

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
CIRCUITOS POLIFÁSICOS E MAGNÉTICOS



Projeto 1

Modelo equivalente do transformador monofásico, diagrama fasorial de regulação de tensão, perdas e rendimento

Turma: PL3

Henrique Marques Cruz - 2023059555

Theo Fonseca Cruz - 2023059440

Tiago Braga Rocha Mello - 2023060235

Belo Horizonte

17/09/2025



Disciplina: Laboratório de circuitos polifásicos e magnéticos

Professor: Danilo Iglesias Brandao, Dr.

Data de entrega: 23/09/2025 (L1 / PL2) e 30/09/2025 (PL3 / L4)

Observação importante: trabalho em dupla ou em trio (*alunos da mesma turma*).
nomear o arquivo como: **ProjetoX_Nome dos Alunos**.

Projeto 1: Modelo equivalente do transformador monofásico, diagrama fasorial de regulação de tensão, perdas e rendimento

Objetivo: Levantar os parâmetros do modelo equivalente do transformador monofásico, cálculo da eficiência, curva de rendimento e diagrama fasorial de regulação de tensão

- 1) O transformador monofásico abaixador (220:127 V) de 1,0kVA deve ser submetido ao teste de circuito aberto, em seu lado de alta e em seu lado de baixa tensão; e posteriormente ao teste de curto circuito, estando a alimentação no lado de alta e o curto-circuito no lado de baixa tensão. Apresente os resultados na tabela abaixo.

Tabela 1: resultados de testes em circuito aberto, lado de alta e baixa, e teste de curto-circuito.

Grandezas	TESTES					
	a vazio (pelo lado de alta)		a vazio (pelo lado de baixa)		de curto (pelo lado de alta)	
	alta	baixa	alta	baixa	alta	baixa
V [V]	220	127,6	221	127,2	8,5	9,0
I [A]	0,20	0,00	0,00	0,36	4,40	7,12
P [W]	26	0	0	26	32	0

Baseado nos resultados experimentais, determine os valores de L1, R1, L2, R2, Lm e Rm do circuito equivalente da Figura 1. Apresente a memória de cálculo e em seguida os valores finais em uma tabela, MANUSCRITO.

Ps. Considere que $R_1 = \frac{R'_1}{\sqrt{3}-1}$ e $X_1 = \frac{X'_1}{\sqrt{3}-1}$ tal que R'_2 e X'_2 são a resistência e a reatância série do lado de baixa refletidas para o lado de alta, respectivamente; e $R_2 = \left(\frac{127}{220}\right)^2 \cdot R'_2$ e $X_2 = \left(\frac{127}{220}\right)^2 \cdot X'_2$.

Ps. <https://electricalacademia.com/transformer/determination-transformer-equivalent-circuit-parameters/>

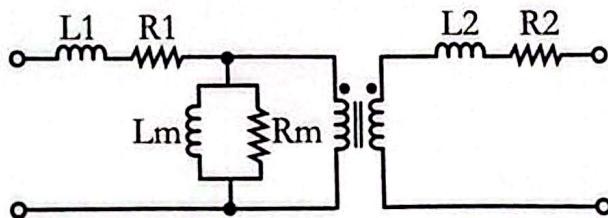


Figura 1: Modelo Equivalente do transformador monofásico (Modelo 1).



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ESCOLA DE ENGENHARIA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

- 2) O transformador monofásico abaixador (220:127 V) de 1,0kVA primeiro alimentará uma carga resistiva (um resistor de 25Ω), uma carga RL (três bobinas indutivas em paralelo de $\approx 200mH$ com resistência interna de 12Ω cada) e por último uma carga capacitiva pura, $C=91,5\mu F$.

Baseado na montagem e nos resultados experimentais, (a) preencha a tabela 2 abaixo, (b) levante a curva de rendimento usando carga resistiva para os seguintes pontos ($\approx 300W$ (50Ω), $\approx 600W$ (25Ω), $\approx 800W$ ($30//50\Omega$) e $\approx 1kW$ ($25//50\Omega$)), e (c) trace o diagrama fasorial para as três cargas da Tabela 2. Para o diagrama fasorial, utilizar a folha quadriculada disponibilizada e considerar as seguintes padronizações:

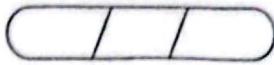
- Uma unidade de tensão ou corrente equivale a um centímetro no diagrama;
- Fixar a tensão sobre a carga, referida ao lado de alta, V_2' , como sendo a referência do diagrama fasorial;
- Para a tensão V_2 considerar uma escala de 1:20;
- Para a corrente considerar uma escala de 1:1;
- Para as quedas de tensão na impedância interna do transformador, considerar uma escala de 1:1.

Apresente a memória de cálculo, MANUSCRITO.

