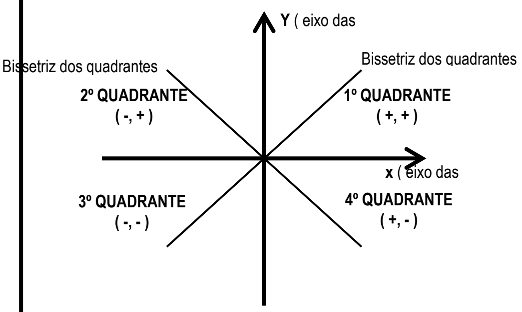
ALUNO(A):	DATA: / /
DISCIPLINA:	PROFESSOR: Carlos Henrique
ASSUNTO:	
TURMA:	NOTA:

GEOMETRIA ANALÍTICA

1. O Plano Cartesiano



A cada ponto P do plano cartesiano corresponde um par ordenado (x, y) de números reais e escrevemos P(x, y) para indicar este ponto.

Dois eixos orientados (x e y) são dispostos ortogonalmente, dando a origem à divisão do plano em quatro partes, cada uma denominada **quadrante.** Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário, e os eixos e a intersecção entre eles são denominados, respectivamente, **eixo das abscissas (x)**, **eixo das ordenadas (y)** e **origem (0)** do sistema de coordenadas cartesianas.

A reta que divide ao meio os quadrantes ímpares é chamada de **bissetriz dos quadrantes ímpares** e a que divide os quadrantes pares é a **bissetriz dos quadrantes pares.**

Observações:

I. Os pontos pertencentes ao eixo 0x possuem ordenadas nulas.

$$P \in 0x \leftrightarrow P = (x, 0)$$

II. Os pontos pertencentes ao eixo 0y possuem abscissas nulas.

$$P \in 0y \leftrightarrow P = (0, y)$$

III. Todos os pontos da bissetriz dos quadrantes ímpares possuem abscissas iguais à ordenada e vice-versa.

$$A \in b_i \leftrightarrow A = (a, a)$$

IV. Todos os pontos da bissetriz dos quadrantes pares possuem abscissas e ordenadas opostas e vice-versa.

$$B \in b_p \leftrightarrow B = (b, -b)$$

Exercícios

01. Situe no mesmo sistema de eixos cartesianos os pontos A(3, 4), B(-2, 3), C(2, 0), D(0, -3)

E($\frac{-3}{2}$, -5), F(-1, 1) E G(2, -2).

02. Determine o valor de k, sabendo que o ponto A(2k - 1, - k+2) pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.

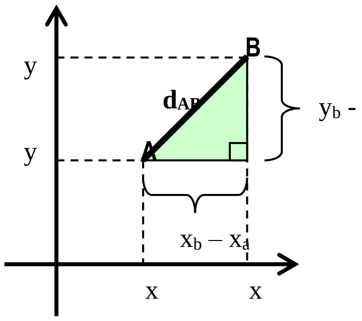
03. O ponto P(3k+6, - k+2) pertence à bissetriz dos quadrantes pares, pergunta-se:

a) Qual a ordenada do ponto P?

b) Em que quadrante encontra-se o ponto P?

c) Qual a distância do ponto P à origem?

2. Distância entre dois pontos



Dados dois pontos distintos do plano cartesiano, chama-se **distância** entre eles a medida do segmento de reta que tem os dois pontos por extremidade. Sendo A(x_a, y_a) e B(x_b, y_b), aplicando Pitágoras temos:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$ ou $$d_{AB} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

Exercícios

04. Sejam os ponto A(-3, 1) e B(4, 3). A distância entre eles é

a) 10

b) $\sqrt{15}$

c) $\sqrt{53}$

d) 2

e) 16

05. A distância entre A(1, 3) e B(5, 6) é:

a) 5

b) 10

c) 15

d) 20

e) 25

06. (UFRGS) A distância entre os pontos A(-2, y) e B(6, 7) é 10. O valor de y é:

a) -1

b) 0

c) 1 ou 13

d) -1 ou 10

e) 2 ou 12

07. Qual o ponto do eixo das ordenadas que eqüidista dos pontos A(2, -1) e B(6, 3)?

a) (0,5)

b) (5,0)

c) (2,3)

d) (6,2)

e) (-1,0)

