西安交通大学考试题

成绩	

课　　程　高等数学Ⅰ，Ⅱ，工科分析（下）

学　　院　________________　　考试日期　　2024 年 4 月 21 日

专业班号　________________

姓　　名　________________　　学　号________________　　期中 √　期末

一、单选题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 下列命题中正确的是（　　）.

（A）$\lim\limits_{x\to x_0}\lim\limits_{y\to y_0} f(x,y)$ 与 $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$ 等价；

（B）$\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{P_0}$ 与 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_{P_0}$ 都存在, 则 $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 必连续；

（C）$f(x,y)$ 在 P_0 点沿任意方向的方向导数存在，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{P_0}$ 与 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_{P_0}$ 都存在；

（D）$f(x,y)$ 在 P_0 点沿任何方向 $\vec{u}$ 的方向导数存在, 则 $f(x,y)$ 在 P_0 点必连续.

2. 函数 $f(x,y)=|x-y|g(x,y)$，其中 $g(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续且 $g(0,0)=0$，则 $f(x,y)$ 点 $(0,0)$ 处（　　）.

（A）连续但偏导数不存在　　（B）不连续但偏导数存在

（C）可微　　（D）偏导数存在但不可微

3. 设函数 $\varphi(t),\psi(t)$ 具有二阶连续导数, 则函数 $z=\varphi(x+y)+\psi(x-y)$ 满足（　　）.

（A）$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0$；（B）$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0$；（C）$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$；（D）$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.

4. 已知函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{\sin(x^2+y^2)}=-1$，则（　　）.

（A）$f_x(0,0)$ 不存在；　　（B）$f_x(0,0)$ 存在，但不为零；

（C）点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点；　　（D）点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点.

5. 设曲面 $z=\dfrac{1}{2}x^2+y^2$ 上有一点 M，曲面在该点的切平面平行于平面 $2x+2y-z$

则 M 点的坐标为（　　）.

（A）$(2,1,3)$；　（B）$(1,2,3)$；　（C）$(3,2,1)$；　（D）$(1,3,2)$.

6. 设区域 D：$\{(x,y)\,|-1\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，$D_1:\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1, x\le y\le 1\}$，

则 $\iint\limits_{(D)}(xy+x^2\arctan y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）.

（A）$2\iint\limits_{(D_1)} xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　（B）$2\iint\limits_{(D_1)} x^2\arctan y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

（C）$4\iint\limits_{(D_1)}(xy+x^2\arctan y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　（D）0

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to 1}}(1+\tan\dfrac{1}{xy})^{\frac{xy}{3}}=$________________ .

2. 设 $f(x,y)=\dfrac{3x+4y}{1+xy^2e^{xy}}$，则 $f_x(0,0)=$____________；$f_y(0,0)=$____________ .

3. 交换积分顺序：$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\mathrm{d}y\int_{y}^{\sqrt{y}}f(x,y)\mathrm{d}x=$________________.

4. 函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在点 $M(-0.5,-0.5,0)$ 处的梯度为____________，在该点沿 $\vec{l}=\{1,-1,0\}$ 的方向导数为____________.

5. 函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x-az=\varphi(y-bz)$ 所确定，其中 $\varphi(u)$ 有连续导数，a,b 为不全为零的常数，则 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=$____________.

6. (D)是直线 $y=x,y=1,x=0$ 所围成的平面区域，则 $\iint\limits_{(D)}\sqrt{y^2-xy}\,dxdy=$__________.

三、计算题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 设 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，求 $\dfrac{\partial^2 r}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 r}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 r}{\partial z^2}$.

2. 求曲线 $\vec{r}(t)=\{t,-t^2,3t-1\}$ 上一点处与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线方程.

3. 设向量值函数 $\overrightarrow{w}=\vec{f}(\overrightarrow{u})=\begin{pmatrix}u_1+u_2\\ u_2u_3\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{u}=\vec{g}(\overrightarrow{x})=\begin{pmatrix}x_1e^{x_2}\\ e^{x_1}+\sin x_2\\ x_1-x_2\end{pmatrix}$，$\overrightarrow{x}=(x_1,x_2)^T$，

$\overrightarrow{u}=(u_1,u_2,u_3)^T$，$\overrightarrow{w}=(w_1,w_2)^T$ 求复合函数 $(f\circ g)$ 在(1,0)点处的导数及微分.

4. 已知方程组 $\begin{cases}x^2+y^2=uv\\ xy^2=u^2-v^2\end{cases}$ 确定了隐函数 $u=u(x,y),v=v(x,y)$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

5. 求函数 $z=x^2-xy+y^2-2x+y$ 的极值.

四、（12 分）

设 $f(x,y)=\begin{cases}xy^2\sin\dfrac{1}{x+y}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处的连续性、偏导数的存在性及可微性.

五、（8 分）

求曲面 $xy-z^2+1=0$ 上距离原点最近的点.

六、（8 分）

已知函数 $f(x,y)$ 满足 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=x+y$，且 $f(x,0)=x^2$，$f(0,y)=y$，求 $f(x,y)$.

七、（6 分）

设 $f\in C^{(1)}[\varepsilon,+\infty)$，$\varepsilon>0$ 且 $f'(t)=\dfrac{1}{2\pi}\iint\limits_{\varepsilon^2\le x^2+y^2\le t^2}\dfrac{f\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，求 $f(t)$.