



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Código	Disciplina	Professor
ELE042	Processamento de Sinais	Hilton de Oliveira Mota

TRABALHO PRÁTICO

Condições

Grupos de 3 alunos.

Avaliação: 10 pontos. **Bônus:** 5 pontos *extras* (ver item 2).

Entregar:

- Documento em .pdf contendo identificação dos membros do grupo, descrição da resolução, apresentação das imagens, resultados e análises de desempenho.
- Scripts, códigos fontes e/ou executáveis implementados em Matlab, Python ou C/C++ *que possam ser inspecionados e executados localmente*.

Introdução

Filtros LIT de tempo discreto são genericamente classificados em duas famílias, denominadas de resposta ao impulso infinita (IIR) e finita (FIR). Conforme estudamos, ambas possuem vantagens e desvantagens em termos de facilidade de implementação, desempenho computacional, aproveitamento de conhecimento prévio, estabilidade, sensibilidade a representação finita, integração com técnicas de processamento avançadas, etc.

Filtros IIR são caracterizados por equações de diferenças recursivas,

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N-1} a_k y[n-k],$$

enquanto filtros FIR são não recursivos,

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n] h[k-n].$$

Ambas filtragens podem ser realizadas no domínio do tempo e da frequência e implementadas de várias formas dependendo das demandas da aplicação e dos recursos computacionais disponíveis.

Genericamente, o projeto de um filtro digital parte de uma especificação da resposta de magnitude ideal associada a distorções aceitáveis, como mostrado na figura 1. Uma vez determinada, outros parâmetros relevantes (ex.: linearidade de fase) são considerados automaticamente pelas várias técnicas de projeto existentes.

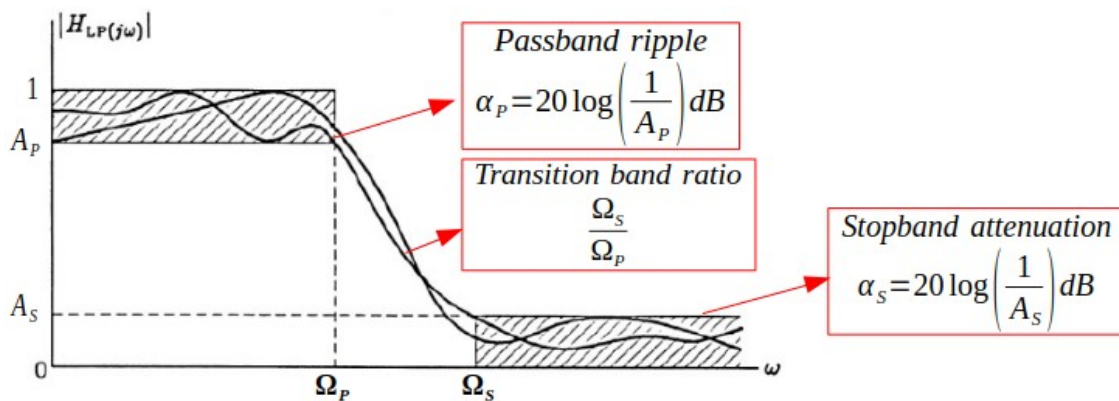


Figura 1: especificação da resposta em magnitude.

Uma das técnicas de projeto de filtros IIR consiste em transformar a função de transferência de um filtro de tempo contínuo por meio da transformada bilinear¹:

$$H(z) = H(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)}$$

A abordagem busca aproveitar o largo conhecimento existente no projeto de filtros analógicos e, em geral, resulta em sistemas de menor custo computacional, porém menos estáveis e com restrições devido ao arqueamento em frequência.

Filtros FIR podem ser também obtidos de várias formas, sendo o método da janela² um dos mais intuitivos. A técnica consiste em aproximar a resposta em frequência de um filtro ideal por meio da suavização da sua resposta ao impulso (não causal e infinita), multiplicando-a por uma janela restritiva de duração finita (suporte compacto):

$$h_f[n] = h[n] \cdot w[n], \quad w[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A abordagem resulta em sistemas garantidamente estáveis, com possível fase linear, porém com custo computacional mais elevado.

