



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

高等数学期中考试模拟题(一)



一. 填空题（每小题3分，共15分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2xe^x\right)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n + 3^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $y = (x + e^{-\frac{x}{2}})^{\frac{2}{3}}$, 则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & x \leq 0 \\ b(1-x^2) & x > 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}.$



5. 已知 $(1, 2)$ 是曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}$.

二. 单选题 (每小题3分, 共12分)

1. $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1 + 2\sin x)$ 与下面哪个表达式是等价无穷小量().

A. $1 + 2\sin x$ B. x C. $2x^2$ D. $2x$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} \sin \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处()

A. 极限不存在 B. 极限存在但不连续 C. 连续 D. 以上结论都不成立



3. 已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$,

则在 $x=0$ 处 $f(x)$ ()

A. 不可导 B. 可导, 且 $f'(0) \neq 0$ C. 取得极大值 D. 取得极小值

4. 曲线 $f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$ 的拐点是()

A.(1,0) B.(2,0) C.(3,0) D.(4,0)

三. 计算题 (每小题9分, 共54分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}{x^2}$.



2. 设 $y = \arctan \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$, 求 y' .

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(x+1)}{1 - \cos x}$.

4. 设 $y^x = e^{(x+y)}$, 求 dy .

5. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}}, \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}}$.

6. 求曲线 $y = x^4(12 \ln x - 7)$ 的凹凸区间及拐点.



四. (10分) 求函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x(1+x)}{\cos \frac{\pi}{2} x} & x \leq 0 \\ \sin \frac{\pi}{x^2 - 4} & x > 0 \end{cases}$ 的间断点,

并判断其所属类型.

五. (9分) 设奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上二阶可导, 且 $f(1) = 1$, 证明:
(1) 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi) = 1$; (2) 存在 $\eta \in (-1, 1)$, 使 $f''(\eta) + f'(\eta) = 1$



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY