

四轮阿克曼模型移动机器人运动控制系统设计

姓名：李厚霖 学号：520020910007

摘要

本论文旨在设计一个基于阿克曼原理的移动机器人运动控制系统。首先，介绍了移动机器人在现代工业和服务领域的重要性，并强调了运动控制系统设计的关键性。随后，阐述了阿克曼原理在移动机器人运动控制中的应用和重要性。接着，论文详细讨论了阿克曼模型机器人底盘部件的选型，包括驱动轮尺寸、驱动电机、减速箱和编码器等关键部件。然后，描述了阿克曼模型移动机器人的运动模型，以实现精确的运动控制。最后，论文提出了控制系统的结构设计，包括路径规划、速度控制和转向控制等方面，以实现机器人的高效运动和控制。通过本论文的研究和设计，期望能够为阿克曼原理移动机器人的运动控制系统提供有效的指导和方法。

关键词：阿克曼模型、底盘设计、运动模型、控制系统

1. 引言及背景

移动机器人在现代工业和服务领域扮演着重要的角色。随着自动化和智能化技术的快速发展，移动机器人在物流、仓储、医疗、农业和家庭服务等各个领域展示出巨大的潜力。为了实现移动机器人的高效运动和精确控制，运动控制系统的设计至关重要。

阿克曼原理是移动机器人运动控制的重要理论基础之一。该原理最初应用于汽车转向系统，通过合理选择车轮尺寸和转向角度，实现了车辆的精准转弯和稳定行驶。后来，阿克曼原理被引入到移动机器人的运动控制中，并成为了许多移动机器人底盘设计和控制系统的基础。

在前人的研究中^{[1][2]}，对于阿克曼机器人的运动控制的研究主要集中于运动学和动力学的分析，在理论上做了许多开创性的工作。如今的阿克曼机器人底盘通过精确控制各个轮子的转向角度，实现了机器人的灵活转向和路径跟踪能力。基于阿克曼原理的运动模型可以准确描述机器人的运动特性，为运动控制系统的设计提供了理论依据。通过合理选择底盘部件和设计控制算法，可以实现阿克曼机器人在复杂环境中的精确导航和运动控制。

本论文的目标是设计一个基于阿克曼原理的移动机器人运动控制系统。在底盘部件选型方面，我们将重点考虑驱动轮尺寸、驱动电机、减速箱和编码器等关键部件。这些部件的选择将直接影响机器人的运动性能、负载能力和控制精度。同时，我们将根据阿克曼原理的运动模型，设计合适的控制系统，包括路径规划、速度控制和转向控制等方面，以实现机器人的高效运动和控制。

2. 阿克曼模型机器人底盘部件选型

2.1 车轮尺寸选型

在车轮选型方面，常见的指标和考虑因素包括车轮直径、车轮间轴距和车轮间距。我们需要根据实际情况和具体应用选择合适的相应指标的车轮。

2.1.1 车轮直径

首先我们要考虑轮子的直径，车轮直径是选择车轮尺寸的重要指标之一。较大直径的车轮通常具有更好的通过性能和克服障碍物的能力。同时，大直径车轮也可以提供更高的车轮速度和更好的稳定性。然而，车轮直径的选择还需要考虑机器人整体尺寸、操控性要求以及与地面的接触面积。不仅如此，车轮尺寸的不同也决定了我们接下来电机选型的不同。由于我们设计的机器人在开阔的环境中进行实验域工作，所以我们将轮子的直径设计的大一些，可以为我们的机器人提供更好的性能（速度，稳定性等）。经过调查和查阅文献发现，用于实验的小车直径大约在 20-40cm 之间，此外，我还请教参加智能车比赛的同学和观察其所用的小车，可以发现他们所采用的车轮直径基本在 20cm 左右。考虑到我们平常的实验环境，应该大致与智能车竞赛相似。且如果车轮的直径过大可能会导致电机无法带动车轮，故我们选择车轮的直径为 $D = 20cm$ 。

