

治学集

大学
物理

大一下



文治学院
WENZHI COLLEGE

写在前面

大学物理(上)是大学物理的入门阶段,在计算方法上与高中最不同的是要对物理问题采用微积分求解,这是之后学习各门工科类科目的基础之一。上册的内容主要包括运动学、力学、相对论,电学、磁学。其难度依次递增,同学们复习也请以这个顺序复习。

运动学与力学部分和高中内容基本相似,难点主要出现在第四五六章。一个是冲量动量中用微元法求解问题,一个是刚体转动的公式和分析。当然一二三章的基础部分也是十分重要的。不要出现好高骛远的情况,毕竟考试的内容中难题是少数。

相对论部分的难点主要是参考系的选择和公式的记忆,复习这部分建议是多看例题,可以适当刷刷课后习题。作业题中的最后一道题十分具有代表性,一定要理解透彻。

最后是电磁学部分。第八章电学部分容易出现在选择题中,比较新颖的内容是电介质和电场能量部分,尤其是电介质的相关问题很有可能考大题,书上篇幅较少但需要掌握到位。第九章的题目是期末考试的重中之重,分段求磁感应强度的题目是必考项目,可以参考该章节的课后题 9.3—9.14,以及受力问题 9.15—9.21 也是必考项目。第九章通常会和第十章的磁场能量一起考察。除此之外,自感和互感通常以选择题的形式出现,具体的概念与常见题目以及罗列在下方,请务必理解其概念,可以适当记忆。

本次治学集之中还包括与我们学校出题风格类似的四套 C9 联盟期末试题供学有余力的同学进行练习。若发现有错误的地方,欢迎同学们联系我们并改正。

最后十分感谢各位同学对治学集制作的支持。如果同学们有建议或者意见的话可以通过 QQ 群联系我们,我们一定会加以改正和完善,为下一届乃至下下届同学们的学习出一份微薄之力。

制作人员表

制作统筹和安排

封面设计与后期编辑处理

周寒松

主要编辑人员

徐·健,张·灿,何·宇,崔·雨,蔡·康

协助制作

刘·东,张·丹,孟·令,徐·虎,笪·阳,杜·威,郑·通,李·辉,孟·令,武·璐

十分感谢以上同学对治学集制作的大力支持!

第一章：质点运动学

-----概念及其公式的整理

第一节：质点位置的表示方法：

1、质点的概念：如果在所研究的问题中，物体上各点运动状态的差异只占很次要的地位，我们就可以忽略物体的形状大小和内部结构，把它看成一个有质量的几何点，叫做质点。（在第一节课上老师就说过在大物的学习中记住并理解定义是非常有必要的哦！）

必须指出，一个物体能否被看作质点，主要决定于所研究问题的性质。

2、质点位置的确定方法：

1、位矢法： 2、直角坐标法 3、自然坐标法

位矢法与直角坐标法的区别：位矢法中 x, y, z 的数值虽然与直角坐标法中的相等，但是物理含义却不同，其表示位矢在 x, y, z 轴上的投影的大小。

在做题目的过程中更多的时候是用位矢形式表示位置的，原因是在于位矢法比较便于积分求导。

3、运动学方程

用直角坐标 (x, y, z) 表示质点的位置时，有
$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

用位矢 \mathbf{r} 表示质点的位置时，有 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

用自然坐标 s 表示质点的位置的时，有 $s = f(t)$

第二节：质点的位移、速度和加速度

1、位移： $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$

其中 $\Delta \mathbf{r}$ 表示位移，是位矢的变化量，是一个**矢量**。

还要指出，位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 与位矢大小的增量 Δr 一般是不相等的。

$$\Delta r = |\mathbf{r}(t + \Delta t)| - |\mathbf{r}(t)|$$

后者表示的意思是 Δt 内位矢**大小**的增量。由于初学者对此往往容易搞错，经常会在选择题中出现一道辨析类题目，典型应用参考本章精选例题部分中的第一题。

$$2、\text{平均速度} : \bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

平均速度是矢量，方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向相同

当 Δt 趋向于零时，质点的平均速度就会趋向于一个确定的极限矢量，这个极限矢量称为 t 时刻的瞬时速度，用 \mathbf{v} 表示，即：

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

而速度的大小 $|\mathbf{v}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|$ 常称为速率，速率是标量，恒为正值（重要性质）

$$3、\text{平均加速度} : \bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

$$\text{加速度} : \mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

考虑到有 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ，所以加速度还可以表示为 $\mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$ ，这两个公式尤为重要，揭示了位移，速度与加速度之间的关系，是之后做运动学题目的基础。

第三节：用直角坐标表示位移、速度和加速度

质点的位移、速度、加速度都是矢量。理论分析和实际运算中，常用直角坐标系求出这些矢量沿坐标轴的投影，再由各个投影求出相应各矢量的大小和方向，从而把矢量运算转换为代数运算，给问题的解决带来方便。（实质上就类似于我们高中所学的正交分解法）

$$1、\text{位移} : \Delta \mathbf{r} = (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} + (z_2 - z_1) \mathbf{k}$$

$$2、\text{速度} : \mathbf{v} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

用 v_x, v_y, v_z 分别表示速度 \mathbf{v} 沿坐标轴 x, y, z 的投影，则有

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影，等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数。

$$3、\text{加速度} : \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k}$$

第四节：用自然坐标表示平面曲线运动中的速度和加速度

$$1、\text{速度} : \mathbf{v} = \frac{ds}{dt} \mathbf{e}_t$$

只要已知用自然法表示的质点运动学方程 $s=f(t)$ ，就可求出质点在任意时刻速度的大小和方向。

2、圆周运动中的加速度：

圆周运动中的加速度为切相加速度与法向加速度的叠加：

$$\text{即 } \mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_t$$

$$\text{且有 } \mathbf{a}_n = a_n \mathbf{e}_n = \frac{v^2}{r} \mathbf{e}_n$$

$$\mathbf{a}_t = a_t \mathbf{e}_t = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t$$

综上，可得到质点在圆周运动中的加速度为：

$$\mathbf{a} = a_n \mathbf{e}_n + a_t \mathbf{e}_t = \frac{v^2}{r} \mathbf{e}_n + \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_t$$

第五节：圆周运动的角量表示 角量与向量的关系

$$1、\text{角加速度 } \alpha : \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$2、\text{加速度与角加速的关系： } \mathbf{a}_n = r\omega^2$$

$$\mathbf{a}_t = r\alpha$$

第六节：不同参考系中的速度和加速度变换定理简介

$$1、\text{速度变换定理： } \mathbf{v}_a = \mathbf{v}_r + \mathbf{u}$$

相对定坐标系的速度 \mathbf{v}_a （绝对速度）等于质点相对动坐标系的速度 \mathbf{v}_r （相对速度）与平动速度 \mathbf{u} 矢量和。这一关系被称为速度变换定理。

$$2、\text{加速度变换定理： } \mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e$$

物理课后习题整理（第一章）

P45 1.1 (1), (2)

答案：(1) BDFH (2) ACGH

两道选择题的选取理由：这两道选择题是考察对于速度大小和加速度大小的概念理解（在此基础上同学们还可以对其他概念进行整理，例如速度的定义，加速度的定义，位移的定义，位矢的定义等等），对于习题中的概念分析题非常有帮助，这一章的题目重点在于对习题中的物理变量的分析及理解。

P46 1.2 (2)

答案：圆周运动，匀速率曲线运动，变速率曲线运动。

选取这一题的理由：这一题是在上面两道题的基础上进行了难度加大处理，题中考虑了几种特殊情况，同学一定要理解题中什么时候是对向量的模，向量，还是绝对值（加速度，速度）进行讨论，以及当这些值取得特殊值时会对运动的情况产生什么样的影响。

P47 1.2 (5)

答案： $y^2 = 2px$ ， $\pm (2put)^{1/2}$ ， $u\mathbf{i} + \frac{pu}{\sqrt{2put}}\mathbf{j}$ ， $+\frac{pu}{2t\sqrt{2put}}\mathbf{j}$ 。

选取这题的理由：该题与直角坐标系联系在一起，对同学们在直角坐标系下解决运动学问题非常有帮助，本题稍微有点难度，由题中给出的套环的运动路线方程再联系棒的运动速度就可以解决这个问题。

P47 1.7

答案： $y = (\sqrt{x} - 1)^2$ ， $\sqrt{y} = \sqrt{x} - 1$ 。

选取这题的理由：本题考察的是同学们对基础知识的掌握，第一问是对运动学方程的变形代换的考察，第二问则是在考察位移，速度，加速度之间的导数关系，都相对比较简单，但确是大题解题的基础和关键。

P48 1.13

答案： $(1) \mathbf{a} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \mathbf{n} - b\boldsymbol{\tau}$ $(2) t = \frac{v_0}{b}$ $(3) n = \frac{v_0^2}{4\pi Rb}$

选取该题的理由：该题是很典型的圆周运动学问题，本题有讨论圆周运动中的加速度问题，即包括了切向加速度和法向加速度的问题，以及对特殊点问题的讨论，所以本题对这一章的圆周运动的学习还是十分有帮助的。

P49 1.22

答案： $v_B = \frac{y_A}{x_B} v_0 \mathbf{i}$ ， $v_C = \frac{l_1 + l_2}{l_1} \frac{y_A}{x_B} v_0 \mathbf{i} + \frac{l_2}{l_1} v_0$

选取该题的理由：本题考查了联动问题，本题可以用速度分解来解题，也可以用物理量之间的关系来代换解题，看同学们的情况，本题用到杆方向的速度相同，以及速度与杆夹角之间的关系，综合来看，本题考查的知识点对学习运动问题是很有帮助的。

第二章:牛顿运动定律

-----概念及其公式的整理

第一节：牛顿运动三定律。

1.第一定律：任何质点都保持静止或匀速直线运动状态，直到其他物体对它的作用力迫使它改变这种状态为止。牛顿运动第一定律给出了惯性和力的概念。

2.第二定律：物体运动状态的变化与物体所受的合力成正比，即：

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

根据动量的定义，

$$\vec{F} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

若质点的质量不随时间变化,即 $\frac{dm}{dt} = 0$

则质点运动的加速度的大小同 作用在该质点上的外力的大小成正比，
加速度的方向和外力的方 向相同；用公式表达为：

3.牛顿第二定律的分量形 $\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ 式：

直角坐标系下

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} \quad F_y = \frac{dp_y}{dt} \quad F_z = \frac{dp_z}{dt}$$

自然坐标系下（常用于平面曲线运动）：

$$\text{切向: } F_\tau = ma_\tau$$

$$\text{法向: } F_n = ma_n$$

4.第三定律：当物体 A 以力 F_1 作用于物体 B 时，物体 B 也同时以力 F_2 作用于物体 A 上，力 F_1 F_2 总是大小相等，方向相反，且作用于同一条直线上，其关系可表示为：

$F_1 = -F_2$ （力满足矢量叠加原理： $F = F_1 + F_2 + \dots$ ）

第二节：力学中几种常见的力

1.万有引力： $F = \frac{GMm}{r^2}$ $G=6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

2.重力： $p=mg$ ； $g=9.8\text{m/s}^2$ 为重力加速度。

3.弹簧的弹性力： $f_x=-kx$ ， k 为劲度系数。

静摩擦力： $0 < f < f_{\max} = \mu f_N$

4.滑动摩擦力： $F = \mu f_N$

第三节：应用牛顿运动定律解题的一般步骤

选取研究对象；分析受力情况，画出受力图；选取坐标系；列方程求解；讨论。

物理课后习题整理（第二章）

P86 2.1（1）

答案：C。

选取该题的理由：本题是对物理中力的相关概念进行了考查，以及对力的物理题的解法进行了讨论，本题只需要用到整体法和隔离法即可解题，A,B,C 先看成整体，再将 A 分离，将 B，C 看成整体。

P87 2.1（3）

答案：D。

选取该题的理由：该题与高中我们学的万有引力的题有明显的不同，本题对地球的自转也纳入了考虑，所以这题必须要考虑自转的向心力的影响，本题重点是要画图对变量有个清楚的认识，再根据题中所给的条件一步步解题。

