

# Obtenção da Função de Transferência de um Sistema de Controle de Posição de Servomotor Utilizando Técnicas de Análise de Resposta em Frequência e ao Degrau

Henrique Andrade Pancotti\* Mateus Feliciano de Lima\*\*  
Wesley Luis Souza Ferreira\*\*\*

\* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, (e-mail: henrique.pancotti@engenharia.ufjf.br).

\*\* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, (e-mail: mateus.feliciano@engenharia.ufjf.br)

\*\*\* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, (e-mail: wesley.luis@engenharia.ufjf.br)

---

**Abstract:** The present study reports the results of a laboratory project conducted by Electrical Engineering students at the Federal University of Juiz de Fora. The main objective was to model the transfer function of a servomotor speed control system using Arduino microcontrollers. The study evaluated the frequency and step response characteristics of the servomotor system, using experimental methodologies to obtain and critically analyze the relevant data.

**Resumo:** O presente estudo relata os resultados de um projeto de laboratório conduzido por estudantes de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Juiz de Fora. O objetivo principal foi modelar a função de transferência de um sistema de controle de posição de um servomotor utilizando microcontroladores Arduino. O estudo avaliou as características de resposta em frequência e ao degrau do sistema com servomotor, empregando metodologias experimentais para obtenção e análise crítica dos dados relevantes.

**Keywords:** Servomotor; Speed Control System; Transfer Function; Control Systems Modeling; Arduino; Microcontroller; Step Response; Frequency Response

**Palavras-chaves:** Servomotor; Sistema de Controle de Posição; Função de Transferência; Modelagem de Sistemas de Controle; Arduino; Microcontrolador; Resposta ao Degrau; Resposta em Frequência

---

## 1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle são fundamentais em diversas aplicações da engenharia, especialmente na automação e no controle de processos. Entre esses sistemas, os servomotores desempenham um papel crucial devido à sua capacidade de controlar a velocidade, posição e aceleração de maneira precisa. Para otimizar o desempenho de sistemas que utilizam servomotores, é essencial compreender e modelar suas dinâmicas, o que pode ser realizado através da obtenção da função de transferência do sistema.

A função de transferência de um sistema é uma representação matemática que descreve a relação entre sua entrada e sua saída em função de suas frequências. Esta modelagem permite a análise e o projeto de controladores para o sistema. As técnicas de análise de resposta em frequência e resposta ao degrau são métodos amplamente utilizados para caracterizar o comportamento dinâmico de sistemas de controle.

Neste contexto, o presente estudo se propõe a modelar a função de transferência da velocidade em função da tensão de entrada para um sistema de controle de posição de

um servomotor, através da análise de suas características de resposta em frequência e ao degrau, utilizando microcontroladores Arduino. A escolha da plataforma Arduino se deve à sua popularidade, acessibilidade, facilidade de uso e à abundância de informação sobre a plataforma na literatura, o que a torna uma ferramenta eficaz para implementação de sistemas de controle.

A função de transferência da velocidade em função da tensão de entrada do servomotor será essencial para o desenvolvimento futuro de um controlador de posição que utilizará esta função de transferência para ajustar dinamicamente a posição angular do eixo servomotor.

A metodologia adotada no projeto inclui a configuração do microcontrolador Arduino para geração de sinal de entrada no sistema e coleta dos dados de saída com uma análise detalhada dos resultados, fornecendo uma visão abrangente sobre as características de resposta do sistema de controle, através da qual é possível modelar sua função de transferência.

A seguir, o artigo está estruturado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica necessária para a compreensão do projeto. A Seção 3 descreve os métodos

experimentais utilizados. Na Seção 4, são apresentados e discutidos os resultados obtidos. Finalmente, a Seção 5 conclui o estudo e sugere direções para trabalhos futuros.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a compreensão e modelagem de sistemas de controle de posição de servomotores, é necessário abordar conceitos fundamentais de sistemas de controle, servomotores, funções de transferência e técnicas de análise de resposta. Esta seção apresenta os principais conceitos teóricos que sustentam o desenvolvimento deste estudo.

### 2.1 Sistemas de Controle

Sistemas de controle são projetados para regular o comportamento de outros sistemas, mantendo variáveis de interesse em valores desejados. Existem dois tipos principais de sistemas de controle: malha aberta e malha fechada. Em sistemas de malha fechada, ou de controle por realimentação, a saída do sistema é constantemente monitorada e ajustada com base em um sinal de erro, que é a diferença entre a saída desejada e a real. Esse tipo de controle é essencial para aplicações onde a precisão e a estabilidade são críticas, como no controle de posição de servomotores.

### 2.2 Servomotores

Servomotores são motores de precisão usados para controlar a posição angular ou linear, a velocidade e a aceleração em aplicações que requerem alta performance e precisão. Eles são amplamente utilizados em robótica, automação industrial e controle de processos. Um servomotor típico inclui um motor, um sensor de posição (como um encoder), um controlador e um circuito de realimentação.