Tabela 2: resultados de testes com cargas diferentes.

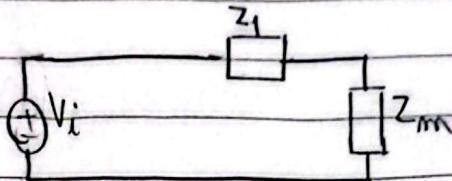
Grandeza	Transformador monofásico TR14								
	Resistiva			Resistiva-indutiva			Capacitiva		
	Calculado	Medido	Erro (%)	Calculado	Medido	Erro (%)	Calculado	Medido	Erro (%)
V_1 com carga (V)	225	221	0,89	224	221	1,34	217	218	0,46
V_2 com carga (V)	127,0	127,0	0,00	127,0	127,0	0,00	127,0	127,0	0,00
V_2 sem carga (V)	129,8	132,0	1,69	129,2	128,3	0,70	125,5	126,1	0,48
I_2 com carga (A)	5,08	4,83	4,92	4,99	4,02	19,44	4,38	4,48	2,38
Reg (%)	2,20	3,94	79,09	1,73	1,02	41,04	1,22	0,71	41,80
P_{out} (W)	645	614	4,81	100	67	33,00	0,00	-0,01	-
P_{in} (W)	686	652	4,96	141	106	24,82	35	38	8,57
Perdas (W)	41	38	7,32	41	39	14,88	35	38	8,57
η (%)	94,02	94,17	0,16	90,92	63,21	10,87	0,00	0,00	-

$$V_2' \approx \sqrt{3} V_2 \leftarrow \text{medido}$$



i) • A rotação pelo lado de alta

O circuito equivalente é:
(desprezando a resistência
de saída do mixer)



$$jZ_{eq} = Z_1 + Z_m \approx Z_m$$

$$\text{ii}) |Z_m| \approx \frac{V_{oc}}{I_{cc}} \Rightarrow |Z_m| \approx 1100 \Omega$$

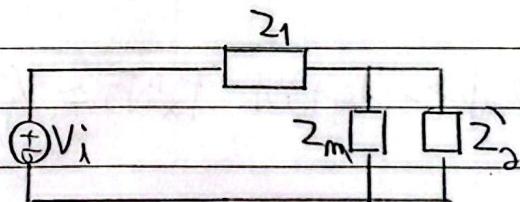
$$\text{iii}) \angle Z_m = \arccos \frac{P_{oc}}{V_{oc} I_{cc}} \approx 53,78^\circ$$

$$\text{iv}) \frac{1}{R_m} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{1100} e^{-j53,78^\circ} \right\} \Rightarrow R_m \approx 1861,54 \Omega$$

$$\text{v}) \frac{1}{j\omega L_m} = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{1100} e^{-j53,78^\circ} \right\} \Rightarrow L_m \approx 3,62 \text{ H}$$

• De corte pelo lado de alta

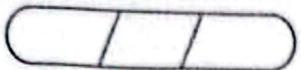
O circuito equivalente é:
(desprezando a resistência
de saída do mixer)



$$\text{i}) Z_{eq} = Z_1 + Z_m / (Z_2 + Z_3) \approx Z_1 + Z_2 \Rightarrow Z_{eq} = R_2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + 1 \right) + jX_2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + 1 \right)$$

$$\text{ii}) |Z_{eq}| = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \Rightarrow |Z_{eq}| \approx 1,93 \Omega$$

tilibra



$$\text{iii)} \frac{R_{eq}}{I_{sc}^2} = P_{sc} \approx 1,65 \Omega \Rightarrow R_a \approx 0,70 \Omega; R_s \approx 0,23 \Omega; R_f \approx 0,95 \Omega$$

$$\text{iv)} X_{eq} = \sqrt{L_{eq}^2 - R_{eq}^2} \approx 1,00 \Omega \Rightarrow L_2 \approx 1,12 \text{ mH}; L_2 \approx 0,37 \text{ mH}; L_1 \approx 1,53 \text{ mH}$$

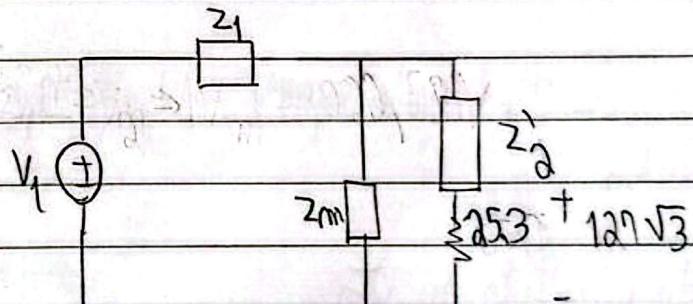
L_1	R_1	L_2	R_2	L_m	R_m
$1,53 \text{ mH}$	$0,95 \Omega$	$0,37 \text{ mH}$	$0,23 \Omega$	$3,62 \text{ H}$	$186,54 \Omega$