P32 2.1(4)：灵活变通题

答案：D

选取这一题的理由：本题属于非常规题，需对题意进行转换。人相对梯子向下加速运动，对梯子产生向上作用力，当作用力等于梯子重力或大于，绳子在梯子端便不会受力（力的作用是相互的 隔离法）因为绳子受力处处相等，所以挂物端，力也是零，重物自由落体。因为绳子一般是轻绳，本着受力处处相等原则，所以滑轮处也为 0。

P88 2.2 (4)

答案： $m\omega^2 R$ ， $\arccos \frac{g}{\omega^2 R}$ 。

选取该题的理由：该题主要考察受力分析，对单个物体在相对特殊的条件下的受力，本题主要考察分析圆环的受力，即本身的重力和大圆环给小圆环的力，分析清楚了这题就很容易得解。

P88 2.4

答案：受四个力作用，第一个：2 对 3 的 4.9N，第二个：4 对 3 的 2.45N，第三个：本身重力 9.8N，第四个：地面对 3 的支持力 9.8N。

增加一堵墙以后：同样是四个力，支持力和重力不再说明，剩下 2 对 3 和 4 对 3 的力相等 为 9.8N。

选取该题的理由：这是一道考察受力分析的大题，考察的重点是力的分析中的隔离法和整体法。总体来说不是特别难，另外同学可以自行总结本题的规律以用到之后的习题当中去。

P90 2.18：强化理解题

答案：见辅导书

选取这题的理由：该题主要考察受力分析，尤其是飞机对飞行员作用力的方向，需要进行一定的思考。

P91 2.19：综合运用题

答案：见辅导书。

选取这题的理由：本题较难，首先要进行分类讨论，即对于摩擦力方向的分析。其次转速与速度的区分也要注意。最后受力分析较复杂，选好坐标系方向。

第二章章末总结：

第二章的内容为牛顿运动定律及常见的几种力，虽然这是我们高中已无数次学过的内容，但是我们应该在大学物理这个新的框架内理解他。这就需要我们对三个牛顿运动定律的文字描述十分熟悉，同时更要清楚牛顿三大定律的适用范围是对宏观低速且是处于惯性系内的物体。

这一章习题的一般解题步骤为：选取研究对象，分析受力情况，画出受力图；选

取坐标系，列方程求解。这其中尤其要注意的是两类问题，第一类是变质量问题，在

此类问题中，牛顿定律要采用 $F = \frac{d}{dt}(mv)$ 而不是 $F = m \frac{dv}{dt}$ 的形式。第二类问题则是

在非惯性系的问题中在列方程时需要引入惯性力。

（第三章较为简单，概念较少，故不再提及）

第四章：冲量和动量

-----概念及其公式的整理

第一节：质点及质点系动量定理：

1、质点动量定理：

$$d(mv) = Fdt$$

该式称为质点动量定理的微分形式，可以表述为：质点动量的微分等于作用于在质点上合力的元冲量。同时告诉我们要使得质点动量发生变化，仅有力的作用是不够的，力还必须积累作用一定时间。

$$\mathbf{I} = \int_{t_1}^{t_2} Fdt$$

式中 \mathbf{I} 称为力 F 在时间 t_2-t_1 内的冲量。该式表示某段时间内质点动量的增量，等于作用在质点上的合力在同一时间内的冲量，这就是质点动量定理的积分形式。

2、质点系动量定理：

$$\mathbf{p} - \mathbf{p}_0 = \sum_i \mathbf{I}_{ix}$$

即某段时间内，质点系动量的增量，等于作用在质点系上所有外力在同一时间内的冲量的矢量和。

第二节：质点系动量守恒定律

若： $\sum_i F_{ix}$ ，则有： $\sum_i M_i V_{ix} = \text{常量}$

即，如果作用在质点系上所有外力沿某坐标轴投影的代数和为零，即该质点系的动量沿同一坐标轴的投影保持不变，这称为指点系动量沿坐标轴投影的守恒定律

第三节：质心

1、质心位置的确定（一般用位矢法表示）： $\mathbf{r}_c = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{m}$

2、质心运动定理： $m \mathbf{a}_c = \sum_i \mathbf{F}_i$

其中 $\sum_i \mathbf{F}_i$ 为作用在质点系上所有外力的矢量和。

该式表明：质点系的质量与其质心加速度乘积等于作用在质点系上所有外力的矢量和。这称为 质心运动定理。

物理课后习题整理（第四章）

P172 4.1 （5）

答案：B

选取理由：这道选择题是考察对于质点系中总动量，总动能，机械能，总势能与（保守）内力做功之间的关系，对于理解本章核心知识点很有帮助。

P173 4.4

选取理由：该题需要综合动量守恒以及机械能守恒的知识。同时需要对整体的运动分成两段分析，要求学生有很强的分析运动过程的能力，同时充分理解动量守恒定律的矢量性(即在某一方向上动量守恒)。

P175 4.19

答案：见辅导书。

选取理由：这一题是动量守恒与机械能守恒的综合题。另外该题第一问如果用质心运动定理来做的话可以更加简便。

P176 4.22

答案：见辅导书

第四章章末总结：

第四章的内容为动量以及冲量，大家需要充分理解两者之间的关系。这章的重点内容则是动量守恒定律，需要注意的是在题目中往往是仅仅在某一方向上动量守恒。

这一章习题的一般解题步骤为：选取研究对象，分析受力情况以及运动过程，，列方程求解。这其中尤其要注意的是某一方向上是否动量守恒，同时在运用动量守恒的时候往往会伴随着使用机械能守恒定律。

额外强调的一点是虽然质心那一小节虽然是选学部分，但是在某些问题的求解上面运用质心运动定律会方便许多，比如经典的划船问题。

第五章:刚体运动学

-----概念及其公式的整理

一.刚体和自由度的概念

1. 刚体：在力的作用下，大小和形状都保持不变的物体称为刚体。
2. 自由度：确定一个物体的位置所需要的独立坐标数，称为这个物体的自由度数。

二.刚体的平动：刚体运动时，若在刚体内所作的任一直线都始终保持和自身平行，这种运动就称为刚体的平动。

三.刚体绕定轴转动：刚体内各点绕同一直线作圆周运动，称为刚体的转动。

- 1.刚体绕定轴转动的运动学方程，角速度和角加速度

刚体绕定轴转动，其中角度（或角坐标）来记录运动，所以角坐标 θ 是时间 t 的单值函数，表示为 $\theta=f(t)$ ，这就是刚体绕定轴的运动学方程。

有了转动角度，按照速度的求法，取极限求导可求得角速度，角度即可看做角位移

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} = f'(t)$$

有了角速度，同样的像加速度的求法，角加速度同样是角速度对时间的一阶导数

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = f''(t)$$

这三个物理量在后面的习题中很常用，注意区分开概念，并掌握求解的方法。

2. 绕定轴转动刚体上各点的速度与加速度

假设现有刚体上一点 M，其离转轴的距离为 rM。

则有 M 点的速度： $v = rM \omega$

加速度在这里就分为切向加速度和法向加速度（向心加速度）

切向加速度 $a_t = rM\alpha$ 法向加速度 $a_n = rM \omega^2$

如果 ω 和 α 的符号相同，则刚体作加速运动；反之作减速转动

3. 角速度矢量和角加速度矢量

角速度矢量：其沿转动轴画出，其长短按一定比例表示角速度的大小，其指向与刚体转动方向之间的关系按右手螺旋定则确定。

角加速度矢量：对角速度矢量**求一阶导数**即可。

这部分内容有建立坐标系在其中所以不好描述，同学可以参照书上的坐标图了解。

最后有个结论在这里指出：绕定轴转动的刚体上任一点的切向加速度等于转动刚体的角加速度矢量 α 和该点位矢 r 的矢积；法向加速度等于刚体的角速度矢量 ω 和该点的速度矢量 v 的矢积。

物理课后习题整理（第五章）

P92 5-1: 强化理解题

答案：见书

选取该题的理由：1. 动力学方程 -> 轨迹 -> 速度 -> 加速度

2. 典型地考察了刚体的性质

P99 5.7(灵活运用题)

答案：见书

选取该题的理由：如何取点与建系比较重要，对矢量的理解。

第五章章末总结：

本章考点主要是刚体绕定轴转动，通常与第六章结合起来考。

第六章：刚体动力学

-----概念及其公式的整理

1.力 F 对转轴 z 的力矩 M_z 定义为：

力 F 的大小与 O 点到 F 的作用线间垂直距离 h (力臂)的乘积。

$$M_z(F) = \pm Fh = \pm Fr \sin \beta = \pm 2 \triangle OAB \text{ 面积}$$

2.任意力 F 对 z 轴的力矩就等于力 $F \perp$ 对 z 轴的力矩。

$$M_z(F) = M_z(F \perp) = \pm Fh$$

3.力 F 对 O 点的力矩矢量 M_o 定义为矢径 r 与力 F 的矢积。

$$M_o = r \times F = Fr \sin \beta = 2 \triangle OAB \text{ 面积}$$

(注：力 F 对 O 点的力矩 M_o 在通过该点的任意轴上的投影，等于该力对该轴的力矩)

4.定轴转动定律： $J_z \frac{dw}{dt} = M_z$ 。

5.转动惯量： $J_z = \sum_k m r_k^2 = \int_V r^2 dm$ 。

(部分题目会用到平行轴定理： $J_{z'} = J_z + mR^2$)

6.绕定轴转动刚体的动能定理：

$$E = \frac{1}{2} J_z w^2 \quad A = \int_{\alpha}^{\beta} M_z(F) d\theta = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} J_z w_2^2 - \frac{1}{2} J_z w_1^2$$

7.质点动量矩定理和动量矩守恒定理：

$$\text{质点的动量矩：} \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

$$\text{刚体对轴的动量矩：} L_z = J_z w$$

$$\text{刚体对轴的动量矩定理：} M_z = \frac{dL_z}{dt}$$

8.动量矩守恒定理：作用在系统上，关于某一个固定轴的合外力矩为零（只受有心力的作用），则此系统对此轴的总动量矩守恒。

物理课后习题整理（第六章）

P104 6-2:强化理解题

答案：见书

选取该题的理由：对比之后 6.21 题，摩擦力力矩对解题的影响。注意角速度方向不同带来的正负差异。

P107 6-5:综合运用题

答案：D

选取理由：较难。把运动过程分为两个阶段分别思考，第一阶段运用动量矩守恒。第二阶段进行力矩分析，因为不是刚体， J 变化，不能简单地认为 M 为零，而应该使用动量矩定理求解。

P119 6.22:综合运用题

答案：见书

选取这一题的理由：对于运动状态分阶段分析，综合运用动量矩守恒与机械能守恒定律。

第六章章末总结：

第六章的内容是刚体动力学，主要研究的则是刚体的转动。在学习这一章的时候可以类比着平动来学，其中转动惯量 J 类比于质量 M ，角速度 ω 类比于速度 v ，这样在理解转动定律以及角动量守恒时会更加的简单。

在做这一章的题目时，步骤与第一章很像：选取研究对象，分析受力情况，画出受力图，列方程求解。这其中往往会包含一个求解转动惯量的过程，推荐将几种常用刚体的转动惯量背下来。