### 2.3 Função de Transferência

A função de transferência é uma ferramenta matemática que relaciona a saída de um sistema com a entrada, representada no domínio da frequência. Ela é definida como a transformada de Laplace da resposta do sistema (saída) dividida pela transformada de Laplace do estímulo (entrada), assumindo condições iniciais nulas. Matematicamente, é expressa como:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

onde  $G(s)$  é a função de transferência,  $Y(s)$  é a transformada de Laplace da saída, e  $U(s)$  é a transformada de Laplace da entrada. A função de transferência é fundamental para a análise e o projeto de controladores, permitindo a determinação da estabilidade e do desempenho do sistema em diferentes condições operacionais.

No escopo do presente estudo, será modelada a função de transferência da velocidade do servomotor em relação à sua tensão de entrada, portanto  $Y(s)$  é a transformada de Laplace da função de velocidade do motor, e  $U(s)$  é a transformada de Laplace da função de tensão de entrada aplicada ao motor.

### 2.4 Análise de Resposta ao Degrau

A análise de resposta ao degrau envolve a aplicação de uma entrada em degrau e a observação da resposta do sistema ao longo do tempo. A resposta ao degrau fornece informações sobre a estabilidade, o tempo de subida, o tempo de acomodação, o sobressinal e o erro em regime permanente do sistema. Esses parâmetros são cruciais para a avaliação do desempenho de controladores e para ajustes finos do sistema de controle.

Matematicamente, para obtenção da resposta ao degrau, faz-se  $U(s) = L[u(t)] = \frac{1}{s}$ , onde o operador  $L$  é o operador de transformada de Laplace.

### 2.5 Análise de Resposta em Frequência

A análise de resposta em frequência é uma técnica que estuda como um sistema responde a entradas senoidais de diferentes frequências. Ao aplicar uma entrada senoidal e analisar a amplitude e a fase da saída, é possível caracterizar a dinâmica do sistema.

No contexto deste artigo, esta técnica foi utilizada na elaboração do diagrama de Bode do sistema para que, em conjunto com técnica de Análise de Resposta ao Degrau (2.4), fosse possível obter uma função de transferência para o sistema e validar a que foi obtida por meio da outra técnica.

### 2.6 Diagramas de Bode

Os diagramas de Bode são ferramentas essenciais na análise e projeto de sistemas de controle e circuitos eletrônicos. Eles consistem em gráficos que representam a resposta em frequência de um sistema linear e invariante no tempo (LTI), mostrando a magnitude e a fase da função de transferência em função da frequência.

É possível, a partir do diagrama de Bode de um sistema, determinar de maneira suficientemente próxima sua função de transferência ao observar seus pontos de frequências críticas, regiões de magnitude e fase constantes e variáveis e outros aspectos do diagrama.

### 2.7 Utilização de Microcontroladores Arduino

Os microcontroladores Arduino são plataformas de prototipagem eletrônica baseadas em hardware e software livres. Eles são amplamente utilizados em projetos educacionais e de pesquisa devido à sua facilidade de uso, baixo custo e vasta comunidade de suporte. No contexto de sistemas de controle, os microcontroladores Arduino podem ser programados para ler sensores, processar sinais e controlar atuadores, como servomotores, facilitando a implementação e a experimentação de diferentes estratégias de controle e de análise de comportamentos de um sistema.

### 2.8 Técnica de Filtragem de Ruído: Média Móvel

A filtragem de ruído é um passo crítico na análise de dados de sistemas de controle, especialmente ao lidar com medições reais que frequentemente contêm ruídos indesejados. A técnica de média móvel é uma das abordagens mais

simples e eficazes para suavizar dados ruidosos, permitindo uma interpretação mais clara e precisa da resposta do sistema.

A técnica de Média Móvel foi utilizada na filtragem dos dados de velocidade das respostas ao degrau e em frequência resultantes dos experimentos realizados no sistema.

*Fundamentos da Média Móvel* A média móvel é uma filtragem que atenua o ruído de um sinal ao calcular a média de um conjunto de valores de dados adjacentes. Existem diferentes tipos de médias móveis, como a média móvel simples, a média móvel ponderada e a média móvel exponencial. A fórmula para a média móvel simples (utilizada neste estudo) é dada por:

$$\bar{y}[n] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} y[n-i]$$

onde  $\bar{y}[n]$  é o valor de saída filtrado resultante da média móvel no instante  $n$ ,  $y[n]$  é o valor da saída no instante  $n$ , e  $N$  é o número de pontos a serem considerados para a média móvel.

*Aplicação da Média Móvel em Dados de Resposta do Sistema* No contexto de controle de velocidade de servomotores, a média móvel pode ser aplicada para suavizar os dados de resposta obtidos de sensores, como encoders, que frequentemente apresentam ruídos devido a imperfeições mecânicas, interferências eletromagnéticas e outras fontes.

Ao aplicar a média móvel aos dados de saída do servomotor, é possível obter uma curva de resposta mais clara, destacando as características reais do sistema, como o tempo de subida, tempo de acomodação, sobressinal, erro em regime permanente e também as formas de onda da resposta em frequência.

Neste estudo, a técnica de Média Móvel foi aplicada por meio de programa Python utilizado para capturar e filtrar os dados de resposta do sistema obtidos pelo microcontrolador arduino.