2) a) Carga resistiva de 25Ω

* Valores calculados

i) Para os cálculos, considera-se que, tal como no laboratório, a tensão sobre os terminais da carga foi ajustada para $127V$. Isto é, $V_2 = 127V$.

ii) Circuito equivalente:



$$\text{Como } |Z_m| > |Z_1 + Z_2|, 127\sqrt{3} \approx V_1 \cdot \frac{1}{Z_1 + Z_2} \Rightarrow V_1 \approx 225V$$

iii) Então, se retirar-se a carga, continuaremos a entregar $V_1 \approx 225V$

$$\text{Quando a carga é retirada, } V_{2NL} \sqrt{3} = V'_{2NL} = V_1 \cdot \frac{Z_m}{Z_1 + Z_m}$$

$$\therefore V_{2NL} \approx 129,8V$$



$$iv) I_2 = \frac{127}{25} = 5,08 \text{ A}$$

$$v) \frac{P_{\text{ref}}}{V_{2L}} = \frac{V_{2NL} - V_{2L}}{V_{2L}} \approx 2,20\%$$

$$vi) P_0 = V_{2L} I_{2L} \approx 645 \text{ W}$$

$$vii) P_W = \frac{V_1^2}{|Z_1 + (Z_2 + 25,3) // Z_m|} \cos((\chi_1 + \chi_2 + 25,3) // Z_m) \approx 686 \text{ W}$$

$$viii) \text{Perda: } P_W - P_0 = 41 \text{ W}$$

$$ix) \text{Os erros foram calculados pela fórmula } \left| \frac{V_{\text{CALCULADO}} - V_{\text{MEDIDO}}}{V_{\text{CALCULADO}}} \right|$$

* Carga resistiva-indutiva de $\underbrace{(12 + j2\pi 60,02) // (12 + j2\pi 60,02)}_{(4 + 25,13j)\Omega}$

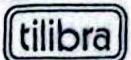
$$* \text{Valores calculados} \quad (4 + 25,13j)\Omega$$

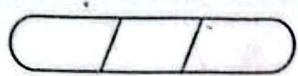
$$i) \text{Na maneira análoga, } V_{2L} = 127 \text{ V}$$

$$ii) V_1 \approx 127\sqrt{3} |Z_1 + 3(4 + 25,13j) + Z_m| \Rightarrow V_1 \approx 224 \text{ V}$$

$$iii) V_{2NL} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_1 \left| \frac{Z_m}{Z_1 + Z_m} \right| \approx 129,2 \text{ V}$$

$$iv) I_2 = \frac{127}{|4 + 25,13j|} \approx 4,99 \text{ A}$$





$$\text{V) } R_{\text{eq}} = (V_{\text{ANL}} - V_{\text{AL}}) / V_{\text{AL}} \approx 1,73\%$$

$$\text{VI) } P_0 = V_{\text{AL}} I_{\text{AL}} \cos(\angle Z_{\text{CARGA}}) \approx 100 \text{ W}$$

$$\text{VII) } P_{\text{IN}} = \frac{V_1^2}{|Z_1 + Z_m| / |Z_2 + 3(4 + 2j, 3j)|} \cos(4Z_1 + Z_m / |Z_2 + 3(4 + 2j, 3j)|) = 141 \text{ W}$$

• Carga capacitiva de $-28,99j \Omega$

$$\text{i) } V_{\text{AL}} = 127,0 \text{ V}$$

$$\text{ii) } V_1 \approx \frac{127\sqrt{3}}{|-28,99j|} |Z_1 - 28,99j + Z_2| \Rightarrow V_1 \approx 217 \text{ V}$$

$$\text{iii) } V_{\text{ANL}} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_1 \left| \frac{Z_m}{Z_1 + Z_m} \right| \approx 125,5 \text{ V}$$

$$\text{iv) } I_2 = \frac{V_{\text{AL}}}{|-28,99j|} \approx 4,38 \text{ A}$$

$$\text{v) } R_{\text{eq}} = (V_{\text{ANL}} - V_{\text{AL}}) / V_{\text{AL}} \approx 1,22\%$$

$$\text{vi) } P_0 = V_{\text{AL}} I_{\text{AL}} \cos(\angle Z_{\text{CARGA}}) = 0,00 \text{ W}$$

$$\text{vii) } P_{\text{IN}} = \frac{V_1^2}{|Z_1 + (Z_2 - 28,99j, 3) / Z_m|} \cos(4Z_1 + (Z_2 - 28,99j, 3) / Z_m) \approx 35 \text{ W}$$

