Macroeconomía I

Profesor: Nicolás Eyzaguirre[1]
Ayudantes: Allan Álvarez[2], Beder Cisterna[3], Camila Leiva[4]

Ayudantías 5 y 6

Comentes Ayudantía 5

(a) Una municipalidad de un país lejano y exótico tenía agua gratis. Esta municipalidad vendió este derecho a su proveedor para financiar su presupuesto. Esta operación es, desde el punto de vista de las finanzas públicas, equivalente a endeudarse.

> **Respuesta**
>
> Verdadero. Los derechos de agua son un activo, que al venderlo reduce los activos netos, al igual que endeudarse que reduce los activos netos.

(b) La ventaja de financiar el presupuesto por la vía de privatizaciones es que no implica mayor endeudamiento público.

> **Respuesta**
>
> Incierto. Efectivamente no aumenta el endeudamiento público, pero no es una "ventaja", pues la posición neta de activos del fisco se deteriora igual que con una emisión de deuda (salvo eventuales problemas de valoración).

(c) Ante un fuerte incremento en el precio del cobre no debiesen observarse efectos sobre el superávit fiscal en Chile.

> **Respuesta**
>
> Falso. Si el aumento del precio del cobre es transitorio, lo que debiese ocurrir es que se ahorre y, por lo tanto, que aumente el superávit fiscal. Si el aumento del precio del cobre es permanente, el gasto aumentará en igual magnitud, dejando constante el superávit fiscal.

Comentes Ayudantía 6

(a) La manera más fácil de promover el consumo privado es con una reducción de impuestos transitoria que se financia con deuda pública, y mientras más transitoria sea esta rebaja (para un mismo monto de la rebaja) mayor será su impacto sobre el consumo en el período que los impuestos están bajos.

[1]neyzagui@fen.uchile.cl
[2]aalvarezh@fen.uchile.cl
[3]bcisterna@fen.uchile.cl
[4]cleivad@fen.uchile.cl

Respuesta

Falso. Por directa aplicación de la Equivalencia Ricardiana (ER) esto no aumenta el consumo. Cuando la ER no se cumple, hay un aumento del consumo pero sólo parcial, pero mientras más transitoria es la rebaja de impuestos más cerca estaremos de la ER.

(b) Suponga que el gobierno de Chile decide terminar con la aplicación de la regla fiscal con el propósito de aumentar el gasto. Si se cumple la equivalencia ricardiana esta decisión no tendrá efectos macroeconómicos.

Respuesta

Falso. La equivalencia ricardiana se refiere al timing de impuestos, no al nivel de gastos.

(c) Considere una economía que aplica una regla fiscal al estilo de la regla fiscal chilena. Asuma que esa economía enfrenta una fuerte caída cíclica en sus ingresos tributarios. El déficit fiscal generado en caso de no ajustarse el gasto podrían poner en peligro la solvencia fiscal y por lo tanto debiese aumentar el premio soberano.

Respuesta

Falso. Si la regla es creíble, el gasto será siempre igual a los ingresos estructurales. Por lo tanto el gobierno siempre pagará su deuda. Es decir, no debiese haber un cambio en la apreciación de riesgo de este Estado. Lo que debiese mantener el premio soberano inalterado.

Matemático I - A5: Política Fiscal en tiempos difíciles

Considere una economía que empieza el período $t-1$ con un nivel de deuda de 40 (es decir $B_{t-1}=40$). Esta deuda está toda a una tasa flotante e igula a la tasa de interés vigente en el mundo en ese período. En el período $t-1$ el PIB (Y) alcanzó un valor de 100. El gasto total de gobierno G, excluído solo el pago de intereses por su deuda, fue de 20, la recaudación tributaria (T), que es su única fuente de ingresos, llegó a 20 también. La tasa de interés internacional fue de 5 %.

(a) ¿Cuánto fue el déficit operacional (D), el déficit fistal total (DF), y el nivel de deuda acumulado a finales de $t-1$ (lo mismo que inicios de t y denotamos como B_t). Exprese sus resultados como porcentaje del producto.

