

## Análisis Numérico - Práctica 1

### Errores de redondeo y propagación de errores

1. En nuestra máquina de 32 bits calcular el número de máquina para  $x = 2/3$ , calcular el error relativo.
2. En nuestra máquina de 32 bits calcular el número de máquina para  $x = 4/5$ , calcular el error relativo.
3. Para  $x = (0.111 \dots 11100 \dots)_2 \times 2^{17}$  (26 unos) calcular el número de máquina y el error relativo.
4. Mostrar que  $fl(x^k) = x^k(1 + \delta)^{k-1}$  si  $x$  es un número de máquina.
5. c- Si quiero calcular  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  con un error menor a  $\epsilon$ , deajo de sumar cuando  $|x_n| < \epsilon$  ?. Ver con  $\sum_{n=1}^{\infty} (0.99)^n$  y distintos valores de  $\epsilon$ . Recordar que  $\sum_{n=1}^{\infty} r^n = \frac{r}{1-r}$  si  $|r| < 1$ .
6. c- Escribir un programa para calcular

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 1$$
$$g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$$

para la sucesión  $8^{-1}, 8^{-2}, 8^{-3} \dots, 8^{-10}$ . Aunque  $f = g$  la computadora produce resultados distintos, cuál es más confiable?

7. c- Escribir un algoritmo para estimar el número de máquina.
8. c- Sean

$$x = [2.718281828, -3.141592654, 1.414213562, 0.5772156649, 0.3010299957]$$
$$y = [1486.2497, 878366.9879, -22.37429, 4773714.647, 0.000185049]$$

Calcular  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$  de la siguientes maneras

- (a) para adelante :  $\sum_{i=1}^n x_i y_i$
- (b) para atrás :  $\sum_{i=n}^1 x_i y_i$
- (c) positivos de mayor a menor + negativos de menor a mayor
- (d) positivos de menor a mayor + negativos de mayor a menor

Cuál resultado es más confiable y por qué?

9. c- Considerar la sucesión

$$x_0 = 1, x_1 = \frac{1}{3},$$
$$x_{n+1} = \frac{13}{3}x_n - \frac{4}{3}x_{n-1}$$

Dar una fórmula cerrada para  $x_n$ . Escribir un programa que calcule  $x_n$  de ambas formas y comparar. Cuál es más confiable? Por qué?

10. c- Consideremos la siguiente modificación de la serie de Fibonacci :

$$r_0 = 1, r_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2},$$
$$r_{n+1} = r_n + r_{n-1}$$

Cuál es la fórmula cerrada  $r_n$ ? Es la fórmula recursiva una manera estable de calcular  $r_n$  ? Comparar con el ejercicio anterior.

11. c- Sea

$$y_n = \int_0^1 x^n e^x dx$$

Integrar por partes para obtener una fórmula recurrente para  $y_n$ . Mostrar que  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ . Hacer un programa para calcular los primeros 30 términos de  $y_n$  y analizar los resultados.

12.Cuál es el número de condición para cada una de las siguientes funciones :

(a)  $(x - 1)^\alpha$

(b)  $\ln(x)$

(c)  $\sin(x)$

(d)  $e^x$

(e)  $x^{-1}e^x$

(f)  $\cos^{-1}(x)$