

APELLIDO

NOMBRES

DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Hallar el polinomio $P \in \mathbb{R}[x]$ mónico de grado mínimo tal que las soluciones de

$$z^3 + 4i|z| = 0$$

sean raíces de P .2.- Dadas las rectas $\mathbb{L}_1 : X = \lambda(2, 0, 4) + (2, 0, k)$ y $\mathbb{L}_2 : X = \mu(0, 2, 2) + (0, 2, 1)$, hallar $k \in \mathbb{R}$ para que exista un plano Π que contenga a \mathbb{L}_1 y \mathbb{L}_2 y determinar una recta \mathbb{L}_3 perpendicular a Π que corte a \mathbb{L}_1 y a \mathbb{L}_2 .3.- Hallar todos los $Q \in \mathbb{R}^3$ tal que la proyección de Q sobre el plano $\Pi : x - y + 2z = 2$ sea $P = (3, 1, 0)$ y $d(Q, P) = \sqrt{6}$.4.- Dada $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & k-2 \\ 1 & k-1 & 1 \end{pmatrix}$, clasificar el sistema $B\mathbf{x} = B \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible para todos los valores de $k \in \mathbb{R}$.

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Dado el polinomio $P(x) = x^5 - 10x^4 + 46x^3 - 99x^2 + 90x - 54$, hallar todas sus raíces en \mathbb{C} si se sabe que una de sus raíces tiene módulo $3\sqrt{2}$ y argumento $\frac{\pi}{4}$.

2.- Un móvil M_1 se desplaza por el espacio de forma tal que, en tiempo $t \geq 0$, se encuentra en el punto $t(1, 1, 2) + (2, 1, -1)$. Otro móvil M_2 también se desplaza en línea recta a velocidad constante por el espacio de forma tal que en tiempo $t = 0$ está en el punto $(-2, 1, -2)$. Si M_1 se encuentra con M_2 en un punto del plano $\Pi : -2x + y + z = 1$, calcular en qué punto y para qué valor de t se encuentran. Calcular en qué punto encuentra se el móvil M_2 cuando $t = 10$.

3.- El simétrico respecto de una recta L del punto $(2, 5, 0)$ es $(0, 1, -4)$ y el del punto $(2, 4, -3)$ es $(0, 2, -1)$. Hallar la recta L .

4.- Determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que el sistema

$$\begin{cases} x - y - 2z = 4 \\ -3x + (k^2 - 2k)y + 6z = -12 \\ 2x + (k - 1)y - 4z = 8 \end{cases}$$

tiene por conjunto de soluciones a una recta. Para cada valor de k , hallar la recta correspondiente.

APELLIDO

NOMBRES

DNI

INSCRIPTO EN:		SEDE:	DIAS:	HORARIO:	AULA:
1	2	3	4	NOTA	

CORRECTOR:

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Se sabe que el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + 24x^2 + 4x - 52$ tiene dos raíces en común con el polinomio $Q(x) = x^4 - 3x^2 + 2$. Hallar todas las raíces de P .

2.- Hallar todos los valores de k para los que la recta $\mathbb{L} : X = \alpha \cdot (k^2, 5k+2, 1) + (2k+5, 3, -1)$ es paralela al plano $\Pi : X = \lambda \cdot (1, -1, -1) + \mu \cdot (1, 2, -4) + (0, 0, 6)$. Para cada valor de k hallado, decidir si \mathbb{L} está incluida en Π .

3.- Hallar, si es posible, una recta $\mathbb{L} \subset \mathbb{R}^3$ que cumpla simultáneamente que el simétrico de $(3, 2, 0)$ con respecto a \mathbb{L} sea $(-1, -2, 4)$ y que el simétrico de $(0, -2, 2)$ con respecto a \mathbb{L} sea $(2, 2, 2)$.

4.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x - 4y - z = -1 \\ (k-2)x + 8y + 2z = 2 \\ (k-3)x + 12y + (k^2 - 3k + 3)z = 3 \end{cases}$$

hallar todos los valores de k tales que el conjunto de soluciones del sistema es una recta en \mathbb{R}^3 .

