



武汉大学

课程 设计 报 告

图像有损压缩 Matlab 仿真及性能测试

姓 名：陈子昂, 朱鹤然, 卢意帆

学 号：2021202120085

任课教师：茹国宝

学 院：电子信息学院

专 业：信息与通信工程

二〇二一年十一月

Chen Ziang, Zhu Heran, Lu Yifan

说 明

目 录

说 明.....	I
1 图像有损压缩技术的背景.....	1
1.1 图像压缩的必要性	1
1.2 图像压缩的可能性	1
2 JPEG 图像有损压缩.....	2
2.1 颜色空间转换与色度采样	2
2.1.1 颜色空间转换	2
2.1.2 色度采样	2
2.2 图像分块与 DCT 变换	3
2.2.1 图像分块	3
2.2.2 DCT 变换	3
2.3 量化	4
2.4 熵编码	4
2.4.1 霍夫曼编码	4
3 图像有损压缩实验结果	5
3.1 实验结果的定性分析.....	5
3.2 实验结果的定量分析.....	5
3.2.1 性能指标	5
3.2.2 定量结果	5

1 图像有损压缩技术的背景

1.1 图像压缩的必要性

图像数据量庞大，给存储和传输带来了许多困难。一张尺寸为 3840×2180 的原始图像，如果每个像素使用 32bit 来表示（RGBA），那么需要的内存为 $3840 \times 2180 \times 4 = 33484800 \text{ Byte} \approx 31.9\text{M}$ 。相应的，如果拍摄 1 min 30 fps 这样规格的 4k 视频，那么需要的存储空间将会达到 $3840 \times 2180 \times 4 \times 30 \times 60 \approx 56.1\text{G}$ ！

1.2 图像压缩的可能性

图像数据存在冗余

- **空间冗余**。一幅图像表面上各采样点的颜色之间往往存在着空间连贯性；
- **时间冗余**。视频的相邻帧往往包含相同的背景和移动物体
- **视觉冗余**。人类的视觉系统由于受生理特性的限制，对于图像场的注意是非均匀的，人对细微的颜色差异感觉不明显。

2 JPEG 图像有损压缩

2.1 颜色空间转换与色度采样

2.1.1 颜色空间转换

需要将 RGB 颜色空间转化为 YUV 颜色空间，也叫 YCbCr，其中，Y 是亮度 (Luminance)，U 和 V 表示色度 (Chrominance) 和浓度 (Chroma)，UV 分量同时表示色差

做这一步的原因是由于对于人眼来说，图像中明暗的变化更容易被感知到，而对颜色的变化则没有那么敏感，将两者分开，就可以根据数据的重要程度的做不同的处理

研究表明，红绿蓝三基色所贡献的亮度不同，绿色所贡献亮度最多，蓝色所贡献亮度最少。假定红色贡献为 K_R ，蓝色贡献为 K_B ，则亮度可以表示为

$$Y = K_R \cdot R + (1 - K_R - K_B) \cdot G + K_B \cdot B \quad (2.1)$$

根据经验值 $K_R = 0.299$, $K_B = 0.114$ ，则有

$$Y = 0.299 \cdot R + 0.587 \cdot G + 0.114 \cdot B \quad (2.2)$$

蓝色和红色的色差为

$$\begin{aligned} Y &= 0.299 \cdot R + 0.587 \cdot G + 0.114 \cdot B \\ C_b &= -0.1687 \cdot R - 0.3313 \cdot G + 0.5 \cdot B + 128 \\ C_r &= 0.5 \cdot R - 0.4187 \cdot G - 0.0813 \cdot B + 128 \end{aligned} \quad (2.3)$$

或

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.1687 & -0.3313 & 0.5 \\ 0.5 & -0.4187 & -0.0813 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.1.2 色度采样