08. O comprimento da circunferência de diâmetro CD, sendo C(2, 1) e D(10, 7) é:

a) 5π

b) 10π

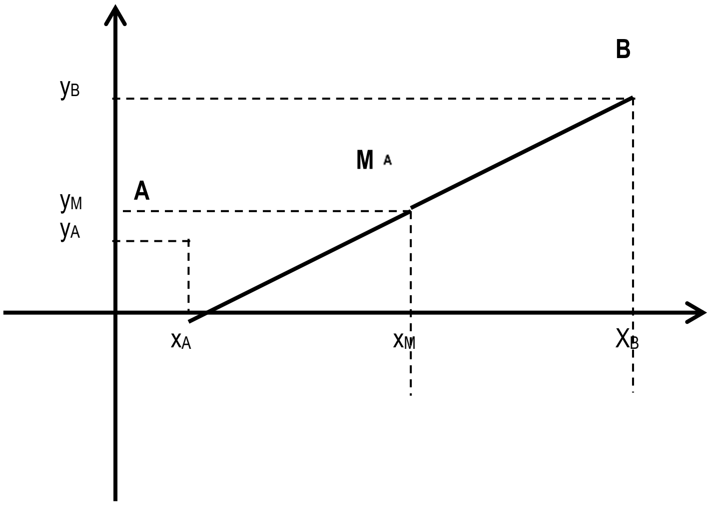
c) 20π

d) 17π

e) 29π

3. Ponto médio

Sendo $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$ e $M(x_M, y_M)$ o seu ponto médio, temos:



M é o ponto que divide o segmento AB ao meio.

Exercícios

09. Sendo A(1, 3) e B(7, 13) as extremidades do segmento AB, seu ponto médio é:

a) (4, 8)

b) (2, 4)

c) (8, 16)

d) (1, 2)

e) (3, 4)

10. Sendo A(- 5, 2) uma das extremidades do segmento de reta AB e M(- 2, 4) o seu ponto médio, o ponto B vale:

a) (1, 6)

b) (2, 12)

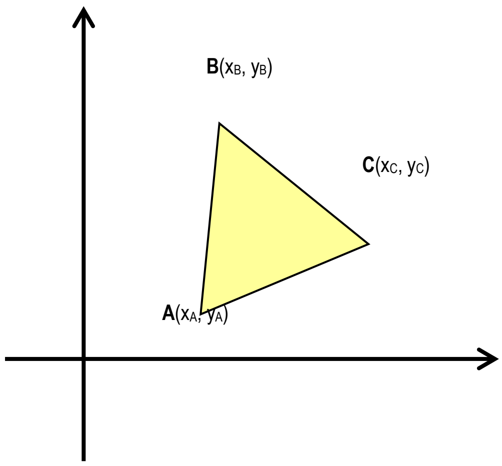
c) (- 5, 4)

d) (- 2, 2)

e) (0, 1)

4. Área de um triângulo

Consideramos um triângulo de vértices $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ a sua área é dada por:



$$A = \frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \\ x_A & y_A \end{matrix}\right\| \quad \text{ou} \quad A = \frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_A & x_B & x_C & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_A \end{matrix}\right\|$$

Exercícios

11. Calcular a área do triângulo de vértices A(1,3), B(4,1) e C(6,5).

a) 16

b) 4

c) 10

d) 12

e) 8

12. Calcular a área do triângulo de vértices A(1,1), B(7,8) e C(1,10).

a) 27

b) 54

c) 32

d) 19

e) 43

13. Calcular a área do quadrilátero de vértices A(1,3), B(5,1), C(6,5) e D(3,7).

a) 17

b) 34

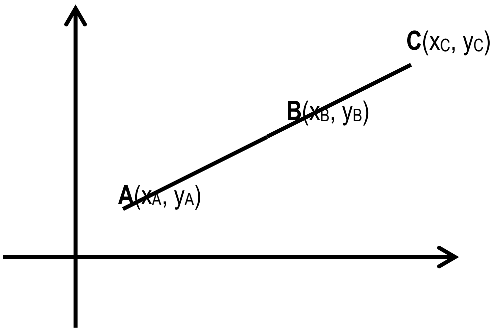
c) 10

d) 6

e) 8

5 Condição de alinhamento de três pontos

Sendo $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ e $C(x_C, y_C)$ três pontos distintos dois a dois, são **colineares** ou **estão alinhados**, se e somente se:



$$\begin{Vmatrix} x_A & y_A \\ x_B & y_B \\ x_C & y_C \\ x_A & y_A \end{Vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{Vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_A \end{Vmatrix} = 0$$

Exercícios

14. O valor de x para que os pontos A(x,0), B(3,1) e C(- 4,2) sejam colineares é:

a) 0

b) 10

c) 3

d) 12

e) - 4

15. Os pontos (1,3), (2,7) e (4,k) do plano cartesiano estão alinhados se, e somente se:

a) k = 11

b) k = 12

c) k = 13

d) k = 14

e) k = 15

6. Equação reduzida da reta

É toda equação do tipo **y = ax + b**, onde δ**a**ε é chamado de **coeficiente angular** (ou declividade) e δ**b**ε é chamado de **coeficiente linear.**

Exemplos:

$$y = 2x - 3 \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \qquad 2x + y - 1 = 0 \begin{cases} a = -\dfrac{2}{3} \\ b = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$

$$y = 5x + 1 \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases} \qquad 5x + 4y = 0 \begin{cases} a = -\dfrac{5}{4} \\ b = 0 \end{cases}$$

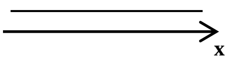
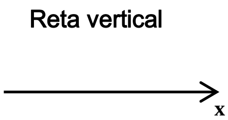
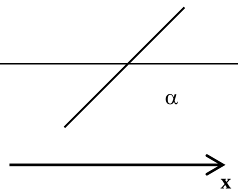
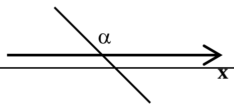
Coeficiente angular de uma reta

O coeficiente angular de uma reta é um número real δaε que representa a sua inclinação (α).