As Figuras 1, 2 e 3 exibem gráficos da resposta ao degrau obtida do servomotor com janelas de Média Móvel de 1 (ou seja, sem aplicar a técnica de Média Móvel), 50 e 100 elementos, respectivamente, evidenciando o aprimoramento resultante da aplicação desta técnica na filtragem dos dados de saída do experimento.

## 2.9 Sinais PWM (Modulação por Largura de Pulso)

A Modulação por Largura de Pulso (PWM) é uma técnica comumente utilizada em sistemas de controle para gerar sinais analógicos a partir de dispositivos digitais, como microcontroladores. No contexto do controle de servomotores, os sinais PWM desempenham um papel fundamental na geração de sinais de controle para ajustar a posição e a velocidade do motor por meio de sua tensão de entrada.

*Princípio de Funcionamento* Os sinais PWM são uma forma de sinalização que envolve a variação da largura dos pulsos em um sinal digital, enquanto a frequência permanece constante. Esses pulsos são gerados em ciclos

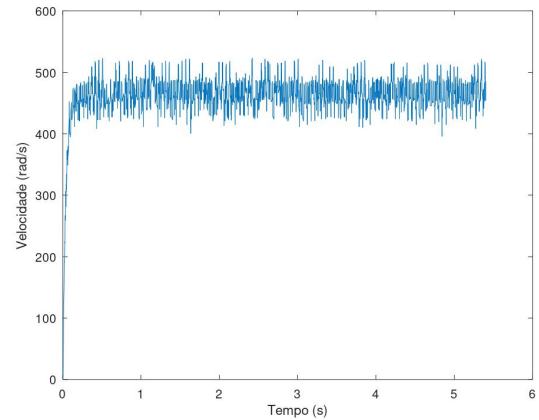


Figura 1. Curva de Resposta ao Degrau obtida do servomotor sem utilizar a técnica de Média Móvel

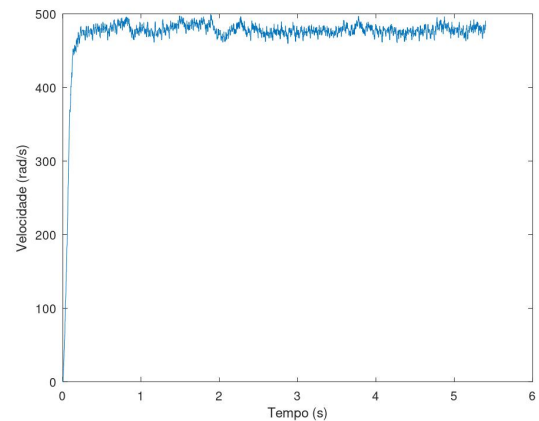


Figura 2. Curva de Resposta ao Degrau obtida do servomotor com janela de Média Móvel de 50 unidades

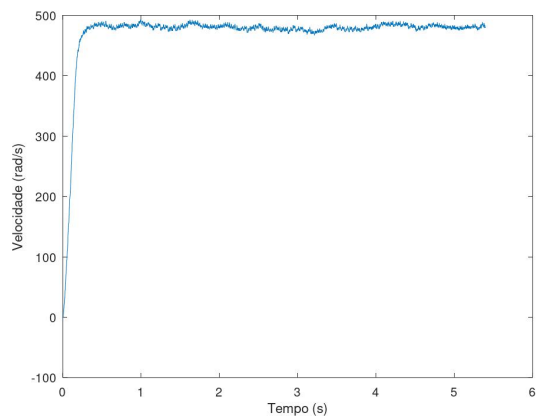


Figura 3. Curva de Resposta ao Degrau obtida do servomotor com janela de Média Móvel de 100 unidades

com uma frequência fixa, onde a relação entre o tempo em que o sinal está em estado alto (ou seja, com nível de tensão alto) e o tempo total do ciclo determina a amplitude ou o valor médio do sinal.

Por exemplo, em um sinal PWM com ciclo de trabalho de 50%, o sinal está alto metade do tempo e baixo a outra metade, resultando em uma saída de amplitude média.

*Aplicação no Controle de Servomotores* No contexto do controle de servomotores, um sinal PWM pode ser utilizado em conjunto com uma ponte H, um circuito eletrônico que ajusta a alimentação fornecida ao servomotor de acordo com o ciclo de trabalho do sinal PWM. Isso significa que quanto maior o ciclo de trabalho do sinal PWM, maior será a tensão fornecida ao servomotor, o que resultará em uma velocidade angular correspondentemente maior, e vice-versa.

*Geração de Sinais PWM pelo Microcontrolador Arduino* O microcontrolador Arduino possui recursos embutidos para a geração de sinais PWM em suas portas de saída digitais.

A biblioteca padrão do Arduino inclui funções específicas, como `'analogWrite()'`, que permitem gerar sinais PWM com diversos ciclos de trabalho.

### 3. METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A metodologia experimental aplicada neste estudo envolve a experimentação, modelagem, e validação de um sistema de controle de posição de servomotor utilizando um microcontrolador Arduino.