Uma das restrições de uso de filtros LIT advém do fato que tais sistemas realizam processamento de forma estática. Posto de outro modo, esses filtros realizam uma tarefa específica independentemente das características do sinal de entrada, da evolução temporal do processo ou de outras possíveis variáveis dinâmicas. Grande parte dessas características se dão porque a transformada de Fourier de tempo discreto (TFTD) utiliza funções de análise de duração (suporte) infinito,

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}.$$

A transformada breve de Fourier (STFT)³, por outro lado, é uma técnica de análise que visa introduzir localidade ao processamento. Ela atua multiplicando o sinal por uma janela deslizante antes do cálculo da TFTD,

- 1 OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W. Projeto de filtros IIR de tempo discreto a partir de filtros de tempo contínuo. In: Processamento em tempo discreto de sinais. 3ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. Seção 7.2, pág. 296.
- 2 OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W. Projeto de filtros FIR por janelamento. In: Processamento em tempo discreto de sinais. 3ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. Seção 7.5, pág. 315.
- 3 OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W. Transformada de Fourier dependente do tempo. In: Processamento em tempo discreto de sinais. 3ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. Seção 10.3, pág. 477.

$$STFT \stackrel{\text{def}}{=} X(e^{j\omega}, M) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot w[n-M] e^{-j\omega n}.$$

O “janelamento” restringe o cálculo da TFTD a parcelas contíguas do sinal e viabiliza o conceito de análise tempo-frequência. A STFT é extremamente interessante para o processamento de sinais não-estacionários, como áudio e voz, sinais biomédicos, telecomunicações, etc., e, além disso, introduz a possibilidade de processamento não-linear e adaptativo uma vez que as regras de filtragem podem ser alteradas dinamicamente de acordo com a evolução espectral do sinal.

Especificação de requisitos

No primeiro trabalho prático vocês exercitaram diferentes formas de implementação de um filtro digital IIR. O filtro foi apresentado na forma de vetores de coeficientes a_k e b_k que, em conjunto, permitiram determinar a equação de diferenças, resposta em frequência e ao impulso, e implementar a filtragem nos domínios do tempo e da frequência. Entretanto, o método utilizado para chegar aos coeficientes não foi abordado. Neste trabalho, vocês exercitarão um desses métodos e, além disso, terão a oportunidade de introduzir melhorias visando reduzir distorções na faixa de passagem (“ripple”) da ordem de 1 dB, visíveis mesmo em escala linear, como mostrado na figura 2.

O filtro IIR utilizado no 1º trabalho apresentava distorções na faixa de passagem (“ripple”) da ordem de 1 dB, visíveis mesmo em escala linear, como mostrado na figura 2.