Por definição, temos que:

a = tg α

São quatro as possibilidades para o coeficiente angular:

Reta horizontal	Reta vertical
 α é nulo $\Leftrightarrow$ a = 0	 α é reto $\Leftrightarrow$ a não existe
Reta inclinada para a direita  α é agudo $\Leftrightarrow$ a > 0	Reta inclinada para esquerda  α é agudo $\Leftrightarrow$ a > 0

Para determinarmos o valor do coeficiente angular (a) faremos:

$$a = \frac{-med.y}{med.x} \quad \text{ou} \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\text{ou} \quad a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Observação: δbε é a ordenada do ponto onde a reta intersecciona o eixo y.

Exercícios

16. Os coeficientes angular e linear da reta 3y - 2x + 12 = 0 são respectivamente:

a) 2/3 e 4

b) 3/2 e 12

c) - 2/3 e - 12

d) 2/3 e - 4

e) - 3/2 e 4

17. Os pontos A(x, 0) e B(3, y), pertencem a reta de equação x γ 3y + 9 = 0. A distância entre eles é:

a) $\sqrt{10}$

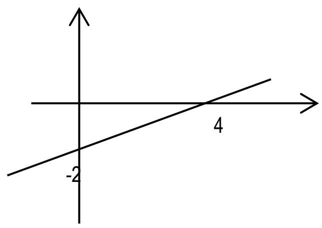
b) 2

c) $3\sqrt{10}$

d) $4\sqrt{10}$

e) 10

18. A reta da figura abaixo tem como coeficiente angular e linear, respectivamente:



a) 1/2 e - 2

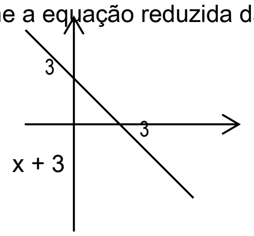
b) 2 e - 1/2

c) - 1/2 e - 2

d) - 2 e - 1/2

e) - 2 e 1/2

19. Determine a equação reduzida da reta:



a) y = x + 3

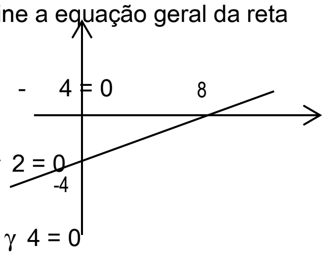
b) y = - x + 3

c) y = 2x+6

d) y = x γ 3

e) y = - 3x + 2

20. Determine a equação geral da reta



a) x γ 2y - 4 = 0

b) 2x + y γ 2 = 0

c) 4x γ 2y γ 4 = 0

d) x γ y + 2 = 0

e) x γ y + 4 = 0

21. Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(- 3, 2) e B(5, - 4)

a) 4x + 3y + 1= 0

b) 3x + 4y + 1= 0

c) x + y + 3 = 0

d) x + y γ 4 = 0

e) x γ y γ 1 = 0

7. Ponto de intersecção entre duas retas

Para determinarmos o ponto de intersecção entre duas retas basta resolvermos o sistema formado pelas suas equações.

Exercícios

22. Obtenha o ponto de intersecção entre as retas r: 2x + 5y γ 9 = 0 e s: y = - 2x γ 3.

a) (- 3, 3)

b) (2, - 2)

c) (5, 22)

d) (1, 2)

e) (3, 4)

23. Obtenha o ponto de intersecção entre as retas r: y = 2x - 6 e s: y = 3x + 2.

a) (- 8, - 22)

b) (1, 2)

c) (4, - 10)

d) (5, 6)

e) (- 4, 12)

24. As retas de equação x γ 3y γ 2 = 0 e y = x γ 2k interceptam - se no ponto (k+1, k - 1) determine o valor de k e o ponto de intersecção entre as duas retas, respectivamente.

a) 1 e (2, 0)

b) 2 e (1, 0)

c) 5 e (2, 0)

d) 1 e (0, 2)

e) 2 e (1, 2)

8. Equação do feixe de retas

As retas não - verticais que passam por P(x_0, y_0) são dadas pela equação:

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

Exercícios

25. Obtenha a equação da reta que por P e tem declividade a.

a) P(2, 3); a = 2

b) P(- 2, 1); a = - 2

c) P(4, 0); a = $-\frac{1}{2}$

26. Escreva a equação fundamental da reta que passa pelo ponto P e tem inclinação α.

a) P(2, 8) e α = 45∩

b) P(- 4, 6) e α = 30∩

c) P(3, - 1) e α = 120∩

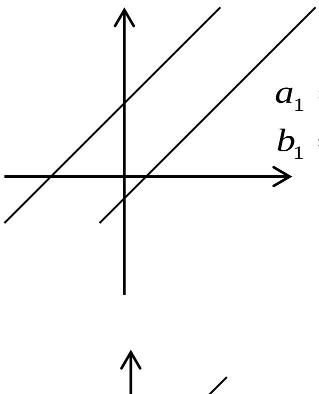
9. Posição relativa entre retas

Retas paralelas

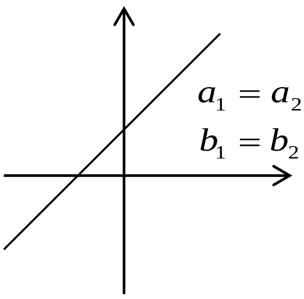
Dadas duas retas r e s não - verticais dadas pelas equações:

(r) $y = a_1x + b_1$ (s) $y = a_2x + b_2$

Para essas retas, temos as seguintes possibilidades:



$$\left.\begin{matrix} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$$ **PARALELAS DISTINTAS**



$$\left.\begin{matrix} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$$ **PARALELAS COINCIDENTES**

Exercícios

27. Determine o valor de δmε para que as retas 2x + 3y - 1 = 0 e mx + 4y γ 3 = 0 sejam paralelas.

a) 1

b) 2

c) - 3

d) - 6

e) 5

28. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto P(3, - 3) e é paralela à reta 2x γ 3y - 6 = 0.

a) 2x γ y + 9 = 0

b) 2x γ 3y γ 15 = 0

c) 3x + 2y γ 15 = 0

d) x γ 2y + 9 = 0

e) 3x γ 2y + 15 = 0

29. Determine a equação da reta que passa pelo ponto A(3, 2) e

é paralela à reta 4x γ y + 1 = 0.

a) y = 2x γ 3

b) y = 4x γ 10

c) y = - x + 15

d) y = x + 5

e) y = - 4x +5

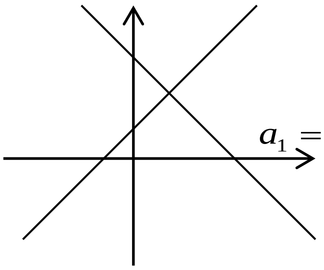
10. Retas perpendiculares

Dadas duas retas r e s não - verticais dadas pelas equações:

(r) $y = a_1x + b_1$

(s) $y = a_2x + b_2$

Para essas retas, temos a seguinte possibilidade:



$$a_1 = -\frac{1}{a_2} \Leftrightarrow$$ **PERPENDICULARES**

Exercícios

30. Determine o valor de δkε para que as retas 3x - 5y + 10 = 0 e kx + 3y γ 21 = 0 sejam perpendiculares.

a) 1

b) 6

c) - 10

d) 15

e) 5

31. Escreva a equação da reta que passa pelo ponto P(1, 5) e é perpendicular à reta de equação x + 3y - 12 = 0.

a) y = - 2x γ 1

b) y = x + 4

c) y = 3x + 2

d) y = - x + 5

e) y = - x γ 12

32. Obtenha a equação da mediatriz do segmento de reta AB, sendo A(3, 2) e B(7, 4).

a) y = - 2x + 13

b) y = 2x γ 13

c) y = x + 1

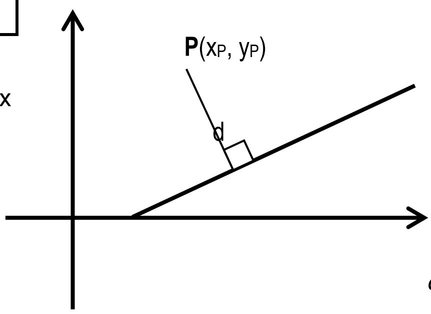
d) y = 13x + 2

e) y = x γ 4

11. Distância entre ponto e reta

A distância entre o ponto e a reta (r) Ax + By + C = 0 é dada pela

seguinte expressão:



$$d_{\mathrm{Pr}} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Exercícios

33. Calcule a distância do ponto P(2, 6) à reta 3x γ 4y γ 2 = 0.

a) 32

b) 10

c) 8

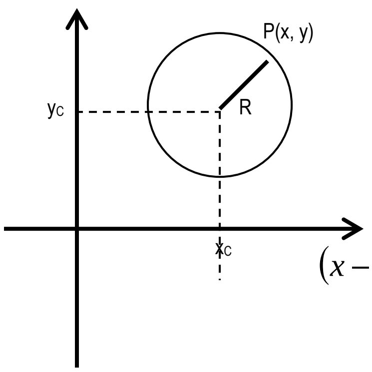
d) 4

e) 2

12. Circunferência

Equação reduzida

Consideremos uma circunferência de centro C(x_c, y_c) e raio R, teremos:



$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

Exercícios

34. Determine a equação reduzida da circunferência de centro C e raio R.

a) $\begin{cases} C(3,5) \\ R = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} C(0,0) \\ R = \sqrt{7} \end{cases}$

c) $\begin{cases} C(0,4) \\ R = 9 \end{cases}$

35. Escreva a equação reduzida da circunferência de raio 12 e concêntrica com a circunferência $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 64$. Qual é a área da coroa circular determinada por essas duas circunferências?

