《线性代数与解析几何》期中考试模拟试题（一）参考答案

一、单项选择（每小题 **3** 分，共 **15** 分）

1. D　2 .D　3. B　4. C　5. A

二、填空题　（每小题 **3** 分，共 **15** 分）

6. $\frac{a}{b}$；　　**7.** $2(b-a)(c-a)(c-b)$；　　**8.** $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$；

9. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-4}{3}$；　　**10.** $12\sqrt{2}$.

三、解答题（**11—15** 题各 **12** 分；**16** 题 **10** 分，共 **70** 分）

11. 解　第 $i-1$ 行乘（-1）加到第 i 行 $(i=5,4,3,2)$

再给第 5 列乘 1 加到其它各列，得

$$D=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 4 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}=32$$

12. 解　$B=(\alpha_1+2\alpha_2,2\alpha_2+3\alpha_3,3\alpha_3+\alpha_1)=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

记 $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $|P|=12$.　从而 $\det(B)=\det(A)\det(P)=12a$

13. 解　$|A|=2$；

$$\left[\left(\frac{1}{2}A\right)^*\right]^{-1}=\left(\frac{1}{8}A^*\right)^{-1}=8\left(A^*\right)^{-1}=8\times\frac{1}{|A|}A=4A,$$

$$B=6(2I-A)^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

14. 解 对 A 进行初等行变换，$A \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a-1 & 0 & b+1 \\ 0 & 0 & 0 & a-1 & 0 \end{pmatrix}$，

故当$a \neq 1$时，$r(A)=4;$ 当$a=1$且$b \neq -1$时，$r(A)=3;$ 当$a=1, b=-1$时，$r(A)=2;$

15.解 设：$s_1=(3,2,1), M_1(-1,-1,-1); s_2=(1,-3,2), M_2(4,-5,4);$

$[s_1\ s_2\ M_1M_2]=\begin{vmatrix} 5 & -4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}=0$ ，或求出交点。…… **4** 分，故两直线共面。

L_1 的参数方程为：$\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ 将其代入 L_2 中，

得 $t=1$，交点坐标为 $(2,1,0)$

L_1, L_2 所在平面 π 的法向量 $n = s_1 \times s_2 = (7,-5,-11)$.

平面方程为：$7x-5y-11z=9$

16.解 对 $(A|I)$ 作初等行变换，得 $A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$|A|=2$，　　$A^* = |A| \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 2 \end{pmatrix}$

故 $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} A_{ij} = 1$.