



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA
LABORATÓRIO DE FÍSICA



ELECTROMAGNETISMO

Trabalho prático nº 1

Forças electrostáticas e Constante dieléctrica do vazio

Guia de Laboratório

ISEC
2005

1 Objectivo

Pretendemos neste trabalho confirmar experimentalmente as deduções teóricas relativas à força electrostática entre dois condutores planos. Verificaremos que essa confirmação equivale a determinar experimentalmente o valor da constante dieléctrica do vazio.

2 Introdução

2.1 Força entre as armaduras de um condensador plano

Esta discussão apoia-se naquela que se pode encontrar nas secções 2.8.3 e 2.8.6B da sebenta¹. Seria útil os alunos reverem esse texto.

Num condensador plano sujeito a uma diferença de potencial V entre as suas armaduras, separadas por uma distância d , a grandeza do campo eléctrico no espaço entre estas será

$$|\vec{E}| = \frac{V}{d}. \quad (1.1)$$

A grandeza da força electrostática exercida sobre cada uma das armaduras de área A (desprezando efeitos de bordo) será então

$$F = \frac{\epsilon_0}{2} A \left(\frac{V}{d} \right)^2 \quad (1.2)$$

Esta força dirige-se sempre para o exterior dos condutores.

2.2 Método de medida

Em princípio todos os dados medidos deverão estar de acordo com (1.2), ou seja, se representarmos F em função de $(V/d)^2$ deveremos obter sempre linhas rectas com pendente constante. De facto isto é equivalente a determinar experimentalmente o valor de ϵ_0 : basta reescrevermos (1.2) como

$$\frac{2F}{A} = \epsilon_0 \left(\frac{V}{d} \right)^2, \quad (1.3)$$

de modo que se representarmos a grandeza $2F/A$ em função de $(V/d)^2$ deveremos obter sempre uma recta cuja pendente é o valor de ϵ_0 .

3 Material

Utilizaremos o material ilustrado na Figura 3-1.

¹ http://www2.isec.pt/~fismat/secfisica/mat_apoi/sebentas/Electromagnetismo/ApontamentosElectrostatica.pdf

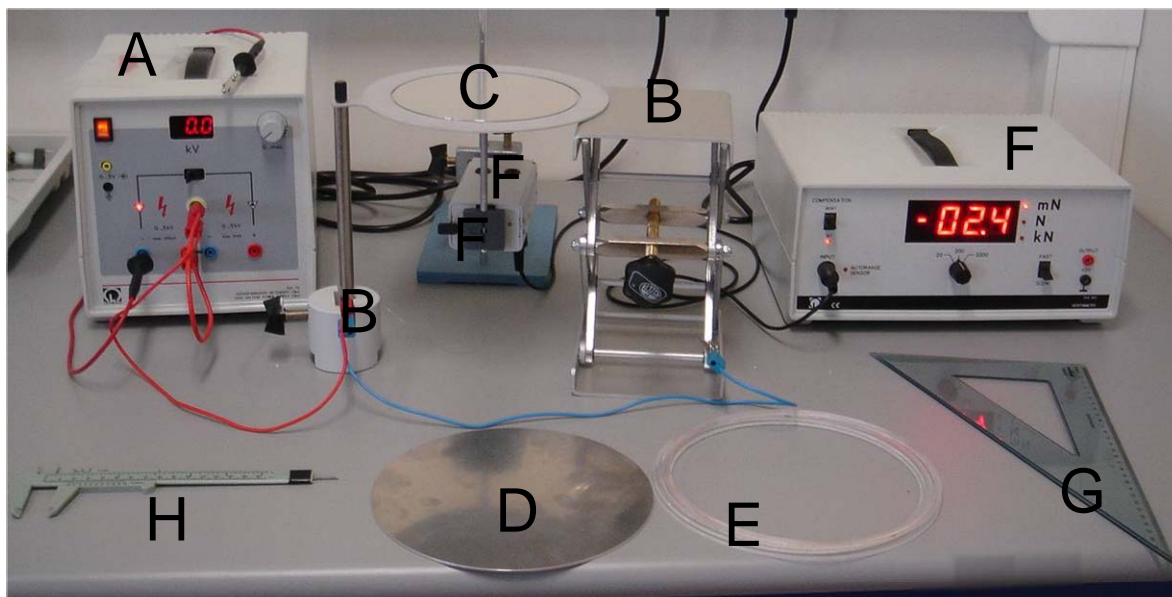


Figura 3-1 – Material a utilizar: A - fonte de alta tensão, B - suportes, C - armadura inferior do condensador e anel de guarda, D - armadura superior do condensador, E - anéis espaçadores, F - dinamómetro electrónico, G – Esquadro graduado, H - craveira.