APELLIDO

NOMBRES

DNI

1	2	3	4	NOTA

En cada ejercicio escriba los razonamientos que justifican la respuesta.

- Hallar un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ de grado mínimo que tenga alguna raíz múltiple, $x_0 = 1$ sea raíz de P y las soluciones de la ecuación $\frac{\bar{z} - (1 - 6i)}{z - 2} = 1 - i$ sean raíces de P .
- Sean $\mathbb{L}_1 : X = \lambda(0, 4, 2) + (0, 3, 0)$, $\mathbb{L}_2 : X = \lambda(1, 0, 1)$ y $\mathbb{L}_3 : X = \lambda(0, 1, -1) + (1, 0, 4)$ tres rectas en \mathbb{R}^3 . Sea Π un plano tal que $\mathbb{L}_1 \subseteq \Pi$ y \mathbb{L}_2 es paralela a Π . Hallar $\Pi \cap \mathbb{L}_3$.
- Sean $P_1 = (2, 3, 3)$ y P_2 el simétrico de P_1 respecto de la recta $L : \lambda(1, 1, 0) + (3, 4, 0)$. Hallar todos los puntos $Q \in L$ tales que el triángulo isósceles de vértices P_1 , P_2 y Q tiene perímetro igual a 24.
- Sea $\mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}^3$ el conjunto de soluciones del sistema

$$\begin{cases} \alpha x & - & z & = & 5 \\ \alpha x & + & \beta y & - & z & = & \alpha + 1 \\ & & & & \gamma z & = & -6 \end{cases}$$

Hallar α , β y γ tales que $\mathcal{S} \cap \{x \in \mathbb{R}^3 : z = 3\} \neq \emptyset$ y \mathcal{S} tenga infinitas soluciones

Para los valores hallados resolver el sistema.

APELLIDO NOMBRES DNI

INSCRIPTO EN: SEDE: DIAS: HORARIO: AULA:

1	2	3	4	NOTA

CORRECTOR:

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.
--

1.- Hallar la forma binómica de todos los complejos $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen simultáneamente $(\operatorname{Re}(z))^2 + 2\operatorname{Re}(z) - 15 = 0$ y $\arg(z) = \arg(i\bar{z})$.

2.- Hallar una ecuación paramétrica de la recta L incluida en el plano $\Pi : x + y - z = -1$ y que es al mismo tiempo perpendicular y transversal a la recta $L_1 : X = \alpha \cdot (-2, 1, 1) + (-2, -1, 2)$.

3.- Sea Π el plano tal que $\operatorname{proy}_{\Pi}(0, 0, 7) = (0, 3, 3)$. Calcular la distancia del punto $P = (0, -6, -2)$ a Π .

4.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x + 3y + (-3k - 1)z = 0 \\ 2x + 4y + k^2z = -1 \end{cases}$$

hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que el conjunto de soluciones del sistema es una recta paralela al plano $\Pi : x + 3y + 2z = 7$.

APELLIDO

NOMBRES

DNI

INSCRIPTO EN: SEDE: DIAS: HORARIO: AULA:

1	2	3	4	NOTA

CORRECTOR:.....

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sea $Q(x) = x^3 - x^2 - 3x - 9$. Hallar un polinomio $P \in \mathbb{R}[x]$ de grado mínimo que verifique que todas las raíces de Q son raíces de P y P tiene alguna raíz múltiple.

2.- Sean la recta $L_1 : X = \lambda(-1, 2, 1) + (4, -7, -3)$ y el plano $\Pi : x_1 + 2x_2 + x_3 = -1$. Hallar una recta $L \subset \Pi$ tal que $L \cap L_1 \neq \emptyset$ y $L \perp L_1$.

3.- Sean P_2 el simétrico de $P_1 = (-2, 3, 1)$ respecto de la recta $L : X = \lambda(1, 0, 1) + (0, 2, 1)$ y Q_2 la proyección de $Q_1 = (2, 0, -2)$ sobre el plano $\Pi : -x_1 + x_2 + x_3 = 2$. Hallar una ecuación paramétrica de la recta que pasa por P_2 y Q_2 .

4.- Determinar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que $(0, -2, k, 1)$ es una de las infinitas soluciones del sistema $AX = b$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & k & 1 \\ k & 6 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -11 \\ -4 \end{pmatrix}$.