2.1.2 车轮轴距

接下来，我们考虑车轮的轴距。车轮间轴距是指机器人底盘上两个对称车轮之间的距离。车轮间轴距直接影响机器人的稳定性和转弯性能。较大的车轮间轴距可以提高机器人的稳定性，减少侧倾风险，但可能影响机器人的机动性。相反，较小的车轮间轴距可以提高机器人的机动性，但可能降低稳定性。因此，选择合适的车轮间轴距需要综合考虑机器人应用场景和性能需求。由于我们的环境良好宽阔，设计机器人时可以选择较长的轴距，根据文献^{[1][2]}和底盘设计要求，我们将轴距设置为 $L = 90cm$ 。

2.1.3 车轮间距

最后我们考虑车轮间距。车轮间距是指机器人底盘上相邻两个车轮之间的距离。车轮间距的选择会影响机器人的转弯半径和操控性能。较小的车轮间距可以使机器人具有更小的转弯半径和更好的机动性，但可能导致机器人在某些情况下容易打滑或侧翻。相反，较大的车轮间距可以提高机器人的稳定性，但可能限制机器人的转弯能力。因此，车轮间距的选择需要平衡机器人的机动性和稳定性要

求。同样参考文献^{[1][2]}和底盘设计要求，我将车轮间距定为 $W = 40cm$ 。

至此，我们车轮的基本尺寸就选好了。

2.2 驱动电机、减速器选型

驱动电机的选型需要考虑机器人的功率需求和控制要求。根据机器人的负载和预期速度，选择合适的扭矩特性和功率的驱动电机。

扭矩计算：

首先我们由扭矩计算公式：

$$M = F \times R \quad (1)$$

其中， F 为需要施加的力， R 为车轮的半径，我们在车轮选型中可知车轮半径为 $10cm$ 。

之后，我们再计算所需施加的力 F 。由牛顿第二定律我们可以得到：

$$F = \mu mg + ma \quad (2)$$

其中， μ 为地面的滚动摩擦系数， m 是小车及负载的质量，由资料可知最大负载为 $30kg$ ， g 为重力加速度，这里取 $9.8 m/s^2$ ， a 是小车的加速度。经百度查阅信息得知：在室内实验条件下小车最大可允许加速度基本为 $1 m/s^2$ ，滚动摩擦系数为 0.01 ，因此可以得到前进过程中所需要的力为 $32.94N$ 。

再带入到之前的扭矩计算公式，我们可以得到扭矩 $M = 3.294Nm$ 。由于只有后轮两个为驱动轮，所以可知每个驱动轮所需的扭矩为 $\frac{M}{2} = 1.647 Nm$

由于设计要求规定，小车直线最大的前进速度为 $5 m/s$ 。可以得到电机的转速 n 为：

$$2\pi nR = V \quad (3)$$

其中 R 为小车的车轮半径。解得 $n = 478rpm$ 。

为了提供足够的扭矩输出和实现所需的速度控制范围，通常需要在驱动电机和驱动轮之间加装减速箱。同时，减速箱还应具备足够的承载能力和高效的传动效率。因此在 maxon 官网中我选择了占用空间小、转矩大的行星齿轮箱（减速箱）。

减速箱选用：行星齿轮箱 *GP 42 HD* ($\varnothing 42\text{ mm}$, $10.0 - 50.0\text{ Nm}$)，该减速箱的减速比为 3.5:1, 并且, 可以提供 10 Nm 的最大连续转矩, 符合我们的要求, 并且为上坡, 颠簸路段留出了足阿克曼移动机器人运动控制系统设计够的余量。其基本参数图如下:

齿轮箱数据	
减速比	3.5 : 1
绝对减速比	7/2
最大电机轴直径	10 mm
级数	1
最大连续转矩	10 Nm
瞬时允许输出转矩	15 Nm
输出端相对于输入端的旋转方向	=
最大效率	95 %
空载下齿轮箱平均背隙	0.6 °
惯量	17.5 gcm ²
齿轮箱长度 (L1)	57.7 mm
最大连续输出功率	1948 W
最大瞬时输出功率	2922 W

图 1：减速箱基本参数图

已知减速箱的减速比:

$$i = \frac{n_d}{n} = 3.5 \tag{4}$$

由此我们可以得到我们所需电机的额定转速 n_d 和电机的额定转矩 T :

$$n_d = n \times i = \frac{1673r}{min} \tag{5}$$

$$T = \frac{M}{i} = 0.471\text{ Nm} \tag{6}$$

所以我们选用 *EC frameless90 flat* (260W) 无刷电机，其额定转速为 $1770r/min$ 并且可以提 供 0.988 Nm 的额定转矩。其基本的参数如下图所示:

额定电压值	
额定电压	30 V
空载转速	2080 rpm
空载电流	490 mA
额定转速	1770 rpm
额定转矩 (最大连续转矩)	988 mNm
额定电流 (最大连续负载电流)	7.06 A
堵转转矩	14100 mNm
堵转电流	103 A
最大效率	87 %

图 2：电机基本参数图

2.3 转向舵机选型

对于机械车的转向驱动舵机，我主要考虑以下几个因素：

- 转向舵机需要提供的最大扭矩：这取决于机器人的总重量、底盘设计和所需的转向力。确保选择的转向舵机具有足够的扭矩来满足机器人的转向需求。
- 响应速度：转向舵机的响应速度对于机器人的操控性能至关重要。选择具有较快响应时间的转向舵机，以确保机器人能够快速而精确地执行转向动作。
- 最大旋转角度：电机从一端极限位置到另一端极限位置的角度差；

经过综合考虑，我选取了 MG996R 舵机。其基本的参数如下：

- 尺寸：40.8*20*38mm
- 重量：55g
- 速度：4.8V@0.20sec/60°——6.0V@0.19sec/60°
- 扭力：4.8V@13kg-cm——6.0V@15kg-cm
- 电压：4.8V-7.2V
- 空载工作电流：120mA
- 堵转工作电流：1450mA
- 响应脉宽时间≤5usec
- 角度偏差：回中误差0度，左右各45°误差≤3°。
- 齿轮：5级金属齿轮组

图 3：舵机基本参数图

其所能提供的最大扭矩为 $15 \times 0.098 = 1.47 \text{ Nm}$ ，响应速度基本能在 0.5s 内完成，转动角度为 180° 。基本符合舵机的选型要求。且其误差较小（即分辨率较高）、价格较为便宜，适合用于室内的实验阿克曼模型小车。

2.4 编码器选型

编码器用于测量驱动轮的转动角度和速度，以提供准确的位置反馈和运动控制闭环。我们根据所需的精度和控制要求，选择合适的编码器类型（如增量式编码器或绝对式编码器）和分辨率。

由于我们选择的无刷电机自带霍尔编码器，就无需另选编码器。

3. 阿克曼模型移动机器人的运动模型

3.1 阿克曼模型运动学原理

我们以后轮驱动，前轮转向的四轮阿克曼移动机器人为例：

定义后轮中心到前轮中心的轴线为小车中轴线，其与 x 轴的夹角为 θ (方位角)，这里假设重心 CG 在中轴线上；小车前轮方向与小车中轴线的夹角为 ϕ (转向角)。如下图所示：

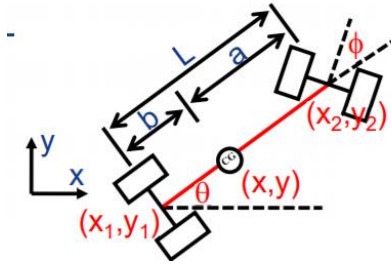


图 4：阿克曼模型示意图

a 为重心到前轮中心距离， b 为重心到后轮中心距离， L 为前轮中心与后轮中心的距离，显然 $L = a + b$

设小车重心坐标为 (x, y) ，则后轮中心坐标为 (x_1, y_1) ，前轮中心坐标为 (x_2, y_2)

由此得到后轮与质心速度的关系：

$$\dot{x}_1 = \dot{x} + b \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta \quad (7)$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y} - b \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta$$

由轮子运动特性，后轮没有侧滑可知：

$$\frac{\dot{y}_1}{\dot{x}_1} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (8)$$

最终得到重心运动约束公式

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta + b \cdot \dot{\theta} = 0 \quad (9)$$

同理，得到前轮与质心速度的关系：

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - a \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta \quad (10)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y} + a \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta$$

前轮无侧滑则有：

$$\frac{\dot{y}_2}{\dot{x}_2} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos(\theta + \phi)} \quad (11)$$

得到重心运动约束：

$$\dot{x} \sin(\dot{\theta} + \phi) - \dot{y} \cos(\theta + \phi) - a \dot{\theta} \cos \phi = 0 \quad (12)$$

