

波动率的计算与期限结构套利

1 年化波动率的换算

$$Vol_t = Vol_{Year} * \sqrt{1/t}$$

t为一年里有多少个单位时间，比如单位为日的时候就是t = 256

因此有 $Vol_{day} = Vol_{Year}/16$, $Vol_{week} = Vol_{Year}/7.2$

在正态假设下，我们观测到标的1倍标准差以内波动的概率约68%，2倍以内的概率约在95%，3倍以内则约在99.7%，因此可以根据日、周的标的波动来大致判断我们对标的年化波动的预期是否准确

2 隐含波动率 (IV)

从BS模型出发，在已知期权合约价格和除了波动率以外的其他四个指标的时候我们可以反解方程得到一个波动率（一般这个过程并不容易），这个波动率被称为隐含波动率（IV），使用不同的定价模型会有不同的隐含波动率

求解IV的过程中利用了期权价格，价格又是市场供需双方博弈的结果，所以IV反应的是市场总体对与标的波动率的一共识，可能偏高也可能偏低

实现波动率指的是从当前回溯标的的波动率，可以理解为波动率的真实值。当市场对波动率的预期偏离真实值的时候，我们就可以通过对冲掉方向性的损益来赚取隐含波动率与实现波动率的差值的这一部分的收益，来源于市场对于波动率的预期偏误（前提是我们可以精准预测出实现波动率和测算出隐含波动率）

波动率的特点：

- 波动率变化造成期权合约价格的绝对变化平值大于实虚值，但是收益率变化虚值更大（虚值虽然变得少但是本身价格也便宜）
- 波动率变化对远期合约的价格变化更大（Vega更大；时间越久，同一波动率下价格可能达到的极值绝对值越大）
- 波动率对于标的的期望收益无影响，但由于期权合约往往只关注价格往一个方向变化的所有可能，所以波动率越大，合约期望收益越大，价格也就越高

3 波动率的几种计算方式

波动率是期权的核心，所以如何精准度量波动率，避免其他因素对波动率计算的干扰则尤为重要

- CloseToClose

$$x_t = \text{Log}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i)^2$$

需要注意的是，当合约换月的时候，如果用连续的价格算，会出现波动率跳空，根本原因是标的本身发生了变换，所以一般使用涨跌幅的CloseToClose来计算（或者用指数exp）

·Parkinson

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{4N \ln 2} \sum_{i=1}^N \left(\ln \frac{h_i}{l_i} \right)^2}$$

Parkinson考虑了日内的波动情况，但并未考虑开盘跳空，同时对脏数据比较敏感，使用的时候要注意数据的清洗

·GK

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n} \sum \left[\frac{1}{2} \left(\log \frac{H_i}{L_i} \right)^2 - (2 \log 2 - 1) \left(\log \frac{C_i}{O_i} \right)^2 \right]}$$

GK类似于Parkinson，但是考虑了开盘和收盘价，但依旧要小心开盘跳空

·Rogers-Satchell

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\ln \frac{h_i}{c_i} \right) \left(\ln \frac{h_i}{o_i} \right) + \left(\ln \frac{l_i}{c_i} \right) \left(\ln \frac{l_i}{o_i} \right)}$$

类似GK

·Yang Zhang

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\sigma_o^2 + k\sigma_c^2 + (1-k)\sigma_{rs}^2} \\ \sigma_o^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \ln \left(\frac{o_i}{c_{i-1}} \right)^2 \\ \sigma_c^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \ln \left(\frac{c_i}{o_{i-1}} \right)^2 \\ -\sigma_{rs}^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\ln \frac{h_i}{c_i} \right) \left(\ln \frac{h_i}{o_i} \right) + \left(\ln \frac{l_i}{c_i} \right) \left(\ln \frac{l_i}{o_i} \right) \\ k &= \frac{0.34}{1 + \frac{N+1}{N-1}} \end{aligned}$$

Yang Zhang考虑了开盘跳空，但是由于是加权，当波动率异动的时候难以找到异动是哪一部分造成的

remark.考虑到复杂度和数据处理，一般采取CloseToClose + Parkinson综合考量日内和日间

4 期限结构套利

4.1 期限结构度量1-远期隐含波动率

相邻两个月month1和month2之间的隐含波动率差异可以使用远期隐含波动率来度量：

$$IV_{f12} = \sqrt{\frac{IV_{month2}^2 \times TSpan2 - IV_{month1}^2 \times TSpan1}{TSpan2 - TSpan1}}$$

将相邻两个月之间的远期隐含波动率化成图像，可以观测到偏高和偏低的点，就意味着此处相邻两月IV过大/过小，可以考虑分别做多做空来套利
所以，远期IV是一种度量时间维度上IV偏度的一种指标

4.2 期限结构度量2-日历价差隐含波动率

考虑平值期权，相邻两月的价差隐含波动率定义为：

$$\frac{O_2 - O_1}{V_2 - V_1}$$

O为期权合约价格，V为对应的Vega值

同样的，将相邻两个月之间的价差隐含波动率化成图像，可以观测到偏高和偏低的点，就意味着此处相邻两月IV过大/过小，可以考虑分别做多做空来套利

所以，日历价差IV也是一种度量时间维度上IV偏度的一种指标，两种指标虽然计算方式不同，但是最后对于跨月波动率的高低估判断结果是一致的

4.3 风险控制

期限套利的一个风险敞口是Vega，对于特定的组合Vega波动率向不利方向变化将导致亏损。

不同期限的合约具有不同的Vega值，近月的Vega一般偏大（一个直观理解就是行权日当天收益已经锁定，波动率变化对于期权价格的变化将非常小）

因此一个Vega中性的期限套利组合就是多份近月+少份远月来维持Vega中性（仅仅是理论上），之后注意到标的的Vega是0（只有期权有Vega），所以可以再用标的来对冲掉Delta实现Delta中性

remark.

·上述所谓的Vega组合也仅仅是理论上（甚至不算一个准确的理论），因为现实中不同期限的合约Vega受到很多因素影响导致不可以简单的线性相加，更底层的原因Vega对标iv，但是不同期限的iv是不同的，而不像Gamma一样都是对应标的价格

·期权跨市场波动率期限结构套利策略应用分析|套利_新浪财经

[_https://finance.sina.com.cn/money/future/roll/2021-11-28/doc-ikyamrmy5628862.shtml](https://finance.sina.com.cn/money/future/roll/2021-11-28/doc-ikyamrmy5628862.shtml)
新浪网 (sina.com.cn)