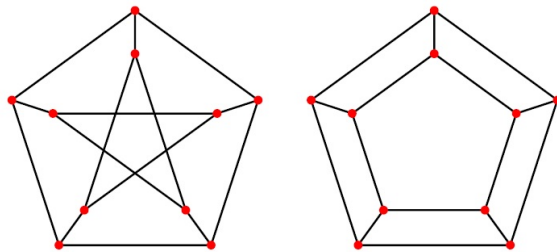


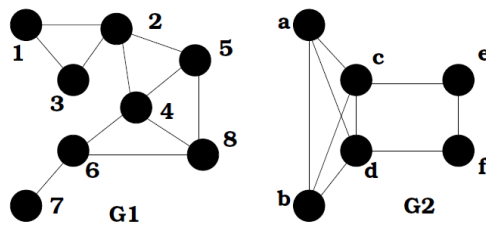
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO EM INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS

1ª Lista de Exercícios – Profa Claudia Boeres

1. Pode haver um grafo simples com 15 vértices, cada um com grau 5?
2. Mostre que não existe grafo simples com 4 vértices de maneira que três desses vértices possuem grau 3 e um vértice possui grau 1.
3. Mostre que em uma festa com n ($n \geq 2$) pessoas, existem pelo menos duas pessoas com o mesmo número de conhecidos.
4. O complemento de um grafo bipartido é bipartido? Se for, prove, senão, dê um contra-exemplo.
5. Mostre que $|E(K_n)| = n(n-1)/2$ e $|E(K_{p,q})| = p \cdot q$, para $n, p, q \in \mathbb{N}$.
6. Seja $G = (V, E)$ um grafo simples com m arestas, quantas arestas contém o grafo \bar{G} ?
7. Mostre que um grafo simples com n vértices e mais que $(n-1)(n-2)/2$ arestas é conexo.
8. Seja $G = (V, E)$ um grafo com $|V| = n$ e $|E| = m$. Mostre que se G é um grafo bipartido então $m \leq n^2/4$.
9. Um grafo G é k -regular se todo vértice de G possui grau k .
 - (a) Quais dos seguintes grafos são grafos regulares?
 - i. grafos completos;
 - ii. ciclos;
 - iii. grafos bipartidos;
 - iv. grafos bipartidos completos.
 - (b) Quantas arestas possui um grafo k -regular com n vértices? Por quê?
10. Os grafos abaixo são isomorfos?



11. Mostre que se dois grafos são isomorfos, então possuem o mesmo número de vértices, o mesmo número de arestas, e o grau de cada vértice é preservado. A recíproca é verdadeira? Se for, prove, senão, dê um contra-exemplo.
12. Considerando os grafos apresentados abaixo, faça o que se pede:



- (a) construa a matriz de adjacência do grafo G_1 ;
 - (b) construa a matriz de incidência do grafo G_2 ;
 - (c) represente, por meio de uma estrutura de dados, as vizinhanças dos vértices do grafo G_1 ;
 - (d) dê um exemplo de subgrafo em G_1 ;
 - (e) dê um exemplo de um subgrafo induzido em G_2 ;
 - (f) dê um exemplo de um subgrafo gerador em G_2 ;
 - (g) dê um exemplo de uma clique em G_2 ;
13. Quantos subgrafos induzidos (por vértice) tem K_4 ?
 14. Quantas cliques tem o grafo completo de ordem n ?
 15. É verdade que todo grafo 2-regular é um ciclo? Justifique sua resposta.