又可知 X、Y 方向速度分别为：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_u \cos \theta - v_w \sin \theta \\ \dot{y} &= v_u \sin \theta + v_w \cos \theta \end{aligned} \quad (13)$$

由此可得阿克曼模型的质心运动学模型为：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_u \cos \theta - b \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y} &= v_u \sin \theta + b \dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v_u}{L} \tan \phi \end{aligned} \quad (14)$$

用后轮中心(x1,y1)表示小车位置，则阿克曼模型的运动学模型可以简化为：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v^* \cos \theta \\ \dot{y} &= v^* \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{L} \tan \phi \end{aligned} \quad (15)$$

其加速度方程为：

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -v \sin \theta \dot{\theta} \\ \ddot{y} &= v \cos \theta \dot{\theta} \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{L} \tan \phi \end{aligned} \quad (16)$$

由此可以得到小车的转弯曲率为：

$$K = \frac{\tan \alpha}{L} \quad (17)$$

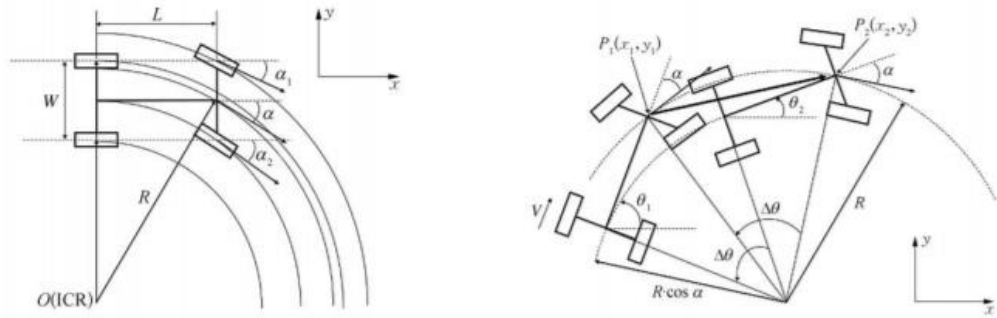


图 5：阿克曼转向原理及过程

3.2 输入电压与阿克曼运动学模型的关系^{[3][5]}

假设，小车两电机闭环系统特性完全一致，电机输入电压与车轮转速关系如下：

$$n = k_n U + C_n \quad (18).$$

式中 n 为车轮转速， U 为电机输入电压， k_n 和 C_n 为常数。

根据推导可获得车体转动的角速度 ω 和小车左右轮中点处的速度 v_o 如下：

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{(n_2 - n_1)D\pi}{L} \\ v_o &= \frac{(n_1 + n_2)D\pi}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 n_1 ， n_2 分别为小车轮左轮和右轮的转速， D 为小车轮直径， L 为小车轮间距。

将其带入电机输入电压与转速关系的式子，可得：

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{(U_2 - U_1)D\pi k_n}{L} \\ v_o &= \frac{(U_1 + U_2)D\pi k_n}{2} + D\pi C_n. \end{aligned} \quad (20)$$

其中 U_1 和 U_2 为小车轮左轮和右轮的输入电压。

至此我们对阿克曼移动机器人模型进行了详细的运动模型阐释，此外，我们还建立了电机电压与小车前进速度以及转向速度的关系，对整个阿克曼移动机器人模型理论设计进行了详细地阐述。

但是上述的电压控制设计基于这样一个假设：车体的原地转向精度较高。这取决于两方面的原因，其一是机器人小车的左右轮的伺服电机的闭环精度高，在相同的输入信号作用下，左右两轮的特性非常接近。其二是车轮要采用实心刚轮，外裹缓冲材料，车轮的纵向和侧向变形很小。