Os dados experimentais são coletados aplicando entradas em degrau e senoidais ao sistema, e os dados das respostas são coletados por meio do microcontrolador, que utiliza o encoder conectado ao motor para identificar as variações de posição do eixo do motor em um determinado intervalo de tempo. Um programa de computador escrito em Python então captura e realiza a filtragem destes dados obtidos pelo microcontrolador fazendo uso de técnicas de filtragem de ruído por meio de média móvel (2.8) para aprimorá-los.

Gráficos das respostas do sistema são gerados por programas Matlab/Octave utilizando os dados obtidos e filtrados pelo microcontrolador e pelo programa Python para realização de análises gráficas.

A partir destas análises realizadas sobre os dados das respostas, a função de transferência é estimada e validada através da comparação com modelos teóricos.

#### 3.1 Materiais utilizados

Para a realização dos experimentos deste estudo, foram utilizados diversos materiais e equipamentos essenciais para a implementação do sistema e para a coleta de dados de resposta ao degrau e em frequência. Estes itens estão listados a seguir.

#### *Servomotor NF5475E Canon Finetech Nisca com Encoder*

O servomotor é o atuador do sistema de controle de posição em análise. Foi utilizado o modelo NF5475E que acompanha um encoder (sensor de posição), este que fornece informações de variação de posição angular ao sistema, permitindo que o microcontrolador possa registrar a posição do eixo do motor.

*Microcontrolador Arduino* O microcontrolador Arduino foi utilizado para gerar sinais de entrada para o servomotor e para coletar os dados de variação de posição do encoder conectado ao servomotor.

Foi utilizado o modelo Arduino Uno devido à sua praticidade de uso e popularidade.

*Placa de Circuito Ponte H L298N* A Ponte H L298N é um componente eletrônico amplamente utilizado como driver para controle de motores DC, como o servomotor. Ela permite controlar a direção e a velocidade do motor, fornecendo a tensão de entrada apropriada para o motor a partir de sinais de controle gerados pelo microcontrolador Arduino.

*Fonte de Alimentação 12V* Para alimentar a ponte H e, por consequência, o servomotor, foi utilizada uma Fonte de Alimentação de 12V.

*Resistores de 470Ω* Foram utilizados na implementação dos circuitos do sistema dois resistores com resistência de 470Ω.

*Protoboard e Fios Elétricos* Foram utilizadas Protoboards em conjunto com diversos fios elétricos para realizar-se as conexões elétricas entre os componentes do sistema.

*Computador, Softwares e Linguagens de Programação* Para a programação do microcontrolador Arduino, coleta e processamento dos dados obtidos por ele, e geração de gráficos a partir destes dados, foram necessários um computador, os softwares Octave e Matlab, e as linguagens de programação Matlab, Python e C++ (para programação do microcontrolador).

#### 3.2 Configuração e montagem do sistema para Experimentação

Para realizar as experimentações para análise de resposta ao degrau e em frequência do servomotor, um circuito foi montado integrando o microcontrolador Arduino, a ponte H L298N, o Servomotor, a fonte de alimentação, e o computador.

Além disso o microcontrolador teve que ser programado com um programa que gerasse as funções de entrada para o servomotor, e registrasse as variações de posição informadas pelo encoder, além das variações de tempo relacionadas a estas variações de posição. Também foi necessário criar um programa Python para receber os dados coletados pelo microcontrolador e filtrá-los por meio da técnica de Média Móvel.

#### *Programação e conexão do Microcontrolador Arduino*

Um programa para o microcontrolador foi criado. Este programa gera os sinais PWM de entrada a serem enviados para a ponte H que alimenta o servomotor juntamente da fonte de alimentação. Além disso, o programa também coleta os dados de variação de posição angular do eixo do motor registrados pelo encoder e as variações de tempo relacionadas a cada registro de variação de posição para que as velocidades angulares relacionadas a cada variação de posição angular possam ser calculadas seguidamente.

Os pinos do microcontrolador são assinalados da seguinte forma:

2. Pino de entrada do sinal do canal A do encoder do servomotor
3. Pino de entrada do sinal do canal B do encoder do servomotor
5. Pino de saída do sinal de ENABLE da ponte H

O sinal PWM de entrada do motor gerado pelo microcontrolador é enviado à ponte H por meio deste pino, e ela controla a tensão que deve ser enviada ao motor com base no ciclo de trabalho do sinal que recebe em determinado instante.

6. Pino de saída do sinal A de orientação de sentido de giro do motor
7. Pino de saída do sinal B de orientação de sentido de giro do motor

Este sinal de saída enviado à ponte H, em conjunto com o do pino 6, compõe a informação de sentido de giro do motor interpretada pela ponte H.

Com estas configurações de pinos, o microcontrolador é capaz de enviar sinais de controle para a ponte H e receber sinais do encoder conectado ao servomotor.

*Conexão da Ponte H L298N* A Ponte H L298N é conectada ao microcontrolador através de suas entradas IN1, IN2, ENA e GND, e é conectada à fonte de alimentação em sua entrada 12V. Suas saídas OUT1 e OUT2 são conectadas aos terminais do servomotor V+ e V- para alimentá-lo.