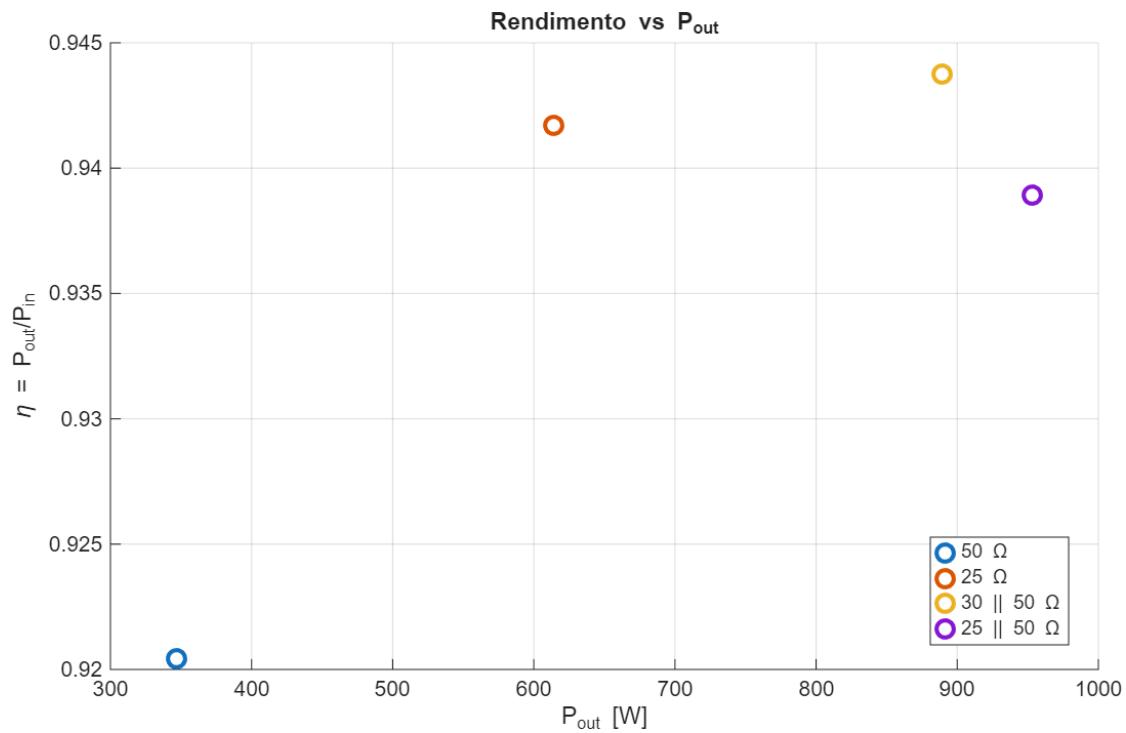
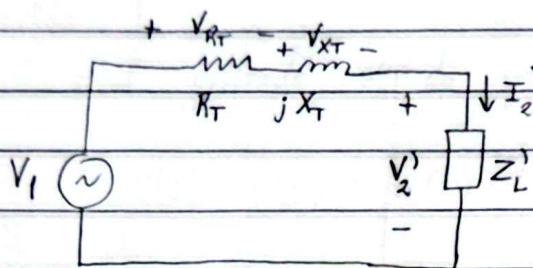


Figura 1: 2 b) curva de rendimento



2) a) Cálculos para o diagrama fatorial

Para as três cargas:



Considerando $Z_m \gg Z_2' + Z_L'$:

$$R_T = R_1 + R_2 = 1,65 \Omega$$

$$X_T = X_1 + X_2 = 1,00 \Omega$$

Assume-se $V_2' = 220 \angle 0^\circ V_{rms}$:

$$\theta_{ZL} = \arccos \left(\frac{P_{out}}{V_2' \cdot I_2'_{rms}} \right)$$

$$|I_2'| = I_2'_{rms} \angle -\theta_{ZL}$$

~~$$V_{RT} = I_2' \cdot R_T \quad e \quad V_{XT} = I_2' \cdot jX_T$$~~

Carga resistiva:

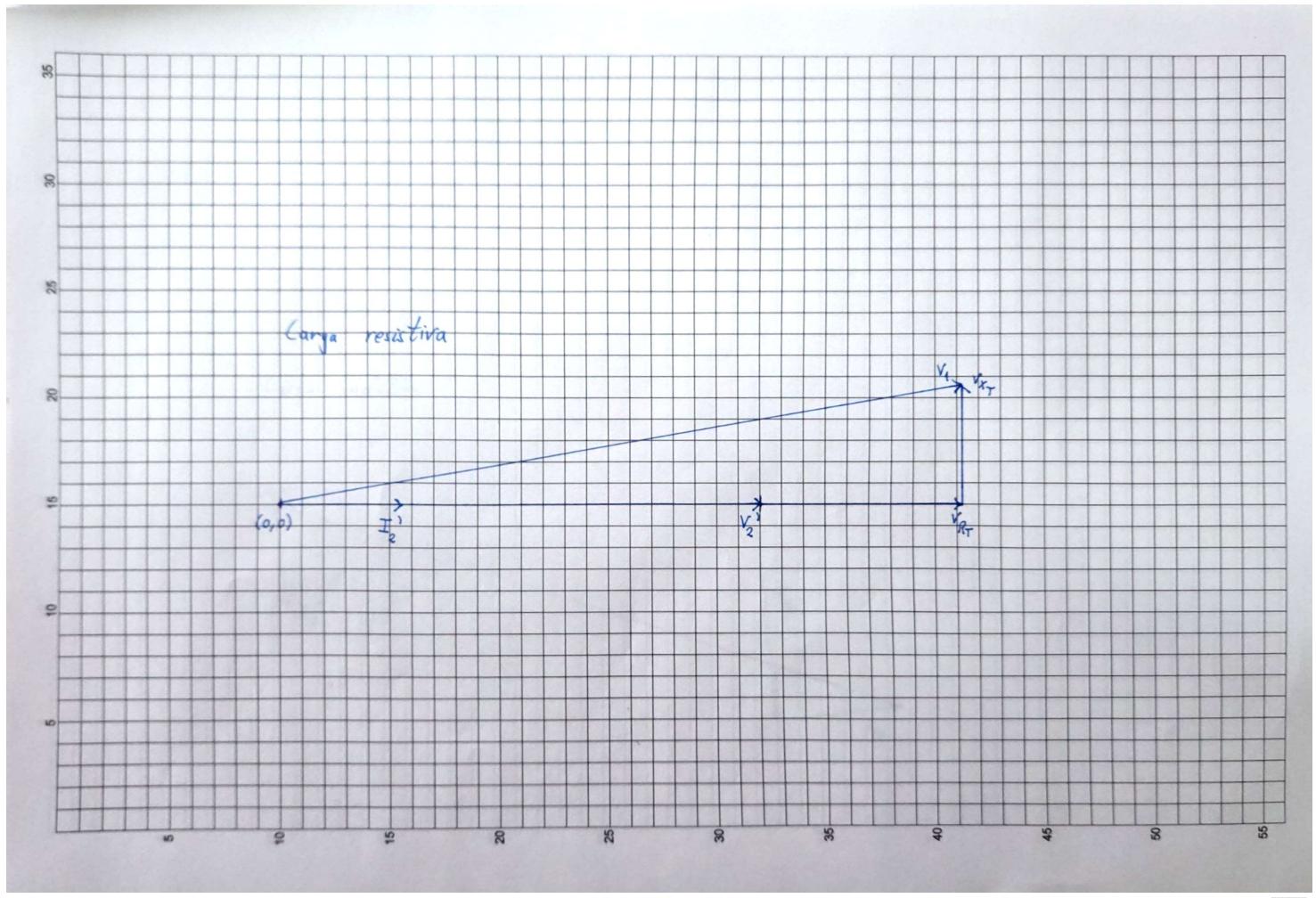
$$I_2' = 2,8 + j0 \quad V_{RT} = 4,6 + j0 \quad V_{XT} = 0 + j2,8$$