因此，在下一个章节里，我将进行控制系统结构的设计，控制小车电机，控制小车运动。

4. 控制系统结构设计

4.1 总体控制系统框图

总体的控制系统框图如下所示：

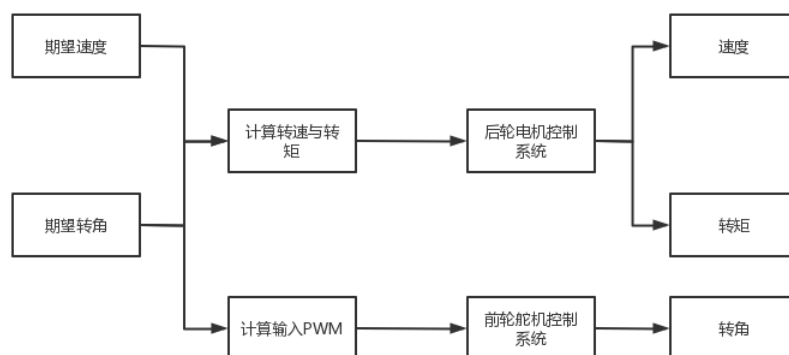


图 6：速度控制模块框图

4.2 后向控制器

4.2.1 速度控制器设计

在小车行驶的任意时刻，我们可以确定行驶速度 V 与小车转向角 δ ，这样我们可以通过式子 (23) (24) 确定后轮的速度。这里参照论文[5]进行电机控制的设计。

但是，由于机械加工精度和电气设备精度的限制，要保持左右两轮无论在动态情况下，还是在稳态情况下，均保持完全的一致，是不太现实的。更何况在不同的地面上，左右轮总是会表现出不同的特性。特别是地面对轮子的干扰，上面的设计方法完全依赖于伺服电机的闭环精度，不能完全消除干扰的影响。

下面针对两轮移动机器人在实际应用中的问题，对两轮移动机器人的运动控制提出一种新的控制策略。在左右轮双闭环电机控制的基础上，加入左右轮电机速度差的补偿，以补偿扰动和左右轮系统模型差异的影响。

如下图所示是速度控制模块的基本框图：

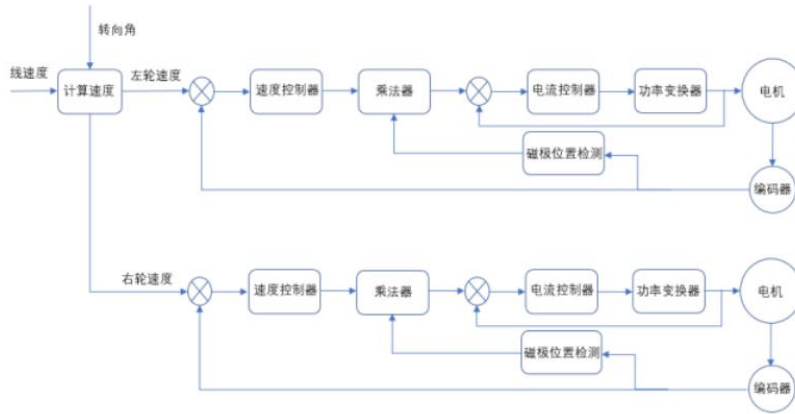


图 7: 速度控制模块框图

速度控制采用双闭环负反馈调节系统，内环为电流环，在伺服驱动器内部进行，通过霍尔装置，检测驱动器给电机的各相的输出电流，负反馈给电流设定进行控制器调节。外环为速度环，通过传感器反馈速度到设定值进行速度调节，以达到期望速度。其控制方框图如下所示：

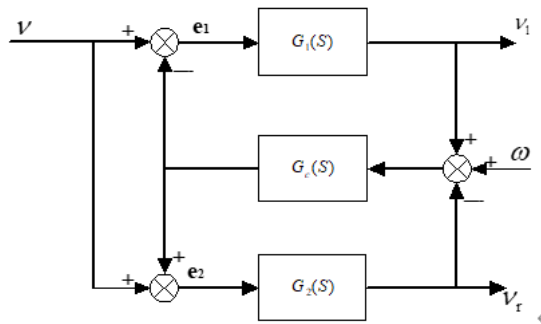


图 8: 双闭环负反馈速度控制框图

速度控制器采用的是数字 PID 控制器，通过调试参数可以控制电机稳定。

$$u(k) = K_p e(k) + K_I \sum_{i=0} e(i) + K_D [e(k) - e(k-1)] \quad (21)$$

此外，如果为了使得抗扰能力更加突出，我们也可以采用 LADRC 控制器进行控制，只需要将上述流程图中的 PID 模块改为 LADRC 模块即可。我们可以设计一个三阶的 LADRC 控制器，其控制框图如下：

