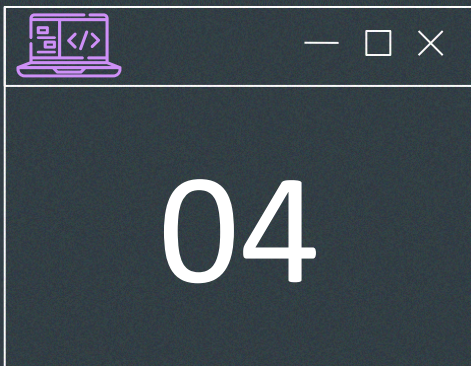




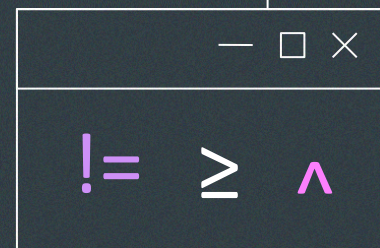




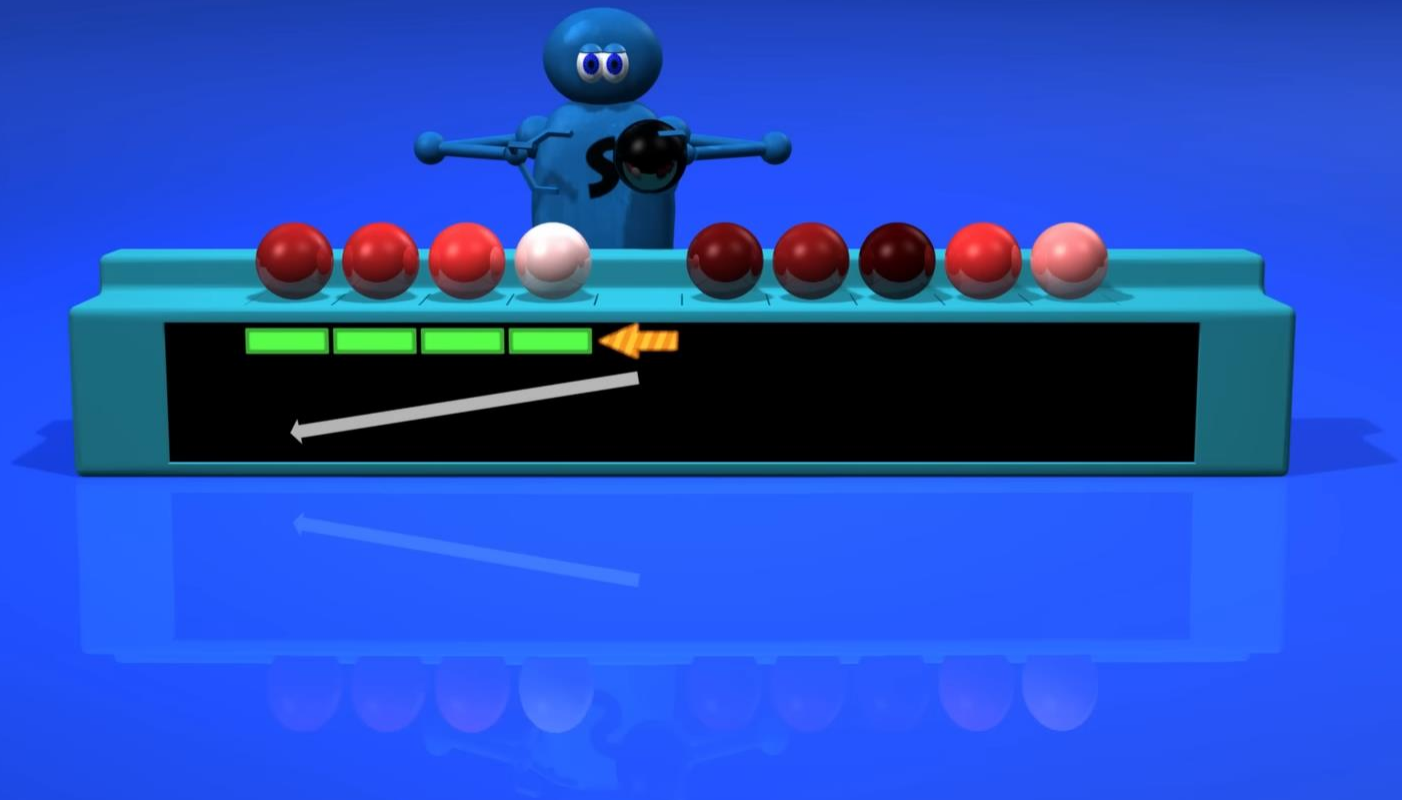




Foi aí?