为了进一步压缩图像数据，JPEG 对色度图像二次采样。YUV 有三种采样方式：

4:4:4 采样：每一个 Y 对应一个 U 和一个 V。

4:2:2 采样：每两个 Y 共用一对 U 和 V。

4:2:0 采样：每四个 Y 共用一对 U 和 V。

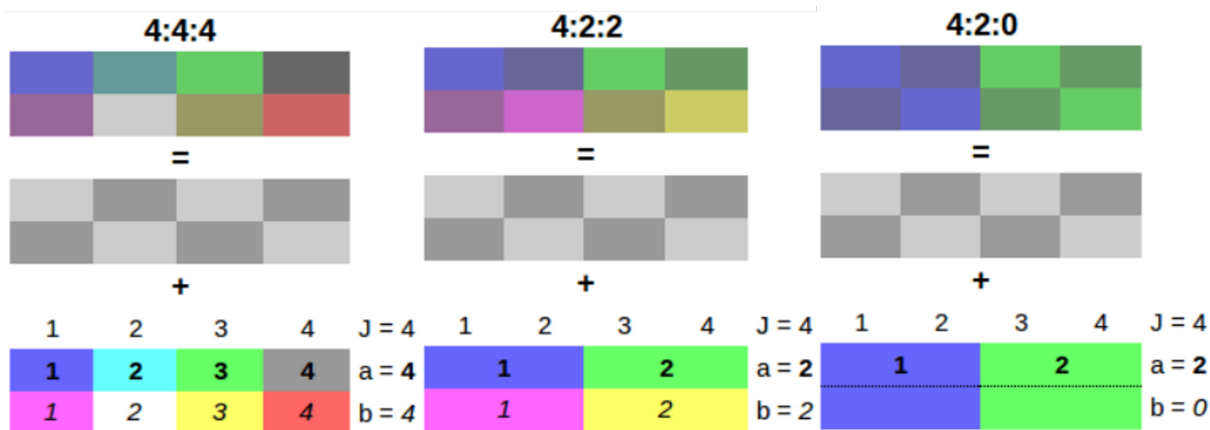


图 2.1 3 种色度采样示意

2.2 图像分块与 DCT 变换

2.2.1 图像分块

2.2.2 DCT 变换

一般的二维 DCT 变换

$$F(u, v) = c(u)c(v) \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) \cos\left(\frac{i+0.5}{M}u\pi\right) \cos\left(\frac{j+0.5}{N}v\pi\right)$$

$$c(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, & u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}}, & u \neq 0 \end{cases} \quad u, v = 0, 1, 2, \dots, 7 \quad (2.5)$$

当 $M = N$ 时, DCT 变换可以表示为矩阵相乘的形式, F 的 DCT 变换则是 $T = AFA^T$ 。变换矩阵 A 为

$$A = \frac{2}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \frac{\pi}{2N} & \cos \frac{3\pi}{2N} & \dots & \cos \frac{(2N-1)\pi}{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos \frac{(N-1)\pi}{2N} & \cos \frac{3(N-1)\pi}{2N} & \dots & \cos \frac{(2N-1)(N-1)\pi}{2N} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

当原始图像从 RGB 颜色空间转换到 YCbCr 颜色空间之后, 需要对每一个 8×8 的图像块进行二维 DCT 变换

$$F(u, v) = c(u)c(v) \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 f(i, j) \cos\left(\frac{i+0.5}{8}u\pi\right) \cos\left(\frac{j+0.5}{8}v\pi\right)$$

$$c(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{8}}, & u = 0 \\ \frac{1}{2}, & u \neq 0 \end{cases} \quad u, v = 0, 1, 2, \dots, 7 \quad (2.7)$$

这时候的 DCT 变换矩阵为

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \frac{\pi}{16} & \cos \frac{3\pi}{16} & \dots & \cos \frac{(16-1)\pi}{16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos \frac{(N-1)\pi}{16} & \cos \frac{3(N-1)\pi}{16} & \dots & \cos \frac{(16-1)(N-1)\pi}{16} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

在 Matlab 中可以用 `T = dctmtx(8)` 查看

```
1 T =
2  0.3536  0.3536  0.3536  0.3536  0.3536  0.3536  0.3536  0.3536
3  0.4904  0.4157  0.2778  0.0975 -0.0975 -0.2778 -0.4157 -0.4904
4  0.4619  0.1913 -0.1913 -0.4619 -0.4619 -0.1913  0.1913  0.4619
5  0.4157 -0.0975 -0.4904 -0.2778  0.2778  0.4904  0.0975 -0.4157
6  0.3536 -0.3536 -0.3536  0.3536  0.3536 -0.3536 -0.3536  0.3536
7  0.2778 -0.4904  0.0975  0.4157 -0.4157 -0.0975  0.4904 -0.2778
8  0.1913 -0.4619  0.4619 -0.1913 -0.1913  0.4619 -0.4619  0.1913
9  0.0975 -0.2778  0.4157 -0.4904  0.4904 -0.4157  0.2778 -0.0975
```

对图像进行 8×8 分块后，对每一个矩阵块 A 都进行 DCT 变换 TAT^T

2.3 量化

2.4 熵编码

2.4.1 霍夫曼编码

霍夫曼编码是一种用于无损数据压缩的熵编码（权编码）算法，其使用变长编码表对数据进行编码。

变长编码表是通过评估符号出现概率得到的，出现概率高的符号使用较短的编码，反之出现概率低的则使用较长的编码，使编码之后的字符串的平均长度降低，从而达到无损压缩数据的目的。

霍夫曼编码主要分为两步：

根据每个字符出现的概率构建一颗最优二叉树；

再根据二叉树对字符进行编码。

3 图像有损压缩实验结果

3.1 实验结果的定性分析

3.2 实验结果的定量分析

3.2.1 性能指标

3.2.1.1 MSE

均方误差 (MSE) 定义为原图各像素 $I(i, j)$ 与压缩后图像各像素 $K(i, j)$ 差的平方和 (式3.1)

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i, j) - K(i, j)]^2 \quad (3.1)$$

3.2.1.2 PSNR

峰值信噪 (PSNR) 比定义为

$$PSNR = 20 \lg\left(\frac{Max_1}{\sqrt{MSE}}\right) \quad (3.2)$$

其中 Max_1 是表示图像点颜色的最大数值, MSE 为均方误差。

3.2.1.3 SSIM

样本 (x, y) 的结构相似度为

$$SSIM(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1} \cdot \frac{2\delta_{xy} + C_2}{\delta_x^2 + \delta_y^2 + C_2} \quad (3.3)$$

3.2.1.4 压缩比

压缩比定义为原图片比特数与压缩后图片比特数之比。

3.2.2 定量结果

表 3.1 MSE

压缩质量	0.8	0.5	0.3	0.2	0.1
MSE	4.92	5.40	5.73	5.90	6.00

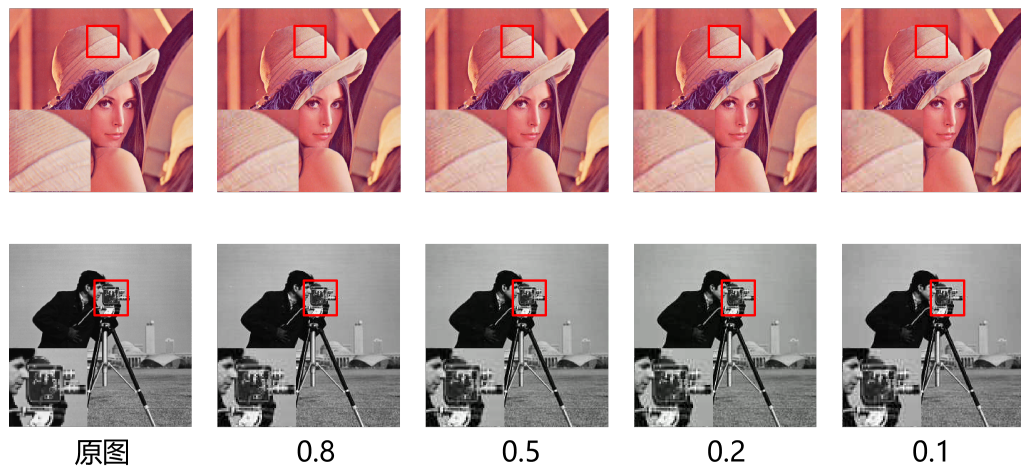


图 3.1 实验结果的定性分析

表 3.2 PSNR

压缩质量	0.8	0.5	0.3	0.2	0.1
PSNR	41.2	40.8	40.5	40.4	40.3

表 3.3 SSIM

压缩质量	0.8	0.5	0.3	0.2	0.1
PSNR	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98

表 3.4 压缩比

压缩质量	0.8	0.5	0.3	0.2	0.1
游程压缩比	7.99	9.88	10.9	11.4	11.8
总压缩比	13.0	16.2	18.2	19.2	20.0
Matlab 压缩比	17.8	32.3	44.5	56.6	82.2