

## Folha 2.1 – Sistemas de Forças e Binários

### Forças, Resultante, Momento de uma Força e Momento Resultante

#### Questões:

1. Quatro forças coplanares e concorrentes, com intensidades  $F_1 = 30 \text{ N}$ ,  $F_2 = 40 \text{ N}$ ,  $F_3 = 20 \text{ N}$  e  $F_4 = 50 \text{ N}$ , actuam sobre um corpo. Os ângulos entre as forças são, ordenadamente,  $50^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$ . Calcule a intensidade da força resultante e o ângulo que ela faz com a força  $\vec{F}_1$ .

2. Um bloco com massa  $m = 6 \text{ kg}$  é empurrado, sobre uma superfície horizontal lisa, por uma vara que exerce uma força com intensidade de  $60 \text{ N}$ , e que forma um ângulo de  $30^\circ$  com a superfície horizontal.

- Qual a força total, perpendicular ao plano horizontal, exercida sobre a superfície?
- Qual a força total paralela à superfície?

3. Considere o corpo representado na Figura 1, sobre o qual actua, no ponto  $A$ , uma força  $\vec{F}$  com intensidade de  $6 \text{ N}$ , que forma um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo dos  $xx$ . Calcule o momento da força em relação à origem do sistema de eixos, sabendo que o vector posição da força relativamente à origem do sistema de eixos,  $\vec{r}$ , tem módulo  $45 \text{ cm}$  e faz um ângulo de  $50^\circ$  com o eixo dos  $xx$ .

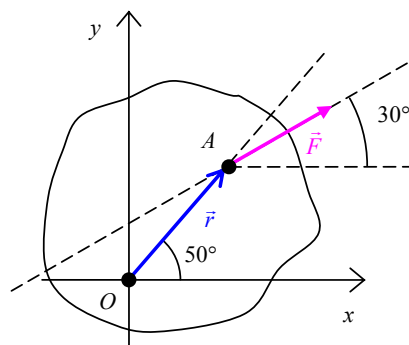


Figura 1

4. Considere três forças,  $\vec{F}_1 = 6\hat{i} \text{ (N)}$ ,  $\vec{F}_2 = 6\hat{i} - 7\hat{j} + 14\hat{k} \text{ (N)}$  e  $\vec{F}_3 = 5\hat{i} - 3\hat{k} \text{ (N)}$ , aplicadas no ponto  $A$  da Figura 2, para o qual  $|\vec{r}| = 1,5 \text{ m}$ . Calcule o momento resultante destas forças em relação ao ponto  $O$ , e mostre que é perpendicular à resultante das forças.

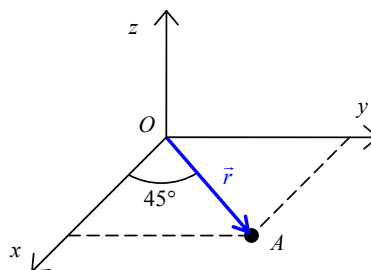


Figura 2

5. Dadas três forças  $\vec{F}_1 = 500\hat{i} \text{ (kgf)}$ ,  $\vec{F}_2 = -200\hat{j} + 100\hat{k} \text{ (kgf)}$  e  $\vec{F}_3 = -100\hat{i} + 50\hat{j} - 400\hat{k} \text{ (kgf)}$ , aplicadas no ponto  $A(4, -3, 15) \text{ m}$ , determine:

- A força resultante, indicando a sua intensidade e direcção.
- O momento de cada força em relação à origem,  $O$ , e o momento resultante.
- O momento da resultante, e prove que este é perpendicular à força resultante.

6. Calcule o momento resultante em relação à origem,  $O$ , das forças indicadas no problema 5, quando elas estão aplicadas em pontos diferentes:  $\vec{F}_1$  em  $(3, 8, 10) \text{ m}$ ,  $\vec{F}_2$  em  $(-2, 0, 4) \text{ m}$  e  $\vec{F}_3$  em  $(4, -25, 10) \text{ m}$ .

**Soluções:**

1.  $R \approx 85,0 \text{ N}$  e  $\angle \vec{R}, \vec{F}_1 \approx 75,8^\circ$

2.

a)  $F_\perp = 28,8 \text{ N}$ , se a componente vertical de  $\vec{F}_1$  apontar para cima.

$F_\perp = 88,8 \text{ N}$ , se a componente vertical de  $\vec{F}_1$  apontar para baixo.

b)  $F_\parallel \approx 52,0 \text{ N}$ .

3.  $\vec{M}_{\vec{F},O} \approx -0,923 \hat{k} \text{ (Nm)}$

4.

$$\vec{M}_{r,O} = 8,25\sqrt{2} \hat{i} - 8,25\sqrt{2} \hat{j} - 18\sqrt{2} \hat{k} \text{ (Nm)}.$$

Calculando  $\vec{M}_{r,O} \cdot \vec{R}$ , verifica-se que este produto escalar é nulo. Como os módulos de  $\vec{M}_{r,O}$  e  $\vec{R}$  não são nulos, então os vectores  $\vec{M}_{r,O}$  e  $\vec{R}$  têm de ser perpendiculares.

5.

a)  $\vec{R} = 400\hat{i} - 150\hat{j} - 300\hat{k} \text{ (N)}$

$$R = 50\sqrt{109} \text{ (N)}, \theta_x = 39,98^\circ, \theta_y = 106,70^\circ \text{ e } \theta_z = 125,08^\circ$$

b)  $\vec{M}_{\vec{F}_1,O} = 7500\hat{j} + 1500\hat{k} \text{ (kgf m)}$

$$\vec{M}_{\vec{F}_2,O} = 2700\hat{i} - 400\hat{j} - 800\hat{k} \text{ (kgf m)}$$

$$\vec{M}_{\vec{F}_3,O} = 450\hat{i} + 100\hat{j} - 100\hat{k} \text{ (kgf m)}$$

$$\vec{M}_{r,O} = 3150\hat{i} + 7200\hat{j} + 600\hat{k} \text{ (kgf m)}$$

c)  $\vec{M}_{\vec{R},O} = 3150\hat{i} + 7200\hat{j} + 600\hat{k} \text{ (kgf m)}$

Calculando  $\vec{M}_{\vec{R},O} \cdot \vec{R}$ , verifica-se que este produto escalar é nulo. Como os módulos de  $\vec{M}_{\vec{R},O}$  e  $\vec{R}$  não são nulos, então os vectores  $\vec{M}_{\vec{R},O}$  e  $\vec{R}$  têm de ser perpendiculares.

6.  $\vec{M}_{r,O} = 10300\hat{i} + 800\hat{j} - 1900\hat{k} \text{ (kgf m)}$