西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

高等数学下期末模拟题（一）

《高等数学》期末考试模拟题（一）答案

一. 单项选择题（共5道小题，每小题3分，共15分）

1. 设函数$f(x,y)$在点$P(x_0,y_0)$处的某个邻域内有定义, 则下列说法正确的是(　　).

A. 若$f(x,y)$在点P处的偏导数存在, 则$f(x,y)$在该点一定可微;

B. 若$f(x,y)$在点P处连续, 则$f(x,y)$在该点的偏导数一定存在;

C. 若$f(x,y)$在点P有极限, 则$f(x,y)$在该点一定连续;

D. 若$f(x,y)$在点P可微, 则$f(x,y)$在该点连续且偏导数一定存在.

2. 若$f(x,y)$在$D: a\le x\le b, c\le y\le d$上有二阶连续偏导数，

则$\iint\limits_{D}\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=(\quad)$.

A $f(a,d)-f(b,d)-f(b,c)+f(a,c)$;

B $f(b,d)-f(a,d)-f(b,c)+f(a,c)$;

C $f(a,d)-f(b,d)-f(a,c)+f(b,c)$;

D $f(b,d)-f(a,d)-f(a,c)+f(b,c)$;

3. 若L是球面$x^2+y^2+z^2=4$与平面$x+y+z=0$的交线，

则$I=\oint_L (x+1)^2 \mathrm{d}s=($ $)$.

A $\dfrac{28}{3}\pi$; B 8π; C $\dfrac{19\pi}{3}$; D 12π.

4. 设$a_n>0\ (n=1,2,\cdots)$，且$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$收敛，常数$\lambda\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，

则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(n\tan\dfrac{\lambda}{n})a_{2n}($ $)$.

5. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{n(3^n+(-2)^n)}x^n$收敛域为( ).

A $[-3,3]$; B $(-3,3)$; C $[-3,3)$; D $(-3,3]$.

二. 简答题（共8道小题，每题5分，总计40分）

1.求曲面$e^z - z + xy = 3$在点(2, 1, 0)处的切平面方程和法线方程.

2.求密度为1的抛物体V：$x^2 + y^2 \le z \le 1$绕z轴的转动惯量.

3.设为S上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \ge 0$,计算$\iint\limits_{(S)} (x + y + z)\mathrm{d}S$.

4.计算$I = \int_L (y^2 + \sin^2(x + y))\mathrm{d}x + (x^2 - \cos^2(x + y))\mathrm{d}y$,

其中L为曲线$y = \sqrt{1 - x^2}$上从点$A(1,0)$到点$B(0,1)$的一段弧.

5.计算积分 $I = \oint\limits_C z\mathrm{d}x + x\mathrm{d}y + y\mathrm{d}z$,其中$C$为$x + y + z = 1$被三个坐标面所截的三角形的边界,方向与三角形上侧的法向量构成右手法则.

6.设$f(x,y,z)=\ln(x^2+y^2+z^2)$,计算 $\operatorname{div}[\operatorname{grad} f(x,y,z)]$和$\operatorname{rot}[\operatorname{grad} f(x,y,z)]$.

7.将函数$f(x)=\frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x}+\frac{1}{2}\arctan x-x$展开成麦克劳林级数,并指出收敛域.

8.设$f(x)$是周期为2π的函数,且$f(x)=x, x\in[-\pi,\pi]$,将$f(x)$展成$Fourier$级数.

三. (9分) 讨论函数$f(x,y)=\begin{cases} xy\arctan\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$,在点(0,0)处的连续性、偏导数的存在性及可微性..

四. (9分) 在椭球面 $2x^2+2y^2+z^2=1$ 上求一点 P, 使得函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在点 P 沿方向 $\vec{n}=(1,-1,0)$ 的方向导数最大, 并求此方向导数的最大值.

五. (9分) 计算 $I=\iint\limits_{(S)}(x-y+z)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+(y-z+x)\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+(z-x+y)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$

其中 S 为封闭曲面 $|x-y+z|+|y-z+x|+|z-x+y|=1$ 的外侧.

六. (9分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{x^n}{(n^2-1)}$ 的和函数, 并求级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{(n^2-1)2^n}$ 的和.

七. (9分) 设 L 是不经过点 $(2,0),(-2,0)$ 的分段光滑的简单正向闭曲线, 试就 L 的不同情形计算曲线积分