第十五章：相对论

-----概念及其公式的整理

狭义相对论：研究两个不同惯性系的观察者所观察到的物理现象有什么不同。

广义相对论：研究一切参照系(不限于惯性系)中的观察者所观察到的物理现象有什么不同。

第一节：经典力学的相对性原理—伽利略变换

1. 绝对时空观：时间的流失和空间的性质与物体的运动没有任何联系。

A . 绝对时间：时间的度量与参考系无关。

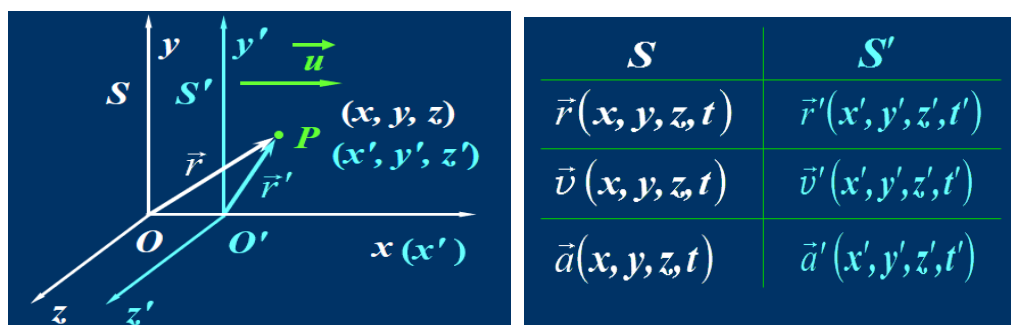
B . 绝对空间：长度的度量与参考系无关。

2. 经典力学的相对性原理：对于描述力学现象的规律而言，所有的惯性系是等价的。

3. 伽利略坐标和时间变换式：

A . 正变换： $x' = x - ut$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = t$

B . 逆变换： $x = x' + ut$ $y = y'$ $z = z'$ $t = t'$



若将伽利略逆变换对时间求导可得： $v' = v - u$, $a' = a$

(力学规律的数学表达式应具有伽利略变换的不变性 (或者说协变性))

第二节：狭义相对论的两个基本假设

(1) 假设 1：在所有惯性系中，一切物理学定律都具有相同的形式，即具有相同的数学表达形式，或者说，对于描述一切物理现象的规律来说，所有惯性系都是等价的，这也被称为狭义相对论的相对性原理。

(2) 假设 2：在所有惯性系中，真空中光沿各个方向传播的速率都等于同一个常量 c ，与光源和观察者的运动状态无关，这也称为光速不变原理。

三．狭义相对论的时空观（一）---重点内容

1. “同时性”的相对性：在一个惯性系同一地点发生的两个同时事件，对其他惯性系都是同时的，也就是说，同地发生的事件，“同时性”具有绝对意义，产生“同时性”的相对性原因是，光在不同惯性系中具有相同的速率和光的速率是有限的。

2. 时间延缓（一般都是在速度非常快的情况下讨论，例如光速）：

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \tau_0$$

式中 $\beta = \frac{u}{c}$ ， $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ，上式表明，在 S' 系中测得发生在同一地点的两个事件之间的时间间隔 τ_0 ，在 S 系中观测者看来这两个事件为异地事件，这两个事件之间的时间间隔 τ 总是比 τ_0 要大，二者之比为 γ ，这一现象称为时间延缓效应。

（狭义相对论中，将在一个惯性系中测得的，发生在该惯性系中同一地点的两个事件之间的时间间隔称为原时，这里的 τ_0 显然是原时，时间延缓效应还可表述为：在不同惯性系中测量给定的两个事件之间的时间间隔，测得的结果以原时最短）

（时间延缓效应还可陈述为：运动时钟走的速率比静止时钟走的速率要慢）

3. 长度收缩：

$$L' = L \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}$$

上式表明，在各惯性系中测量同一尺长，以原长为最长，这一现象称为长度收缩。

4. 洛伦兹变换

1. 洛伦兹坐标和时间变换式

$$\text{正变换：} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\text{逆变换：} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad y = y' \quad z = z' \quad t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

The diagram illustrates the Lorentz transformation between two inertial frames, S and S' . Frame S is represented by a set of axes with origin O , and frame S' is represented by a set of axes with origin O' . The frames are moving relative to each other with velocity u along the x -axis. A point P is shown in both frames with coordinates (x, y, z, t) and (x', y', z', t') . The diagram also shows the Lorentz transformation equations for the coordinates of point P :

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \frac{\Delta x - u \Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \Delta y' &= \Delta y \\ \Delta z' &= \Delta z \\ \Delta t' &= \frac{\Delta t - u \Delta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

2. 狭义相对论的时空观 (二)

(1) “同时性”的相对性：在一个惯性系异地同时发生的两个事件，在其他惯性系并不同时。

(在一个惯性参考系中同地同时发生的两个事件，对其他惯性系都是同时的)

(2) 时间延缓：

$$\Delta t = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

这就是表示时间延缓效应的式子。

$$(3) \quad \text{长度收缩：} \quad L = \Delta x = L_0 \sqrt{1-\beta^2}$$

这就是表示长度收缩效应的式子。

五. 狭义相对论的速度变换原理

$$dx' = \frac{dx - u dt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad dy' = dy$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{u}{c^2} dx}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad dz' = dz$$

定义：

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

则有：

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u dt}{dt - \frac{u}{c^2} dx} \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy \sqrt{1-\beta^2}}{dt - \frac{u}{c^2} dx} \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz \sqrt{1-\beta^2}}{dt - \frac{u}{c^2} dx}$$

整理得：

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \quad v'_z = \frac{v_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}$$

六．狭义相对论质点动力学简介

1. 相对论动量，质量，质点动力学基本方程

在相对论中仍定义质点动量等于其质量与速度乘积，即令 $p=mv$

但是此时质量 m 不能认为是一个与速率 v 无关的常量了，而是随速率增大而增大的，且为

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

其中 m_0 是质点静止时的质量，即由相对于该质点静止的观察者测得的质量，称为静止质量。

2. 相对论动能以及质能关系

在经典力学中，动能的表达式为： $E_k = \frac{m_0 v^2}{2}$

在相对论中，同样的，质点的动能就是将它从静止加速到 v 所需要的能量。

故有相对论的动能表达式为： $E_x = mc^2 - m_0 c^2$

质能关系：物体的相对论总能量与物体的总质量成正比 ——质量与能量不可分割

$$\Delta E = (\Delta m)c^2 \text{ (物体质量和能量变化的关系)}$$

3. 静止能量和总能量

$$E_x = mc^2 - m_0 c^2 \quad \text{其中：静止能量：} E_0 = m_0 c^2 \text{ 总能量：} E = mc^2$$

4. 能量守恒与质量守恒

如果几个粒子相互作用，则有

$$(1) \quad \text{能量守恒 } \sum_i E_i = \sum_i m_i c^2 \text{ 常量}$$

$$(2) \quad \text{相对论质量守恒 } \sum_i m_i = \text{常量}$$

例 核反应中，反应粒子和生成粒子的静止质量分别为 M_{01} ， M_{02}

$$\text{能量守恒 } m_{01}c^2 + E_{k1} = m_{02}c^2 + E_{k2}$$

$$\text{得出：} E_{k1} - E_{k2} = m_{02}c^2 - m_{01}c^2 \text{ 即 } \Delta E = (\Delta m)c^2 \text{ (质量亏损)}$$

5. 相对论能量与动量的关系

$$E^2 = p^2 c^2 + E_0^2 \text{ (矢量三角形)}$$

物理课后习题整理（第十五章）

15.4 洛伦兹变换

P372 15.10：强化理解题

答案：见书

选取该题的理由：已知时间间隔，求解空间间隔，综合运用时间膨胀与洛伦兹两个公式。

P364 15-4：灵活运用题

答案：见书

选取该题的理由：对题意的转换，什么叫哪一列先开？异地同时事件。

P364 15-5：综合运用题

答案：D

选取理由：较难。由一维问题进阶到二维。

15.7 狭义相对论质点动力学简介

P367 15-10：灵活运用题

答案：见书

选取该题的理由：总能量、动能、动量三个概念的联系与区分。 $v \ll c$ 为本题的线索。

第八章：静电场

-----概念及其公式的整理

第一节 电荷以及库仑定律

1. 电荷分为正电荷和负电荷两种，电荷的多少用电荷量来度量

2. 库仑定律

是关于点电荷之间的相互作用的定律，是静电学的基础。

数学表现形式为
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

在大学的物理学中对 k 有要求，一般要写作

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \epsilon_0 = 8.854\,187\,82 \times 10^{-12} \text{ F/m (不用记忆)}$$

所以完整的库仑定律为

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}^0$$

注意：两个静止点电荷之间的相互作用力符合牛顿第三定律。

第二节 静电场以及电场强度

1. 静电场

两个电荷在真空中相隔一段距离会有相互作用力，通过一种中间媒介传递，从而抽象地定义静电场。

2. 电场强度 E

设有一带电荷量为 Q 的物体，在它周围会产生电场。设想将一个电荷量为 q_0 的点电荷作为试验电荷放到电场中探测他在电场中各点受到的电场力。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

试验电荷所受到的力为 F ，则定义电场强度 E 为

由该式可知，电场中某点的电场强度 E 的大小等于单位点电荷在该点受力的大小，其方向为正电荷在该点的受力方向。

3. 电场强度叠加原理

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \vec{r}^0$$

对于点电荷产生的场

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}^0$$

则有

$$\vec{E} = \frac{\sum_k \vec{F}_k}{q_0} = \sum_k \vec{E}_k = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_k}{r_k^2} \vec{r}_k^0$$

由此对于点电荷系

点电荷系在某点 P 产生的电场强度等于各点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和。这就称为电场强度的叠加原理。

第三节 电场强度通量以及高斯定理

1. 电场线

电场线是按照下述规定画出一簇曲线：电场线上任一点的切线方向表示该点的电场强度 E 的方向。

2. 电场强度通量

在电场中穿过任意曲面 S 的电场线条数称为穿过该面的电场强度通量，记作 Φ_e

(1) 均匀场中的 dS 面元的电通量

$$d\Phi_e = dN = E dS_{\perp} = E \cos \theta dS$$

(2) 非均匀场中曲面的电通量

$$\Phi_e = \int d\Phi_e = \int_S E dS$$

(3) 闭合曲面的电通量

$$\Phi_e = \oint d\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

3. 高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{\text{内}} \quad (\text{不连续分布的源电荷})$$

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \frac{1}{\epsilon_0} \rho dV \quad (\text{连续分布的源电荷})$$

真空中的任何静电场中，穿过任意曲面的电通量，等于该曲面所包围的电荷电量的代数和乘以 $1/\epsilon_0$ 。

第四节 静电场的环路定理以及电势能

1. 静电力的功以及静电场的环路定理

单个电荷产生的电场

$$A_{ab} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

任意带电体系产生的电场

$$A_{ab} = \sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{a_i}} - \frac{1}{r_{b_i}} \right)$$

电场力做功只与始末位置有关 ,与路径无关 ,故静电力是保守力 ,静电场是保守场。

静电场的环路定理 :

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

在静电场中 , 电场强度沿任一闭合路径的线积分 (称为电场强度的环流) 恒为零 , 这称为静电场的环路定理。

2. 电势能

(电势能的差)

定义 : q_0 在电场 a , b 两点电势能之差 , 等于把 q_0 自 a 点移至 b 点过程中电场力

所作的功 $A_{ab} = \int_{(a)}^{(b)} q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = W_a - W_b = - (W_b - W_a)$

q_0 在电场中某点 a 的电势能 $W_a = A_{a"0"} \int_a^{''0''} q_0 \mathbf{E} d\mathbf{l}$

(注意零电势点的选取)

第五节 电势 电势差

一 . 电势。

1. 电势的定义 : $U_a = \frac{W_a}{q_0} = A_{a"0"} \int_a^{''0''} \mathbf{E} d\mathbf{l}$ 即 $U_a = \int_a^{''0''} \mathbf{E} d\mathbf{l}$

电场中某一点的电势 , 其数值等于单位正电荷在该点所具有的电势能。

2 电势差 : $U_{ab} = U_a - U_b = \int_a^b \mathbf{E} d\mathbf{l}$

3. 电势叠加原理 : 在点电荷系产生的电场中 , 某点的电势是各个点电荷单独存在时 , 在该点产生的电势的代数和。

(1) 点电荷的电势 :

(2) 点电荷系的电势 : $U_p = \sum_i \int_a^{''0''} \mathbf{E}_i d\mathbf{l}$

4. 电势的计算 :