As entrada IN1 e IN2 recebem sinais digitais HIGH ou LOW e em conjunto controlam o sentido de rotação do motor. A entrada ENA recebe sinal PWM e controla quanto da tensão de alimentação suprida pela fonte de alimentação pela entrada 12V será entregue ao servomotor em função do ciclo de trabalho de seu sinal de entrada.

*Conexão do Servomotor* O servomotor é conectado à Ponte H L298N para receber os sinais de tensão que a ponte entrega em função do ciclo de trabalho do sinal PWM de entrada gerado pelo microprocessador.

Além disso, o encoder do servomotor é conectado ao Arduino para fornecer os dados de variação de posição do eixo do motor.

*Montagem Física* Todos os componentes foram montados adequadamente, garantindo estabilidade e segurança durante os experimentos.

O microcontrolador, a ponte H, a fonte de alimentação e o servomotor foram conectados por meio das protoboards e com os fios elétricos e resistores de  $470\Omega$ .

A Figura 4 é uma fotografias demonstrativa da montagem e conexão do circuito completo, exceto pela conexão da fonte de tensão de 12V na rede.

### 3.3 Experimento de Resposta ao Degrau

Com o circuito apropriadamente montado e conectado, foi configurado o experimento para realizar as medições de resposta ao degrau.

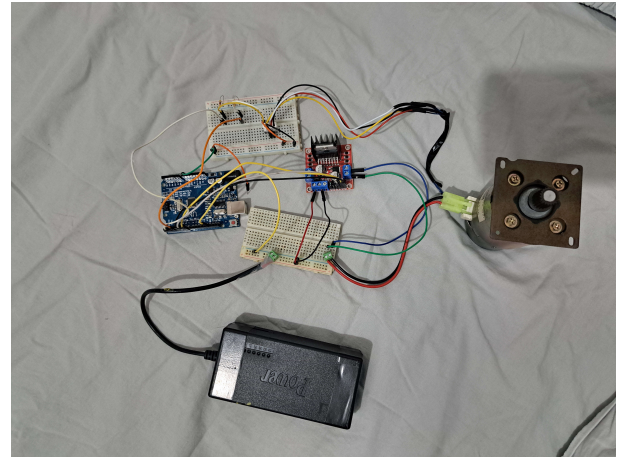


Figura 4. Fotografia de montagem demonstrativa do circuito completo com servomotor de pé

Definiu-se a duração e amplitude do degrau no programa em C++ do microcontrolador e preparou-se o programa em Python para receber os dados de variação de posição e variação de tempo do microprocessador, coletados do encoder do servomotor e filtrá-los por meio de Média Móvel.

O código do microcontrolador foi então carregado e o programa em Python foi executado para iniciar o experimento.

Com os dados da resposta ao degrau coletados, utilizou-se um programa em Matlab para gerar o gráfico da resposta ao degrau do servomotor.

Com o gráfico da curva de resposta ao degrau do servomotor, é possível medir parâmetros importantes do sistema e construir uma modelo de função de transferência em torno destes parâmetros.

### 3.4 Experimento de Resposta em Frequência

O experimento de Resposta em Frequência foi realizado com diferentes frequência, variando de ...Hz até ...Hz.

Para cada iteração do experimento, definiu-se a frequência, amplitudes máxima e mínima e duração do sinal de senoide de entrada do experimento. Também preparou-se o programa em Python para receber os dados de variação de posição e tempo do microprocessador coletados do encoder do servomotor e filtrá-los por meio de Média Móvel.

O código foi então carregado no Arduino para iniciar o experimento.

Com os dados da resposta em frequência coletados, utilizou-se um programa em Matlab para gerar os gráficos de resposta em frequência do servomotor.

Com os gráficos de curva de resposta em frequência do servomotor, é possível medir valores de ganho e fase da função de transferência do servomotor e construir um diagrama de Bode para o sistema, através do qual é possível identificar sua função de transferência e validar a que foi obtida nos experimentos de análise de reposta ao degrau (3.4).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir dos experimentos realizados com o sistema do servomotor.

Os experimentos envolveram a aplicação de sinais degrau e senoidais, a coleta e filtragem dos dados de resposta ao degrau e em frequência, e análises de gráficos gerados a partir destes dados.

##### 4.1 Resultados da análise de Resposta ao Degrau

O gráfico da Figura 5 mostra a resposta da velocidade do servomotor ao degrau de 11V de amplitude.

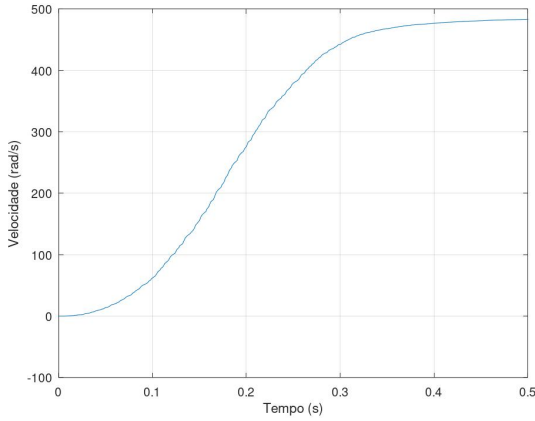


Figura 5. Curva de Resposta ao Degrau obtida do servomotor

Observa-se que a resposta ao degrau do sistema comporta-se como um sistema de segunda ordem criticamente amortecido, uma vez que seu tempo de subida não é elevado e que não apresenta sobressinal. Por conta disso, o servomotor será modelado como sistema de segunda ordem com coeficiente de amortecimento  $\zeta = 1$ .

