INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

LABORATÓRIO DE ELECTROMAGNETISMO

2005/2006

Trabalho nº 4

Tubo de Thomson

Guia de Laboratório

1. Objectivo

Neste trabalho prático pretende-se analisar o movimento de cargas eléctricas em campos eléctricos e magnéticos, por efeito da força de Lorentz e determinar experimentalmente o valor da razão $\frac{carga}{massa}$ do electrão.

2. Introdução

2.1 Força Eléctrica

Se uma carga eléctrica, q, for colocada numa região onde existe um campo eléctrico, $\vec{E}$, fica sujeita a uma força eléctrica, $\vec{F}_e$, dada por:

$$\vec{F}_e = q\,\vec{E} \tag{1}$$

A força eléctrica tem a mesma direcção que o campo eléctrico; tem também o mesmo sentido se a carga for positiva e sentido contrário se a carga for negativa.

2.2 Força magnética

Se uma carga eléctrica, q, for colocada numa região onde existe um campo de indução magnética, $\vec{B}$, fica sujeita a uma força magnética, $\vec{F}_m$, dada por:

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} \tag{2}$$

onde $\vec{v}$ é a velocidade da carga.

A direcção da força magnética é perpendicular ao plano definido pelos vectores $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

Se $\vec{v}$ e $\vec{B}$ forem ortogonais, o módulo da força magnética é

$$F_m = q\,vB \tag{3}$$

Nesta condição, no seio de um campo magnético uniforme, a força magnética altera apenas a direcção do movimento da partícula, não o módulo da sua velocidade. A partícula descreve um movimento circular uniforme de raio R. A força centrípeta responsável por um movimento deste tipo é dada por:

$$\vec{F}_c = \frac{m\,v^2}{R}\hat{n} \tag{4}$$

onde $\hat{n}$ é o versor normal (perpendicular à direcção tangencial do movimento).

Combinando as expressões (3) e (4), pode-se determinar a razão entre a massa e a carga da partícula carregada:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{R\,B} \tag{5}$$

Para um feixe de electrões $(q = e)$ esta razão é:

$$\frac{e}{m} = \frac{1,602 \times 10^{-19}\ C}{9,109 \times 10^{-31}\ kg} = 1,76 \times 10^{11}\ C\,kg^{-1} \tag{6}$$

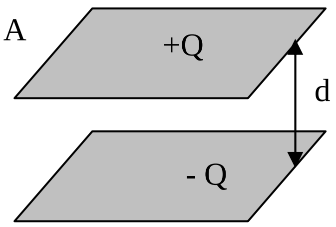
2.3 Força de Lorentz

Se uma carga eléctrica, q, for colocada numa região onde existe um campo eléctrico, $\vec{E}$, e um campo de indução magnética, $\vec{B}$, fica sujeita a uma força de Lorentz, $\vec{F}_L$, que é dada pela soma da força eléctrica com a força magnética:

$$\vec{F}_L = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \wedge \vec{B} \tag{7}$$

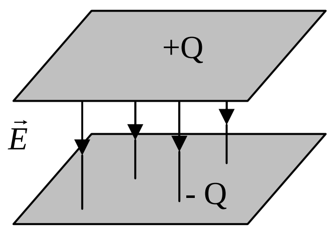
2.4 Condensador de placas paralelas

Um condensador de placas paralelas é constituído por duas placas condutores de área A, separadas por uma distância d. Uma placa contém a carga Q e a outra placa uma carga $-Q$. Considerando que $A >> d$ podemos desprezar os efeitos de bordo. Neste caso, o campo eléctrico entre as placas é uniforme, tem direcção perpendicular às placas, sentido que aponta da placa com carga positiva para a placa de carga negativa e módulo igual a:



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{8}$$

onde σ é a densidade de carga por unidade de área $\left(\sigma = \frac{dq}{dA}\right)$ e ε é a permitividade do material que se encontra entre as placas (se as placas estiverem no vazio, a permitividade é $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\ F/m$).