(1) 已知电荷分布 : 用公式 : $U_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$

(2) 已知场强分布 : 用公式 : $U_a = \int_a^{''0''} \mathbf{E} d\mathbf{l}$

第六节 等势面 电势与电场强度的微分关系

一. 等势面：电场中电势相等的点连成的面称为等势面。

等势面的性质：电场强度与等势面垂直

二. 电势与电场强度的微分关系：

任意一场点 P 处电场强度的大小等于沿过该点等势面法线方向上电势的变化率，负号表示电场强度的方向指向电势降落的方向。

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad}(u)$$

即：某点的电场强度等于该点电势梯度的负值，这就是电势与电场强度的微分关系。

第七节 静电场中的导体

一. 导体的静电平衡。

1. 静电感应：在电场的作用下导体中出现的电荷重新分布的现象。

2. 静电平衡：

导体内部和表面上任何一部分都没有宏观电荷运动，我们就说导体处于静电平衡状态。

3. 导体静电平衡的条件：

$$E_{\text{内}} = 0, F_{\text{内}} = 0, E_{\text{表面}} \text{垂直于导体表面}$$

4. 静电平衡导体的电势：

导体静电平衡时，导体上各点电势相等，即导体是等势体，表面是等势面。

$$\text{用公式可表示为：} U_a - U_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} = 0$$

二. 导体上电荷的分布。

由导体的静电平衡条件和静电场的基本性质，可以得出导体上的电荷分布

(有外场而且导体带电)。

1. 处于静电平衡状态的带电导体，其内部处处无电荷分布。

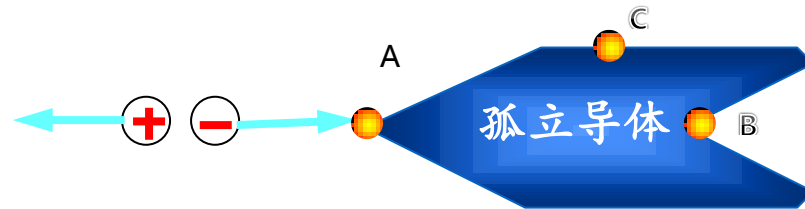
导体带电只能在表面！

2. 静电平衡导体表面附近的电场强度与导体表面电荷为垂直关系

3. 处于静电平衡的孤立带电导体电荷分布：

孤立导体:其它导体和带电体都离它足够远。

由实验可得以下定性的结论：

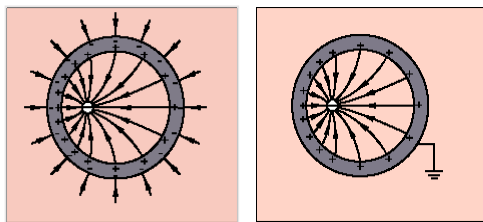


$$\sigma_A > \sigma_B > \sigma_C$$

在表面凸出的尖锐部分(曲率是正值且较大)电荷面密度较大,在比较平坦部分(曲率较小)电荷面密度较小,在表面凹进部分带电面密度最小。

4. 静电屏蔽(腔内、腔外的场互不影响):

(1)空腔导体不论接地与否,其内部电场不受空腔外电荷的影响。空腔内的电场是由空腔内电荷及内壁上电荷决定。



(2) 接地的空腔导体外部的电场不受空腔内电荷的影响,而只由空腔导体外壁及外部的电荷决定。

注：有导体存在时静电场的计算方法：

1. 静电平衡的条件和性质: $E_{\text{内}} = 0$ $U_{\text{导体}} = C$

2. 电荷守恒定律

3. 确定电荷分布,然后求解

三.导体的电容 电容器

1. 孤立导体的电容 (孤立导体的电势)

$$C = \frac{Q}{U} \text{ 为常数 单位:法拉(F)}$$

2.求半径为 R 孤立导体球的电容：

电势为：
$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

电容为：
$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

电容只与导体的几何因素和介质有关，与导体是否带电无关。

3.电容器的电容。

通常，由彼此绝缘，相距很近的两导体构成电容器。使两导体极板带电 $\pm Q$ 两导体极板的电势差 $\Delta u \propto Q$ 电容器的电容 $C = \frac{Q}{\Delta u}$

(1) 平行板电容器 $\Delta u = Ed = \frac{Qd}{S\epsilon_0}$, $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, $C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

其中 σ 为板电荷密度， q 为板电荷量

(2) 球形电容器 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, $C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

(3) 柱形电容器 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$, $C = \frac{Q}{\Delta u} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$

其中 λ 为单位长度电荷量， R_2 、 R_1 分别为柱体内外径， l 为柱长

第八节：电场能量

1、电场能量：

电场中储藏的能量等于充电时电源所做的功，这个功是由电源消耗其他形式的能量来完成的。

$$W = A = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

2、能量密度：即单位体积内储藏的能量

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

在不均匀的电场中：
$$W = \int_V dW = \int_V \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 dV$$

注：求解关于电场能量的题目时通常先利用高斯定理求出电场强度的分布，之后再利用积分求解电场中的能量

第九节：静电场中的电介质

1、充满电介质的电容器： $C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\epsilon_r Q_0}{U_0} = \epsilon_r C_0$

2、电介质的极化 极化电荷：

不能在电介质内自由移动，也不能离开电介质表面的电荷，称为束缚电荷或者极化电荷。

有极分子电介质的极化常称为取向极化。

无极分子电介质的极化常称为位移极化。

3、电介质内的电场强度： $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$

注：这个公式是有适用条件的：各向同性的均匀电介质要充满电场所在的空间，但只要电介质的表面是等势面；或者多种各向同性均匀电介质虽未充满电场空间，但各种电介质的界面皆为等势面，在以上两种情况下，公式仍然是正确的。

4、电介质中的高斯定理 电位移矢量 D

在各向同性均匀电介质中：

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

电介质中的高斯定理：

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i, \text{内}}$$

表明：通过在电介质中所作高斯面的点位移通量等于该高斯面所包围的自由电荷量的代数和，与极化电荷及高斯面外的电荷无关，这就是电介质中的高斯定理。

物理课后习题整理（第八章）

P151 8-1：概念解析题

选取理由：列举了两种积分方法，如何取微元。球体、球壳、圆柱面、圆柱体。

P155 8-3：强化理解题

选取理由：该题是电容问题中难度较大的一个，电势差、场强、电位移矢量、电量的关系需理清。

P156 8-4 强化理解题

选取理由：静电能、电场对电源做的功、外力对极板做的功，听听我都晕，我觉得大部分人估计也不懂...这道题可以让你彻悟三者的区别，可以说是很不错的了。

P181 8.42 强化理解题

选取理由：经典球体电容题，可以说是比较全了，大物老师说懂这道题这一部分就算解决了。而且头两问就是期中考试原题，这就尽在不言中。

P192 8.56\ 8.58 \8.59 综合运用题

选取理由：两道题连在一起看，看完就可以掌握平行板电容器了，也就是几个基本概念的运用。

第九章：恒定磁场

第一节：磁场力和磁感应强度B

实验证明，电流（运动电荷）在其周围产生磁场，磁场对处于场中的电流施以作用力，磁场力是通过磁场传递的。磁场也是一种物质。

1. 磁场的性质：

- (1) 对运动电荷（或电流）有力的作用
- (2) 磁场有能量

2. 磁感应强度B

- (1) 电流源在磁场中的方向不同，受力也不同；存在一个方向使 $dF=0$

定义该方向为磁感应强度B的方向

- (2) 当电流元的取向与磁感应强度的方向垂直时，受到的磁场力最大；

$$B = \frac{dF_{\max}}{Idl}$$

定义 磁感应强度B的大小

- (3) 磁场力 $d\vec{F}_{\max}$ 的方向总是垂直于电流元 $Id\vec{l}$ 和磁感应强度B所组成的平面；

(4) 当电流元与磁感应强度B间的夹角为 θ 时, $I d\vec{l}$ 受到磁场力的大小为

$$dF = B I d l \sin \theta$$

矢量形式: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ 安培力公式

第二节：毕奥-萨伐尔定律

3. 毕奥-萨伐尔定律

$$\text{大小: } d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d l \sin \theta}{r^2} \quad \text{方向: } I d\vec{l} \times \vec{r}_0$$

4. 毕-萨定律的应用

(1) 载流直导线的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

无限长直导线: (类比可推得任意形状直导线, 无限长载流平板)

(2) 载流圆线圈的磁场

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

定义磁矩: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{p}_m}{x^3}$$

5. 运动电荷的磁场

$$\text{一个运动电荷产生的磁场: } \vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

第三节：磁场的高斯定理

1. 磁力线：

(1) 方向：磁力线切线方向为磁感应强度B的方向

(2) 大小：垂直于B的单位面积上穿过的磁力线条数为磁感应强度B的大小

$$B = \frac{dN}{dS_{\perp}}$$

(3) 特征：a. 无头无尾的闭合曲线

b. 与电流相互套连，服从右手螺旋定则

c. 磁力线不相交

2. 磁通量：

$$B = \frac{dN}{dS_{\perp}} \quad d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

通过面元的磁场线条数——通过该面元的磁通量

对于有限曲面：
$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

对于闭合曲面：
$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (\text{规定磁力线穿出：}\Phi_m < 0; \text{穿入：}\Phi_m > 0)$$

3. 磁场的高斯定理

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

电流产生的磁感应线既没有起始点，也没有终止点，即磁场线既没有源头，也没有尾——磁场是无源场

第四节：磁场的安培环路定理

1. 磁场的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

恒定电流的磁场中，磁感应强度沿一闭合路径L的包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍。

2. 安培环路定理的应用

基本思路：

若电流分布具有某些对称性，则可用安培环路定理求电流产生的磁场。

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i \quad B = \mu_0 \sum I_i / \oint_L d\vec{l}$$

第五节：磁场对电流的作用：

1、磁场对载流导线的作用：
$$\mathbf{F} = \int_L d\mathbf{F} = \int_L I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

\mathbf{B} 为载流导线上各电流元所在处的磁感应强度。

2、匀强磁场对平面载流线圈的作用（高中学的发电机，电动机中便涉及平面载流线圈在磁场中的运动）：
$$\mathbf{M} = B I S \sin\varphi$$

3、安培力（磁场力）的功：

1) 载流导线在磁场中平动时安培力做的功：

$$A = B I \Delta S = I \Delta\varphi$$

这个结果表明，如果电流保持不变，安培力 \mathbf{F} 的功等于电流乘以通过回路所包围面积内磁通量的增量。

2) 载流导线在磁场内转动时安培力的功：

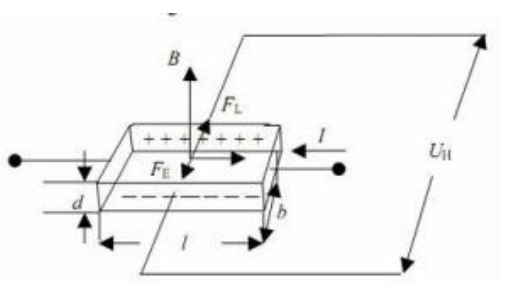
$$A = I \Delta\varphi$$

这个式子与平动时相同，因此这就是安培力做功的一般形式

第六节：带电粒子在磁场中的运动

1、带电粒子在磁场中的运动： $\mathbf{F} = q\mathbf{V} \times \mathbf{B}$

2、霍尔效应：



霍尔电势差
$$U_{ab} = K \frac{IB}{d}$$
，其中的 K 称为霍尔系数值为： $\frac{1}{nq}$

第七节：物质的磁性

所有物质都是磁介质

1、磁介质的分类：

- 1) 顺磁质：其 $\mu_r > 1$ 即以这种磁介质为磁芯时测得的磁感应强度B大于无磁芯真空或空气中的磁感应强度B₀
- 2) 抗磁质：其 $\mu_r < 1$ 即以这种磁介质为磁芯时测得的磁感应强度B小于无磁芯真空或空气中的磁感应强度B₀
- 3) 铁磁质：以铁钴镍为代表的一类磁性很强的物质，其 $\mu_r \gg 1$ ，铁磁质常被称为强磁性物质。

2、有磁介质时的磁高斯定理和安培环路定理：

- 1) 有磁介质时的磁高斯定理： $\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = \oint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}') d\mathbf{S} = 0$ ，
不论是否存在磁介质，磁高斯定理都是普遍成立的
- 2) 有磁介质时的安培环路定理：

