LUMIÈRE ACHROMATIQUE

Une image sur un support physique (écran, imprimante, table traçante, etc ...) présente en général 2 types de discrétisation

1. **Discrétisation du niveau de gris: 2^k valeurs sur k bits. Pour une imprimante, le niveau est binaire, 0 ou 1**
2. **Discrétisation spatiale: nombre de pixels par unité de longueur**

Le passage d'une image pré-existante à sa représentation sur l'écran ressort du domaine du *Traitement de l'Image*. En général, mais pas nécessairement

- **il y a plus de niveaux de gris dans l'image pré-existante que sur l'écran (une photographie a une échelle continue de niveaux de gris)**
- **la résolution de l'image est plus grande que celle de l'écran**

INTENSITÉS LUMINEUSES

- **La sensation lumineuse est une fonction logarithmique de l'énergie.**
- I_0 **l'intensité minimale du dispositif,** 1 **l'intensité maximale,** n **le nombre de niveaux d'intensités. L'échelle des intensités est:**

$$I_0, I_1 = rI_0, I_2 = r^2 I_0, \ldots, I_{n-1} = r^{n-1} I_0 = 1$$

- **Le rapport** $\frac{1}{I_0}$ **est le l'étendue dynamique (*dynamic range*)**
- **Pour que l'œil ne perçoive pas de discontinuité, il faut choisir** $r = 1.01$ **et par conséquent le nombre optimal de niveaux d'intensité est**

$$n = \log_{1.01}(\frac{1}{I_0})$$

(autour de 500 **pour un écran TV ou la photographie)**

APPROXIMATION PAR DEMI-TON

- **On utilise l'intégration spatiale réalisée par l'œil. Vus de loin, les détails disparaîssent et seule subsiste la moyenne des intensités.**
- **En imprimerie: reproduire l'intensité en adaptant la surface de la tache d'encre**

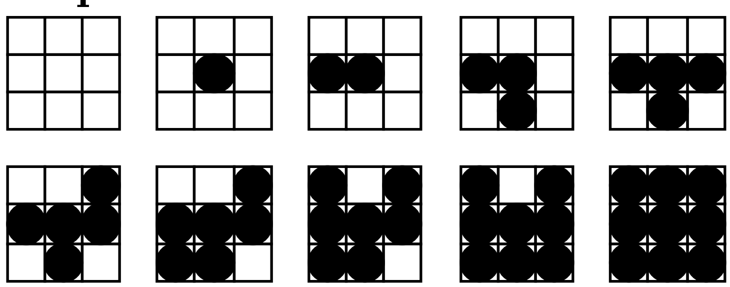
$$\textbf{Surface} = 1 - \textbf{Intensité}$$

(journeaux: 25 **à** 30 **taches de dimension variable/cm, magazines,** 45 **à** 80 **taches de dimension variable/cm)**

SUR UNE GRILLE

- **Principe: reproduire l'intégration spatiale réalisée en imprimerie, mais en utilisant la discrétisation de l'écran**
- **Hypothèses: on suppose que la résolution spatiale de l'écran $N_e \times N_e$ est supérieure à celle de l'image $N_i \times N_i$**
- **On regroupe les pixels par sous-grilles de dimensions $n \times n$ $(n = \frac{N_e}{N_i})$.**
- **On définit une suite $M_0, M_1, \ldots, M_{n^2}$ de $n^2 + 1$ motifs satisfaisant les conditions**

  1. **ne pas introduire d'anomalie visuelle**

  2. **La suite est croissante**

     $$M_0 \subseteq M_1 \subseteq \ldots \subseteq M_{n^2}$$

     c'est-à-dire, si l'entré (i, j) de M_k a un niveau c, alors l'entré (i, j) de M_{k+1} a un niveau $c' \geq c$

3. **Les motifs doivent croître du centre vers l'extérieur**
4. **La croissance ne doit pas créer de points isolés (essentiellement pour les imprimantes, cette exigence pouvant être relâchée pour les écrans)**

- **Si la dernière condition est éxigée on parle d'excitation à points regroupés *clustered-dot dithering***
- **Sinon, on parle d'excitation à points dispersés *dispersed-dot dithering***