Respuesta

Dado: $D_{t-1}=40$, $G_{t-1}=20$, $T_{t-1}=20$, $r_{t-1}=0,05$, tendremos que $D=0$ y $DF=2$ (solo pago de intereses ya que el déficit operacional es cero), en consecuencia $B_t=B_{t-1}+DF_t=42$. Todo en porcentajes sobre el producto ya que el PIB es 100.

Suponga ahora que el año t fue un muy mal año en el mundo. El PIB del país cayó a 95. La recaudación tributaria cayó consistentemente con una elasticidad recaudación-producto igual a 2. La tasa de interés internacional sube a un astronómico 15 %. El gobierno por su parte, para atenuar la recesión decide subir el gasto público en 3 % respecto del año anterior. Consteste:

(b) ¿Cuánto fue el déficit operacional (D), el déficit fiscal total (DF), y el nivel de deuda acumulado a finales de t, B_{t+1}? Exprese sus resultados como porcentaje del producto.

Respuesta

En t tendremos que:

$$\frac{\Delta T}{T} = -2 \times 0,05 = 0,1$$

ya que la elasticidad es 2 y la caída del producto 5 %. Entonces la caída de 10 % en la recaudación tributaria implica que $T_t = 18$. Además $G_t = 20,6$ (sube 3 %). En consecuencia $D_t = 2,6$ (2,7 % del PIB). El pago de intereses es $0,15 \times 42 = 6,3$, o sea $DF_t = 8,9$ (9,4 % del PIB), y entonces la deuda será $42 + 8,9 = 50,9$, que es 53,6 % del PIB.

(c) Suponga que los mercados financieros internacionales están preocupados por este país y aseguran no prestarle más de un 50 % de su PIB. ¿Es consistente esta restricción con la política fiscal recién descrita? ¿Cuál es el máximo G consistente con esta restricción? ¿Logrará el gobierno evitar una caída del gasto público?

Respuesta

La cifra de deuda anterior claramente excede el límite de endeudamiento posible. Por lo tanto habrá que reducir el gasto para llegar a una deuda de 47,5 (3,4 menor a la con gasto 20,6), ya que es el 50 % del PIB. En consecuencia el gasto caerá, el gobierno no podrá evitarlo, y llegará a $20,6 - 3,4$, lo que da $G_t = 17,2$ es decir una caída de 14 % respecto del gasto del año anterior.

(d) Suponga que las autoridades prevén que t viene muy malo. Para no apretar el gasto en una recesión y para cumplir la restricción de endeudamiento público, el gobierno desea diseñar un plan para la emergencia. Para ello suponen algo peor que lo que dijimos había ocurrido: suponen que el producto caerá un 10 % y las tasas de interés internacionales subirán hasta 20 %. Las autoridades desean mantener al menos el gasto total constante ¿Cuánto debería ser el nivel de deuda como porcentaje del PIB a inicios de t para estar preparados para esta emergencia sin necesidad de reducir el gasto (es decir para que el gasto sea al menos igual al del período anterior)?

Respuesta

Procediendo de manera similar en este escenario y manteniendo el gasto en 20, tenemos que en la emergencia $T = 16$ (cae 20 %), el pago de intereses es $0,2 \times B^*$, donde B^* es la deuda "límite". Por lo tanto un déficit fiscal de $4 + 0,2B^*$. Esto se agrega a la deuda inicial que no queremos que supere el límite de $B^* = 45$ (el 50 % del PIB en esta debacle), entonces la deuda inicial debe ser de $B^* = 45 - 5 - 0,2B^*$ (esto no es más que $B_{t+1} - B_t = G - T + rB_t$, donde B_{t+1} es 45 y B_t es la incógnita B^*), con lo que se llega a $B^* = 34,2$, que es un 34,2 % del PIB del año anterior (que era 100).

(e) Un asesor sugiere privatizar activos públicos para prepagar deuda y así llegar a una deuda razonable (la que usted encontró en (d)) ¿Qué le parece esta opción?¿Qué puede decir de esta opción en una economía que no enfrenta problemas de financiamiento de su deuda pública?