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{L} = \sum_L I_{0i}$$

与 \mathbf{D} 类似， \mathbf{H} 也是一个辅助矢量，且有 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}}{\mu_0}$

3、铁磁质：

- 1) 铁磁质的主要特征为：1.高 μ 值 2.非线性 3.磁滞
- 2) 铁磁质的种类：一般按矫顽力的不同，可将铁磁材料分为软磁材料和硬磁材料两类。

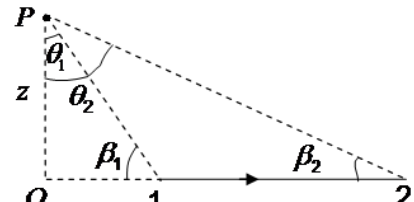
第九章章末总结：

1. 毕奥-萨伐尔定律:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} dl$$

2. 有限长载流导线的磁感应强度

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi z} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi z} (\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$


无限长载流导线的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi z}$$

3. 载流线圈在轴线上任意一点的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

圆心处的磁感应强度

4. 有限长螺线管内部任意一点的磁感应强度

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

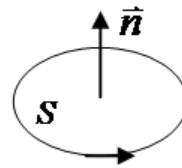

无限长直螺线管内的磁感应强度

$$B = \mu_0 n I$$

5. 运动电荷的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

7. 磁偶极子与磁矩



磁偶极子：载流线圈（任意形状）。

磁矩： $\vec{m} = I\vec{S} = IS\vec{n}$

其中， \vec{n} 为面元 S 的法线方向单位矢量，与 I 的环绕方向成右手螺旋关系。

8. 稳恒磁场的高斯定理

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

9. 稳恒磁场的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

两项注意：

- (1) 虽然 \vec{B} 的环量仅与 L 内的电流有关，但 \vec{B} 本身取决于 L 内、外的所有电流。
- (2) 当 I_i 的流动方向与 L 的环绕方向成右手螺旋关系时， $I_i > 0$ ，反之 $I_i < 0$ 。

10. 无限长载流圆柱体 !!!!

$$B = \begin{cases} \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} & (r < R) \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r > R) \end{cases}$$

11. 无限大载流平面的磁感应强度

大小： $B = \frac{\mu_0}{2} \alpha$ （其中 α 为面电流线密度）；

方向：右手螺旋关系。

12. 安培定律 - 磁场对载流体的作用

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

13. 在一均匀外磁场中，如果一任意形状的有限平面曲线电流的平面垂直于外磁场，那么平面电流所受到的安培力的大小与由起点到终点连接而成的直线电流所受到的安培力一样，方向垂直于从起点到终点的连线。

推论：处于**均匀**外磁场中的任意平面**闭合**载流回路，所受到的安培力=0，但要受到一力矩的作用

$$\vec{L} = \vec{m} \times \vec{B}$$

处于**非均匀**外磁场中的闭合载流线圈受到的安培力 $\neq 0$ 。

14. **单位长**两无限长载流导线所受到的安培力

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

方向：同向相吸，异向相斥。

15. **单个**运动的带电粒子所受到的安培力 - **洛伦兹力** $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

当 $\vec{v} \perp \vec{B}$ 时，粒子做圆周运动

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

半径：

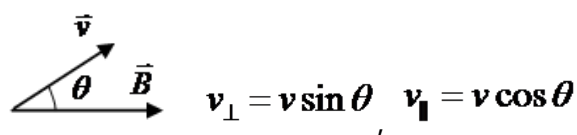
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

周期：

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

频率：

当不垂直时，带电粒子在外磁场中做的是**螺旋线运动**。


$$v_{\perp} = v \sin \theta, \quad v_{\parallel} = v \cos \theta$$

则螺旋线的

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \theta}{qB}$$

半径：

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

周期：

$$h = Tv_{\parallel} = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \theta$$

螺距：

16. 磁场对载流体做的功

$$A = I \Delta \phi$$

其中 $\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1$ 为磁通量的增量 = 末量 - 始量。

17. 磁介质：抗磁介质 $\mu < 1$ 顺磁介质 $\mu > 1$ 铁磁质 $\mu \gg 1$

磁化：在外磁场中固有磁矩沿外磁场的取向或感应磁矩的产生使磁介质的表面或内部出现束缚电流。

磁介质中的安培环路定理：
$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_{\alpha}(\text{内})$$

(各向同性的介质中 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$)

铁磁质中的 μ_r 随磁场改变，有磁滞现象。

物理课后习题整理（第九章）（见大学物理学习指导）

P197 9-1：能力提升题

答案：见书

说明：此题目考察 磁感应强度叠加原理的应用，选取合适的电流元，在合适的区间上进行积分，同时注意对称性对方向的影响。

P198 9-2：概念解析题

答案：见书

选取该题的理由：三种不同的方向的电流，对应不同的求力方法，难度不大，强调基础。合力要分x与y求，这点应用较广。

P200 9-3：概念考察题

答案：见书

说明 :磁介质中的安倍环路定理的使用 ,对电流分布对称 ,可以避免求束缚电流的分布 ,而去求磁场H的分布。

书P430 9.21 : 综合应用题

答案 : 见书

选取该题的理由 : 难难难。第一小问 , 想到由力矩解决B的问题为一个难点 , 并且磁力矩与重力矩的平衡分析 (尤其是两个方向) 比较困难。第二小问有点套路 , 一般附加的变了方向的B总是没有作用的... (也不要盲目迷信)

P430 9.25 : 强化理解题

答案 : 见书

选取该题的理由 : 也比较有难度。这一题特殊在第一问 , 平时我们习惯用 $M = m \times e$ 解决磁力矩问题 , 本题中因为不是匀强磁场 , 所以使用微元法。看看第三问 , 又是 0 (摊手)

9.6 带电粒子在磁场中的运动

P431 9.30 : 强化理解题

答案 : 见书

选取理由 : 完全像回到了高中的一道题 , 但是水平已经不如高中了...本题运用了几何思想 , θ 角在本题中是题眼的作用 , 多个等式因此连结。

P431 9.33 : 综合运用题

答案 : 见书

选取这题的理由 : 本题有三小问 , 各有各的侧重点 , 算是比较全面的一道题了。第一小问轨迹问题还是高中的风格 , 比较难理解的是沿分界面方向的平均速率 , 如何转化、理解题意是重点。

第十章：变化磁场与变化电场

-----概念及其公式的整理

本章内容和第九章有所关联，但比第九章难度小很多。主要分为三个大的部分。

1、动生电动势与感生电动势。2、自感和互感。3、磁场能量。

第一节：法拉第电磁感应定律

核心公式： $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ ，其方向用楞次定律来判断

其中 Φ 表示磁通量， $d\Phi$ 表示磁通量的变化量。在不同情况下磁通量的求法不同

大致分为以下几种：

①N 匝线圈绕在 n 匝螺线管上，已知螺线管的电流变化率 $\frac{dI}{dt}$ ：

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{dB \cdot S}{dt} = -N \frac{d(\mu_0 n) \cdot \pi r^2 I}{dt} = -N(\mu_0 n) \cdot \pi r^2 \frac{dI}{dt}$$

②若将 N 匝线圈放在变化的磁场内，B 随时间变化 B(t)，S 为磁通量有效面积

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NS \frac{dB(t)}{dt}$$

如果线圈内磁场不唯一，其磁通量变化满足叠加定律

③若将 N 匝线框放在电流随时间变化的长直导线旁

其距导线最近距离为 a，最远为 b，线框宽 b-a,长 l

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{\mu l}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \frac{di}{dt}$$

第二节：动生电动势与感生电动势

1、动生电动势（高中内容）：

核心公式： $\varepsilon = \int_a^b \mathbf{B} \times \mathbf{v} d\mathbf{l}$ 若 \mathbf{B} 、 \mathbf{v} 、 $d\mathbf{l}$ 两两垂直，则 $E = Bvl$

题型主要有以下三种

①N 匝线圈在磁场平面内转动，高中知识此处不再赘述。详情请翻课本。

②杆在磁场内沿斜面下滑或线框受外力影响下落

③规则形状线框在磁场与无磁场区域交界处绕某一点旋转（重点）

2、感生电动势

具体题型与第一节内容相似

第三节：自感与互感

1、导体回路中由于电流变化，而在自身回路中产生感应电动势。该电动势为自感电动势。

2、核心公式： $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$ ， $L = \frac{\varphi}{I}$ (如果是 N 匝线圈，则还应有系数 N)

3、三种常见求自感的问题：

①螺线管 N 匝线圈，长 l，半径为 R，设 $n = \frac{N}{l}$ （单位长度线圈匝数）

其自感为： $L = \frac{\varphi}{I} = N \frac{BS}{l} = N \frac{\mu_0 n I \cdot \pi R^2}{l} = N \mu_0 n \cdot \pi R^2 = \mu_0 n^2 \cdot \pi R^2 l$

②螺绕环 N 匝线圈，横截面半径 a,圆环半径 R

$$\text{其自感为: } L = \frac{\varphi}{I} = N \frac{BS}{I} = N \frac{\frac{\mu_0 NI}{2\pi R} \cdot \pi a^2}{I} = \frac{\mu_0 N^2 a^2}{2R}$$

若螺绕环横截面为矩形，内外径为 R_1, R_2 , 宽 h

$$\text{同上可求得 } L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

③两横截面半径为 a，相距为 d 的长直导线

$$\text{其单位长自感为: } L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

4、互感，其公式与自感类似，不过需要注意以下几点

①、 $\Psi_{12} = M_{12}I_1$ 表示回路 2 在回路 1 中产生的磁通量，故用 I_1 计算

②、 Ψ_{12} 不一定等于 Ψ_{21} ，但是 $M_{12} = M_{21} = M$ ，即互感系数相等

③、互感电动势 E_{12} 表示的是回路 2 在回路 1 中产生的互感电动势与 E_{21} 不一定相等

$$\text{核心公式: } \varepsilon = -M \frac{dI}{dt}$$

I 为通有电流导线的电流大小，而不是产生了感应电动势线圈的电流大小

此处举一个求互感系数的特例：

在同样长螺线管上绕行的两个线圈，其互感系数为 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ (L 为各自自感系数)

此时称两个线圈为完全耦合 ($M = k\sqrt{L_1 L_2}$ 中 $k = 1$)

若计算两个线圈之间的自感，则 $L = L_1 + 2M + L_2$

第四节：磁场能量

1、自感磁能： $W = \frac{1}{2}LI^2$

2、磁能密度： $w = \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H}$, 若 BH , 则 $w = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\mu H^2}{2}$

3、磁场能量： $W = \iiint w dv$

物理课后习题整理（第十章）

P477 10.1 (3)：概念解析题

答案：见书

选取该题的理由：这种在恒定磁场中旋转的题目近两年考的比较频繁，可能会以大题的形式出现，需要多加注意。

P479 10.8：强化理解题

答案：见书

选取该题的理由：该题要注意公式中向量与叉乘的含义，一定要掌握倾斜的直杆在恒定磁场中绕轴转动的题型

P480 10.13：强化理解题

答案：见书

选取该题的理由：判断变化磁场中线圈的恒定电动势的大小和方向的典型题目

P480 10.24：综合运用题

答案：见书

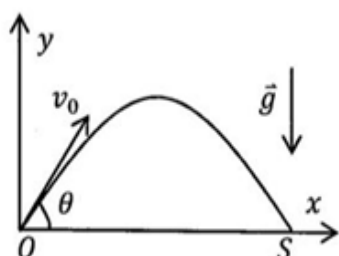
选取该题的理由：结合了第九章的内容，对圆柱体的各个部分分别求其磁场能量，再求其总和，这类题目是期末考试的重点题型，十分重要。

试题

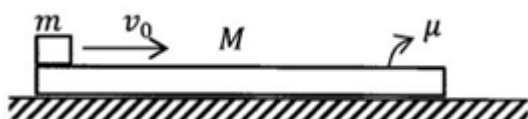
清华大学 2014 年基础物理试题

一、 填空

1. 如图所示的斜抛运动中，保持初速度大小 v_0 不变，抛射角取为 $\theta_1=75^\circ$ 时，测得水平射程为 S_1 ，抛射角改为 $\theta_2=15^\circ$ 时，水平射程为 S_2 ，则 $S_2=\underline{\hspace{2cm}}S_1$ ，不同的抛射角对应的诸多水平射程中 $S_{\max}=\underline{\hspace{2cm}}S_1$ 。（空格内填数）。
2. 如图所示，光滑水平地面放着一块质量为 M 的长木板（足够长），质量为 m