EXEMPLE DE MATRICE D'EXCITATION À POINTS REGROUPÉS

Figure 1. 10 motifs d'intensité croissante pour 2 niveaux de gri

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Dans la pratique, $n = 8, 9, 10$ **donnant** $65, 82, 101$ **niveaux différents d'intensités**

CAS DES PIXELS AVEC k BITS

- **On regroupe les pixels par grille de $q \times q$. Chaque pixel possède $2^k - 1$ niveaux de gris différents de 0**
- **Nombre de motifs possibles**

$$1 + (2^k - 1)q^2$$

Exemple

0	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**2**	**1**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**
0		**1**		**2**		**3**		**4**		**5**		**6**	

2	**2**	**2**	**2**	**3**	**2**	**3**	**2**	**3**	**3**	**3**	**3**
1	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**3**	**2**	**3**	**3**	**3**
7		**8**		**9**		**10**		**11**		**12**	

MATRICE D'EXCITATION À POINTS DISPERSÉS

(*dispersed point dithering*)

On note $\mathbf{0}_n$ la matrice de dimension n ne comportant que des 0, de même $\mathbf{1}_n$, $\mathbf{2}_n$, $\mathbf{3}_n$

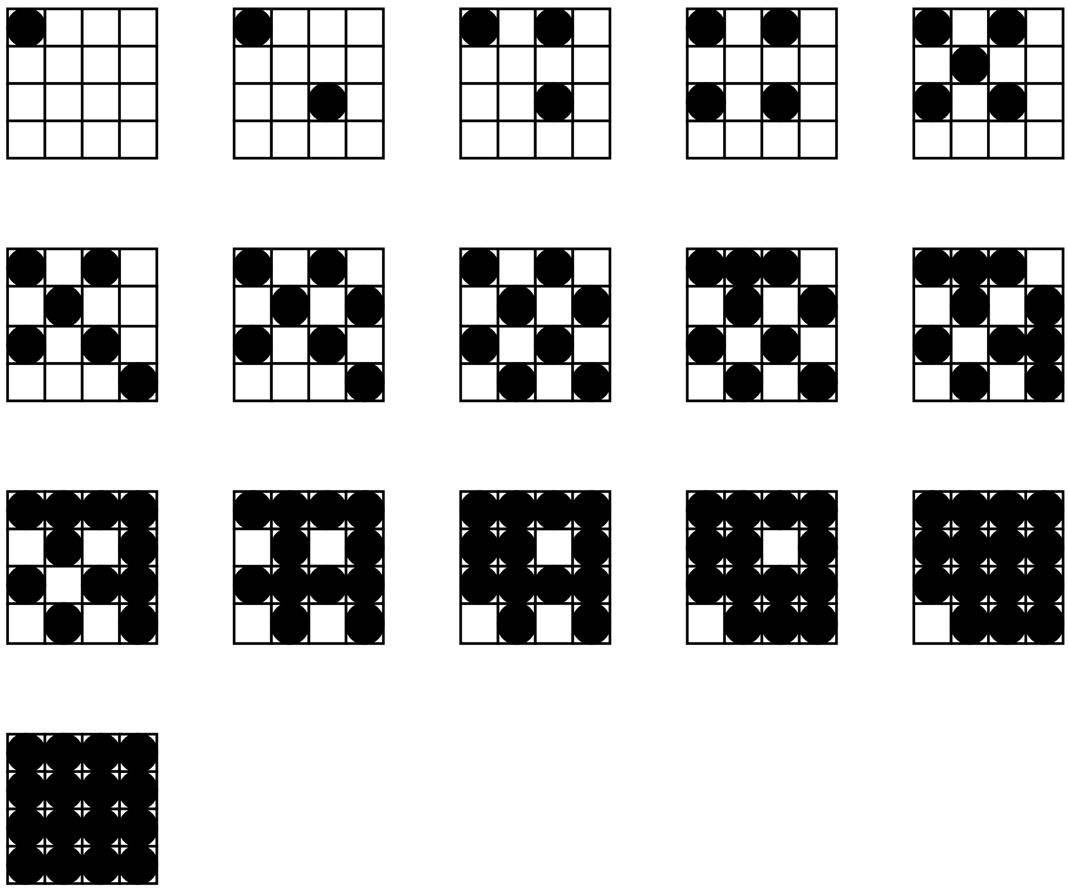
$$D_n = \begin{pmatrix} 4D_{\frac{n}{2}} + \mathbf{0}_{\frac{n}{2}} & 4D_{\frac{n}{2}} + \mathbf{2}_{\frac{n}{2}} \\ 4D_{\frac{n}{2}} + \mathbf{3}_{\frac{n}{2}} & 4D_{\frac{n}{2}} + \mathbf{1}_{\frac{n}{2}} \end{pmatrix}$$