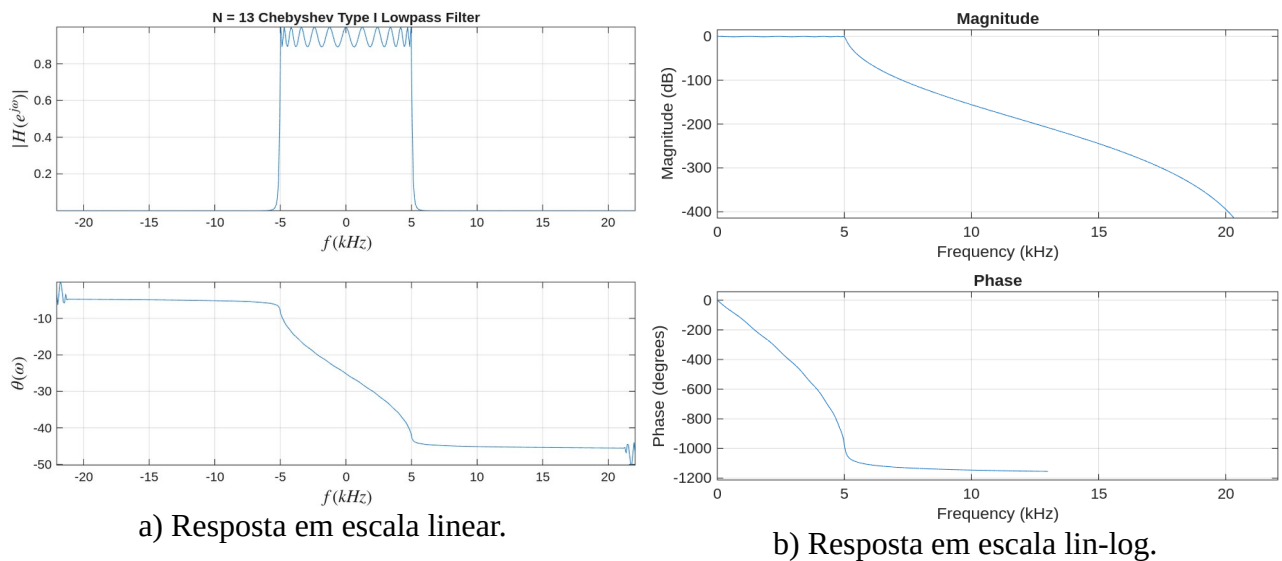


Figura 2: resposta em frequência do filtro digital.

Neste trabalho, propõem-se refazer o projeto reduzindo-se o “ripple” e utilizando-se uma abordagem do tipo FIR. Uma vez obtido o filtro, a filtragem deverá ser realizada utilizando as diferentes técnicas desenvolvidas no 1º trabalho (equação de diferenças, convolução e filtragem na frequência) e os resultados comparados com os obtidos da filtragem IIR. Em particular, espera-se que as discrepâncias observadas entre as diferentes técnicas sejam eliminadas uma vez que a filtragem FIR não envolve a truncagem da resposta ao impulso.

O sinal a ser processado foi corrompido por um ruído de faixa larga com duração limitada. A análise no domínio da frequência permite identificar claramente a existência do ruído, como visto na figura 3, entretanto não é possível determinar os momentos de início e término do mesmo.

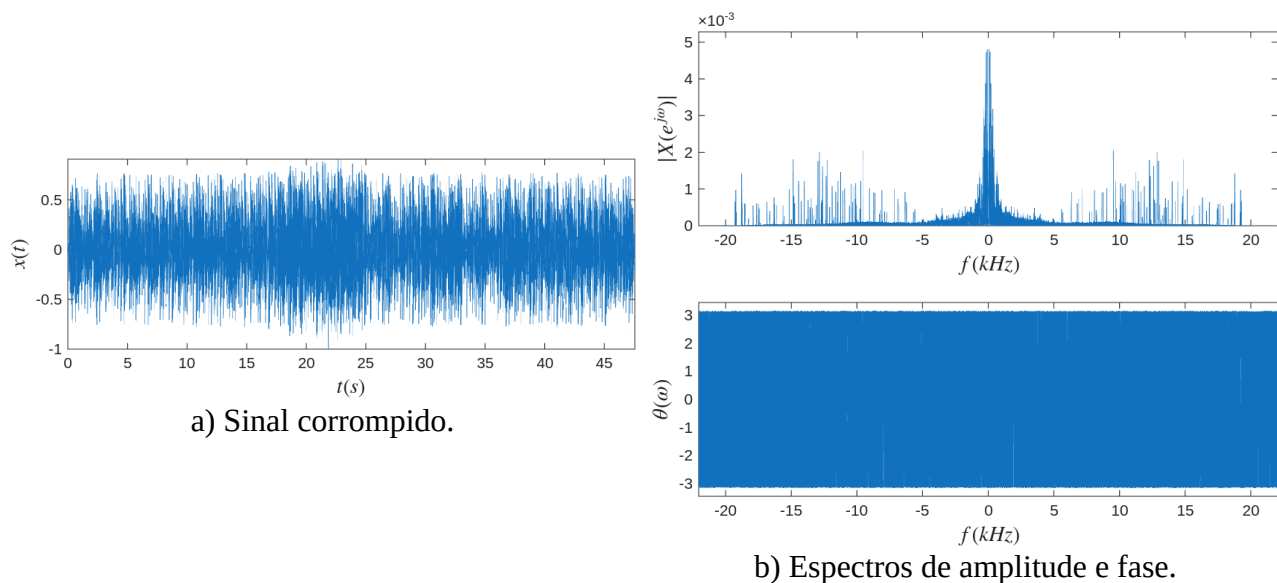


Figura 3: sinal nos domínios do tempo e da frequência.