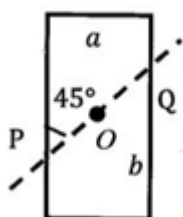


地小木块以 v_0 初速度从平板左端沿长度方向在板面上运动。滑块与板面的摩擦因数为 μ ，在平板参考系中，运动的滑块所受表观合力大小 $F=\underline{\hspace{2cm}}$ ，从开始到相对板停下的过程中，滑块在板面上经过的路程为 $l=\underline{\hspace{2cm}}$ 。



3. 主体质量为 m_0 的太空飞行器，携带的液体燃料质量为 m_1 ，即飞行器的初始质量为 m_0+m_1 ，静止在某太空惯性系中。略去远处星体的引力作用， $t=0$ 时刻开水朝后点火喷气，单位时间喷气质量为 q 常量，喷出气体相对飞行器的分离速度 u 为常量。而后，飞行器的加速度 a ，速度 v 与时间 t ($t < m_1/q$) 的函数关系分别为 $a=\underline{\hspace{2cm}}$ ， $v=\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 体重 70 公斤的男子，乘电梯从一层楼启动到 8 层楼停下的整个时间内，电梯所受的平均压力 $\underline{\hspace{2cm}}$ 70 公斤重，男子再从 8 楼启动到 1 楼停下的整个时间段内，电梯地板受到的平均压力 $\underline{\hspace{2cm}}$ 70 公斤重。（空格内填“>”，“<”或“=”）。
5. 如图所示的宽为 a ，长为 b ，质量为 m 的均匀长方形薄平板，绕着过中心 O

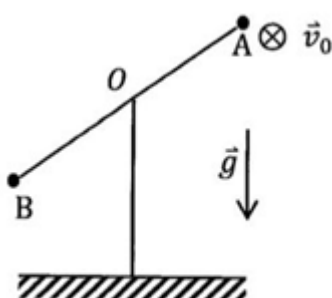
点垂直于板面转轴的转动惯量 $I_0 = \underline{\hspace{2cm}}$, 绕着板面上过中心 O 点并与长边交角为 45° 转轴 POQ 的转动惯量 $I_{POQ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



6. 静止放在海底的超声波探测器发出一束频率为 ν_0 的超声波, 被迎面以匀速度 v 驶来的潜水艇反射回探测器来。已知声波在海水中的传播速度为 u ($>v$) , 那么潜水艇接收到的超声波频率 $\nu_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, 探测器接收到的超声合震动拍频为 ν 拍 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

一. 简答

7. 如图, 轻杆两端接有质量相同的小球 A 和 B , 其中心点 O 被置于固定竖直支架上, 使杆可绕固定 O 点沿任意方向无摩擦旋转。今用小锤敲击 A 球, 使其在如图位形下获得垂直纸面向内的初速度 v_0 , 同时, B 球获得大小相同, 方向相反的初速度 $-v_0$ 。
- (1) 此后以 A , B 和轻杆为系统, 其动能, 动量及相对 O 点的角动量哪些在运动过程中守恒 (不必论证) ?
- (2) 试简要描述此后系统运动状态。



二．计算

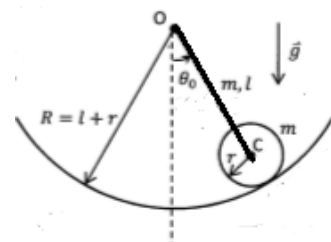
8. 沿直铁轨设置 x 轴, 质量为 m 的火车以额定功率 P 在此铁轨上沿 x 轴正向加速行驶, 来自空气, 铁轨的阻力均可忽略不计, 射 $t=0$ 时, 火车的位置 $x=0$, 速度 $v_{x0}=v_0$, 试求对于 $t>0$,

- (1) 速度对时间的依赖关系 $v_x(t)$;
- (2) 位置对速度的依赖关系 $x(v_x)$;

9. 氢原子中的核近似处理为不动, 玻尔假设电子绕核作圆轨道运动时, 相对于核的角动量大小必定为 $h=h/(2\pi)$ (h 为普朗克常量) 的正整数倍。将电子质量记为 m , 电子与核距离为 r 时电子所具有的电势能为 $-ke^2/r$, 其中 k 为静电力常量。

- (1) 试导出电子所有可取的圆轨道半径 r 和对应的轨道能量(动能与势能之和) E ;
- (2) 记氢原子核质量为 M , 考虑到电子运动对核的反冲效果, 试直接写出上问中结果应如何修正?
- (3)

10. 如图所示的竖直平面内, 有半径为 $R=l+r$ 的固定圆弧轨道 ($l>r$)。质量为 m , 半径为 r 的匀质圆盘的中心 C , 与轨道圆心 O 由质量为 m , 长为 l 的匀质细杆相连。在该竖直平面内, 杆与盘分别可绕过 O 的固定轴和过 C 点的连接轴无摩擦地转动, 而盘与轨道间存在一定的挤压和摩擦, 使得盘只能在轨道上作纯滚动, 将杆相对竖直方向转过 θ_0 角度后无初速度释放。试求杆转到图示虚线右侧与竖直方位夹角为 $\theta<\theta_0$ 时, 其相对与 O 点的角速度大小 ω_θ , 并确定此时作用于盘和轨道间的摩擦力大小 f 及其方向;



哈工大 2013 年春季学期期末大学物理

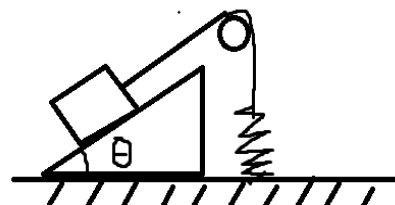
一、填空题

1、一光滑的内表面半径为 10cm 的半球形碗,以匀角速度 ω 绕其对称轴 OC 旋转.已知放在碗内表面上的一个小球 P 相对于碗静止,其位置高于碗底 4cm,则由此可推知碗旋转的角速度约为_____.

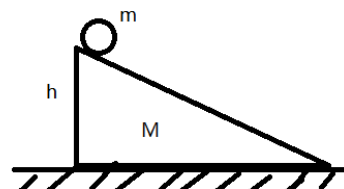
2、质量为 1kg 的球 A 以 5m/s 的速率和另一静止的、质量也为 1kg 的球 B 在光滑水平面上作弹性碰撞,碰撞后球 B 以 2.5m/s 的速率,沿与 A 原先运动的方向成 60° 的方向运动,则球 A 的速率为_____,方向为_____.

3、有一劲度系数为 k 的轻弹簧,竖直放置,下端悬一质量为 m 的小球.先使弹簧为原长,而小球恰好与地接触.再将弹簧上端缓慢地提起,直到小球刚能脱离地面为止,在此过程中外力所作的功是_____.

4、如图所示,定滑轮半径为 r ,绕垂直纸面轴的转动惯量为 J ,弹簧倔强系数为 k ,开始时处于自然长度.物体的质量为 M ,开始时静止,固定斜面的倾角为 θ (斜面及滑轮轴处的摩擦可忽略,而绳在滑轮上不打滑)。物体被释放后沿斜面下滑的过程中,物体、滑轮、绳子、弹簧和地球组成的系统的机械能_____;物体下滑距离为 x 时的速度值为 $V=$ _____.



5、如图所示,一光滑的滑道,质量为 M ,高度为 h ,放在一光滑水平面上,滑道底部与水平面相切,质量为 m 的小物块自滑道顶部由静止下滑,则

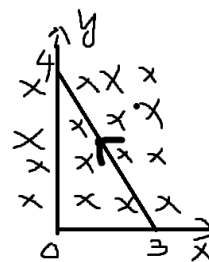


(1) 物块滑到地面时,滑道的速度为_____

(2) 物块下滑的整个过程中,滑道对物块所作的功为_____

6、一半径为 R ,长为 L 的均匀带电圆柱面,其单位长度带有电荷 λ .在带电圆柱的中垂面上有一点 P,它到轴线距离为 $r(r>R)$,则 P 点的电场强度的大小:当 $r \ll L$, $E=$ _____;当 $r \gg L$ 时, $E=$ _____.

7、如图所示，在纸面上的直角坐标系中，有一根载流导线 AC 置于垂直于纸面的均匀磁场 B 中，若导线长度 $l=0.05\text{m}$ ， $I=1\text{A}$ ， $B=0.1\text{T}$ ，则 AC 导线所受的磁力大小为_____。



8、一面积为 S 的平面导线闭合回路，置于载流长螺线管中，回路的法向与螺线管轴线平行，设长螺线管单位长度上的匝数为 n ，通过的电流为 $I = I_m \sin \omega t$ （电流的正向与回路的正法向成右手关系），其中 I_m 和 ω 为常数， t 为时间，则该导线回路中的感生电动势_____。

二、计算题

9、一质量为 2kg 的质点，在 xy 平面上运动，受到外力 $\vec{F} = 4\vec{i} - 24t^2\vec{j}(\text{SI})$ 的作用， $t=0$ 时，它的初速度为 $\vec{v}_0 = 3\vec{i} + 4\vec{j}(\text{SI})$ ，求 $t=1\text{s}$ 时质点的速度及受到的法向力 F_n 。

10、质量为 M 、长为 l 的均匀直棒，可绕垂直于棒的一端水平固定轴 O 无摩擦地转动。转动惯量 $J = \frac{1}{3}Ml^2$ 。它原来静止在平衡位置上，如图，图面垂直于 O 轴。现有一质量为 m 的弹性小球在图面内飞来，正好在棒的下端与棒垂直相撞。相撞后使棒从平衡位置摆动到最大角度 $\theta=60^\circ$ 处，

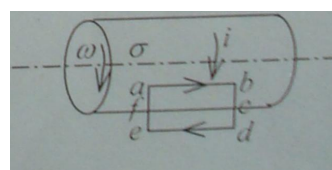
(1)设碰撞为弹性的，试计算小球刚碰前速度的大小 v_0 。

(2)相撞时，小球受到多大的冲量？

11、一半径为 R 的均匀带电细圆环，总电荷为 q 。试求圆环轴线上距离圆心 O 为 x 的 P 点出的电势（设无限远处为电势零点），并利用电势梯度求该点场强。

12、一半径为 R 的各向同性均匀电介质球，其相对介电常量为 ϵ_r ，球体内均匀分布正电荷，总电荷为 Q ，求介质球内的电场能量。

13、如图所示，一半径为 R 的均匀带电无限长直圆筒，面电荷密度为 σ 。该筒以角速度 ω 绕其轴线匀速旋转。试求圆筒内部的磁感强度。



14、半径为 R 、通有电流 I 的一圆柱形长直导线，外面是一同轴的介质长圆管，管的内外半径分别为 R_1 和 R_2 ，相对磁导率为 μ_r ，求：

(1)圆管上长为 l 的纵截面内的磁通量值

(2)介质圆管外距轴 r 处的磁感强度大小

15、一内外半径分别为 R_1 、 R_2 的均匀带电平面圆环，电荷面密度为 σ ，其中心有一半径为 r 的导体小环 ($R_1 \gg r$)，二者同心共面如图。设带电圆环以变角速度 $\omega = \omega(t)$ 绕垂直于环面的中心轴旋转，导体小环中的感应电流 i 等于多少？方向如何(设小环的电阻为 R)？

16、在惯性系中，有两个静止质量都为 m_0 的粒子 A 和 B，它们以相同的速率 v 相向运动，碰撞后合成为一个粒子，求这个粒子的静止质量 M_0 。

17、在惯性系 S 中，有两件事发生于同一地点，且第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t = 2s$ ，而在另一惯性系 S' 中，观测第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t' = 3s$ ，那么在 S' 系中发生两件事的地点之间的距离是多少？