A diferença de potencial entre as placas do condensador é dada por:

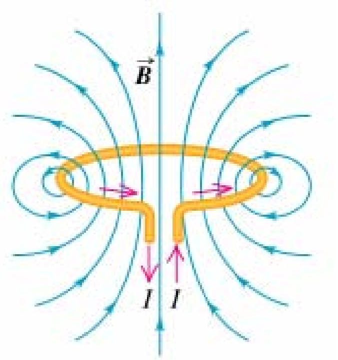
$$\Delta V = E\,d \tag{9}$$

e a capacidade do condensador plano é de:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \varepsilon \frac{A}{d} \tag{10}$$

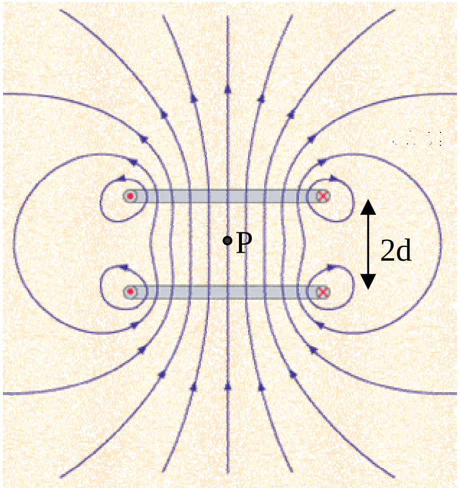
2.5 Par de bobines de Helmholtz

Uma espira circular, percorrida por uma corrente, I, gera um campo de indução magnética, $\vec{B}$, cujas linhas de campo estão representadas na figura.



Aplicando a lei de Biot-Savart[1] determina-se que o campo de indução magnética criado por uma espira de raio a, sobre o seu eixo (neste exemplo consideramos o eixo dos ZZ), a uma distância z é dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(a^2 + Z^2\right)^{3/2}} \hat{z} \qquad (11)$$



Se em vez de uma única espira, tivermos uma bobine de N espiras, o campo de indução magnética da bobine é de:

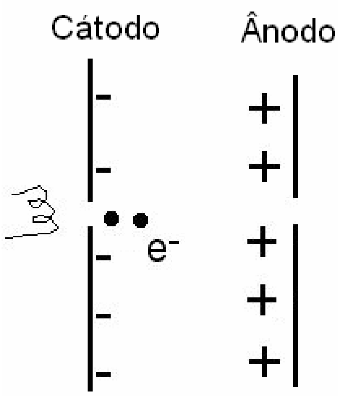
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2 N}{2\left(a^2 + Z^2\right)^{3/2}} \hat{z}$$

Um par de bobines de Helmholtz consiste em duas bobines idênticas, paralelas, percorridas por correntes iguais e no mesmo sentido. O campo de indução magnética gerado por estas correntes é aproximadamente uniforme no espaço entre as bobines, com direcção perpendicular ao plano das bobines. Na figura estão representadas algumas linhas de campo magnético geradas pelas bobines.

O campo de indução magnética no ponto P sobre o eixo equidistante das duas bobines, que se encontram a uma distância $2d$, é dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2 N}{\left(a^2 + d^2\right)^{3/2}} \hat{z} \qquad (13)$$

2.6 Ampola de Thomson



A ampola de Thomson contém um acelerador de electrões, esquematizado na figura. O filamento emite electrões por efeito termoiónico ao ser percorrido por uma corrente elevada. Estabelecendo uma diferença de potencial suficientemente elevada entre o ânodo e o cátodo, os electrões emitidos pelo filamento são acelerados. A sua velocidade à saída do ânodo é função dessa diferença de potencial e pode ser determinada a partir da conservação de energia mecânica (a força eléctrica é uma força conservativa): a energia cinética que adquirem é igual à energia potencial eléctrica que perdem ao deslocarem-se de um potencial mais baixo para um potencial mais elevado. Admitindo que o cátodo está a uma tensão negativa $-V_c$, o ânodo está à terra (potencial zero) e que a velocidade inicial dos electrões é nula, as variações de energia cinética e energia potencial são, respectivamente de:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (14)$$