pour $n = 2$

$$D_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Le i-ème niveau de gris est obtenu en affichant les positions de la matrice dont l'entré est inférieur à i

EXEMPLE $n = 4$



$$D_4 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & 14 & 16 \\ 3 & 11 & 1 & 9 \\ 15 & 7 & 13 & 5 \end{pmatrix}$$

MÊME RÉSOLUTION DANS L'IMAGE ET LÀ L'ÉCRAN

- **Hypothèses**

  1. **L'image et l'écran ont le même nombre de pixels**
  2. **L'image a 2^k niveaux de gris (ou une échelle continue): on note $S(x, y)$ l'intensité de l'image en position (x, y)**
  3. **L'écran a 2^l niveaux de gris (penser $l << k$): on note $I(x, y)$ l'intensité à l'écran en position (x, y)**

PREMIÈRE SOLUTION: MÉTHODE DE SEUILLAGE

C'est une simple adaptation des méthodes précédentes

- **On dispose d'une matrice d'excitation** $D^{(n)}$
- **On pose** $i = x$ **mod** n **et** $j = y$ **mod** n
- **A l'écran on affiche**

$$I(x,y) = \begin{cases} 0 & \textbf{si} \quad S(x,y) \leq D_{ij}^{(n)} \\ 1 & \textbf{si} \quad S(x,y) > D_{ij}^{(n)} \end{cases}$$

DEUXÈME SOLUTION: MÉTHODE DE FLOYD-STEINBERG

- **L'idée est de distribuer l'erreur (différence $E(x,y) = S(x,y) - I(x,y)$ entre l'intensité exacte $S(x,y)$ et l'intensité approchée $I(x,y)$) à 4 voisins immédiats du pixel courant suivant la règle**

	$\times$	$\frac{7}{16}$
$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{16}$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} e_{1,0} &= \tfrac{7}{16}E(x,y) \\ e_{-1,-1} &= \tfrac{3}{16}E(x,y) \\ e_{0,-1} &= \tfrac{5}{16}E(x,y) \\ e_{1,-1} &= \tfrac{1}{16}E(x,y) \end{aligned}$$

- **Pour éviter l'accumulation des erreurs d'arrondis, on calcule l'erreur en bas à gauche par soustraction des autres erreurs**

$$e_{1,-1} = E(x,y) - (e_{-1,-1} - e_{0,-1} - e_{1,0})$$

- **En général, l'image est balayée de haut en bas et de la gauche vers la droite, mais on obtient de meilleurs résultats en alternant gauche-droite et droite-gauche**

```
procedure Floyd;
début
{S est la matrice initiale de l'intensité en chaque point}
pour toute x (ligne) faire
    pour toute y (colonne) faire début
        {calcul de la valeur approchée}
        K := Approcher(S[x, y]);
        I[x, y] := K;
        erreur := S[x, y] - K;
        {distribution de l'erreur sur les voisins}
        S[x + 1, y] := S[x + 1, y] + 7/16 * erreur ;
        S[x - 1, y - 1] := S[x - 1, y - 1] + 3/16 * erreur ;
        S[x, y - 1] := S[x, y - 1] + 5/16 * erreur ;
        S[x + 1, y - 1] := S[x + 1, y - 1] + 1/16 * erreur ;
    fin
fin;
```