36. Determine a equação da circunferência de centro em (3, 5) e raio igual a 4.

a) $x^2 + y^2$ γ 2x γ 8y + 1 = 0

b) $x^2 + y^2$ + 2x + 8y - 1 = 0

c) $x^2 + y^2$ γ 8x + 2y + 1 = 0

d) $x^2 + y^2$ γ 8x γ 8y + 4 = 0

e) $x^2 + y^2$ + 2x γ 8y - 8 = 0

13. Equação geral

$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$

Condições para ser circunferência:

1. **A = B ≠ O** (coef. de x^2 = coef. y^2)

2. **C = 0** (não pode aparecer **xy**)

3. **R > 0** (O raio de ver ser um número real)

Coordenadas do centro:

$$C = \left(\frac{-coef.x}{2} ; \frac{-coef.y}{2} \right)$$

Raio:

$$R = \sqrt{(x_c)^2 + (y_c)^2 - F}$$

Exercícios

37. Determine a equação geral da circunferência de centro C(3, 5) e raio R igual 4.

a) $x^2 + y^2 + 10x + 6y - 18 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 1 = 0$

c) $x^2 + y^2 \gamma\ 6x - 10y + 18 = 0$

d) $x^2 + y^2 \gamma\ 8x \gamma\ 8y + 4 = 0$

e) $x^2 + y^2 + 2x \gamma\ 8y - 27 = 0$

38. Determine o centro e o raio da circunferência $x^2 + y^2 - 10x + 4y - 20 = 0$, respectivamente:

a) (-2,5) e 7

b) (5,2) e 5

c) (2,2) e 2

d) (3,4) e 1

e) (5, -2) e 7

39. Calcule a área de um quadrado inscrita na circunferência $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$

a) 2u.a.

b) 4u.a.

c) 8u.a.

d) 16u.a.

e) 64u.a.

40. Determine o valor de k para que a equação $x^2 + y^2 + 4x - 2y + k = 0$ represente uma circunferência:

a) k > 5

b) k < 5

c) k > 10

d) k < 15

e) k = 20

41. Escreva a equação da circunferência de centro C(3,5) e tangente a reta (r) $5x + 12y \gamma\ 10 = 0$

a) $x^2 + y^2 \gamma\ 6x \gamma\ 10y + 9 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 12x + 38y - 1 = 0$

c) $x^2 + y^2 \gamma\ 8x + 15y + 1 = 0$

d) $x^2 + y^2 \gamma\ 8x \gamma\ 8y + 7 = 0$

e) $x^2 + y^2 + 2x \gamma\ 11y - 8 = 0$

14. Posições relativas

14.1. Ponto e circunferência

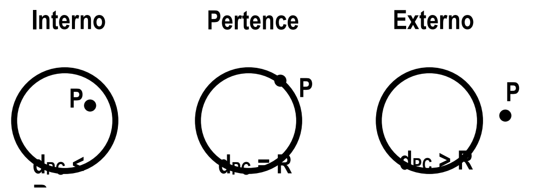
Para uma circunferência de centro $C(x_c, y_c)$ e raio R e um ponto P qualquer, compararemos o seguimento de reta PC com R.

Há três casos possíveis:

1∩) Se $\mathbf{d_{PC} = R}$, então **P pertence** à circunferência.

2∩) Se $\mathbf{d_{PC} > R}$, então **P é externo** à circunferência.

3∩) Se $\mathbf{d_{PC} < R}$, então **P é interno** à circunferência.



Exercícios

41. Determine a posição do ponto P(53) em relação a circunferência $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 9$

a) externo

b) interno

c) pertence

d) centro

e) n.d.a.

14.2. Reta e circunferência

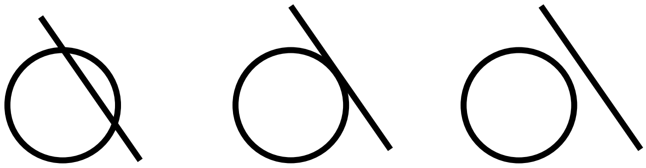
Se substituirmos o valor de uma das variáveis (x ou y) da reta na equação da circunferência, obteremos uma equação do 2∩ grau (na outra variável).

Calculando o discriminante (Δ) da equação obtida, poderemos ter:

1∩) Se **Δ > 0**, então a reta será **secante** à circunferência (2 pontos de interseção).

2∩) Se **Δ = 0**, então a reta será **tangente** à circunferência (1 ponto de interseção).

3∩) Se **Δ < 0**, então a reta é **externa** à circunferência (não existe ponto de interseção).



Exercícios

42. Determine a posição relativa da reta x γ y + 1 = 0 em relação ao círculo $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$:

a) secante

b) tangente

c) externa

d) n.d.a.

14.3. Duas circunferências

Dadas duas circunferências, uma de centro C_1 e raio R_1 e a outra de centro C_2 e raio R_2, compararemos o seguimento de reta C_1C_2 e $R_1 + R_2$.