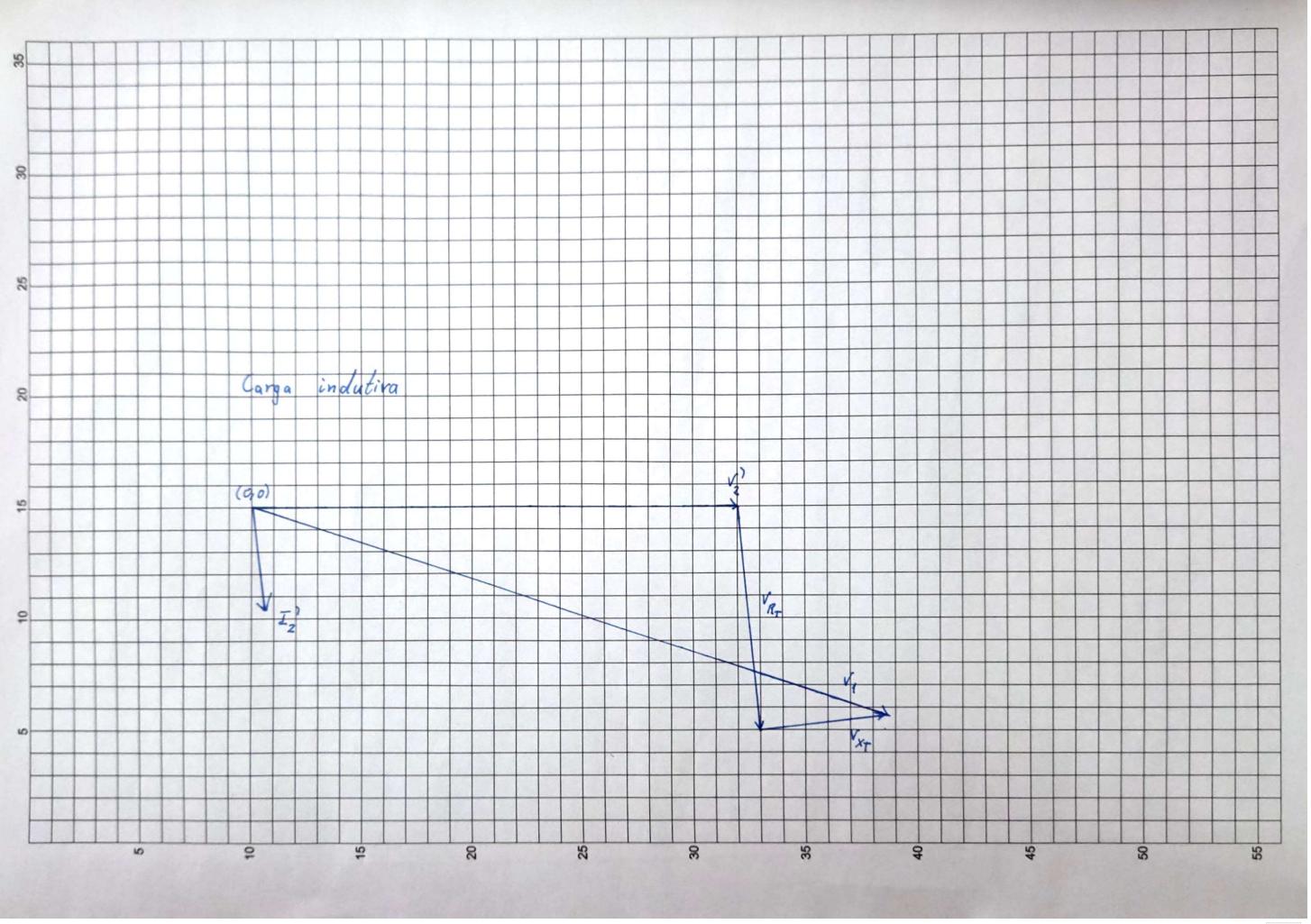
Carga resistiva-indutiva:

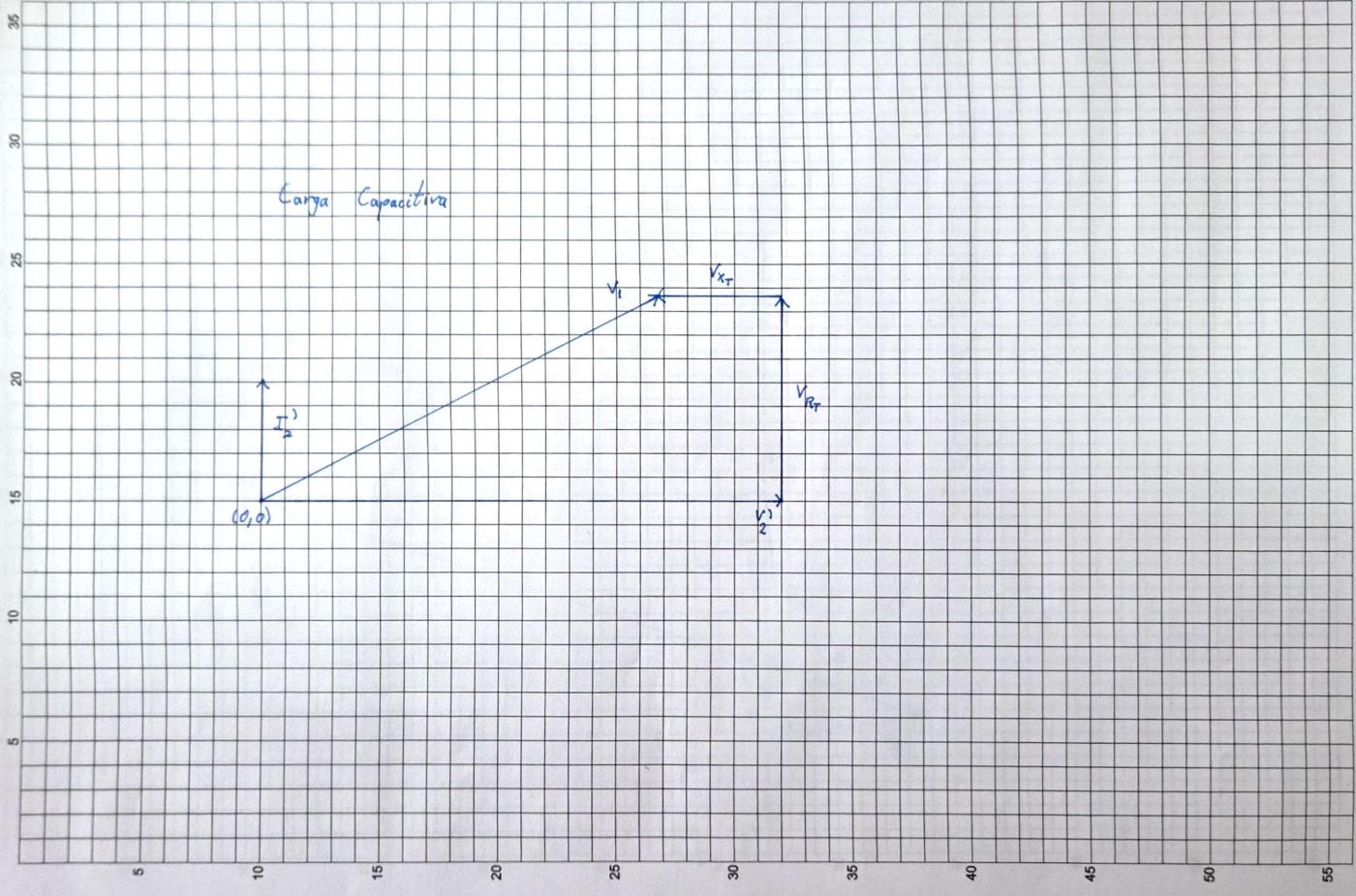
$$I_2' = 0,3 - j2,3 \quad V_{RT} = 0,5 - j3,8 \quad V_{XT} = 2,3 + j0,3$$