O filtro IIR foi projetado com base na análise espectral do ruído, que apresentava componentes na faixa entre 5kHz e 18 kHz. Entretanto, como havia considerável sobreposição de espectros, a filtragem causou distorções no áudio perceptíveis na forma de um som mais “abafado” (atenuação de altas frequências).

A figura 4 apresenta o espectrograma⁴ do sinal corrompido, calculado utilizando uma janela de Hann com 1024 pontos e 50% de sobreposição.

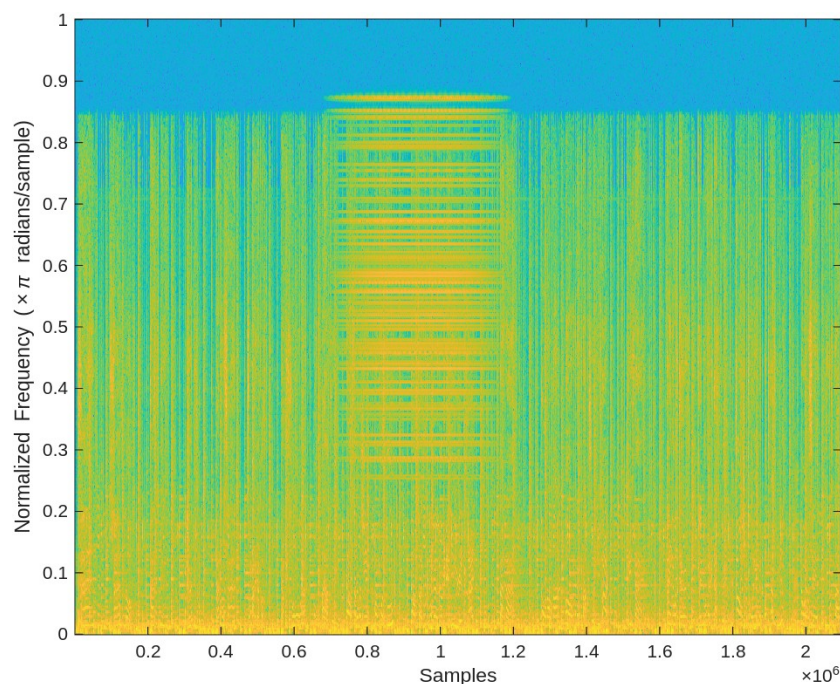


Figura 4: espectrograma do sinal de áudio.

O espectrograma permite ver claramente a composição harmônica e o intervalo de ocorrência do ruído. Como, nesse caso, há uma separação temporal considerável, é possível supor que um

⁴ No Matlab, consulte a documentação das funções
`jan = hanning(L);`
`wvtool(WindowVector)`
`X = spectrogram(x, jan, 'yaxis');`

processamento em tempo-frequência permitirá obter resultados melhores do que a filtragem linear, realizada anteriormente.

1. Implementação básica

O sistema desenvolvido deverá realizar, no mínimo, as seguintes tarefas:

- 1.1. Carregamento do arquivo “audio_corrompido.wav” e geração dos gráficos da forma de onda em função do tempo, em s, e do espectro de frequência, em kHz.
- 1.2. Execução do sinal corrompido no sistema de áudio do computador, visando a audição e identificação do ruído.
- 1.3. Projeto de um filtro digital FIR passa-baixas pelo método da janela de Kaiser⁵.
Utilize os seguintes parâmetros:
 $f_p = 5 \text{ kHz}$, $f_r = 6 \text{ kHz}$, $A_p = A_r = 0,1 \%$.
Apresente o gráfico da janela $w[n] \times n$ e reporte a ordem N e o parâmetro β encontrados.
- 1.4. Apresentação da resposta ao impulso $h[n] \times n$ e as respostas de magnitude $|H(e^{j\omega})| \times f(\text{kHz})$ e fase $\theta(\omega) \times f(\text{kHz})$ do filtro projetado, na faixa de frequências correspondente ao espectro do sinal apresentado na Figura 3.
- 1.5. Filtragem e apresentação do sinal filtrado, nos domínios do tempo e da frequência, utilizando as 3 abordagens implementadas no 1º trabalho.
- 1.6. Execução do sinal filtrado no sistema de áudio do computador.
- 1.7. Análise comparativa das abordagens baseadas nos filtros IIR e FIR (ex.: qualidade do resultado obtido, eficiência na eliminação do ruído, distorções resultantes, desempenho computacional, etc.)