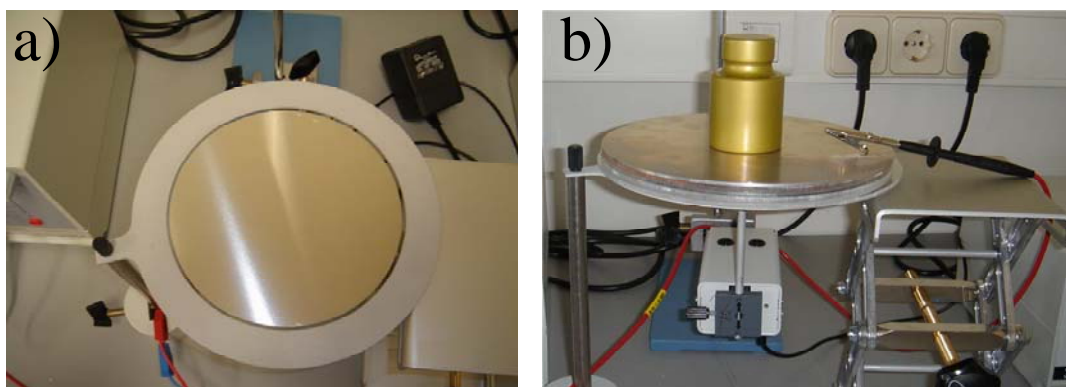


Figura 3-2 – a) Armadura inferior do condensador, com o anel de guarda à sua volta. b) Condensador montado, com peso e contacto de alta tensão aplicado.

A utilização de um anel de guarda permite minimizar muito os efeitos de bordo sobre o disco central do eléctrodo inferior.

4 Execução das medidas

4.1 Medida das dimensões geométricas

Medir com a craveira o conjunto de 4 anéis espaçadores e determinar valores limite, máximo e mínimo, para a espessura desses anéis. Medir com a régua o diâmetro do disco interior do condensador e determinar valores limite, máximo e mínimo, para a sua área. Registar esses valores na folha de relatório.

4.2 Medida das forças de atracção electrostática

Colocar o anel espaçador mais largo sobre o anel de guarda (ver Figura 3-2), a armadura superior do condensador sobre este e aplicar o contacto de alta-tensão e o peso como está

ilustrado na Figura 3-2 b). Medir e registar a força de atracção electrostática para os valores da diferença de potencial mencionados na folha de cálculo. Repetir, colocando 2 e 4 anéis. Verifique se existe histerese² nas medidas ou algum erro evidente através do gráfico.

Executar a sequência anterior mais 2 vezes, registando os valores obtidos, para permitir uma estimativa dos erros associados à manipulação do dispositivo e à medida da força (medidas B e C).

É conveniente evitar o contacto com qualquer parte metálica sujeita a alta tensão para evitar uma experiência algo electrizante, mas sem perigo³ por a corrente máxima estar limitada a um valor inofensivo.

Antes de iniciar as medidas, e sempre que necessário, deve ajustar a zero a medida do dinamómetro electrónico através do comando existente no canto superior esquerdo deste.

5 Cálculos

Junto à folha de relatório pode encontrar uma folha de cálculo⁴ para auxiliar o processamento dos dados, que tem alguma complexidade. Uma descrição sumária das operações efectuadas pode ser vista na Figura 5-1 e respectiva legenda.

O resultado principal é o valor médio das pendentes ajustadas aos pontos medidos, de acordo com (1.3), constituindo a melhor estimativa do valor de ε_0 no conjunto das medidas efectuadas (a diferentes espaçamentos e tensões aplicadas). O respectivo desvio padrão indica em que medida os valores obtidos com diferentes espaçamentos são semelhantes.

5.1 Correção do erro sistemático no espaçamento

Existe uma dificuldade fundamental na definição do espaçamento entre as armaduras do condensador: os anéis espaçadores definem com bastante precisão a distância entre a armadura superior e o anel de guarda, mas é impossível posicionar com precisão a armadura inferior no mesmo plano que o anel de guarda. Poderá ainda ocorrer um ligeiro erro devido à deformação da armadura superior sob acção do peso (necessário para bom ajuste dos anéis espaçadores).

Assim temos que admitir que existe um erro (dito sistemático) de valor desconhecido no valor real do espaçamento. Se denotarmos este erro por d_e e a espessura de cada anel de guarda por d_0 então o valor real do espaçamento será $d = n d_0 + d_e$, sendo n o numero de anéis colocados.

