

VIX与Skew指数

VIX和Skew指数分别是以波动率和偏度为对象设置的指数，它们都不依赖于期权定价模型而有特定的计算公式，是一种可交易的波动率衍生品。国内目前并未有此类产品，但是通过计算VIX和Skew指数可以对市场进行风险预测，因此其仍旧有指导交易的价值。

1 VIX和Skew指数的计算

1.1 VIX

参考CBOE白皮书

在计算VIX之前，我们首先定义某期限下的期权合约的方差为：

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2$$

其中T为有效期限，F为从指数期权价格计算出来的远期期权价格， K_0 为低于F的第一个行权价，之后 K_i 为虚值期权的行权价， $\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$ 为执行价间隔，R为无风险利率， $Q(K_i)$ 为行权价为 K_i 的买卖中间价格

通过这个公式可以计算出近月合约方差 σ_1^2 与 σ_2^2 ，之后有：

$$VIX = 100 \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}$$

N_{30} or N_{360} 为为30/360天的分钟数， N_{T_1} 为近月期权距到期日的分钟数， N_{T_2} 同理，可以看出VIX为近月和次近月的期权合约方差的加权平均。

这个公式有点复杂，分解来看需要分成几部分：

·T的计算

$$T = \frac{M_{current} + M_{settlement} + M_{other\ days}}{Minutes\ in\ a\ year}$$

$M_{current}$ 为当天距24:00的分钟数, $M_{settlement}$ 指结算日结算时间到24:00的分钟数, $M_{other\ days}$ 为当天到结算日的总分钟数

·远期期权价格F计算

$$F = K_0 + e^{RT} (Q(K_{0,C}) - Q(K_{0,P}))$$

这里的 K_0 为平值期权的行权价, $(Q(K_{0,C}) - Q(K_{0,P}))$ 为平值的认购认沽合约报价差, 注意, 在计算得到F后需重新决定计算 σ^2 要用到的 K_0 (低于F一档的行权价, 对于call option, 选择大于F的; put option则反之)

· ΔK_i 的计算

中间期权合约的 ΔK_i 为 $\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$, 对于两侧 (最低最高价) 的期权合约则不用除以2 i.e. $\Delta K_i = K_i - K_{i-1}, i = 2, N$

· $Q(K_i)$ 的计算

$$Q(K_i) = (Q(K_{i,ask}) + Q(K_{i,bid}))/2$$

1.2 Skew指数

标的价格的偏度为

$$S = \frac{E[R^3] - 3E[R]E[R^2] + 2E[R]^3}{(E[R^2] - E^2[R])^{3/2}} = \frac{P_3 - 3P_1P_2 + 2P_1^3}{(P_2 - P_1^2)^{3/2}}$$

其中 P_i 代表标的30d对数收益率的n阶矩:

$$P_1 = \mu = E[R_T] = e^{RT} \left(- \sum_i \frac{1}{K_i^2} Q(K_i) \Delta K_i \right) + \varepsilon_1$$

$$P_2 = E[R_T^2] = e^{RT} \left(\sum_i \frac{2}{K_i^2} \left(1 - \ln \left(\frac{K_i}{F_0} \right) \right) Q(K_i) \Delta K_i \right) + \varepsilon_2$$

$$P_3 = E[R_T^3] = e^{RT} \left(\sum_i \frac{3}{K_i^2} \left\{ 2 \ln \left(\frac{K_i}{F_0} \right) - \ln^2 \left(\frac{K_i}{F_0} \right) \right\} Q(K_i) \Delta K_i \right) + \varepsilon_3$$

残差项为：

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= - \left(1 + \ln \left(\frac{F_0}{K_0} \right) - \frac{F_0}{K_0} \right) \\ \varepsilon_2 &= 2 \ln \left(\frac{K_0}{F_0} \right) \left(\frac{F_0}{K_0} - 1 \right) + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{K_0}{F_0} \right) \\ \varepsilon_3 &= 3 \ln^2 \left(\frac{K_0}{F_0} \right) \left(\frac{1}{3} \ln \left(\frac{F_0}{K_0} \right) - 1 + \frac{F_0}{K_0} \right) \end{aligned}$$

通过上述公式我们可以计算出近月合约和次近月合约的偏度 S_1 和 S_2 ，再令：

$$w = \frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}}$$

之后加权平均获得Skew指数为：

$$SKEW = 100 - 10 \times S = 100 - 10 \times \{wS_1 + (1 - w)S_2\}$$