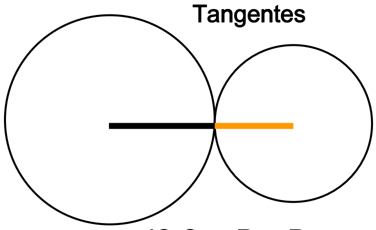
Há três possibilidades:

1∩) Se **$dC_1C_2 = R_1 + R_2$**, então as circunferências são **tangentes** (1 ponto de interseção).

2∩) Se **$dC_1C_2 > R_1 + R_2$**, então as circunferências são **externas** (não existe ponto de interseção).

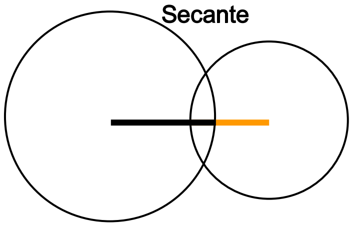
3∩) Se **$dC_1C_2 < R_1 + R_2$**, então as circunferências são **secantes** (2 pontos de interseção).

Tangentes



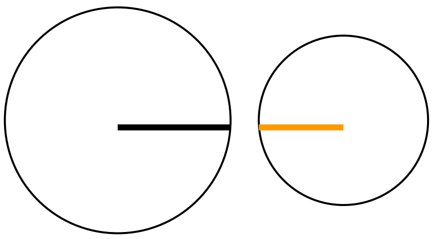
$dC_1C_2 = R_1 + R_2$

Secante



$dC_1C_2 < R_1 + R_2$

Externas



$dC_1C_2 > R_1 + R_2$

Exercícios

01. Qual a posição relativa entre as circunferências $(\lambda)\ x^2+y^2-6x-10y+9=0$ e $(\delta)\ x^2+y^2+2x-4y+4=0$.

a) tangente

b) secante

c) externas

d) coincidentes

e) n.d.a.

Exercícios

1. Calcule a distância entre os pontos dados:

a) A(3,7) e B(1,4)

b) E(3,1) e F(3,5)

c) H(-2, -5) e O(0,0)

2. Demonstre que o triângulo com os vértices A(0,5), B(3, -2) e C(-3, -2) é isósceles e calcule seu perímetro.

3. Determine o ponto médio do segmento de extremidades:

a) A(-1,6) e B(-5,4)

b) A(-1, -7) e B(3, -5)

c) A(-4, -2) e B(-2, -4)

4. Uma das extremidades de um segmento é o ponto A(-2, -2). Sabendo que M(3, -2) é o ponto médio desse segmento, calcule as coordenadas do ponto B(x,y),que é a outra extremidade do segmento.

5 Determine a equação da reta que passa pelo ponto A(4,2) e tem inclinação de 45° com eixo das abscissas.

6. Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(-1,4) e tem coeficiente angular 2.

7. Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(-1, -2) e B(5,2).

8. Dados os pontos A(2,4), B(8,5) e C(5,9). Pede - se:

a) O ponto médio de $\overline{AB}$.

b) A distância entre os pontos A e C.

c) Um equação de reta que passa por A e B.

d) Considere os A, B e C como vértice de um triângulo. Calcule

as coordenadas do baricentro e também o perímetro para esse triângulo.

9. (Puc - rio 1999) O valor de x para que os pontos (1,3), (-2,4), e (x,0) do plano sejam colineares é:

a) 8.

b) 9.

c) 11.

d) 10.

e) 5

10. Os pontos A(-5, 2) e C(3, -4) são extremidades de uma diagonal de um quadrado. Qual o perímetro desse quadrado?

11. Se o ponto P(2,k) pertence à reta de equação: 2x + 3y - 1 = 0, então o valor de k é:

a) 1.

b) 0.

c) 2.

d) -1.

e) -2.

12. (Puc - rio) Os pontos (0,8), (3,1) e (1,y) do plano são colineares. O valor de y é igual a:

a) 5

b) 6

c) 17/3

d) 11/2

e) 5,3

13. Escreva uma equação da reta que passa pelo ponto(1, - 6) e tem inclinação de 60° com o eixo das abcissas.

14. A distância do ponto A(a,1) ao ponto B(0,2) é igual a 3. Calcule o valor de a.

15 (Cesgranrio) A distância entre os pontos M(4, - 5) e N(- 1,7) do plano x0y vale:

a) 14

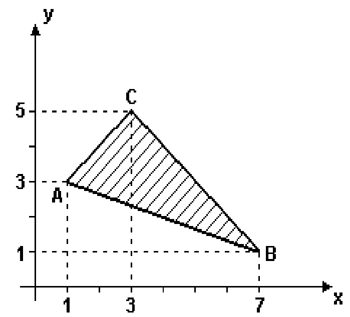
b) 13

c) 12

d) 9

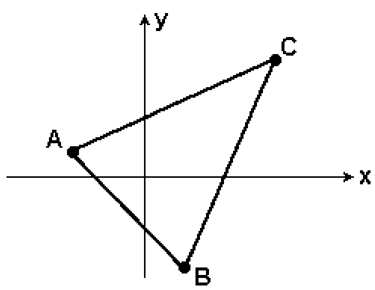
e) 8

16. (Uerj γ modificado)) No sistema de coordenadas cartesianas a seguir, está representado o triângulo ABC.



