

《线性代数与解析几何》期中考试模拟试题(二)

(考试内容: 第1章-第3章)

一、单项选择题(请将正确选项填写在后面的括号中, 每小题3分, 共15分)

1. 设 A 是 2 阶方阵, B 是 3 阶方阵, 且 $|A|=2, |B|=-2$, 则 $|-|A|B| =$ 【 】

(A) 4; (B) -4; (C) 16; (D) -16.

2. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 如果 A 和 B 的秩分别为 r 和 n , 则 $r(AB) - r(A) =$ 【 】

(A) 0; (B) r ; (C) n ; (D) $rn - r$.

3. 设 A, B 均为 2 阶矩阵, A^*, B^* 分别是 A, B 的伴随矩阵, 若 $|A|=1, |B|=2$, 则

分块矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵为 【 】

(A) $\begin{bmatrix} 0 & A^* \\ 2B^* & 0 \end{bmatrix}$; (B) $\begin{bmatrix} 0 & 2A^* \\ B^* & 0 \end{bmatrix}$; (C) $\begin{bmatrix} 0 & 2B^* \\ A^* & 0 \end{bmatrix}$; (D) $\begin{bmatrix} 0 & B^* \\ 2A^* & 0 \end{bmatrix}$.

4. 已知 $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, 若 $P^m A P^n = A$, 则以下选项中正确

的是 【 】

(A) $m=5, n=4$; (B) $m=5, n=5$; (C) $m=4, n=5$; (D) $m=4, n=4$.

5. 设有直线 $l: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$, 则直线 l 【 】

(A) 平行于 π ; (B) 垂直于 π ; (C) 在 π 上; (D) 与 π 斜交.

二、填空题(每题3分, 共15分)

6. 若 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ x & 3 & 1 \\ 4 & x & 5 \end{vmatrix}$ 中 $(1,2)$ 元的代数余子式 $A_{12} = -1$, 则 $A_{21} =$ _____.

7. 设矩阵 A 满足 $A^2 + A = 4I$, 其中 I 为单位矩阵, 则 $(A - I)^{-1} =$ _____.

8. 设 $\alpha = (1, 0, -1)^T$, 矩阵 $A = \alpha \alpha^T$, n 为正整数, 则 $A^n =$ _____.

9. 已知 $\|a\|=1, \|b\|=2, (a, b) = \frac{\pi}{3}$, 则 $\|2a - b\| =$ _____.

10. 若 4 点 $A(1, 0, -2), B(7, x, 0), C(-8, 6, 1), D(-2, 6, 1)$ 共面, 则 $x =$ _____.

三、解答题（第 11 题 10 分；第 12-16 每题 12 分，共 70 分）

11. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

12. 已知矩阵 A 的伴随矩阵 $A^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ ，矩阵 B 满足方程

$$ABA^{-1} = BA^{-1} + 3I, \text{ 求 } B.$$

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{bmatrix}$ 与矩阵 $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 等价，求常数 a .

14. 讨论 n 阶方阵 $A = \begin{bmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & \cdots & a \end{bmatrix}$ ($n \geq 2$) 的秩.

15. 直线 L 过点 $P_0(1,0,-2)$ ，与平面 $\pi: 3x - y + 2z + 1 = 0$ 平行，与直线

$$L_1: \frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{-2} = z \text{ 相交，求 } L \text{ 的对称式方程.}$$

16. 设平面 π 与 $\pi_1: x - 2y + z - 1 = 0$ 垂直，且与 π_1 的交线落在 $yo z$ 平面上，求 π 的方程。