Respuesta

El asesor ha propuesta algo que tiene sustento ya que el fisco no puede endeudarse, y cambiar un activo por una reducción de pasivos (deuda) es justificada en este caso para que el país no enfrente dificultades de liquidez en el futuro.

Si el país no tiene problemas de financiamiento la privatización no se justifica por razones fiscales ya que es financiamiento alternativo a deuda, y no representa ingresos "arriba de la línea".

Matemático II - A5: Política fiscal y precio del cobre.

Suponga un gobierno que su único ingreso proviene de un activo llamado "mina de cobre". Esta mina produce hoy, y en todos los años futuros, una cantidad Q de cobre la que se vende a un precio que se espera permanezca constante igual a P. El gobierno desea tener un gasto constante igual a G. La tasa de descuento del gobierno es r y no tienen ningún otro activo ni pasivo.

(a) ¿Cuánto es el gasto del gobierno, G?

Respuesta

$$G = PQ$$

Suponga que ahora está partiendo el año t, hay un gran aumento del precio del cobre y hay que formular el presupuesto. El precio sube a P^h por el año t y se espera que se devuelva permanentemente a P a partir del próximo año. El gobierno, donde la política fiscal es conducida por un ministro que entiende eso de suavizar consumo, sigue comprometido en mantener el gasto constante.

(b) ¿A cuánto debería ascender el gasto, denótelo G^h, de modo que sea constante desde t en adelante? Defina "precio implícito" (denótelo P^i) como el precio que hace $G^h = P^iQ$. Interprete P^i ¿Cuánto ahorra el fisco en el período t?

Respuesta

El valor presente de la producción será $P^hQ + PQ/r$, y el valor presente del gasto constante de hoy en adelante es $G^h(1+r)/r$, en consecuencia:

$$G^h = \frac{rP^hQ + PQ}{1+r}$$

Trivialmente

$$P^i = \frac{rP^h + P}{1+r} = P + \frac{r}{1+r}(P^h - P).$$

Es el precio implícito de largo plazo que hace el gasto constante.

El ahorro, S, será $P^hQ - G^h$, esto es $(P^h - P^i)Q$, es decir:

$$S = \frac{P^h - P}{1+r}.$$

Al gobierno le cuesta explicar esto de suavizar consumo y valores presentes, de modo que decide definir su política en términos de un llamado precio de largo plazo, que se define como el precio promedio de los próximos 10 años, es decir el que prevalecerá en t y los próximos 9 años hasta $t+9$.

(c) Calcule el precio de largo plazo en t (P_t^l) y de $t+1$ en adelante (P_{t+1}^l). Si el gobierno decide gastar exclusivamente los ingresos por cobre, valorados a los precios de largo plazo, de t en adelante: ¿Cuánto gastaría en t (G_t^l) y de $t+1$ en adelante (G_{t+1}^l)? ¿Le parece razonable esta política? Justifique su respuesta.

> **Respuesta**
> Naturalmente $P_i^l = (P^h + 9P)/10$ y $P_{t+1}^l = P$. En consecuencia $G_t^l = Q(P^h + 9P)/10$ y $G_{t+1}^l = QP$. Esta política no es razonable pues no suaviza el gasto e ignora que en t acumula activos, por lo tanto no gastará todo lo que tiene, violando su restricción presupuestaria intertemporal.

(d) Si el gobierno gasta en t la producción de cobre valorada al precio de largo plazo (denótelo G^t). ¿Cuánto gasta y ahorra en t? Ahora bien, el ministro dice que se gastará los ahorros de manera de mantener un gasto constante de $t+1$ en adelante. Para mantener el gasto parejo, a cuánto debiera ascender el gasto de $t+1$ de acuerdo a esta regla. Llámelo G^r.