Carga capacitiva:

$$I_2' = 0 + j2,6 \quad V_{RT} = 0 + j4,3 \quad V_{XT} = -2,6 + j0$$







Análise de resultados e conclusão

Os parâmetros do transformador apresentaram valores semelhantes ao se utilizar qualquer uma das duas colunas de medições referentes ao ensaio em vazio.

Os cálculos inicialmente realizados pelo método de determinação de parâmetros, sem simplificações, retornaram valores negativos para R_1 , R_2 , L_1 e L_2 :

$$R_m = 1861,54 \Omega, \quad L_m = 3,62 \Omega, \quad L_1 = -62,94 \text{ mH}, \quad R_1 = -53,04 \Omega, \\ R_2 = -18,03 \Omega, \quad L_2 = -22,14 \text{ mH}.$$

É importante notar que pequenos erros de medição acabaram gerando discrepâncias consideráveis em grandezas derivadas. Por exemplo, na carga resistiva, o valor medido de V_{2NL} (132,0 V) diferiu apenas 2,2 V do valor calculado (129,8 V), correspondendo a um erro relativo de apenas 1,69%. Entretanto, ao calcular a regulação pela expressão

$$\text{reg} = \frac{V_{2NL} - V_{2L}}{V_{2L}},$$

o erro obtido se aproximou de 80%.

Tendo em vista algumas discrepâncias mais significativas, especialmente no caso da carga resistivo-indutiva, o módulo da impedância foi recalculado, com base nas medições, pela relação

$$|Z| = \frac{V_{2L}}{I_{2L}} = 31,59 \Omega,$$

enquanto o ângulo foi obtido a partir da equação da potência ativa:

$$\cos \varphi = \frac{P_0 |Z|}{V_{2L}^2} \Rightarrow \varphi = \arccos \left(\frac{P_0 |Z|}{V_{2L}^2} \right) = 82,46^\circ.$$

Assim, obtivemos:

$$Z_{L2} = 31,59 \angle 82,46^\circ$$

enquanto o valor nominal de referência era

$$Z_{L2} = 25,45 \angle 80,96^\circ$$

Fazendo uma análise mais detalhada ao variar módulo e fase das cargas, obteve-se o gráfico de erros apresentado na Figura 2.

