

Simultaneous Multi-Slice(SMS) pMRI

日期：2021 年 10 月 18 日

1 SMS-pMRI model

假设 u_1, u_2, \dots, u_S 是需要被重建的未知切片图像， S 表示切片数量，使用 y 表示采集得到的 k -space 数据，其维度大小为 $\text{row} \times \text{column} \times L \times S$ ，其中 row 和 column 分别是图像长和宽， L 表示 k -space 数据中的线圈数量， S 表示切片数量，则 SMS-pMRI 模型可以写成：

$$PF_{3D}Cu = y \quad (1)$$

其中 y 是 k -space 数据的向量化形式， $y = (y_1, y_2, \dots, y_S)^T$, $y_s = (y_s^1, y_s^2, \dots, y_s^L)^T$, 即 y_s^L 表示第 s 个切片中第 L 个线圈数据。 $u = (u_1, u_2, \dots, u_S)^T$ ，其中 $u_i, i = 1, \dots, S$ 表示第 i 个切片图像的向量化形式。 C 是线圈灵敏度矩阵， Cu 具体为：

$$Cu \leftrightarrow \begin{bmatrix} f(u_1 c_1) \\ \vdots \\ f(u_S c_S) \end{bmatrix}, \quad f(u_i c_i) \leftrightarrow \begin{bmatrix} u_i \otimes c_i^1 \\ \vdots \\ u_i \otimes c_i^L \end{bmatrix} \quad (2)$$

F_{3D} 表示 3D 快速傅里叶变换，该操作将数据 reshape 成大小为 $\text{row} \times \text{column} \times S \times L$ ，然后沿着线圈方向进行傅里叶变换，变换后再 reshape 成大小为 $\text{row} \times \text{column} \times L \times S$ ，最后进行向量化操作。如图 1 所示，此时已经将向量化的数据进行大小变换，即将不同 Slice 之间同一线圈的数据进行堆叠，并且对同一个线圈的数据进行 3D 傅里叶变换。 P 表示采样矩阵，定义为

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & P_S \end{bmatrix} \quad (3)$$

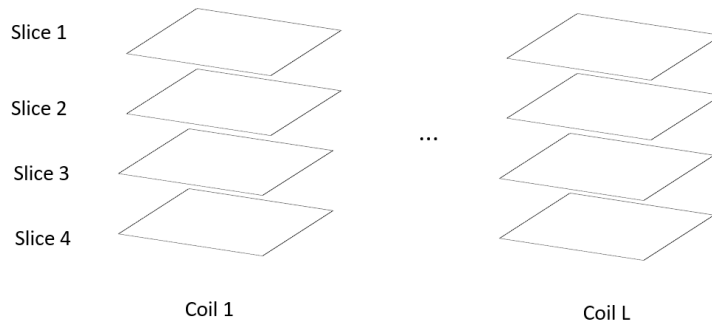


图 1: 进行 3D 傅里叶变换时的数据形式

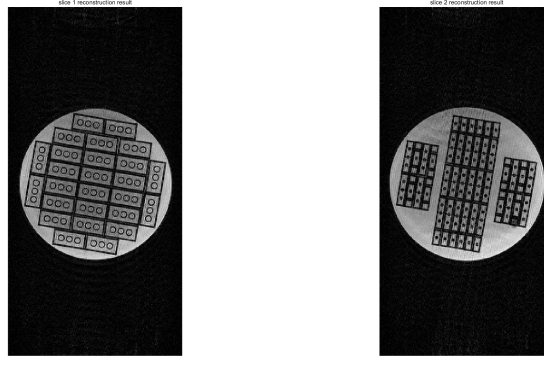


图 2: 重建图

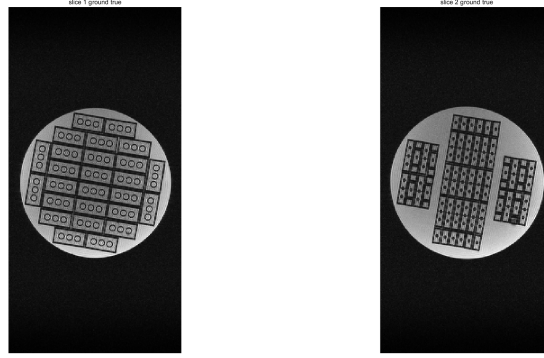


图 3: 参考图像

2 Optimization model for SENSE reconstruction

模型 (1) 是一个高度欠定的方程，因此可以采用带有正则化的最小二乘法进行求解，求解模型可以定义为

$$\hat{u} = \operatorname{argmin} \left\{ \frac{1}{2} \|PF_{3D}Cu - y\|_2^2 + \lambda \|W_{3D}u\|_1 \right\} \quad (4)$$

令 $K = PF_{3D}C$, $f(u) = \frac{1}{2} \|Ku - y\|_2^2$, $h(u) = \lambda \|W_{3D}u\|_1$, 模型 (4) 可以使用 PD3O 算法进行求解，求解流程为

$$\begin{cases} s^{k+1} = \operatorname{prox}_{\delta h^*}((I - \gamma \delta W W^T)s^k + \delta W(u^k - \gamma \nabla f(u^k))) \\ u^{k+1} = u^k - \gamma \nabla f(u^k) - \gamma W^T s^{k+1} \end{cases} \quad (5)$$

3 Experiments

uniform 采样，采样率为 41，ACS=41，每个 Slice 使用相同的采样矩阵， $\lambda = 0.0000001$ ，重建图如图 2 所示。