# Valores do Intervalo

5,2 e 1





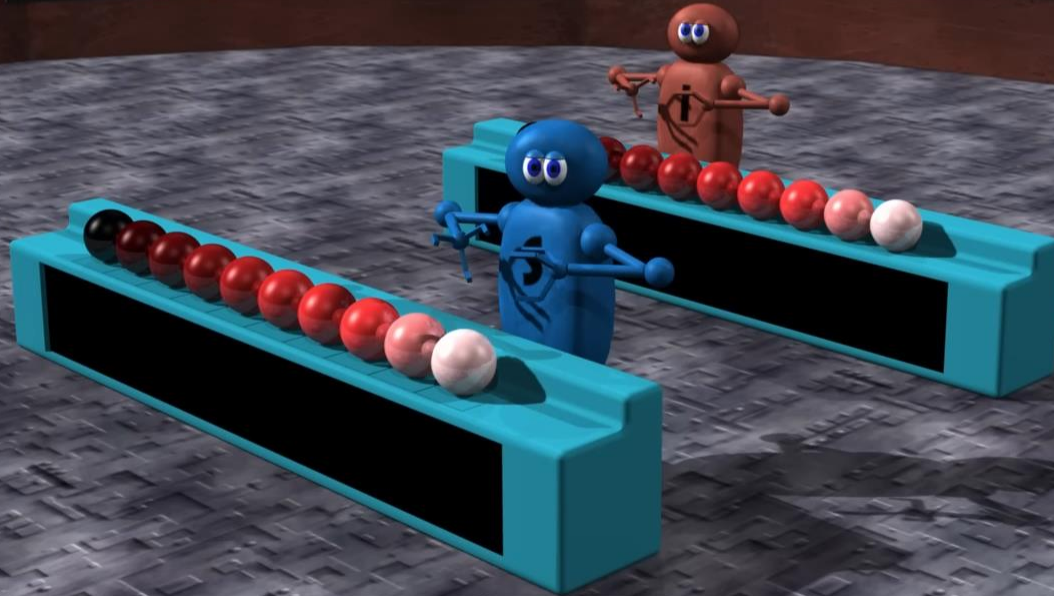
**Shell Sort** **VS** **Insertion Sort**  
in a  
**10 Ball Sorting Match**