---

[1] $\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \overrightarrow{dl} \wedge \hat{r}$, onde $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ A/m$ é a permeabilidade no vazio, $\overrightarrow{dl}$ é um segmento elementar de comprimento da espira, tangente à espira e com o sentido da corrente e $\hat{r}$ é o versor do vector deslocamento que aponta do segmento de corrente para o ponto onde se quer determinar o campo de indução magnética

$$\Delta E_p = -eV_c \tag{15}$$

Da conservação de energia mecânica obtemos:

$$\frac{1}{2}mv^2 - eV_c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eV_c}{m}} \tag{16}$$

O feixe de electrões sai do ânodo com uma velocidade constante dada pela expressão anterior e entra na região transparente, onde pode ser deflectido por acção de um campo eléctrico ou de um campo magnético.

3. Material necessário

- Ampola de Thomson. O filamento é alimentado a 6,3 V; 2 A. A tensão de aceleração entre o cátodo e o ânodo não deve exceder os 5 kV. A ligações para alimentar o filamento, F_1 e F_2, encontram-se na parte posterior, a ligação para o cátodo encontra-se na parte lateral e a ligação para o ânodo encontra-se na parte superior do suporte. O écran tem um comprimento de 90 mm e uma altura de 50 mm. A distância entre as placas é de 50 mm.
- Conjunto de bobinas de Helmholtz. Cada bobina tem 13,5 cm de diâmetro e 320 voltas. A corrente que circula nas bobinas não deverá exceder 1 A.
- Fonte de alta tensão regulável Leybold 52170 (0-10 kV), com unidade de alimentação do filamento (6,3 V; 2 A).
- Fonte de tensão regulável Leybold 52165 (0-500 V).
- Fonte de corrente regulável Kaise DF1730SL10A (0-5 A).
- Multímetro.
- Cabos de ligação.

4. Procedimento

Para efectuar o pré-relatório use os dados fornecidos no ficheiro "Pre_Relatorio_Thomson.exe"

Notas:

- A ampola de Thompson é muito frágil, de modo que deverá ter o máximo de cuidado ao realizar este trabalho.
- Antes de ligar ou desligar uma fonte de alimentação coloque a tensão a 0 V.
- Quando ligar cabos a uma fonte de alimentação, faça-o com a fonte desligada.
- Quando não estiver a realizar medidas com a ampola de Thomson, desligue a fonte Leybold 52170 para proteger o filamento.

Polarize a ampola de Thomson com a fonte de alimentação Leybold 52170:

- Ligue o filamento da ampola de Thomson na parte posterior da fonte de alimentação.
- Polarize o cátodo e o ânodo da ampola com o canal da direita da fonte de alimentação. Ligue o ânodo à terra (potencial zero) e o cátodo à tensão negativa de 2 kV.

- Verifique que o botão que controla a tensão, no canto superior da fonte, está a zero e ligue a fonte.
- Aumente a tensão até 2 kV.