##### Modelo do servomotor como sistema de segunda ordem

Para sistemas de segunda ordem, a função de transferência de de malha aberta pode ser dada pela Equação 1

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \kappa \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot (\zeta \cdot \omega_n \cdot s) + \omega_n^2} \quad (1)$$

onde:

$\kappa$  é a constante de ganho estático do sistema

$\omega_n$  é a frequência natural não amortecida do sistema

$\zeta$  é o coeficiente de amortecimento do sistema

$s$  é a variável complexa do domínio da frequência complexa da transformada de Laplace

**Medição dos parâmetros do modelo de primeira ordem do servomotor** A frequência natural não amortecida  $\omega_n$  do sistema foi calculada por meio de um programa em Matlab. Neste programa foi obtido e utilizado como referência o valor da tempo de acomodação por critério de 5%  $t_s$  do sistema iterando-se de trás para frente o vetor de dados da resposta do servomotor até encontrar o primeiro ponto

nestas iterações onde o módulo da saída representava 95% de seu módulo no regime permanente ( $|y_\infty|$ ). O tempo onde este ponto ocorre é o tempo de acomodação com critério de 5%.

Com o tempo de acomodação  $t_s$  em mãos, calcula-se a frequência natural não amortecida  $\omega_n$  através da Equação 2, válida como boa aproximação para sistemas de segunda ordem criticamente amortecidos.

$$\omega_n \approx \frac{4,8}{t_s} = \frac{4,8}{0,3180} = 15,094 \text{ rad/s} \quad (2)$$

A constante de ganho estático  $\kappa$  do sistema é o valor da resposta em regime permanente, ou seja:.

$$\kappa = \infty = 480,58 \text{ rad/s}$$

**Modelagem da função de transferência com base nos parâmetros de resposta ao degrau** Com base nos parâmetros medidos na resposta ao degrau do sistema, é possível modelar a função de transferência da velocidade em relação à tensão de entrada do servomotor utilizando a Equação 1.

Desta forma, a função de transferência  $G(s)$  é dada pela Equação 3

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{480,58 \cdot 227,84}{s^2 + 30,19 \cdot s + 227,84} \quad (3)$$

**Comparação da resposta ao degrau do modelo obtido via análise de resposta ao degrau com o sistema real** A resposta ao degrau da função de transferência de malha aberta modelada pode ser simulada por meio de programa Matlab, dispondo da função '*step()*', e comparada com a resposta ao degrau obtida experimentalmente anteriormente.

A Figura 6 exibe os gráficos de resposta ao degrau do modelo obtida via análise de resposta ao degrau.

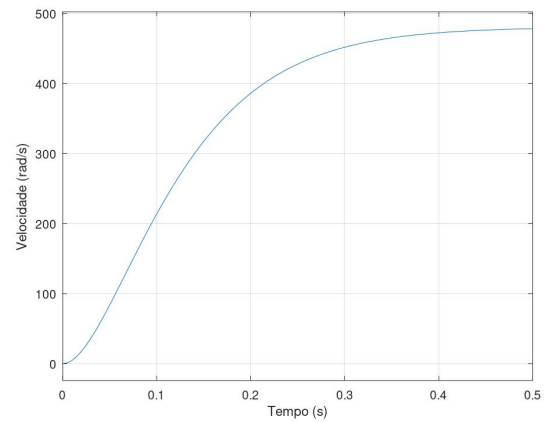


Figura 6. Curva de Resposta ao Degrau obtida da função de transferência modelada para o servomotor

Pode-se observar na Figura 6 que a resposta ao degrau do modelo obtido via análise da resposta ao degrau é



suficientemente próxima da resposta ao degrau do sistema real, sendo possível concluir que a função de transferência de malha aberta modelada por esta análise representa suficientemente bem o sistema real do servomotor.

#### 4.2 Resultados da análise de Resposta em Frequência

Gráficos de repostas a entradas senoidais de diversas frequências foram gerados e analisados nesta etapa da experimentação. Nas Figuras 7 e 8 são exibidos gráficos das saídas e das entradas senóides para as frequências de aproximadamente 0,70Hz e 7,14Hz, respectivamente.