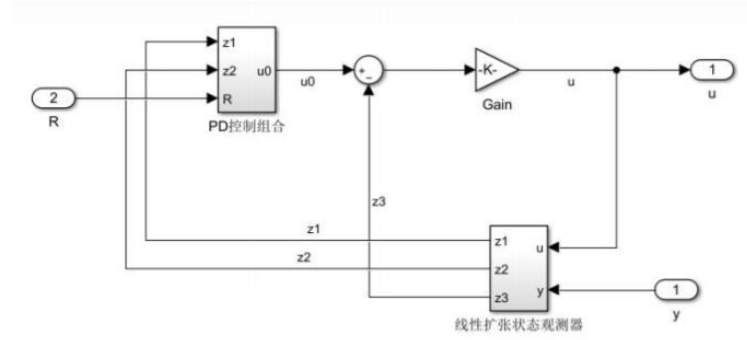


图 9：三阶 LADRC 控制器

4.2.2 执行器内部运算与被控对象（速度）间关系。

通过无刷直流电机模型，我们可以得到电磁转矩方程：

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega} \quad (22)$$

其中 T_e 是电磁转矩， e 、 i 分别为三相定子反电动势与三相定子电流， ω 是电机的角速度，也就是轮子的转速，由此我们便可以得到电机的电磁转矩。

根据运动方程式：

$$T_e = T_L + B\omega + J \frac{d\omega}{dt} \quad (23)$$

其中 T_L 是负载转矩， B 是阻尼系数， J 是电机转动惯量。据此我们可以求得电机的转动角速度 ω

我们可以求得电机转动角速度 ω 后再进行积分便可以得到电机转子的位置。但是由于购买的电机自带传感器，可以精确地自行测量电机转子位置并反馈回来，通过位置求导我们可以得到电机转动角速度。对比两个途径得到的数据，可以融合出相对真实正确的数据。

至此，我们的后轮驱动控制设计完成。

4.3 前向控制器

4.3.1 前向转向结构设计^[4]

由于前轮并不是驱动轮，因此只要控制舵机的角度即可，我们首先考虑前向

转向舵机的结构设计。

阿克曼转向所用的前轮结构如图 9 所示，这种梯形转向结构好处就是，左右车轮可以绕着独立的旋转轴（主销）进行旋转，大大减小了车轮转向需要的空间。

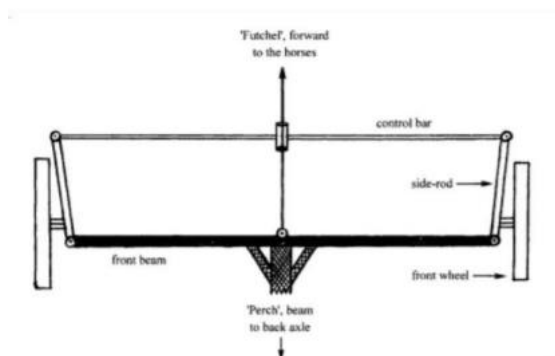


图 10：阿克曼梯形转向模型

围绕阿克曼转向梯形的设计，分为三类：

- 阿克曼转向梯形（下图（a）），内轮转角 $>$ 外轮；理想的阿克曼梯形内外轮转角垂线相交于后轴延长线上。
- 平行转向梯形（下图（b）），内轮转角 $=$ 外轮。
- 反阿克曼转向梯形（下图（c）），内轮转角 $<$ 外轮。