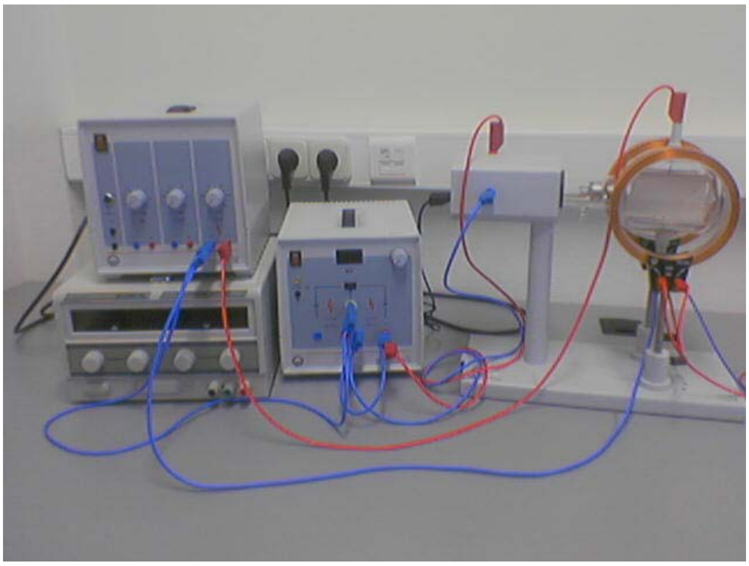
Observe o movimento rectilíneo do feixe de electrões no ecrã.

4.1 Deflecção de electrões num campo eléctrico uniforme

Polarize as placas paralelas usando o canal da direita da fonte de tensão Leybold 52165 (0…500 V; 50 mA). (Note que a terra da fonte de tensão Leybold 52170 está ligada à fonte de tensão Leybold 52165). Varie a diferença potencial desde 0 V até 500 V.

No relatório, indique no desenho, qual das placas está a um potencial maior, represente uma linha de campo eléctrico e o vector força eléctrica a que cada electrão fica sujeito. Desenhe a forma aproximada da trajectória descrita pelos electrões.

Desligue as fontes de alimentação. Retire os cabos de alimentação das placas da fonte Leybold 52165 e ligue-os ao canal da direita da fonte Leybold 52170, em paralelo com a polarização do ânodo e do cátodo, tal como se mostra na figura:



Ligue a fonte de tensão Leybold 52170 e suba a tensão até 2 kV.

Determine o módulo do campo eléctrico entre as placas, usando a relação (9) e a intensidade da força eléctrica a que fica sujeito cada electrão através da equação (1).

Note que os electrões descrevem uma trajectória aproximadamente parabólica (tal como o movimento de um projéctil). Segundo a direcção horizontal, o movimento é uniforme e segundo a direcção vertical é uniformemente acelerado:

$$\begin{cases} \Delta x = v\,t \\ \Delta y = \dfrac{1}{2} a\,t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \quad a = \frac{2\,\Delta y\, v^2}{\Delta x^2} \tag{17}$$

em que a é a aceleração dos electrões.
Meça os desvios Δx e Δy, determine a velocidade dos electrões a partir da equação (16) e calcule a aceleração dos electrões através da expressão (17).
De acordo com a segunda lei de Newton, a aceleração relaciona-se com a força eléctrica através de:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \tag{18}$$

Note que estamos a considerar a força resultante igual à força eléctrica; a força gravítica é muito menor que a força eléctrica de modo que pode ser desprezada.

Calcule a força eléctrica a partir da equação (18) e compare com a força eléctrica anteriormente determinada, calculando o erro relativo destes dois resultados.

Aumente a tensão até 3 kV. Observe o movimento do feixe de electrões e compare as trajectórias descritas para as tensões de aceleração de 2 kV e 3 kV.

Reduza a diferença de potencial aplicada às placas paralelas até 0 V e desligue esta fonte de alimentação. Retire os cabos de polarização das placas da fonte Leybold 52170.

4.2 Deflecção de electrões num campo de indução magnética uniforme

Certifique-se que as bobinas de Helmholtz estão paralelas entre si e meça a distância entre elas ($2d$).

Ligue a saída da fonte de corrente contínua Kaise às bobinas, de modo a que fiquem ligadas em série. Aplique a polaridade de acordo com o sentido de corrente desenhado nas bobinas e certifique-se que o sentido da corrente é o mesmo em ambas as bobines.