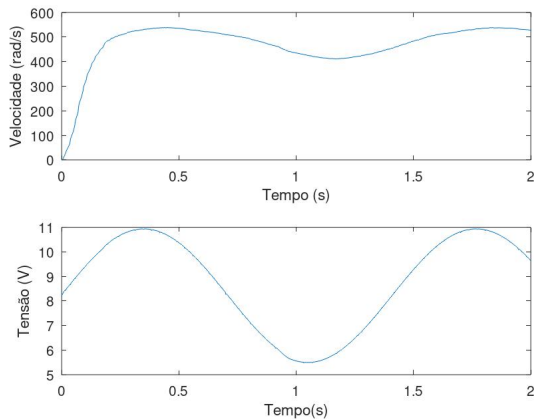


Figura 7. Curva de Resposta em Frequência obtida do servomotor com entrada senoidal de 0,707Hz

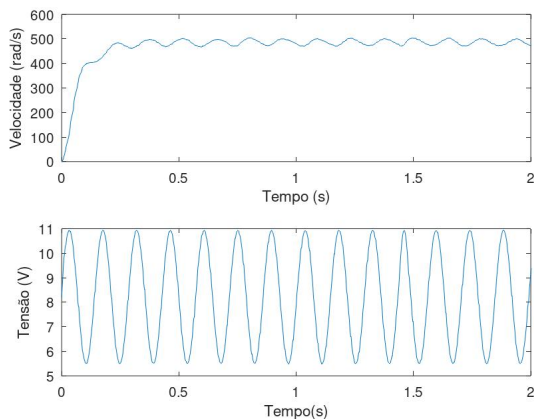


Figura 8. Curva de Resposta em Frequência obtida do servomotor com entrada senoidal de 7,14Hz

*Procedimento de modelagem da função de transferência com base nas respostas em frequência* Para modelar a função de transferência do sistema utilizando as respostas em diversas frequências, deve-se calcular os valores de ganho e de defasagem da saída em relação à entrada para cada valor de frequência.

A Tabela 1 foi montada relacionando estes valores com suas respectivas frequências.

Com os dados da Tabela 1 em mãos, é possível construir o diagrama de Bode do sistema e proceder para encontrar a função de transferência do sistema com base em seus pontos de frequência de quina e assíntotas.

| Frequência [Hz] | Ganho [dB] | Defasagem [°] |
|-----------------|------------|---------------|
| 0,1             | 65,162     | 0,324         |
| 0,25            | 64,930     | 5,4           |
| 0,5             | 63,021     | 16,2          |
| 0,75            | 64,781     | 16,2          |
| 1               | 63,157     | 28,08         |
| 2,5             | 58,182     | 66,6          |
| 5               | 50,045     | 104,22        |
| 7,5             | 38,890     | 189,0         |
| 10              | 33,617     | 180,0         |
| 25              | 26,167     | 189,0         |

Tabela 1. Valores de ganho e defasagem da saída do sistema em relação à entrada senoidal para diferentes frequências

*Análise do Diagrama de Bode do sistema* Utilizando os dados da Tabela 1 e um programa em Matlab que dispõe da função `'semilog()'`, foi gerado o diagrama de Bode do sistema. Este diagrama está disposto na Figura 9.

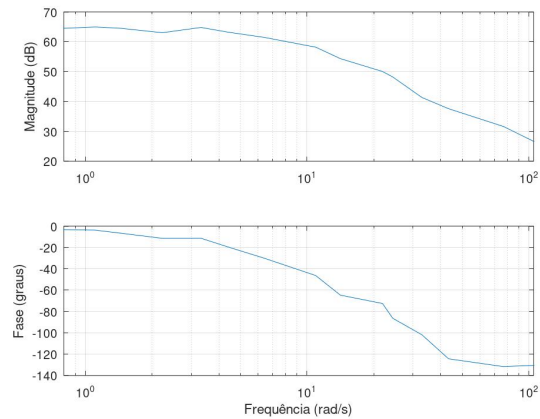


Figura 9. Diagrama de Bode obtido experimentalmente a partir de análise das respostas em frequência

Observando o diagrama de Bode obtido experimentalmente, percebe-se que se trata do diagrama de um sistema com 2 pólos, ambos localizados em  $-9\text{rad/s}$ , aproximadamente. Além disso, percebe-se que é presente um ganho de aproximadamente  $65\text{dB} = 1778,28$ .

Desta forma, o diagrama de Bode experimental representaria a seguinte função de transferência de malha aberta de segunda ordem e criticamente amortecida:

$$G_{\text{exper}} = \frac{1778,28 \cdot 81}{s^2 + 18 + 84 \cdot s} \quad (4)$$

*Comparação da resposta ao degrau do modelo obtido via análise de respostas em frequência com o sistema real*

Assim como na Seção 4.1, a resposta ao degrau da função de transferência de malha aberta modelada pode ser simulada por meio de programa Matlab, dispondo da função `'step()'`, e comparada com a resposta ao degrau obtida experimentalmente anteriormente.

A Figura 10 exibe o gráfico de resposta ao degrau do modelo obtido via análise de respostas em frequência.

