



Universidad del Istmo de Guatemala
Facultad de Ingeniería
Informática 1
Henry Santiago Vásquez Alvizures
ID: 20181106

Hoja de Trabajo #2

Fecha: 02 de Agosto, 2018

Instrucciones: Resolver cada uno de los ejercicios siguiendo sus respectivas instrucciones. El trabajo debe ser entregado a través de Github, en su repositorio del curso, colocado en una carpeta llamada "Hoja de trabajo 2". Al menos que la pregunta indique diferente, todas las respuestas a preguntas escritas deben presentarse en un documento formato pdf, el cual haya sido generado mediante Latex.

Ejercicio #1

Demostrar utilizando inducción:

$$\forall n. n^3 \geq n^2$$

donde $n \in \mathbb{N}$

Respuesta:

Caso base:

$$n = 0, 0^3 \geq 0^2$$

$$0 \geq 0$$

Por hipótesis inductiva:

$$(n+1) * (n+1)^2 \geq (n+1)^2$$

$$(n+1) \geq (n+1)^2 / (n+1)^2$$

$$(n+1) \geq 1$$

$$(n+1) - 1 \geq 1 - 1$$

$$n \geq 0$$

Ejercicio #2

Demostrar utilizando inducción la desigualdad de Bernoulli:

$$\forall n. (1+x)^n \geq nx$$

donde $n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{Q}$ y $x \geq -1$

Respuesta:

Caso base:

$$n = 0, (1+x)^n \geq nx$$

pero sabemos que también $(1+x)^n \geq nx + 1$

$$\text{Entonces, } (1+x)^0 \geq (0)x + 1$$

$$1 \geq 1$$

Por hipótesis inductiva:

$$\text{Suponemos que } (1+x)^n \geq nx + 1$$

$$\text{Entonces, } (1+x)^0 \geq (0)x + 1$$

$$x \geq -1 \text{ esto implica que } x + 1 \geq 0$$

$$(1+x)^n (1+x) \geq (1+nx) (1+x)$$

$$(1+x)^{n+1} \geq (1+nx)(1+x) = 1 + (n+1)x + nx^2$$

$$nx^2 \geq 0$$

$$(1+x)^{n+1} \geq 1 + (n+1)x$$

la desigualdad se hace evidente para $n+1$ porque sabemos que nx^2 es un número positivo.

Consejo: Es posible demostrar esto demostrando una propiedad más fuerte donde el lado izquierdo es mayor que $nx + 1$