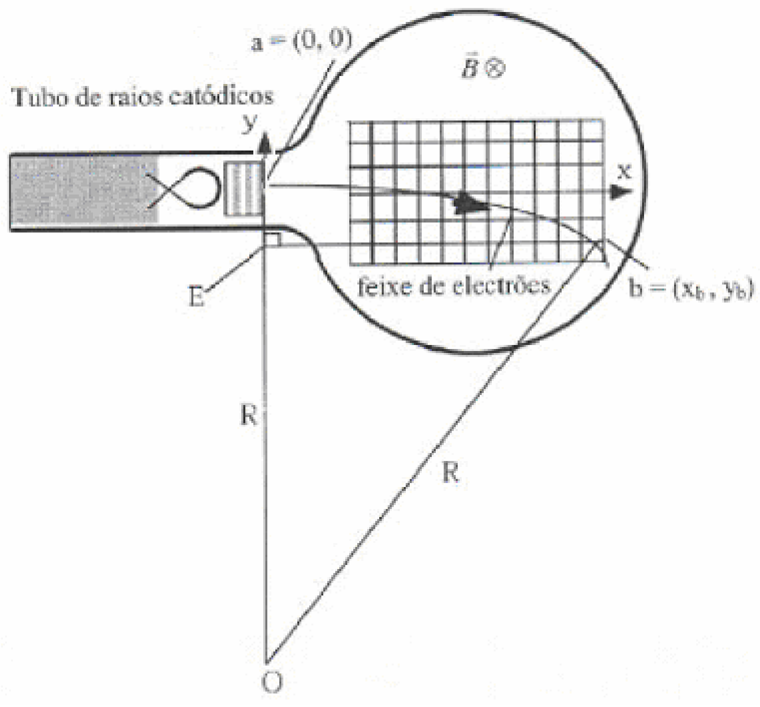
Ligue a fonte de tensão Leybold 52170 e suba a tensão até 2 kV.

Ligue a fonte de corrente Kaise e aplique uma corrente de 0,3 A .

Represente na figura o sentido da corrente nas bobinas e a direcção e o sentido do campo de indução magnética na região entre as bobinas. Desenhe a forma aproximada da trajectória descrita pelos electrões.

Admitindo que os electrões entram na região onde está o campo magnético no ponto $a(0;0)$ e saem no ponto $b(x_b;y_b)$, pode-se ver pela figura que $\overline{OE} = R - y_b$ e $\overline{EB} = x_b$. Assim, para o triângulo $\overline{OEB}$ tem-se que:

$$R^2 = x_b^2 + (R - y_b)^2 \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{x_b^2}{2|y_b|} + \frac{|y_b|}{2} \tag{19}$$



Conjugando as equações (5) e (16), pode-se expressar a razão $\frac{e}{m}$ em função de V_c, R e B.

$$\frac{e}{m} = \frac{2V_c}{R^2 B^2} \tag{20}$$

Note que a origem do sistema do eixo dos XX considerada na figura anterior não coincide com o início do écran. As coordenadas $(x_b; y_b)$ no sistema de eixos representado na figura relacionam-se com as coordenadas indicadas no écran $(X;Y)$ através de:

$$\begin{cases} x_b = X + C \\ y_b = Y \end{cases} \tag{21}$$

A constante C a usar está indicada no relatório.

Para os 4 pares de valores $(X;Y)$ indicados no relatório, repita o seguinte procedimento:

- Ajuste o valor da corrente que corresponde à posição $(X;Y)$ pretendida.
- Calcule o módulo do campo de indução magnética através da relação (13)
- Usando a expressão (19) calcule o raio R.
- Determine a razão $\frac{e}{m}$ usando a fórmula (20).
- Calcule o erro relativo entre o valor de $\frac{e}{m}$ obtido e o valor teórico.

Calcule a média dos 4 valores de $\frac{e}{m}$ obtidos e o erro relativo entre esta média e o valor teórico.

Comente o resultado obtido.