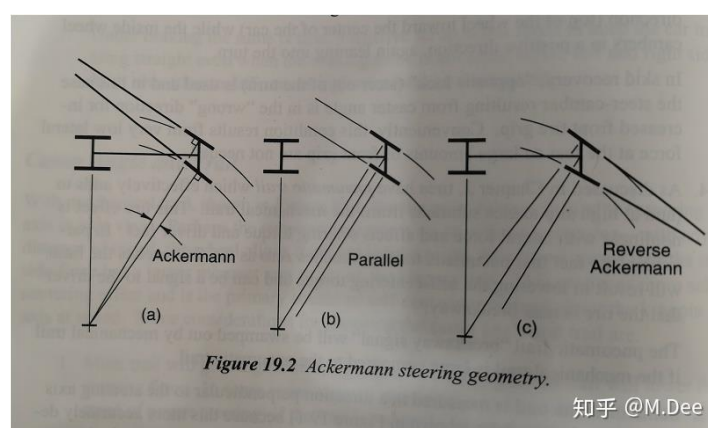


图 11：阿克曼梯形转向三种模型

我们设计的阿克曼移动机器人使用的是第一种转向结构及阿克曼转向梯形。使得车在转向过程中，侧向加速度非常的小（可以认为是 0）。

4.3.2 前向转向舵机控制

对转向舵机采用闭环控制，舵机闭环控制程序框图如下图所示：

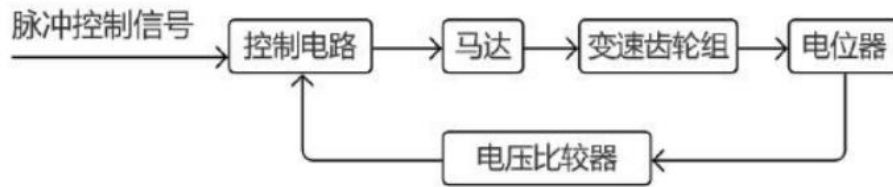


图 12：舵机闭环控制框图

舵机内部的控制驱动电路板从外界接收控制信号，经过处理后变为一个直流偏置电压，在控制板内部有一个参考电压，这个参考电压由电位器产生，将外部获得的直流偏置电压与电位器的电压进行比较获得电压差，并输出到舵机驱动芯片驱动舵机，电压差的正负决定电机的正反转，大小决定旋转的角度，电压差为 0 时，电机停止转动。至此，通过控制输入的控制信号大小，我们可以控制小车的转向角 δ 。

5. 控制系统总结

移动机器人在现代工业和服务领域具有广泛的应用前景，因此实现其高效运动和精确控制的运动控制系统设计至关重要。本论文以阿克曼原理移动机器人的运动控制系统设计为目标。首先，在引言部分介绍了移动机器人的重要性，并突出了阿克曼原理在移动机器人运动控制中的应用和重要性。

针对底盘部件的选型，论文将重点考虑驱动轮尺寸、驱动电机、减速箱和编码器等关键部件。这些部件的选择将直接影响机器人的运动性能、负载能力和控制精度。通过合理选择底盘部件，能够满足机器人在不同应用场景下的需求，并提高机器人的运动效率和稳定性。

在阿克曼模型的运动模型描述中，论文详细介绍了阿克曼模型机器人的运动特性和关键参数，为控制系统设计提供了理论基础。通过对机器人的运动学和动力学分析，能够准确描述机器人的运动行为，从而为控制算法的设计提供依据。

控制系统的结构设计是实现机器人高效运动和控制的关键。论文提出了合理的控制系统结构，包括速度控制和转向控制等方面。通过速度控制算法控制机器人的运动速度，通过转向控制算法实现机器人的转向操作。这些控制算法的设计将确保机器人能够在复杂环境中实现精确导航和运动控制。

综上所述,本论文旨在设计一个基于阿克曼原理的移动机器人运动控制系统。通过合理选择底盘部件和设计控制算法,能够实现机器人的高效运动和精确控制。

6. 参考文献

- [1] 盖军雄,雷晓春,江泽涛. 基于 ROS 的阿克曼机器人室内导航实现[J]. 中国体视学与图像分析, 2021, 26(03):215-225. DOI:10. 13505/j. 1007-1482. 2021. 26. 03. 002. Zotov Y K. Controllability and stabilization of the programmed motions of a transport robot[J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2000, 64(6):871-890.
- [2] 李卫硕,徐颖,郭超等. 基于阿克曼算法的轮毂电动汽车控制方法研究[J]. 测控技术, 2017, 36(03):59-62. DOI:10. 19708/j. ckjs. 2017. 03. 015.
- [3] 王丰元,谢宪毅,何建勇等. 电动汽车电机双闭环差速控制策略研究[J]. 计算机仿真, 2015, 32(12):107-112+254.
- [4] 申川川. 基于阿克曼转向角在四驱电动汽车中的运用分析[J]. 时代汽车, 2018(04):83-84.
- [5] 周润发,杨琦,汪元礼,李丹,卫军帅. 基于阿克曼原理的舵机与差速电机协同控制算法的研究与应用[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2017, 33(14):14-15. DOI:10. 13398/j. cnki. issn1673-260x. 2017. 14. 006.