> **Respuesta**
> El gasto será $G^t = Q(P^h + 9P)/10$ y el ahorro en este caso será $S = P^hQ - Q(P^h + 9P)/10 = Q(P^h - P)9/10$. Note que G^t es igual a G^l, pero la diferencia se da de $t+1$ en cuyo caso gasta además los intereses que son la anualidad del ahorro. Es decir gastará de $t+1$ en adelante:
>
> $$G^r = \left[P + r(P^h - P)\frac{9}{10}\right]Q.$$

(e) Compare G^r y G^t con G^h. ¿Discuta las diferencias entre estas cantidades? ¿Podría decir que se asemejan?¿Cuánto debiera ser la tasa de interés, si es que existe alguna, para que estos gastos sean iguales?¿Si usted fuera el ministro, en base a que decidiría el período de tiempo para calcular el precio de largo plazo?

> **Respuesta**
> Note que G^t, G^h y G^r son todos similiares, e incluso son iguales si $1/(1+r) = 9/10$, es decir $r = 1/9$. Las reglas son similares y la del precio de largo plazo es una buena aproximación. Una buena selección del plazo para calcular el precio de largo plazo debería estar asociada a la tasa de interés.

Matemático I - A6: Equivalencia Ricardiana, Restricciones de Liquidez y Consumo

Considere una economía habitada por un individuo que vive dos períodos y su función de utilidad es:

$$U = \log c_1 + \beta \log c_2 \tag{1}$$

El individuo tiene ingresos de y_1 e y_2 en los períodos 1 y 2, respectivamente. Con ese ingreso además de consumir y ahorrar debe pagar impuestos.

La tasa de interés real es igual a r, y los individuos y gobierno pueden prestar y pedir prestado a esa tasa.

Suponga que el gobierno gasta G en el período 1 y lo financia con un impuesto T_1 por igual magnitud de manera de tener el presupuesto equilibrado.

(a) Calcule el consumo en cada período y su ahorro, como función de los ingresos y de G.

Respuesta

Definiendo Y como el valor presente de los ingresos, y después de un poco de álgebra se llega al siguiente resultado:

$$c_1^a = \frac{Y}{1+\beta} = \left[y_1 - G + \frac{y_2}{1+r}\frac{1}{1+\beta}\right]$$
$$c_2^a = \left[y_1 - G + \frac{y_2}{1+r}\right]\frac{(1+r)\beta}{1+\beta}$$
$$S^a = (y_1 - G)\left(\frac{1}{1+\beta}\right) - \frac{y_2}{(1+r)(1+\beta)}$$

Nótese que c_2 se puede calcular directo de las condiciones de primer orden: $c_1/(\beta c_2) = 1+r$, usando el resultado de c_1, o resolviendo para el ahorro como $S = y_1 - G - c_1$ y luego usando $c_2 = S(1+r) + y_2$.

(b) Suponga que el gobierno quiere aumentar el consumo en el período 1 y anuncia que no cobrará impuestos en el período 1, pero mantendrá el gasto, para lo cual se endeudará en B. El período 2 cobrará un impuesto igual a T_2 consistente con su restricción presupuestaria. Calcule B y T_2 ¿Qué pasa con el consumo en cada período y el ahorro? es capaz esta política fiscal de aumentar el consumo en el primer período. Discuta su resultado mostrando que pasa con el ahorro del individuo y el ahorro del gobierno comparado con su respuesta en (a).

Respuesta

En este caso $B = G$, es decir el gobierno se endeuda en lo que gasta, y luego debe cobrar impuestos $T = G(1+r)$ para pagar la deuda. En el primer período el gobierno tendrá un déficit de G y en el segundo un perávit primario de $G(1+r)$. El valor presente de los déficit primarios es cero.

En este caso $Y = y_1 + (y_2 - G(1+r))/(1+r) = y_1 - G + y_2/(1+r)$, que, tal como es de esperar, es igual que la del primer período. Se cumple la equivalencia ricardiana, el individuo no cambia sus consumos como resultado del cambio de período en que se cobran los impuestos.