哈工大 2014 年春季学期大学物理期末试题

一、填空题

1、反应电磁场基本性质和规律的积分形式的麦克斯韦方程组为

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV, \textcircled{1}$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \textcircled{2}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \textcircled{3}$$

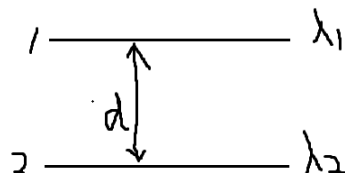
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}. \textcircled{4}$$

试判断下列结论是包含于或等效于哪一个麦克斯韦方程式的。将你确定的方程式用代号填在相应结论后的空白处。

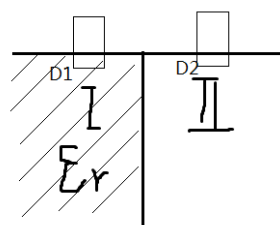
(1)变化的磁场一定伴随有电场 () ; (2)磁感线是无头无尾的 () ; (3)电荷总伴随有电场 () ; _____

2、已知地球质量为 M , 半径为 R , 一质量为 m 的火箭从地面上升到距地面高度为 $2R$ 处 , 在此过程中 , 地球引力对火箭作的功为_____。

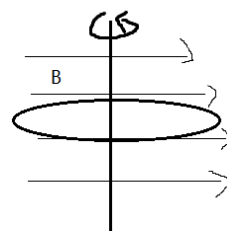
3、两根相互平行的“无限长”均匀带正电直线 1、2 , 相距为 d , 其电荷线密度分别为 λ_1 和 λ_2 如图所示 , 则场强等于零的点与直线 1 的距离 a 为_____。



4、一平行板电容器充电后 , 将其中一半空间充以各向同性、均匀电介质 , 如图所示。则图中 I、II 两部分的电场强度_____ ; 两部分的电位移矢量_____ ; 两部分所对应的极板上的自由电荷面密度_____。(填相等、不相等)



5、如图 , 均匀磁场中放一均匀带正电荷的圆环 , 其线电荷密度为 λ , 圆环可绕通过环心 O 与环面垂直的转轴旋转 , 此转轴与磁场垂直 , 当圆环以角速度 ω 转动时 , 圆环受到的磁力矩为_____, 其方向_____。



6、长直电缆由一个圆柱导体和一共轴圆筒状导体组成，两导体中有等值反向均匀电流 I 通过，其间充满磁导率为 μ 的均匀磁介质，介质中离中心轴距离为 r 的某点处的磁场强度的大小 $H = \underline{\hspace{2cm}}$ ，磁感强度的大小 $B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、由于地球的平均气温升高，造成两极冰山融化，海平面上升，此项效应会引起地球自转的转动惯量 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，地球自转动能 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（填写：变大，变小，或不变）

二、计算题

8、一圆柱形电容器，若其间充满各向同性的均匀电介质，该介质的击穿电场强度的大小为 $E_0 = 200 \text{KV/cm}$ 。电容器的外柱直径为 4cm ，内径的直径可以适当选择，试求该电容器可能承受的最高电压。

9、质量为 m_A 的粒子 A 受到另一重粒子 B 的万有引力作用，B 保持在原点不动。起初，当 A 离 B 很远时，A 具有速度 \vec{v}_0 （方向视为不变且偏向而不指向 B），B 与这直线的垂直距离为 D 。粒子 A 逐渐靠近 B 且由于粒子 B 的作用而偏离原来的路线，已知 A 运动轨道与 B 之间的最短距离为 d ，求 B 的质量 m_B 。

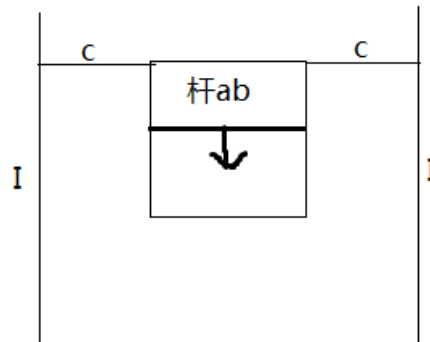
10、一根质量为 m 、长为 l 的均匀细杆，可在水平桌面上绕通过其一端的竖直固定轴转动。已知细杆与桌面的滑动摩擦系数为 μ ，设均匀细杆开始转动时的角速度为 ω ，求细杆经多长时间后停止转动。

13、如图所示，一无限长载流平板宽度为 a ，线电流密度（即沿 x 方向单位长度上的电流）为 δ ，求与平板共面且距平板一边为 b 的任意点 P 的磁感强度。

14、如图在真空中两条无限长载流均为 I 的直导线中间，放置一门框形支架（支架固定），该支架由导线和电阻联接而成，载流导线和门框形支架在同一竖直平面内。另一质量为 m 的长为 l 的金属杆 ab 可以在支架上无摩擦地滑动（不考虑支架电阻）。将 ab 从静止释放。若杆 ab 电阻为 R ，两根载流导线的长度都为 c 。

求：

- (1) ab 上的感应电动势
- (2) ab 上的电流
- (3) ab 所能达到的最大速度



哈工大 2015 学年春季学期大学物理期末试题

一、填空题

1、一斜面倾角为 θ ，用与斜面成 α 角的恒力 \vec{F} 将一质量为 m 的物体沿斜面拉升了高度 h ，物体与斜面间的摩擦系数为 μ ，摩擦力在此过程中所作的功 W_f =_____。

2、在半径为 R 的定滑轮上跨一细绳，绳的两端分别挂着质量为 m_1 和 m_2 的物体，且 $m_1 > m_2$ ，若滑轮的角加速度为 β

3、则两侧绳中的张力分别为 T_1 = _____, T_2 = _____。

4、电荷均为 $+q$ 的两个点电荷分别位于 x 轴上的 $+a$ 和 $-a$ 位置，如图所示，则 y 轴上各点电场强度的表示式为 \vec{E} = _____, 场强最大值的位置在 y = _____。

5、如图所示，一等边三角形边长为 a ，三个顶点上分别放置着电荷为 q 、 $2q$ 、 $3q$ 的三个正点电荷，设无穷远处为电势零点，则三角形中心 O 处的电势 U = _____。

6、一空气平行板电容器接电源后，极板上的电荷面密度分别为 $\pm \sigma$ ，在电源保持接通的情况下，将相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质充满其内，如忽略边缘效应，介质中的场强应为_____。

7、两根无限长直导线互相垂直地放着，相距 $d = 4\pi \times 10^2 m$ ，其中一根导线与 z 轴重合，另一个跟导线与 x 轴平行且在 Oxy 平面内。设两导线中皆通过 $I = 10A$ 的电流，则在 y 轴上离两根导线等距的点 P 处的磁感强度的大小为 B = _____。($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N \cdot A^{-2}$)

8、在均匀磁场中放置一半径为 R 的半圆形导线，电流强度为 I ，导线两端连线与磁感应强度方向成 30° 夹角，此段圆弧电流受到的安培力大小_____和方向_____，

二、计算题

8、一转动惯量为 J 的圆盘绕一固定轴转动，起初角速度为 ω_0 ，设它所受阻力矩与转动角速度成正比，即 $M = -k\omega$ (k 为正的常数)，求圆盘的角速度从 ω_0 变为 $\omega_0/2$ 时所需的时间。

9、一半径为 R 的各向同性均匀电介质球，其相对介电常量为 ε_r ，球体内均匀分布正电荷，总电荷为 Q ，求介质球内的电场能量。

10、一内外半径分别为 R_1, R_2 的均匀带电平面圆环，电荷面密度为 σ ，其中心有一半径为 r 的导体小环 ($R_1 \gg r$)，二者同心共面如图所示。设带电圆环以变角速度 $\omega = \omega(t)$ 绕垂直于环面的中心轴旋转，导体小环中的感应电流 i 等于多少？方向如何？（已知小环的电阻为 R' ）？

11、一通有电流 I_1 (方向如图) 的长直导线，旁边有一个与它共面通有电流 I_2 (方向如图) 每边长为 a 的正方形线圈，线圈的一对边和长直导线平行，线圈的中心与长直导线间的距离为 $3a/2$ (如图)，在维持它们的电流不变和保证共面的条件下，将它们的距离从 $3a/2$ 变为 $5a/2$ ，求磁场对正方形线圈所做的功。

答案

一、清华大学 2014 期末考试题

一、填空题：

1. 1 ; 2

2. $\frac{M+m}{M}\mu mg$; $0.5 \frac{M}{M+m} * \frac{v_0^2}{\mu g}$

3. $\frac{\alpha t u}{m_0 + m_1 - \alpha t}$; $\alpha u * \frac{m_0 + m_1}{(m_0 + m_1 - \alpha t)^2}$;

4. = ; =

5. $\frac{m(a^2+b^2)}{12}$; $\frac{m(a^2+b^2)}{24}$

6. $\frac{(u+v)v_0}{u}$; $\frac{(2v)v_0}{u-v}$

二、计算题

7. (1) 三者均守恒；

(2) A, B 绕 O 点在垂直纸面平面内做速率大小为 v_0 的匀速圆周运动；

8. (1) $P t = W = \frac{1}{2} m v_x^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_x(t) = \sqrt{v_0^2 + \frac{2Pt}{m}}$

(2) $\frac{dx}{dv} * a = v$, $a = \frac{P}{mv} \Rightarrow dx = \frac{m}{P} v^2 dv$

对两边积分有 $x = \frac{m}{3P} (v_x^3 - v_0^3)$;

9. (1) $\frac{mv^2}{r} = k \frac{e^2}{r} \Rightarrow mv^2 r = ke^2$

由 $rmv = n * \frac{h}{2\pi}$ $mr \left(\frac{hn}{2\pi mr} \right)^2 = ke^2 \Rightarrow r = \frac{h^2 n^2}{4\pi k m e^2}$ ($n=1,2,3,\dots$)

10 (1) 设夹角为 θ 时物体的角速度为 ω

由能量守恒有 $\frac{3}{2} mgl (\cos\theta - \cos\theta_0) = \frac{1}{2} J_{杆} \omega_{杆}^2 + \frac{1}{2} J_{盘} \omega_{盘}^2 + \frac{1}{2} m v_{盘}^2$

$$V_{\text{盘}} = \omega_{\text{盘}} r$$

$$\omega_{\text{杆}} (l+r) = \omega_{\text{盘}} r$$

$$\text{得 } \omega_{\text{杆}} = \sqrt{\frac{18gl (\cos\theta - \cos\theta_0)}{9(l+r)^2 + 2l^2}}$$

$$\text{又 } fr = J_{\text{盘}} \beta_{\text{盘}}, \quad \beta_{\text{盘}} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \omega \Rightarrow \omega_{\text{盘}} = \frac{l+r}{r} \sqrt{\frac{18gl (\cos\theta - \cos\theta_0)}{9(l+r)^2 + 2l^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{得 } f &= \frac{1}{2}mr \cdot \frac{l+r}{r} \sqrt{\frac{18gl (\cos\theta - \cos\theta_0)}{9(l+r)^2 + 2l^2}} \cdot \frac{-\frac{18gl}{9(l+r)^2 + 2l^2} \cdot \sin\theta}{2 \sqrt{\frac{18gl (\cos\theta - \cos\theta_0)}{9(l+r)^2 + 2l^2}}} \cdot \frac{l+r}{r} \\ &= -\frac{9gl\sin\theta}{9(l+r)^2 + 2l^2} \cdot \frac{m(l+r)^2}{2r} \end{aligned}$$

f 的方向沿球与平面切线向上。

二、哈尔滨工业大学 2013 年大学物理

1. 13rad/s (12.8 rad/s)

2. 4.33m/s 与 A 原先运动方向成 -30°

3. $\frac{m^2 g^2}{2R}$

4. 守恒 ; $\sqrt{\frac{2Mgr^2 x \cdot \sin\theta - kr^2 x^2}{mr^2 + J}}$

5. (1) $\sqrt{\frac{2m^2 gh}{Mm + M^2}}$ (2) $\frac{mM^2 gh}{Mm + M^2} - mgh$

6. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$; $\frac{\lambda L}{2\pi\epsilon_0 r^2}$