2. Bônus: implementação de um sistema de filtragem adaptativa

- 2.1. Utilize uma biblioteca de software para calcular a transformada breve de Fourier (STFT)⁶ do sinal. Determine o tipo, a largura e o passo de deslocamento da janela que garantam reconstrução perfeita. Reporte o tipo e a largura da janela e o passo de deslocamento utilizados.
- 2.2. Apresente o espectrograma resultante da decomposição por STFT. Este gráfico pode ser apresentado em 2D, como na figura 4, ou em 3D, como no exemplo a seguir.

5 OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W. Método de projeto de filtros utilizando a janela de Kaiser et Exemplos de projetos de filtros FIR pelo método da janela de Kaiser. In: Processamento em tempo discreto de sinais. 3ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. Seções 7.5.3 e 7.6, págs. 320 e 322.

6 No Matlab, verifique:

<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/stft.html>

<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/istft.html>

<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/spectrogram.html>

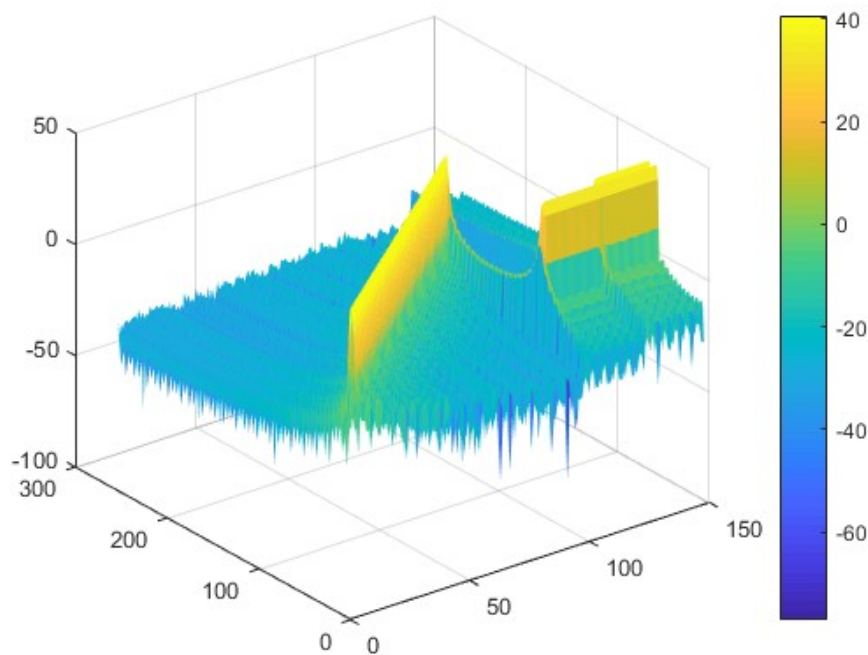


Figura 5: exemplo de espectrograma em 3D.

- 2.3. Desenvolva um algoritmo para realizar a filtragem adaptativa do sinal. Para tanto, crie um procedimento que analise a variância dos coeficientes acima de $f_R = 6\text{ kHz}$ de cada componente da STFT e decida, dinamicamente, se deve ou não aplicar o filtro FIR desenvolvido àquele componente (para facilitar, utilize somente o método da equação de diferenças).
- 2.4. Reconstrua o sinal filtrado utilizando a iSTFT e apresente o resultado nos domínios do tempo e da frequência.
- 2.5. Execute o sinal filtrado no sistema de áudio do computador.
- 2.6. Faça uma análise comparativa em relação à filtragem linear (ex.: qualidade do resultado, distorções causadas pela filtragem não linear, preservação das componentes de alta frequência, etc.).