De hecho el ahorro en este caso cambia, ya que $S = y_1 - c_1$, entonces, comparado con la pregunta anterior el ahorro aumenta en G, que es exactamente lo que desahorra el gobierno, de modo que el ahorro agregado no cambia. Si resuelve para el ahorr se tiene que:

$$S^b = y_1\frac{\beta}{1+\beta} + G\frac{1}{1+\beta} - \frac{y_2}{(1+\beta)(1+r)} = S^a + G.$$

(c) Supondremos ahora la misma política fiscal de (a), pero supondremos que el individuo tiene restricciones de liquidez. En particular supondremos que el individuo no se puede endeudar. Suponga además que:

$$y_1\beta < \frac{y_2}{1+r} + \beta G. \tag{2}$$

¿por qué es importante esta restricción? Calcule el consumo de los individuos en cada período y el ahorro.

Respuesta

Dada la restricción (2) esto significa que el individuo estaría pidiendo prestado (ahorro negativo) el primer período, pero no puede ser así, de modo que elegirá una solución extrema, esto es:

$$\begin{aligned} c_1^c &= y_1 - G, \\ c_2^c &= y_2, \\ S^c &= 0. \end{aligned}$$

La importancia de (2) es que con ella se asegura que la restricción al endeudamiento sea activa.

(d) Para responder esta pregunta asuma que además de (2) se cumple esta otra condición

$$y_1\beta > \frac{y_2}{1+r} - G. \tag{3}$$

Suponga ahora que sigue la política de (b), y el individuo sigue sujeto a la misma restricción de liquidez. Calcule el consumo en cada período y compárelo con su respuesta en (c) ¿Es la política fiscal efectiva en aumentar el consumo del primer período? ¿Por qué? Discuta su resultado mostrando que pasa con el ahorro en cada período. ¿Qué puede decir respecto del efecto sobre el bienestar de esta política?

Discuta, sin necesidad de hacer cálculos, que pasa si (3) no se cumple (es decir el signo es $\leq$), aunque (2) se sigue cumpliendo.

Respuesta

La rebaja de impuestos genera más ingreso de modo que el individuo ahorrará más en el primer período. De hecho, el individuo ahorrará de acuerdo a S^b, siempre y cuando este valor sea positivo, lo que efectivamente ocurre ya que se cumple la restricción (3). En consecuencia la restricción no es relevante, y el individuo actúa exactamente como en la parte (b), es decir como si no hubiera restricción de liquidez, y el consumo en cada período es igual al de (a), que es el mismo de (b). Es fácil ver que $c_1^d = c_1^a > c_1^c$ debido a que se cumple (3). Es decir:

$$c_1^d = \left[y_1 - G + \frac{y_2}{1+r}\right]\frac{1}{1+\beta} > c_1^c = y_1 - G.$$

Desde el punto de vista de bienestar la política de cobrar impuestos el período 2 es óptima, es decir alcanza el óptimo sin restricción de liquidez, debido a que la postergación de impuestos alivia la restricción al endeudamiento.

La equivalencia ricardiana no se cumple porque los individuos enfrentan restricciones de liquidez.

Por último, si (3) no se cumple, la restricción de liquidez sigue siendo activa, y el individuo consumo y_1, que igualmente representa un aumento respecto del caso que los impuestos se cobran en el período 1, y la equivalencia ricardiana no se cumple, la política de postergar impuestos también mejora el bienestar, aunque no lleva al óptimo. Para esto último se requeriría de un subsidio que compense las demandas de endeudamiento.

Matemático II - A6: Equivalencia ricardiana, tasas de interés y consumo

Suponga una economía donde hay dos tipos de agentes: $\alpha \times 100\,\%$ de ellos ricardianos y el otro $(1-\alpha)\times 100\,\%$ son consumidores *hand-to-mouth*, o no-ricardianos, es decir consumen en cada período todo su ingreso neto de impuestos. Normalizaremos la población a uno, de modo que hay α consumidores ricardianos y $1-\alpha$ consumidores *hand-to-mouth*.
Todos los consumidores viven infinitamente y tienen un ingreso constante de Y. El consumidor ricardiano quiere tener un consumo creciente en el tiempo, de la siguiente forma:
$C_t = C_0(1+r-\rho)^t$
donde r es la tasa de interés y ρ el factor de descuento, y $r \geq \rho$. C_0 es el nivel de consumo hoy (que es el período en el que hacemos el análisis).
La inversión en esta economía es insensible a la tasa de interés e igual a $\bar{I}$.