Shell Sort  
Comparisons:  
31

Winner ▶

Insertion Sort  
Comparisons:  
30







Shell Sort 9-6-1

VS

Insertion Sort



in a



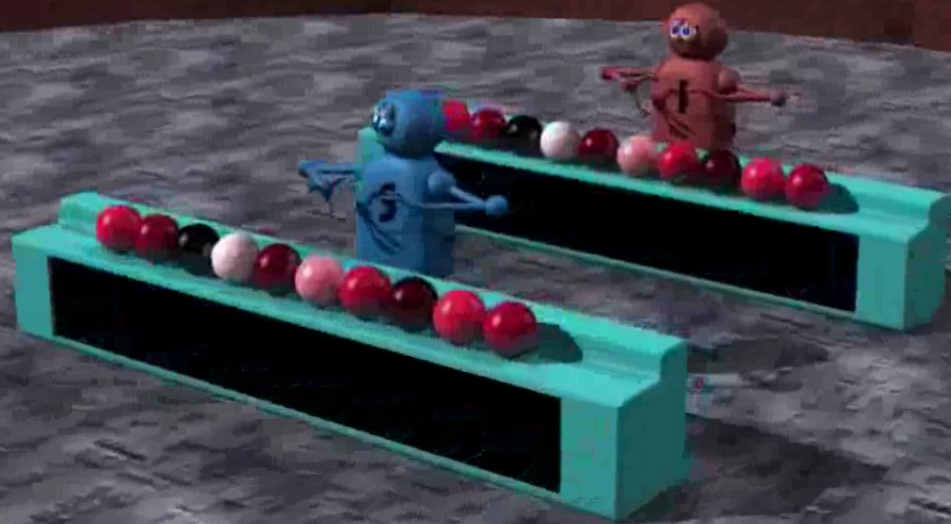
10 Ball Sorting Match





Shell Sort  
Comparisons:  
0

Insertion Sort  
Comparisons:  
0

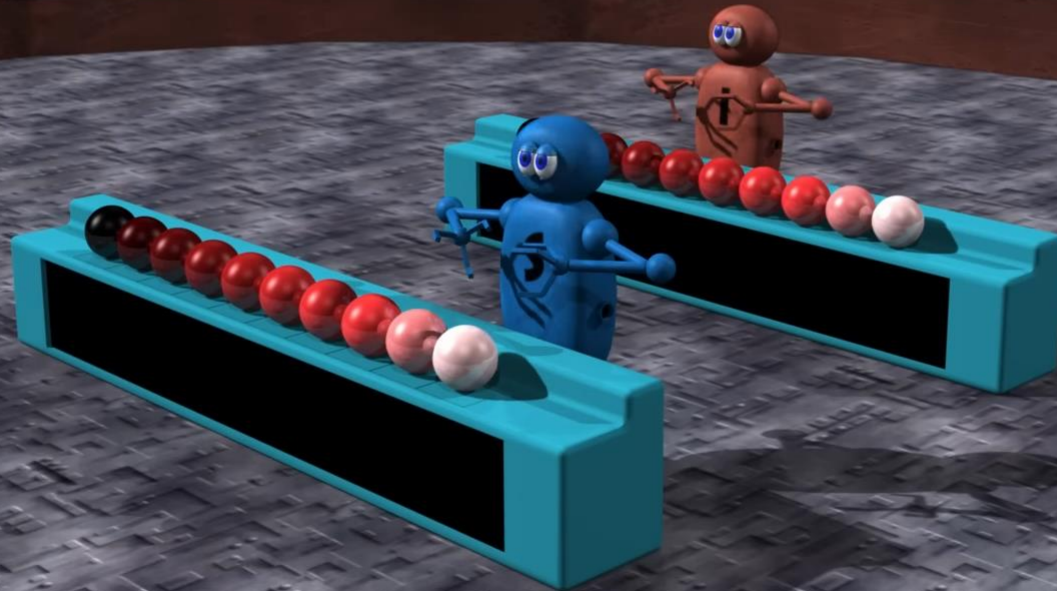




Shell Sort  
Comparisons:  
24

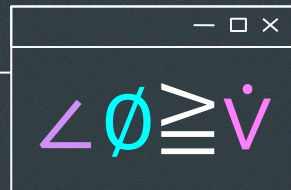
◀ Winner

Insertion Sort  
Comparisons:  
30





# Referências



[http://www3.decom.ufop.br/toffolo/site\\_media/uploads/2013-1/bcc202/slides/16. shellsort.pdf](http://www3.decom.ufop.br/toffolo/site_media/uploads/2013-1/bcc202/slides/16._shellsort.pdf)

<https://www.youtube.com/watch?v=M3bS6w1R434>

<https://www.youtube.com/watch?v=g06hNBhoS1k>

[https://www.treinaweb.com.br/blog/conheca-os-principais-algoritmos-de-ordenacao#:~:text=Selection%20Sort,-A%20ordena%C3%A7%C3%A3o%20por&text=Para%20todos%20os%20casos%20\(melhor,n%C3%A3o%20%C3%A9%20um%20algoritmo%20est%C3%A1vel.](https://www.treinaweb.com.br/blog/conheca-os-principais-algoritmos-de-ordenacao#:~:text=Selection%20Sort,-A%20ordena%C3%A7%C3%A3o%20por&text=Para%20todos%20os%20casos%20(melhor,n%C3%A3o%20%C3%A9%20um%20algoritmo%20est%C3%A1vel.)

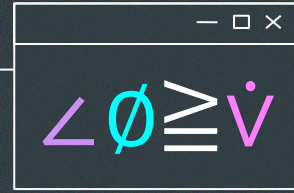
<http://desenvolvendosoftware.com.br/algoritmos/ordenacao/shell-sort.html>



# Referências

[https://en.wikipedia.org/wiki/Shellsort#Gap\\_sequences](https://en.wikipedia.org/wiki/Shellsort#Gap_sequences)

<https://www.baeldung.com/cs/shellsort-complexity>





Obrigado!



= > C

÷ ≥