

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. Решение задач математической физики методом Фурье в Maxima

Цель работы – получить навыки решения задач математической физики методом Фурье в Maxima.

3.1.Задание на лабораторную работу

Задания:

1. Разложить функцию одной переменной в ряд Фурье.
2. Исследовать точность аппроксимации функции в зависимости от числа слагаемых в разложении ряда Фурье. Представить графически результаты сравнения.
3. Решить задачу одномерную математической физики методом Фурье.
4. Провести исследование точности решения одномерной задачи математической физики в зависимости от числа слагаемых в разложении ряда Фурье. Построить графики решения в различные моменты времени.

3.2.Варианты заданий

1. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[a, b]$ [1, стр. 132-145]., Варианты заданий представлены в таблице 1.

Таблица 3.1. Варианты заданий задачи разложения функции в ряд Фурье

№	$f(x)$	$[a, b]$
1.	$f(x) = x$	$[-\pi, \pi]$
2.	$f(x) = x^2$	$[-\pi, \pi]$
3.	$f(x) = x $	$[-\pi, \pi]$
4.	$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$	$[-\pi, \pi]$
5.	$f(x) = 1 - x $	$[-1, 1]$
6.	$f(x) = \cos(x)$	$[-1, 1]$
7.	$f(x) = \sin(x)$	$[0, \pi]$

2. Решить методом Фурье одномерную задачу теплопроводности [2, стр. 209-228]

$$u_t = au_{xx}, t \in [0, 10],$$

на отрезке $[0, l]$ с начальными

$$u(x, 0) = \varphi(x)$$

и граничными условиями:

$$\begin{cases} u(0, t) = \mu_1(t), \\ u(l, t) = \mu_2(t). \end{cases}$$

Варианты заданий представлены в таблице 2.

Таблица 3.2. Варианты заданий для одномерной задачи теплопроводности

№	a	$[0, l]$	Начальные условия	Граничные условия
1.	0,5	$[0, 1]$	$\varphi(x) = x$	$\mu_1(t) = t, \mu_2(t) = 1$
2.	0,5	$[0, 1]$	$\varphi(x) = x^2$	$\mu_1(t) = 0, \mu_2(t) = 1$
3.	1,0	$[0, 10]$	$\varphi(x) = 0$	$\mu_1(t) = 0, \mu_2(t) = 1$
4.	1,0	$[0, \pi]$	$\varphi(x) = 1$	$\mu_1(t) = 0, \mu_2(t) = t$
5.	2,0	$[0, 1]$	$\varphi(x) = 1 - x$	$\mu_1(t) = 1, \mu_2(t) = 0$
6.	2,0	$[0, 3]$	$\varphi(x) = 1$	$\mu_1(t) = \sin(t), \mu_2(t) = 0$
7.	2,5	$[0, \pi]$	$\varphi(x) = 0$	$\mu_1(t) = 0, \mu_2(t) = t$

Литература

1. Чичкарев Е.А. Компьютерная математика с Maxima: руководство для школьников и студентов. – М.: ALT Linux, 2012. – 384 с. – Режим доступа: <https://www.altlinux.org/Images/0/0b/MaximaBook.pdf>
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 800 с.
3. Ревина С.В., Сазонов Л.И., Цывенкова О.А. Уравнения математической физики. Задачи и решения. – Ростов на Дону: Изд-во Южного федерального университета, 169 с. – Режим доступа: <http://www.mmcs.sfedu.ru/jdownload/finish/16-kafedra-vychislitelnoj-matematiki-i-matematicheskoy-fiziki/1419-uravneniya-matematicheskoy-fiziki-zadachi-i-resheniya-s-v-revina-l-i-sazonov-o-a-tsyvenkova>