Pode-se observar na Figura 10 que a resposta ao degrau do modelo obtido por meio da análise das respostas em

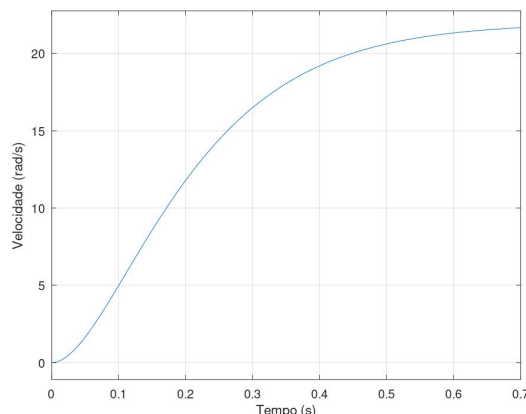


Figura 10. Curva de Resposta ao Degrau obtida da função de transferência modelada para o servomotor a partir do diagrama de Bode construído na análise de respostas em frequência

frequência é consideravelmente discrepante da resposta ao degrau do sistema real, tanto em amplitude, quanto em parâmetros de regime transitório. Isso se deve, dentre outros fatores, à imprecisão dos equipamentos utilizados para medição das respostas em frequência do servomotor.

#### 4.3 Comparação dos modelos obtidos em cada análise

É necessário comparar o modelo obtido via análise de resposta ao degrau (seção 4.1) com o modelo obtido via análise de respostas em frequência (seção 4.2) para decidir qual dos dois aproxima-se melhor do sistema real com o servomotor.

Ao comparar as análises, observamos que a resposta ao degrau proporcionou um modelo mais preciso e confiável. Isso se deve às limitações dos equipamentos utilizados na análise de respostas em frequência, onde os dados foram obtidos a partir de várias senóides experimentais que não apresentavam a mesma precisão. A análise de resposta ao degrau, por sua vez, permitiu uma maior certeza na precisão dos dados devido à natureza direta e menos suscetível a erros experimentais desse método. Portanto, concluímos que o modelo obtido pela resposta ao degrau aproxima-se melhor do comportamento real do sistema.

#### 4.4 Função de transferência do modelo final do sistema

Conforme discutido na seção anterior, a análise de resposta ao degrau foi a que gerou melhores resultados devido às limitações dos equipamentos utilizados na análise de resposta em frequência. Os dados da resposta ao degrau foram mais precisos e confiáveis, permitindo a obtenção de uma função de transferência que melhor representa o sistema real. Assim, a função de transferência final do sistema será baseada no modelo obtido pela análise de resposta ao degrau.

## 5. CONCLUSÃO

Este estudo investigou a modelagem da função de transferência da velocidade em relação à tensão de entrada

para o controle de posição de um servomotor utilizando microcontroladores Arduino, abordando a análise experimental do sistema, a modelagem teórica deste sistema, e a implementação prática desta modelagem.

A técnica de filtragem de ruído utilizando média móvel demonstrou ser eficaz na melhoria da qualidade dos dados do encoder, proporcionando uma leitura mais estável e precisa. A implementação do sistema de controle utilizando microcontroladores Arduino e a ponte H L298N mostrou-se prática e eficiente, permitindo ajustes dinâmicos na alimentação do servomotor de acordo com o ciclo de trabalho do sinal PWM para a análise de respostas em frequência.

A resposta ao degrau do servomotor apresentou características típicas de um sistema de segunda ordem, com um tempo de subida curto e com comportamento criticamente amortecido. Além disso, permitiu a obtenção de um modelo de função de transferência baseado em suas características transitórias.

A análise de resposta em frequência permitiu a construção de um diagrama de Bode para o sistema com consequente obtenção de um modelo de função de transferência baseada neste diagrama.

Uma comparação entre os modelos obtidos em cada um dos experimentos permitiu decidir qual era a função de transferência mais próxima do sistema real.

O modelo de função de transferência de malha aberta de velocidade angular em relação à tensão de entrada obtido neste estudo será utilizado futuramente para implementação de um sistema de controle de posição deste servomotor, que utilizará de integradores para obter a posição relativa do eixo do motor com base em suas saídas de velocidade.

Em conclusão, este estudo fornece uma base sólida para o desenvolvimento e implementação de sistemas de controle de posição de servomotores utilizando microcontroladores Arduino. Os resultados obtidos destacam a viabilidade e eficácia dessa abordagem, oferecendo uma solução acessível e flexível para o controle preciso de servomotores em diversas aplicações.

## REFERÊNCIAS

- OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno. 4a Edição. São Paulo - SP: Prentice Hall, 2003.
- DC Motors Control Using Arduino PWM with L298N H-Bridge. Arduino Project Hub, 9 de Novembro de 2019. Disponível em: <[https://projecthub.arduino.cc/Fouad\\_Roboticist/dc-motors-control-using-arduino-pwm-with-l298n-h-bridge-25b3b3](https://projecthub.arduino.cc/Fouad_Roboticist/dc-motors-control-using-arduino-pwm-with-l298n-h-bridge-25b3b3)>. Acesso em: 25/05/2024.
- DORF, R. C., BISHOP, R. H.. Sistemas de Controle Moderno. 8a Edição. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2001.
- Generating waveforms with Arduino Uno. Arduino Project Hub, 17 de Setembro de 2021. Disponível em: <<https://projecthub.arduino.cc/CesarSound/generating-waveforms-with-arduino-uno-304a18>>. Acesso em 25/05/2024.
- Arduino programming language reference. Arduino. Disponível em <<https://www.arduino.cc/reference/en/>>. Acesso em 25/05/2024.