Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingenieriá
Informática 1
Henry Santiago VÃ¡squez Alvizures
ID: 20181106

Repetición Examen Parcial #1

Fecha: 14 de agosto, 2018

Problema #1: Definir el conjunto de nodos

1. Tomando las islas como nodos y colocándoles a cada una una etiqueta con A, B, C o D, podemos definir entonces el conjunto:
   Respuesta: $\{A, B, C, D\}$

2. El conjunto de vértices del grafo
   Respuesta:

$$\left\{ \begin{bmatrix} \langle A, B\rangle & \langle A, D\rangle & \langle B, C\rangle & \langle B, D\rangle \\ \langle D, A\rangle \end{bmatrix} \right\}$$

Problema #2:

Demostrar utilizando inducción que la formula de Gauss para sumatorias es correcta:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Por caso base donde n = 1

$$\frac{1(1+1)}{2} = 1$$

Por caso inductivo

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

Verificamos que se cumpla para = n + 1:

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{2}$$

$$= \frac{(n+1)((n+2)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} i = 1 + 2 + 3 + ... + n + n + 1$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + n + 1$$

$$\frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2}$$

$$\frac{(n+1) + (n+2)}{2}$$

Se cumple entonces que:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$.
Para esta demostración, su caso base debe ser $n = 1$ en vez de $n = 0$. Sin embargo, la demostración del caso inductivo procede de la misma forma que se ha estudiado en clase.

Problema #3:

Dada la función $a \geq b$ para numeros naturales unarios:

$$a \geq b = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ 0 & \text{si } n = 0 \\ \frac{n(n+1)}{2} & \text{si } n = s(i) \end{cases}$$

$$\frac{s(i)(s(i) + s(0))}{s(s(0))}$$

Problema #4:

Demostrar por medio de inducción la comutatividad de la suma de números naturales unarios: $a \oplus b = b \oplus a$
Inducción sobre a:
Caso base:
Demostrar $\mathbf{P(0) = 0 + b = b + 0}$

$$0 + b = b$$

$$= b + 0$$

Por hipótesis de inducción:
Suponemos que **P(a)= a + b = b + a**
Paso Inductivo:
Demostrar **P(s(a))= s(a) + b = b + s(a)**
Tomando el lado derecho:

$$
\begin{aligned}
b + s(a) &= s(a + b) \\
&= s(a + b)
\end{aligned}
$$

Problema #5:

$$((n \oplus n) \geq n) = s(o)$$

$$s(0) + s(0) \geq s(0)$$

$$s(s(0)) \geq s(0)$$

$$s(s(0)) - s(0) \geq 0$$

$$s(0) \geq 0$$