Em relação a esse triângulo, demonstre que ele é retângulo;

17. (Unesp 2003) Dados dois pontos, A e B, com coordenadas cartesianas (- 2, 1) e (1, - 2), respectivamente, conforme a figura,

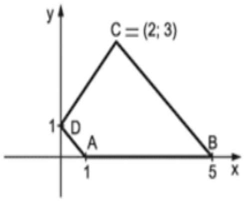


calcule a distância entre A e B, e Sabendo - se que as coordenadas cartesianas do baricentro do triângulo ABC são (xG, yG) = $\left(\frac{2}{3}, 1\right)$, calcule as coordenadas (x_C, y_C) do vértice C do triângulo.

QUESTÃO	GABARITO
1.	a) $\sqrt{13}$ b) 4 c) $\sqrt{29}$
2.	Perímetro = $2\sqrt{58}+6$
3.	a) M(- 3,5) b) M(1, - 6) c) M(- 3, - 3)
4.	(8, - 2)
5	y= x - 2
6.	y= 2x + 6
7.	Y=2/3x + 2/3 - 2
8.	a) (5;9/2) b) d= $\sqrt{34}$ c) Y= 1/6x - 1/3+4 d) G(5,6) e perímetro = $\sqrt{34}+\sqrt{37}+5$
9.	Alternativa D
10.	8 unidades de comprimento.
11.	Alternativa D
12.	Alternativa C
13.	y= $\sqrt{3}$ x - $\sqrt{3}-6$ (Eq. Reduzida)
14.	a=2 $\sqrt{2}$
15	Alternativa B
16.	$\overrightarrow{AB} = (6, -2)$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \sqrt{40}$ $\overrightarrow{AC} = (2, 2)$ $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert = \sqrt{8}$ $\overrightarrow{BC} = (-4, 4)$ $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = \sqrt{32}$ Logo: $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert^2 = \lvert\overrightarrow{AC}\rvert^2 + \lvert\overrightarrow{BC}\rvert^2$
17.	AB = $3\sqrt{2}$ e C (3; 4)

e) 22

1. (**USP**) Duas irmãs receberam como herança um terreno na forma do quadrilátero ABCD, representado abaixo em um sistema de coordenadas. Elas pretendem dividi γ lo construindo uma cerca reta perpendicular ao lado AB e passando pelo ponto P = (a,0). O valor de a para que se obtenham dois lotes de mesma área é:



a) $\sqrt{5}-1$

b) $5-2\sqrt{2}$

c) $5-\sqrt{2}$

d) $\sqrt{5}+2$

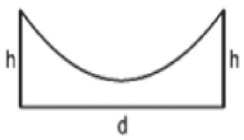
e) $5+2\sqrt{2}$

2. (**USP**) Suponha que um fio suspenso entre duas colunas de mesma altura h, situadas à distância d (ver figura), assuma a forma de uma parábola.

Suponha também que:

i) a altura mínima do fio ao solo seja igual a 2;

ii) a altura do fio sobre um ponto no solo que dista d/4 de uma das colunas seja igual a h/2.



Se h = 3d/8, então d vale:

a) 14

b) 16

c) 18

d) 20

e) 22

3. (**ITA**) Considere o sistema $\begin{cases}(x-y)^2+x(1+2y)\le 7/8\\ x-y+a=0\end{cases}$, se a = ao é o número real positivo para o qual a solução do sistema, x = xo, y = yo, é única, podemos afirmar que:

a) $\frac{xo}{yo}=\frac{7}{3}$

b) $\frac{yo}{xo}=\frac{6}{5}$

c) $\frac{xo}{yo}=-\frac{6}{5}$

d) $\frac{yo}{xo}=-\frac{3}{5}$

e) $xoyo=-\frac{15}{8}$

4. (**UNESP**) Obter os pontos da reta y = mx + b que distam $\sqrt{1+m^2}$ de (0,b).

5. (**USP**) Uma das diagonais de um quadrado está contida na reta x + y = 4. Determine seus vértices sabendo que um deles é o ponto (1,1).

6. (**USP**) Calcule a área de um triângulo eqüilátero com um vértice no ponto (0,0) e os outros dois sobre a parábola y = x2.

7. (**ITA**) As retas y = 0 e 4x + 3y + 7 = 0 são retas suportes das diagonais de um paralelogramo. Sabendo que estas diagonais medem 4 cm e 6 cm, então, a área deste paralelogramo, em cm2, vale:

a) 36/5

b) 27/4

c) 44/3

d) 48/3

e) 48/5

8. (**ITA**) A equação da reta bissetriz do ângulo agudo que a reta y = mx, m > 0, forma com o eixo dos x é:

a) $y = \frac{1+\sqrt{1+m^2}}{m}x$

b) $y = \frac{1-\sqrt{1+m^2}}{m}x$

c) $y = \frac{-1-\sqrt{1+m^2}}{m}x$

d) $y = \frac{-1+\sqrt{1+m^2}}{m}x$

e) n.d.a.

9. (**ITA**) A área do polígono, situado no primeiro quadrante, que é delimitado pelos eixos coordenados e pelo conjunto

{(x,y) ∈ R2 : 3x2 + 2y2 + 5xy γ 9x γ 8y + 6 = 0} é igual a:

a) $\sqrt{6}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $2\sqrt{2}$

d) 3

e) $\frac{10}{3}$

10. (**ITA**) São dadas as retas r: x - y + 1 + √2 = 0 e s: √3 x + y - 2√3 = 0 e a circunferência C: $x^2 + 2x + y^2 = 0$. Sobre a posição relativa desses três elementos, podemos afirmar que:

a) r e s são paralelas entre si e ambas são tangentes à C.

b) r e s são perpendiculares entre si e nenhuma delas é tangente a C.

c) r e s são concorrentes, r é tangente à C e s não é tangente à C.

d) r e s são concorrentes, s é tangente à C e r não é tangente à C.

e) r e s são concorrentes e ambas são tangentes à C.

11.(**ITA**) Considere os pontos A: (0, 0) e B: (2, 0) e C: (0, 3). Seja P: (x, y) o ponto da intersecção das bissetrizes internas do triângulo ABC. Então x + y é igual a:

a) 12/(5 + $\sqrt{13}$)

b) 8/(2 + $\sqrt{11}$)

c) 10/(6 + $\sqrt{13}$)

d) 5

e) 2

12.(ITA) Duas retas r_1 e r_2 são paralelas à reta 3x - y = 37 e tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$. Se d_1 é a distância de r_1 até a origem e d_2 é a distância de r_2 até a origem, então $d_1 + d_2$ é igual a:

a) $\sqrt{12}$

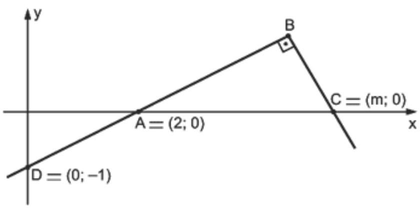
b) $\sqrt{15}$

c) $\sqrt{7}$

d) $\sqrt{10}$

e) $\sqrt{5}$

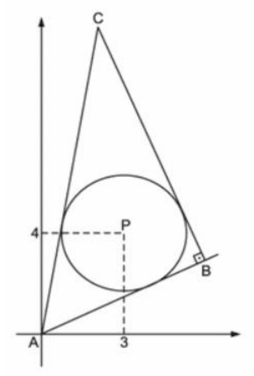
13. (**USP**) Na figura a seguir A,B e D são colineares e o valor da abscissa m do ponto C é positivo. Sabendo - se que a área do triângulo retângulo ABC é 5/2, determine a valor de m.



14. (**USP**) Na figura a seguir, os pontos A,B e C são vértices de um triângulo retângulo, sendo $\hat{B}$ o ângulo reto. Sabendo - se que A = (0,0), B pertence à reta x γ 2y = 0 e P = (3,4) é o centro da circunferência inscri**ta** no triângulo ABC, determinar as coordenadas:

a) do vértice B.

b) do vértice C



15 (**ITA - 2007**) Sejam *A*: (*a*, 0), *B* : (0, *a*) e *C* : (*a*, *a*), pontos do plano cartesiano, em que *a* é um número real não - nulo. Nas alternativas abaixo, assinale a equação do lugar geométrico dos pontos *P*: (*x*, *y*), cuja distância à reta que passa por *A* e *B* é igual à distância de *P* ao ponto *C*.

a) x2 + y2 γ 2xy γ 2ax γ 2ay + 3a2 = 0

b) x2 + y2 + 2xy + 2ax + 2ay + 3a2 = 0

c) x2 + y2 γ 2xy + 2ax + 2ay + 3a2 = 0

d) x2 + y2 γ 2xy γ 2ax γ 2ay γ 3a2 = 0

e) x2 + y2 + 2xy γ 2ax γ 2ay γ 3a2 = 0

16. (IME) Dada a equação:

x2 + y2 - 2mx γ 4(m+1) y + 3m + 14 = 0

a) Determine os valores de m, para que esta equação corresponda a um circulo.

b) Determine o lugar geométrico dos centros desses círculos.

GABARITO

1. b

2. b

3. d

4. A (1, b γ m) e B (1,b + m)

5. (1,1), (3,3), (1,3) e (3,1)

6. $3\sqrt{3}$

7. e

8. b

9. b

10. e

11. a

12. e

13. $m=2+\frac{5\sqrt{2}}{2}$

14. a) B (6,3)

b) C (2,11)

15. a

16. a) m < - 2 ou m > 1

b) O centro do círculo estará no ponto da forma (m, 2(m+1)), ou seja seu lugar geométrico é uma reta de equação y = 2(x+1), desconsiderando o segmento que une os pontos (- 2, - 2) e (1,4).