7. 0.005N

8. $-u_0 n_S w \text{Im} \cos(wt)$

9. $a = \frac{F}{m} = \frac{dv}{dt}$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t (2\vec{i} - 12t^2 \vec{j}) dt$$

联立解得

$$V = (3+2t) \vec{i} + (4-4t^3) \vec{j}$$

$$\therefore t=1s \text{ 时, } a = -12 \vec{j}, F = -24 \vec{j}$$

10. (1) 设小球与棒碰撞后, 小球的速度大小是 v , 与 v_0 的方向相同, 棒的角速度为 w , 在碰撞过程中, 小球和棒组成的系统, 所受的合外力对 O 轴的合力矩为零,

根据角动量守恒: $mv_0 l = mv' l + Jw$

根据弹性碰撞的能量守恒, $(mv_0^2)/2 = (mv'^2)/2 + (Jw^2)/2$

再根据机械能守恒可得 $(Jw^2)/2 = \frac{1}{2} mgl(1 - \cos\alpha)$

$$\text{联立得 } v_0 = \frac{1}{2} \left(l + \frac{\mu M}{3m} \right) \sqrt{\frac{3g}{l} \cdot \cos\alpha}$$

$$\text{故当 } \alpha = 60^\circ \text{ 时, } v_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu l}{3m} + l \right) \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$

$$(2) \text{ 相撞时, 小球受到的冲量 } i = \int F dt = mV - mV_0$$

$$m(v_0 - v) = Jw/l$$

两式联立可求解 $I = \frac{1}{3} \mu l \sqrt{\frac{3g}{2l}}$, 冲量方向与 v_0 方向相反

11. 在环上取一线元 dl , 其上的电荷为 $dq = \frac{q dl}{2\pi r}$

$$U = \int du = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + X^2)^{1/2}}$$

$$E = \frac{-du}{dx} = \frac{qx}{4\pi \epsilon_0 (R^2 + X^2)^{1/2}} \quad i \text{ 代表方向}$$

故可得 p 点的电场强度是 $\frac{qx}{2\pi \epsilon_0 (R^2 + X^2)^{1/2}}$

12. 在球内半径为 r 处作一同心高斯面, 设该处场强为 E , 根据高斯定理得:

$$E = \frac{Qr}{(4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r^3)}$$

$$W = (\epsilon_0 \epsilon_r E^2)/2$$

$$dV = 4\pi r^2 dr, \quad dW = W dr$$

$$W = \int dW = Q^2 / (40\pi \epsilon_0 \epsilon_r R)$$

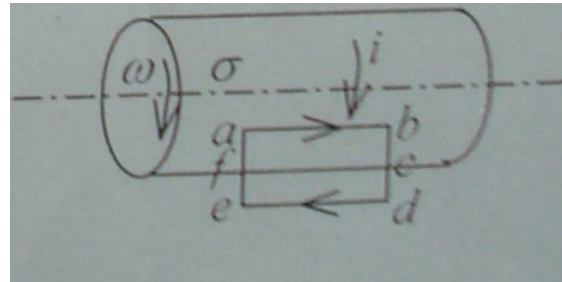
13、圆桶旋转时相当于圆桶上具有同向的面电流 i , (如下图所示)

$$\text{且 } i = \sigma r \omega, \oint B \, dl = U_0 \sum i \cdot$$

$$\text{由此可得, } B \cdot ab = U_0 \cdot I \cdot ab,$$

$$\text{故 } B = \mu_0 \sigma r \omega,$$

即圆桶内部为匀强磁场, 方向平行于轴线
向右, 大小为 $\mu_0 \sigma r \omega$



$$14(1) \quad H = \frac{I}{2\pi r}, \quad B = \frac{\mu_0 U_r I}{2\pi r}$$

$$\cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 U_r I L}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 U_r I L}{2\pi r} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$(2) \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

15 解 :带电圆环的旋转相当于圆环中通有电流 i ,在 R_1 R_2 之间取 r ,宽为 dr 的环带 ,
环带里带有的电流是 :

$$di = \sigma r \omega(t) dr$$

dl 在圆心的地方产生的磁场 :

$$dB = \mu_0 \sigma r \omega(t) dr / 2$$

$$B = \mu_0 \sigma r \omega(t) (R_2 - R_1) / 2$$

$$\Phi = (\pi r^2) \cdot \mu_0 \sigma r \omega(t) (R_2 - R_1) / 2$$

$$\text{故 } i = (\pi r^2) \cdot \mu_0 \sigma r \omega(t) (R_2 - R_1) / (2r' \cdot dt)$$

方向为 : $d\omega(t)/dt > 0$, i 与选择的正方向相反

$d\omega(t)/dt < 0$, i 与选择的正方向相同。

$$16. \quad \text{能量守恒} \quad \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = M_0 c^2$$

$$\text{动量守恒} \quad \frac{m_0 v_a}{\sqrt{1-\beta_a^2}} + \frac{m_0 v_b}{\sqrt{1-\beta_b^2}} = \frac{m_0 V}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\text{解得 } M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$17. \quad \sqrt{1-\beta^2} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{2}{3}, \quad \Delta x' = \frac{\Delta x - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\sqrt{5}c = -6.7 \times 10^8 \text{ m}$$

三、哈尔滨工业大学 2014 年大学物理

1、② ③ ①

2、 $-\frac{2GMm}{3R}$

3、 $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} d$

4、相等 不相等 不相等

5、 $\pi R^3 \lambda B \omega$ 垂直直面向里

6、 $I/(2\pi r)$ $\mu I/(2\pi r)$

7、变大 变小

8、设圆柱形电容器单位长度上带有电荷为 λ ，则电容器两极板之间的场强分布为

$$E = \lambda / (2\pi\epsilon r)$$

设电容器内外两极板半径分别为 r_0, R ，则极板间电压为

$$U = \int_{r_0}^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_0}^R \frac{\lambda}{2\pi\epsilon r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{r_0}$$

电介质中场强最大处在内柱面上，在这里场强达到 E_0 是时电容器击穿，这时应有

$$\lambda = 2\pi\epsilon r_0 E_0, \quad U = r_0 E_0 \ln \frac{R}{r_0}$$

适当选择 r_0 的值，可使 U 有极大值，即令

$$dU/dr_0 = E_0 \ln(R/r_0) - E_0 = 0$$

$$\text{得 } r_0 = R/e$$

显然有 $\frac{d^2 U}{dr_0^2} < 0$ ，故当 $r_0 = R/e$ 时电容器可承受最高的电压

$$U_{\max} = RE_0/e = 147kV$$

9、A 对 B 所在点的角动量守恒，设粒子 A 到达距 B 最短距离为 d 时的速度为 v 。

$$Dm_A v_0 = m_A v d, v = Dv_0/d$$

A、B 系统机械能守恒 (A 在很远处时, 引力势能为零)

$$\frac{1}{2}m_A v_0^2 = \frac{1}{2}m_A v^2 - Gm_A m_B / d$$

$$\text{解得 } v^2 - v_0^2 = 2Gm_B / d$$

$$\therefore m_B = (D^2 - d^2)v_0^2 / (2Gd)$$

10、细杆与桌面间的摩擦力矩大小

$$M_f = \int r \mu dm g = \int_0^l r \mu \frac{m dr}{l} g = \frac{1}{2} \mu m g l$$

设经过 Δt 时间细杆停止转动, 则根据角动量定理, 得

$$-M_f \Delta t = 0 - J\omega = -\frac{1}{3}ml^2\omega$$

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{3}ml^2\omega}{M_f} = \frac{\frac{1}{3}ml^2\omega}{\frac{1}{2}\mu m g l} = \frac{2l\omega}{3\mu g}$$

则得

11、利用无限长载流直导线的公式求解 (答案给出一种情况)

(1) 取离 P 点为 x 宽度为 dx 的无限长载流细条, 它的电流 $di = \delta dx$

(2) 这载流长条在 P 点产生的磁感应强度

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \delta dx}{2\pi x} \quad \text{方向垂直纸面向里}$$

(3) 所有载流长条在 P 点产生的磁感强度的方向都相同, 所以载流平板在 P 点产生

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \delta}{2\pi x} \int_b^{a+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 \delta}{2\pi x} \ln \frac{a+b}{b} \quad \text{方向垂直纸面向里}$$

的磁感强度

12、(1) ab 上的感应电动势。

两条无限长载流导线在 ab 上离 a 端 r 处产生的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{c+r} + \frac{1}{c+l-r} \right)$$

方向垂直图面向里。设此时 ab 下滑的速度为 v 则 ab 上的感应电动势的大小

$$\varepsilon_{ab} = \int_0^l Bvdr = \frac{\mu_0 Iv}{\pi} \ln \frac{c+l}{c} \quad \text{方向从 a 到 b}$$

(2)ab 上的电流 $I_i = \frac{\varepsilon_{ab}}{R} = \frac{\mu_0 Iv}{\pi R} \ln \frac{c+l}{c}$

(3)ab 的最大速度

ab 受重力为 mg ，方向竖直向下；受磁力为 $\int_0^l I_i d\vec{l} \times \vec{B}$ ，方向竖直向上

则 ab 所受合力为 $F = mg - \int_0^l I_i Bdr = mg - \left(\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{c+l}{c}\right)^2 \frac{v}{R}$

由牛顿运动方程有 $mg - \left(\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{c+l}{c}\right)^2 \frac{v}{R} = m \frac{dv}{dt}$

解之有 $v = g \left[1 - \exp \left[- \left(\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{c+l}{c} \right)^2 \frac{t}{mR} \right] \right] \cdot \frac{mR}{\left(\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{c+l}{c} \right)^2}$

其中 $\exp(x) = e^x$

当 $t \rightarrow \infty$ 时， $v \rightarrow v_{\max}$ 。故有 $v_{\max} = \frac{mgR\pi^2}{(\mu_0 I \ln \frac{c+l}{c})^2}$

四、哈尔滨工业大学 2015 年大学物理

1. $-\mu mgh \cot \theta + \frac{\mu F h \sin \alpha}{\sin \theta}$

2. $m_1(g - R\beta)$

3. $\frac{qy}{2\pi\epsilon_0(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{j} ; \frac{\sqrt{2}}{2} a$

4. $\frac{3\sqrt{3}q}{\pi\epsilon_0 a}$

5. $\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$

6. $2.25 \times 10^{-9} \text{ T}$

7. 大小：IBR

方向：垂直纸面向里

8. 根据转动定律：

$$J \frac{d\omega}{dt} = -k\omega \quad ; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{k}{J} dt$$

两边积分得： $\ln 2 = \frac{kt}{J}$,故： $t = (J \ln 2)/k$

9. 在球内任意半径 r 处做一同心高斯球面 场强为 E

$$E = Qr/(4\pi\epsilon_0\epsilon_r R^3)$$

场能密度为： $\omega = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2 = (R^2 r^2)/(32\pi^2\epsilon_0\epsilon_r R^6)$

$$d\omega = \frac{Q^2 r^4}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r R^6} dr$$

球内包含的总能量 $W = \int_0^R \frac{Q^2 r^4}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r R^6} dr = \frac{Q^2}{40\pi\epsilon_0\epsilon_r R}$

10. $dI = \sigma R \omega(t) dR$

dI 在圆心处产生的磁场：

$$dB = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) dR$$

则在中心产生的磁感应强度大小为：

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) (R_2 - R_1)$$

选逆时针方向为小环回路的正方向

$$\Phi = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) (R_2 - R_1) \pi r^2$$

$$\epsilon i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) (R_2 - R_1) \pi r^2}{dt}$$

$$i = \frac{\epsilon i}{R'} = -\frac{\mu_0 \sigma (R_2 - R_1) \pi r^2}{2R'} (d\omega(t)/dt)$$

方向： $\frac{d\omega(t)}{dt} > 0$ 时， i 与选定的正方向相同

$\frac{d\omega(t)}{dt} < 0$ 时， i 与选定的正方向相反

11. 线圈所受到的安培力的合力为

$$F = a I_2 \left[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(x+a)} \right] \quad \text{方向向右}$$

所以磁场所做的功为： $A = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi} (2\ln 2 - \ln 3)$