Como o erro acima mencionado afecta os resultados de forma diferente consoante o número de anéis colocados, podemos usar este facto para estimar d_e . Se testarmos diferentes valores de d_e no campo indicado por “T” na Figura 5-1 (usar intervalos de 0,1 mm) verificaremos que para um destes valores as rectas no gráfico se sobrepõem de forma quase exacta e que o desvio padrão relativo das pendentes é mínimo (célula T7). Registar estes valores no relatório⁵, bem como um dos valores de d_e superiores e inferiores por $\pm 0,1$ mm.

² Dependência do valor medido com a ordem das medidas.

³ Verificado experimentalmente pelo pessoal docente.

⁴ Ambas as folhas encontram-se protegidas para evitar alterações acidentais, mas podem ser desprotegidas (não tem password). É necessário permitir a execução de macros, seleccionando o nível de segurança média.

⁵ Para evitar destruir a formatação da folha de relatório utilizar o menu EDITAR|COLAR ESPECIAL|VALORES.

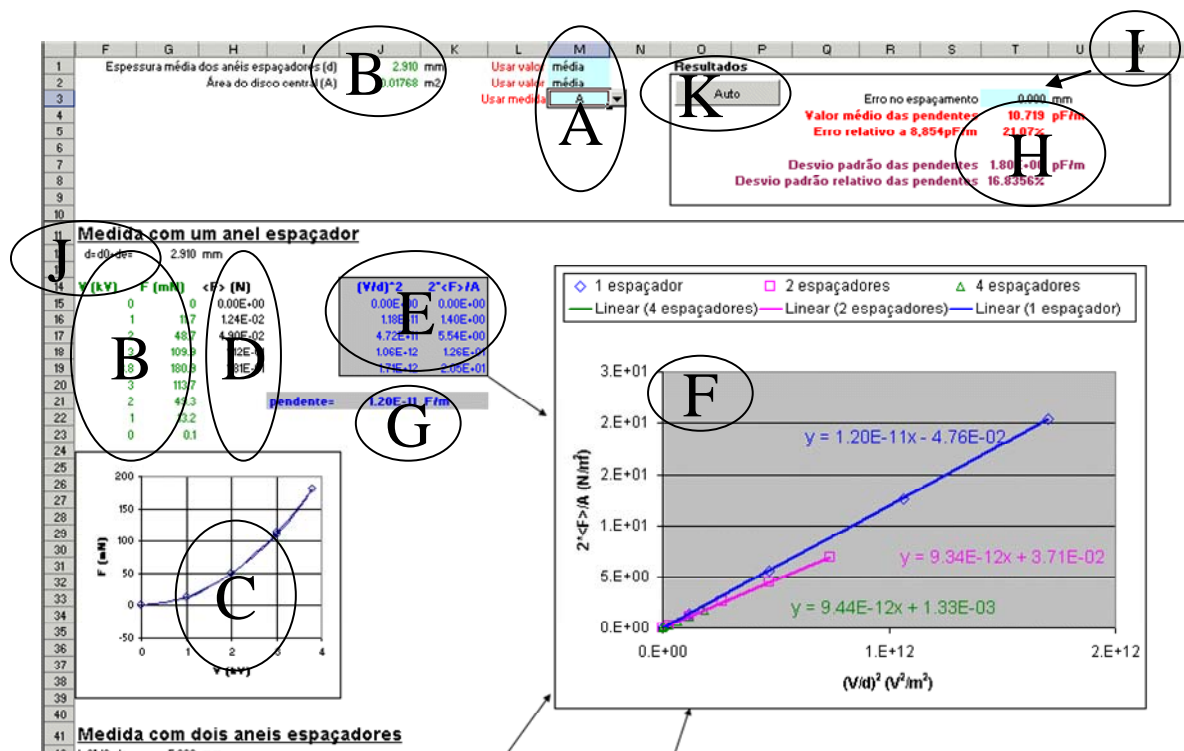
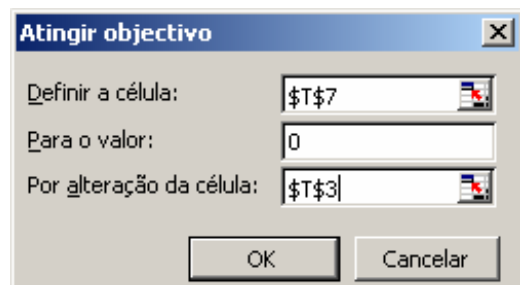


Figura 5-1 – Folha de cálculo auxiliar para tratamento dos dados:

- A – selecção dos dados a utilizar no cálculo (são importados automaticamente da folha de relatório),
- B – dados seleccionados,
- C – gráfico dos dados seleccionados,
- D – média dos valores medidos à mesma tensão e subtracção da força residual a tensão nula,
- E – cálculo dos dados de acordo com (1.3),
- F - representação dos dados de acordo com (1.3) e ajuste linear aos pontos medidos,
- G - pendente do ajuste linear,
- H – resultados conjuntos para as 3 medidas a diferentes espaçamentos,
- I – entrada de valor para o erro de espaçamento (ver texto)
- J – valor de d, corrigido do erro de espaçamento
- K – botão para ajuste automático do erro de espaçamento.