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

- 1.- Hallar todas las soluciones en \mathbb{C} de la ecuación $z = \overline{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} z^2$.
- 2.- Sean $\Pi : X = \lambda(-1, 3, 1) + \mu(1, 1, 2) + (-1, 1, 0)$ y $L : X = \alpha(1, 2, 1) + (1, 0, 0)$. Hallar una recta $L_1 \subset \Pi$ que sea perpendicular y transversal al L .
- 3.- Sea Π el plano tal que el simétrico de $(2, 5, -3)$ respecto de Π es $(3, 7, -4)$. Hallar Π y encontrar el simétrico de $(0, 0, 0)$ respecto de Π .
- 4.- Sea

$$S : \begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 & = -1 \\ 2x_1 + ax_2 + 8x_3 + x_4 & = 0 \\ -x_1 + (a+3)x_2 + (a-7)x_3 + 2x_4 & = 5 \\ 3x_1 + (a-1)x_2 + 13x_3 + (a^2-3)x_4 & = -4a-9 \end{cases}$$

Hallar todos los valores de a para los cuales la matriz ampliada del sistema tiene rango 2 y resolver el sistema en dichos casos.

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPCIÓN:	
SEDE:	DÍAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Todos los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Sea $P(x) = x^4 + ax^3 - 4x^2 - 24x + b$. Hallar $a, b \in \mathbb{R}$ y todas las raíces del polinomio P sabiendo que -3 es raíz doble de P .

2.- Hallar todas las soluciones de la ecuación

$$z^3 + 6z = -6i(-2 + i)z.$$

3.- Sean $L_1 : X = \lambda(0, 1, 2) + (3, 3, k)$ y $L_2 : X = \mu(1, 0, 1) + (1, 2, 1)$. Encontrar, si existe, el valor de k para que exista un plano Π que contenga simultáneamente a L_1 y a L_2 .

4.- Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1-k & k \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 7k \end{pmatrix}$. Hallar los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que $(-k, -k, 1+k)$ es la única solución del sistema $Ax = b$.

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Todos los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen simultáneamente

$$\begin{cases} 81z = z^9 \\ \operatorname{Re}(z) < 0 \end{cases}$$

2.- Hallar el plano Π respecto del cual el punto $P = (7, 9, 1)$ es simétrico del punto $Q = (1, 3, 5)$.

3.- Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que la recta $\mathbb{L} : X = \alpha(2, 1, 4) + (2, 2, 3)$ es perpendicular al plano $\Pi : 5x - ay + 10z = -60$. Para el a hallado, calcular la intersección $\mathbb{L} \cap \Pi$.

4.- Dados los sistemas:

$$S_1 : \begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ y + 2z = k \end{cases} \quad y \quad S_2 : \begin{cases} x - y + (k+3)z = 11+k \\ 2x - 5y + 2kz = 26-2k \end{cases}$$

hallar todos los valores de $k \in \mathbb{R}$ para que S_1 y S_2 tengan alguna solución en común.

APELLIDO NOMBRES DNI

1	2	3	4	NOTA

INSCRIPTO EN:

SEDE:	DIAS:
HORARIO:	AULA:

CORRECTOR:.....

Todos los razonamientos usados para la resolución de los problemas deben figurar en la hoja.

1.- Dado el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 8x - 12$, hallar todas sus raíces en \mathbb{C} si se sabe que tiene una raíz en común con el polinomio $Q(x) = x^2 - ix + 6$.

2.- Hallar todas las soluciones en \mathbb{C} de la ecuación $i\bar{z}^5 - 625z = 0$ tales que $Re(z) \geq 0$.

3.- Sean $\Pi_1 : x + y - z = 1$ y $\Pi_2 : 2x - y + z = 8$. Si $\mathbb{L} = \Pi_1 \cap \Pi_2$, encontrar el punto de intersección de \mathbb{L} con el plano $\Pi : z = 0$.

4.- Sea $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, 3x_1 + kx_2 - 3x_3 = 0\}$. Determinar para cada $k \in \mathbb{R}$ la dimensión del subespacio \mathbb{S} .