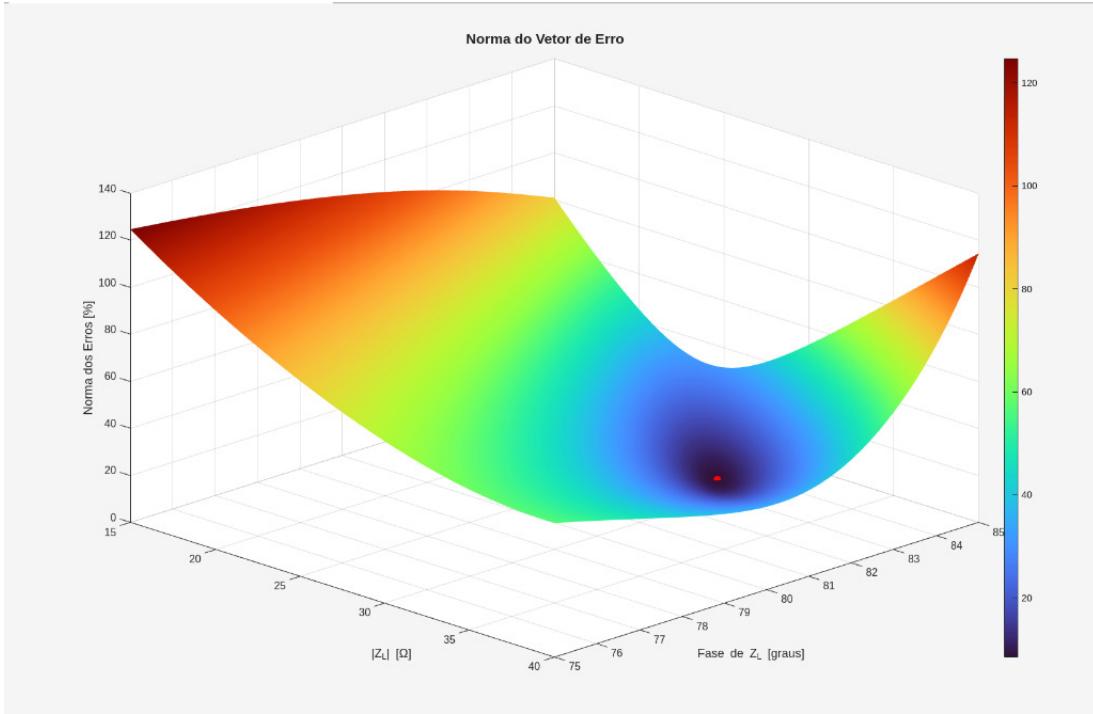


Figura 2: Erro em função da fase e do módulo de Z_{L2} .

Determinando o ponto que minimiza a norma dos erros relativos, os valores medidos apontam para uma impedância real de $30,15 \Omega$ com ângulo de $82,78^\circ$, em contraste com os $25,45 \Omega$ e ângulo de $80,96^\circ$ calculados a partir dos valores nominais. Também verificamos para as outras duas cargas se as grandezas medidas apontam para uma impedância distinta da nominal, mas a divergência não foi tão acentuada.

Por fim foi investigada a hipótese de que os parâmetros do próprio transformador estivessem incorretos. Contudo, a variação deles mostrou-se irrelevante.

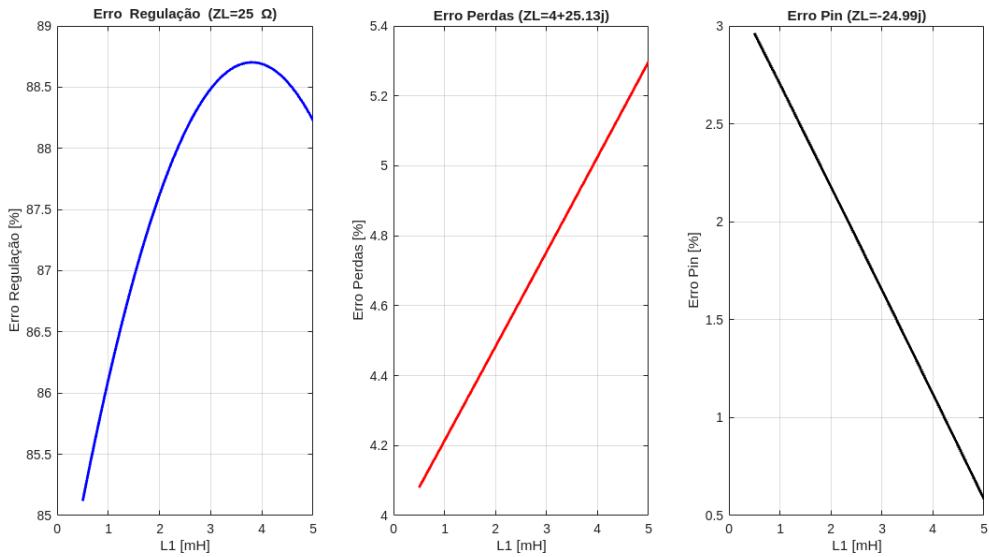


Figura 3: Erro em função de Z_1

Vale destacar que os ensaios foram conduzidos corretamente, sob supervisão do professor, com instrumentos devidamente calibrados. Então os pequenos erros de medição podem ser atribuídos a inexatidões experimentais, às limitações dos aparelhos de medida e sobretudo do modelo adotado com suas simplificações.

Repositório do projeto com os códigos:

https://github.com/HenriqueMarquesCruz/Projeto1_Circuitos_Polifasicos_e_Magneticos