《线性代数与解析几何》期中考试模拟试题（一）
（考试内容：第 1 章-第 3 章）

一、单项选择（请将正确选项填写在后面的括号中，每小题 3 分，共 15 分）

1. 若 n 阶行列式 $D=0$，则 【　　】

(A) D 中必有一行（列）元素全为零；

(B) D 中必有两行（列）的元素对应成比例；

(C) 以 D 为系数行列式的非齐次线性方程组必有惟一解；

(D) 以 D 为系数行列式的齐次线性方程组必有非零解.

2.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 都是 n 阶方阵且等价，则 必有 【　　】

(A) 当 $|A|=a(a\neq 0)$ 时，$|B|=a$ ；　(B) 当 $|A|=a(a\neq 0)$ 时，$|B|=-a$ ；

(C) 当 $|A|\neq 0$ 时，$|B|=0$ ；　(D) 当 $|A|=0$ 时，$|B|=0$.

3. 设 A 为 3 阶矩阵，将 A 的第二行加到第一行得 B，再将 B 的第一列的 -1 倍加到第二列得 C.记 $P=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,则 $C=$______________. 【　　】

(A) $C=P^{-1}AP$ ；(B) $C=PAP^{-1}$ (C) $C=P^{T}AP$ ；(D) $C=PAP^{T}$.

4.设四阶矩阵 $A=(\alpha,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4),B=(\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$,其中 $\alpha,\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4$ 均为四维列向量.且已知 $|A|=4,|B|=1,$，则 $|A+B|=$ 【　　】

(A) 5；　(B) 10；　(C) 40；　(D) 20.

5. 设单位向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0,$ 则 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$ 【　　】

(A) $-\dfrac{3}{2}$；　(B) -3；　(C) 0；　(D) 3；

二、　填空题（每题 3 分，共 15 分）

6．已知 n 阶行列式 D 的值为 $a\neq 0$，且 D 的每行元素之和都等于常数 b，则 D 的 j 列 $(1\leq j\leq n)$ 元素的代数余子式之和 $A_{1j}+A_{2j}+\cdots+A_{nj}=$__________.

7. 设 $D=\begin{vmatrix}2&2&2\\a&b&c\\a^2&b^2&c^2\end{vmatrix}$，则 $D=$_______.

8.设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$， I 为 3 阶单位矩阵，则 $(A+3I)^{-1}(A^2-9I)=$ ________.

9. 过点 $P_1(1,-2,4),P_2(3,5,7)$ 的对称式直线方程为________________________.

10．以 $A(5,1,-1),B(0,-4,3),C(1,-3,7)$ 为顶点的三角形的面积为________.

三、解答题（第 11 题 10 分；第 12-16 每题 12 分，共 70 分）

11. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}0&1&2&3&4\\1&0&1&2&3\\2&1&0&1&2\\3&2&1&0&1\\4&3&2&1&0\end{vmatrix}$.

12. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 均为 3 维列向量，方阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，$B=(\alpha_1+2\alpha_2,2\alpha_2+3\alpha_3,3\alpha_3+\alpha_1)$，已知 $\det(A)=a$, 求 $\det(B)$.

13. 设 4 阶矩阵 $\boldsymbol{B}$ 满足 $[(\frac{1}{2}A)^*]^{-1}BA^{-1}=2AB+12I$，其中 $A=\begin{pmatrix}1&2&0&0\\1&3&0&0\\0&0&0&2\\0&0&-1&0\end{pmatrix}$,

求矩阵 $\boldsymbol{B}$.

14. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1&0\\0&1&2&2&1\\0&-1&a-3&-2&b\\3&2&1&a&-1\end{pmatrix}$,试讨论矩阵 A 的秩.

15. 证明直线 $L_1:\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{1}$ 与 $L_2:x-4=\frac{y+5}{-3}=\frac{z-4}{2}$ 位于同一平面,并求这两条直线的交点坐标及所在平面的方程.

16. 已知 n 阶矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&2&2&\cdots&2&2\\0&1&1&\cdots&1&1\\0&0&1&\cdots&1&1\\\vdots&\vdots&\vdots&\cdots&\vdots&\vdots\\0&0&0&\cdots&1&1\\0&0&0&\cdots&0&1\end{pmatrix}$，（1）求 A^{-1}；（2）求 A 中所有元素代数余子式的和 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}A_{ij}$.