(a) Suponga que no hay impuestos ni gastos de gobierno. Usando la restricción intertemporal del consumidor ricardiano, determine C_0 (denótelo C_0^R), y su ahorro (denótelo S^R).

Respuesta

Si no hay impuestos ni gasto tenemos la siguiente restricción presupuestaria intertemporal:

$$\sum_{t=0}^{\infty} C_0^R \left(\frac{1+r-\rho}{1+r}\right)^t = \sum_{t=0}^{\infty} Y \frac{1}{(1+r)^t}.$$

Resolviendo se llega a:

$$C_0^R = Y\frac{\rho}{r}.$$

El ahorro es el ingreso no consumido:

$$S^R = Y - C_0^R = \frac{Y(r-\rho)}{r}.$$

(b) Calcule el ahorro agregado hoy (para ello obtenga el ahorro de los no-ricardianos, S^N) y encuentre la tasa de interés real de equilibrio. Si $\bar{I} = 0$ cuál es el valor de la tasa de interés de equilibrio y por qué.

Respuesta

Obviamente $C^N = Y$ y tendremos que $S^N = 0$, con lo que tenemos que

$$S = \alpha\frac{Y(r-\rho)}{r},$$

el que igualado a la inversión $\bar{I}$ da la siguiente tasa de interés real de equilibrio:

$$r = \frac{\alpha Y \rho}{\alpha Y - \bar{I}}.$$

Note que si $\bar{I} = 0$ la tasa de interés real es igual a ρ y el consumo constante igual a Y. Con ello se logra que el ahorro de los ricardianos y por lo tanto el ahorro total sean iguales a cero, que es la inversión.

(c) Suponga ahora que el gobierno decide gastar de manera permanente una cantidad constante G, financiada todos los períodos con impuestos T iguales a G. Determine en este caso cuánto será C_0^R.

Respuesta

En este caso tendremos que

$$\sum_{t=0}^{\infty} C_0^R \left(\frac{1+r-\rho}{1+r}\right)^t = \sum_{t=0}^{\infty} (Y-T)\frac{1}{(1+r)^t}.$$

Pero sabemos que $G = T$, entonces llegamos a:

$$C_0^R = (Y-G)\frac{\rho}{r}.$$

(d) Determine el ahorro de los ricardianos (S^R), de los no-ricardianos (S^N) y del gobierno (S^G) ¿Cuál será ahora la tasa de interés de equilibrio?¿Cómo depende de G?¿Cómo depende de α?

Respuesta

Trivialmente el ahorro del gobierno es cero y el de los no ricardianos también en consecuencia $S = \alpha S^R$, e igualando a la inversión tendremos que

$$r = \frac{\alpha(Y-G)\rho}{\alpha(Y-G) - \bar{I}}$$

Para ver las derivadas parciales por inspección podemos escribir r como:

$$r = \frac{\rho}{1 - \frac{\bar{I}}{\alpha(Y-G)}},$$

de donde se ve que un aumento del gasto de gobierno sube la tasa de interés y un aumento de α la reduce.

(e) Suponga que todos los agentes son ricardianos ($\alpha = 1$), y el gobierno incurre en el gasto descrito en (c), pero decide postergar el alza de impuestos para el próximo período (preservando, por supuesto, su restricción presupuestaria), emitiendo deuda en el período actual ¿Cuál es el efecto sobre la tasa de interés comparado con el que obtuvo en (c)?

Respuesta

No es necesario hacer cálculos, pues si todos los agentes son ricardianos el financiamiento del déficit da lo mismo, es decir da igual si los impuestos se recaudan en la actualidad o en el futuro. Por lo tanto no hay efectos sobre la tasa de interés comparado con la situación descrita en (c).

Matemático III - A6: Choices under Uncertainty

Un individuo que solo vive por dos períodos, tiene una función de utilidad $u(\cdot)$ que cumple con las condiciones $u'(\cdot) > 0$, $u''(\cdot) < 0$ y $u'''(\cdot) > 0$. En el período t recibe un ingreso de Y_t. Para el siguiente período presenta incertidumbre en su ingreso: se recibe un ingreso Y_{t+1}^A con probabilidad de p y un ingreso de Y_{t+1}^B con probabilidad de $1-p$ por lo cual solo se ha formulado expectativas $\mathcal{E}_t[Y_{t+1}]$. La incertidumbre respecto al ingreso del periodo $t+1$ se revuelve después que se ha decidido el consumo en el periodo t y antes de decidir el consumo en el periodo $t+1$. La tasa de interés relevante para el problema es r y la tasa de descuento intertemporal es ρ. Asuma que $r=\rho$.

(a) Derive la Ecuación de Euler.

Respuesta

El individuo resuelve

$$\begin{aligned} \max_{c_t, c_{t+1}} \quad & u(c_t) + \frac{1}{1+\rho}\mathcal{E}_t[u(c_{t+1})] \\ \text{s.a.} \quad & c_t + \frac{c_{t+1}}{1+r} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} \end{aligned}$$

La condición de optimalidad es:

$$\text{RMSI}_{c_t, c_{t+1}} = -(1+r)$$

De donde se obtiene la igualdad

$$\frac{u'(c_t)}{\frac{1}{1+\rho}\mathcal{E}_t[u'(c_{t+1})]} = 1+r$$

Recordando que $r=\rho$ finalmente se deriva la Ecuación de Euler:

$$u'(c_{t+1}) = \mathcal{E}_t[u'(c_t)].$$

(b) Considere una función de utilidad cuadrática de la forma $u(c_t) = bc_t - \frac{a}{2}c^2$ donde $ba^{-1} > c_t$. Obtenga el consumo para cada período en función de los ingresos y las expectativas sobre ellos.

Respuesta

Como $u'(c_t) = b - ac_t$ al reemplazar en la Ec de Euler se llega a

$$b - ac_t = \mathcal{E}_t[b - ac_{t+1}]$$

de donde es claro que $\mathcal{E}_t[c_{t+1}] = c_t$. Ahora la expectativa de c_{t+1} de acuerdo a la restricción presupuestaria corresponde a:

$$\mathcal{E}_t[c_{t+1}] + (1+r)c_t = (1+r)Y_t + \mathcal{E}_t[Y_{t+1}]$$

de donde obtenemos

$$c_t^* = \frac{1}{2+r}\left[(1+r)Y_t + \mathcal{E}_t[Y_{t+1}]\right]$$

que permite también encontrar

$$c_{t+1}^{*} = \frac{1+r}{2+r}Y_t + Y_{t+1} - \frac{\mathcal{E}_t[Y_{t+1}]}{2+r}(1+r).$$

(c) Muestre que el consumo en el período $t+1$ con esta función de utilidad y bajo incertidumbre sigue un Random Walk.

Respuesta

Del valor de c_t^* es posible despejar una expresión para los ingresos en t

$$Y_t = \frac{2+r}{1+r}c_t - \frac{\mathcal{E}_t[Y_{t+1}]}{1+r}$$

que al reemplazar en la restricción presupuestaria intertemporal permite llegar a la siguiente expresión

$$\begin{aligned} c_{t+1} &= (1+r)\left[\frac{2+r}{1+r}c_t - \frac{\mathcal{E}_t[Y_{t+1}]}{1+r} - c_t\right] + Y_{t+1} \\ &= c_t + (Y_{t+1} - \mathcal{E}_t[Y_{t+1}]) \\ &= c_t + \varepsilon \end{aligned}$$

donde $\varepsilon \equiv (Y_{t+1} - \mathcal{E}_t[Y_{t+1}])$ que corresponde al error de la serie del ingreso en $t+1$. Se cumple así que el consumo corresponde a un RW donde está presente un reazgo y la diferencia entre el valor observado y el valor estimado para los ingresos del mismo período.

(d) Propuesto: Repita la parte (b) pero ahora considere que la función de utilidad es del tipo CRRA: $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$ con $\sigma > 1$. Compare sus resultados.