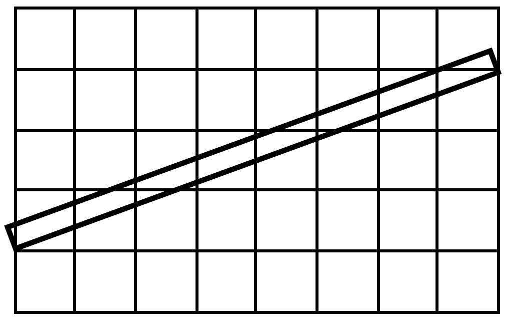
LE DISPOSITIF A PLUS GRANDE RÉSOLUTION QUE L'IMAGE

- **Hypothèse: on suppose que le nombre d'intensités distinctes sur l'écran et sur l'image sont égales.**
- **Soit** $S[x,y]$ **l'intensité de l'image,** $I[x,y]$**, l'intensité de l'écran. L'idée est d'interpoler entre les intensités de l'image**
- **Exemple**
  - **l'image:** 8 **bits par pixels avec une réolution de** 512×512
  - **l'écran:** 8 **bits par pixels avec une réolution de** 1024×1024

$$
\begin{array}{lll}
I[2x,2y] & = S[2x,y] & \\
I[2x+1,2y] & = \frac{1}{2}(S[x,y] & +S[x+1,y]) \\
I[2x,2y+1] & = \frac{1}{2}(S[x,y] & +S[x,y+1]) \\
I[2x+1,2y+1] & = \frac{1}{4}(S[x,y] & +S[x+1,y]+S[x,y+1] \\
 & & +S[x+1,y+1])
\end{array}
$$

ALIASSAGE

aliasing



- **Problème: éviter les phénomènes de *marches d'escalier* dûs à la faible valeur de la fréquence d'échantillonnage**
- **1. On dispose d'un certain nombre de niveaux de gris**

  2. On suppose fixée et connue la largeur des segments de droite tracés

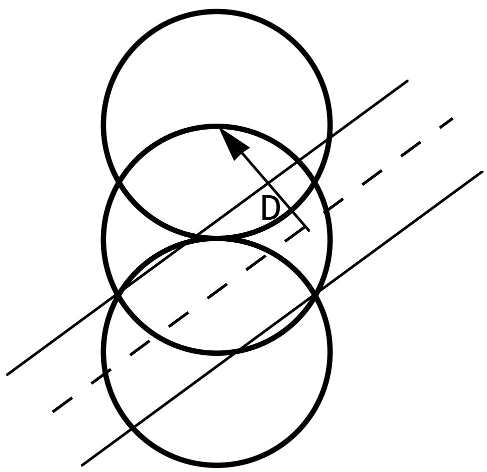
Les règles

- **Un pixel n'est altéré que si le segment de droite l'intersect en une aire non nulle**
- **L'intensité d'un pixel croît avec la surface intersectée du pixel**
- **Un choix**
  1. **échantillonnage non-pondéré: l'intensité ne dépend que de l'aire de la surface intersectée**
  2. **échantillonnage pondéré: on considère pour chaque pixel, une fonction (*filtrage*), nulle à l'extérieur d'un cercle centré au centre du pixel appelé support du pixel, maximum au centre du pixel et invariante par rotation autour du centre du pixel (une espèce de cône). L'intensité du pixel est alors proportionnelle au volume délimitée par la surface représentant la fonction et la "bande" définie par le segment de droite.**

ANTIALIASSAGE DE GUPTA-SPROULL

Hypothèses

- **La pente m de la droite satisfait $0 \leq m < 1$**
- **L'épaisseur de la droite est égale à 1**
- **Le support du filtrage est un cercle de rayon unité: alors toute droite rencontre 3 supports au plus**



- **Le nombre de niveaux de gris est fixé (disons sur 4 bits)**

Alors le niveau de gris d'un pixel donné dépend de la distance d du segment au centre du pixel: $F(d)$

- **La fonction $F(d)$ peut être pré-calculée**
- **la distance d de la droite au centre de chacun des 3 pixels susceptibles d'être affectés peut être calculée incrémentalement**