Podemos assim estimar o valor do erro desconhecido d_e através de um procedimento dito de auto-consistência, requerendo que as medidas a diferentes espaçamentos dêem o mesmo valor. No entanto o procedimento manual de minimização do desvio padrão das pendentes é muito trabalhoso. Felizmente o Excel tem uma funcionalidade para efectuar esse tipo de operações (minimização de uma função). Para isso utilizar o menu FERRAMENTAS|ATINGIR OBJECTIVO (TOOLS|GOAL SEEK), obtendo o quadro mostrado acima. Introduzindo as referências indicadas obterá o valor mínimo possível para o desvio padrão relativo das pendentes. Para ainda maior facilidade de utilização, poderá realizar esta tarefa simplesmente utilizando o botão AUTO. Como por vezes o procedimento não converge, é boa ideia colocar na célula T3 (d_e) um valor já muito aproximado, como o que foi determinado manualmente no parágrafo acima.



5.2 Estimativa de erros

Numa medida existem sempre erros que não se podem corrigir. Esses erros decorrem de factores que não são bem controlados na experiência e são geralmente inevitáveis. Quando se pretende uma medida com alguma qualidade o seu impacto sobre o resultado final deve ser avaliado. No entanto não existe uma regra geral para o tratamento de erros, que depende muito dos detalhes de cada situação concreta, podendo eventualmente ser extremamente complexo. Um tratamento de erros correcto requer experiência e bom senso.

5.2.1 Avaliação dos erros devidos à manipulação do sistema

Existem erros decorrentes da manipulação do dispositivo e do próprio sistema de medida das forças, pois quando procuramos reproduzir exactamente as mesmas condições de medida verificamos que não obtemos exactamente as mesmas forças (comparar as medidas A, B e C).

Estes efeitos são muito difíceis de identificar e de controlar, de modo que adoptamos uma aproximação estatística. Foram feitas três medidas⁶ supostamente idênticas e vamos tomar como valor indicativo deste erro o desvio padrão⁷ dessas medidas. Para isso devemos seleccionar cada uma delas (A, B ou C) através da lista presente no campo indicado por “A” na Figura 5-1, efectuar o auto-ajuste do erro mencionado na secção 5.1 e registar os valores correspondentes no relatório.

Notar que o valor mais provável para ε_0 é o valor médio destas três medidas. Os cálculos devem, portanto, ser efectuados com base nos valores médios de d_0 e de A, igualmente seleccionáveis no campo indicado por “A” na Figura 5-1.

5.2.2 Avaliação dos erros devidos à medida de d_0

Na secção 4.1 obtivemos limites de erro para d_0 . Trata-se agora de estimar a influência deste erro no resultado final. Seleccionando a medida A⁸, escolher no campo indicado por “A” na Figura 5-1 sucessivamente os valores máximo e mínimo de d_0 , efectuar o processo de auto-ajuste do erro mencionado na secção 5.1 e registar os valores correspondentes no relatório. Mais uma vez tomamos como estimativa do erro em ε_0 devido à incerteza na medida de d_0 o desvio padrão dos valores obtidos para ε_0 .

5.2.3 Avaliação dos erros devidos à medida de A

Repetir o procedimento anterior, mas agora seleccionando sucessivamente os valores máximo e mínimo de A.

5.2.4 Resultado final da medida

Como resultado final tomamos a média mencionada no final da secção 5.2.1 e combinamos as diversas fontes de erro através da fórmula padrão para erros não correlacionados⁹

⁶ Isto é um mínimo. Para maior precisão deveríamos ter feitos mais ensaios.

⁷ Também designado frequentemente “rms” (de root mean square). Corresponde a uma estimativa da raiz quadrada da variância da distribuição estatística a que pertencem as medidas. Se essa estatística for gaussiana (mas pode não ser) a probabilidade de um qualquer valor medido x estar dentro do intervalo $\langle x \rangle \pm rms(x)$ é de 68 %. Ver um livro de estatística para mais detalhes.

⁸ De facto qualquer uma serve, mas a folha de relatório está feita para a utilização da medida A.

⁹ Verificar que é a mesma fórmula que aparece no trabalho da velocidade da luz, aí aplicada a um contexto ligeiramente diferente. Ver um livro de Estatística para mais detalhes.

$$\delta_{final} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots} \quad (1.4)$$

Responder às questões interpretativas que são colocadas ao longo do relatório.