

École Polytechnique de l'Université de Tours
64, Avenue Jean
Portalis 37200
TOURS, FRANCE
(33)2-47-36-14-14
www.polytech.univ-tours.fr

Parcours des écoles d'ingénieur Polytech

Année 2023-2024

Projet Informatique : Labyrinthe

Étudiants

Encadrant

Pacôme Renimel–Lamiré
pacome.renimel-lamire@etu.univ-tours.fr
Esteban Laurent
esteban.laurent@etu.univ-tours.fr

Christophe Lenté
christophe.lente@univ-tours.fr

Avertissement

Ce document a été rédigé par Pacôme Renimel–Lamiré et Esteban Laurent susnommés les auteurs.

L'École Polytechnique de l'Université François Rabelais de Tours est représentée par Christophe Lenté susnommé le tuteur académique.

Par l'utilisation de ce modèle de document, l'ensemble des intervenants du projet acceptent les conditions définies ci-après.

Les auteurs reconnaissent assumer l'entière responsabilité du contenu du document ainsi que toutes suites judiciaires qui pourraient en découler du fait du non-respect des lois ou des droits d'auteur.

Les auteurs attestent que les propos du document sont sincères et assument l'entière responsabilité de la véracité des propos.

Les auteurs attestent ne pas s'approprier le travail d'autrui et que le document ne contient aucun plagiat.

Les auteurs attestent que le document ne contient aucun propos diffamatoire ou condamnable devant la loi.

Les auteurs reconnaissent qu'ils ne peuvent diffuser ce document en partie ou en intégralité sous quelque forme que ce soit sans l'accord préalable du tuteur académique et de l'entreprise.

Les auteurs autorisent l'école polytechnique de l'université François Rabelais de Tours à diffuser tout ou partie de ce document, sous quelque forme que ce soit, y compris après transformation en citant la source.

Cette diffusion devra se faire gracieusement et être accompagnée du présent avertissement.

Table des matières

Avertissement	2
Introduction	4
1 État de l'art et enjeux	5
1.1 Les labyrinthes : une fascination depuis l'Antiquité	5
1.2 Labyrinthes et informatique	6
1.3 Algorithmes de génération et de résolution de labyrinthes	6
1.3.1 Génération de labyrinthes	6
1.3.2 Résolution de labyrinthes	8
2 Méthodologie	11
3 Implémentation	12
4 Résultats	13
5 Discussion et perspectives	14
6 Sandbox pour tester des trucs	15
Conclusion	16
Bibliographie	17
Compte rendus hebdomadaires	18

Introduction

Ce rapport a pour objectifs de décrire les différentes étapes de réalisation d'un programme informatique permettant de générer et résoudre automatiquement des labyrinthes, ainsi que de présenter les résultats obtenus.

L'objectif premier du projet consiste à créer un labyrinthe par une ou plusieurs méthodes différentes et à faire trouver à l'ordinateur un chemin menant vers la sortie. Pour ce faire, nous avons implémenté trois algorithmes différents : `depth-first search`, `recursive backtracking` et `A*`.

La suite du projet a été laissée relativement libre, nous invitant à faire preuve d'imagination et de créativité pour aller au-delà des objectifs initiaux. Nous avons donc décidé d'ajouter des fonctionnalités supplémentaires, notamment un mode de jeu permettant à l'utilisateur d'évoluer dans des labyrinthes générés aléatoirement tout en étant poursuivi par des ennemis et en collectant des objets.

Nous avons également essayé de rendre notre programme le plus interactif possible, en rajoutant une interface graphique agréable et complète permettant de générer et résoudre des labyrinthes en personnalisant différents paramètres.

Afin de décrire de façon détaillée le déroulement de ce projet, ce rapport est divisé en plusieurs chapitres.

Dans un premier temps, nous étudierons brièvement un état de l'art des labyrinthes et des algorithmes de génération et de résolution de labyrinthes.

Nous expliquerons ensuite la méthodologie que nous avons appliquée pour mener à bien ce projet, en décrivant les différentes étapes de développement du programme.

Nous poursuivrons en présentant l'implémentation du programme, en décrivant la structure du code et les différents obstacles rencontrés.

Nous présenterons ensuite les résultats obtenus, en détaillant les performances du programme et les statistiques obtenues.

Enfin, nous prendrons du recul sur le projet en discutant de potentielles améliorations pouvant être apportées au projet à l'avenir, ainsi que de notre ressenti par rapport à ce que cette expérience a pu nous apporter.

1 État de l'art et enjeux

1.1 Les labyrinthes : une fascination depuis l'Antiquité

Selon le dictionnaire Larousse, un labyrinthe peut être défini comme suit :

"Dans l'Antiquité, vaste édifice comprenant d'innombrables salles agencées de telle manière que l'on ne trouvait que difficilement l'issue. ^[1]"

L'exemple le plus commun de labyrinthe associée à l'histoire humaine est probablement le labyrinthe de Crète, construit par Dédale pour emprisonner le Minotaure, un monstre mi-homme mi-taureau, au point que le mot dédale est rentré dans le langage courant pour désigner un lieu où l'on se perd facilement.

Toutefois, on retrouve des traces de tracés labyrinthiques depuis la fin de l'âge de bronze, la plus ancienne preuve de leur existence étant une tablette datant d'environ 1200 avant J.C. retrouvée à Pylos, en Grèce.^[2]

Les historiens s'accordent sur le fait que l'idée du labyrinthe était principalement symbolique, leur tracé n'étant quasiment jamais retrouvé à une échelle humaine, mais plutôt tracé de façon décorative sur des pièces de monnaie, des poteries, des bâtiments, etc.

De plus, le tracé le plus commun d'un labyrinthe, le labyrinthe unicursal, est un tracé continu sans embranchements, ce qui le rend impossible à résoudre de façon classique. Il ne présente pas le moindre intérêt pour un jeu, et c'est celui qu'on retrouve le plus souvent dans les représentations de cette époque.



Figure 1.1: Pièce d'argent représentant un labyrinthe unicursal, 400 avant J.C. - AlMare
- CC-BY-SA-3

Ainsi, les labyrinthes que nous connaissons n'ont réellement fait leur apparition qu'au XVI^e siècle^[3], en tant que jeu de réflexion et de divertissement.

1.2 Labyrinthes et informatique

Aujourd'hui, on retrouve de nombreuses installations permettant d'évoluer dans des labyrinthes, souvent végétaux (Haies, Maïs, etc.). Le labyrinthe est devenu un symbole de réflexion, de concentration et de patience, et est souvent utilisé dans des jeux vidéos, des films, des livres, etc.

Cette notion a notamment pris une dimension toute particulière dans les domaines des mathématiques et plus tard, de l'informatique. Effet, un labyrinthe peut être vu comme un graphe, où chaque case est un noeud et chaque passage entre deux cases est une arête.

Ainsi, utiliser un labyrinthe est un excellent moyen d'en apprendre plus sur les algorithmes de recherche, qui sont indispensables à d'innombrables technologies que nous utilisons aujourd'hui : les jeux vidéos, les applications de navigation, les moteurs de recherche, les intelligences artificielles, etc.

De nombreux problèmes mathématiques bien connus sont d'ailleurs basés sur la théorie des graphes et donc sur les labyrinthes, comme le problème du cavalier (un cavalier doit visiter une unique fois chaque case d'un échiquier) ou celui des sept ponts de Königsberg, tous deux résolus par Euler dès le milieu du XVIII^e siècle^{[4][5]}.

De la même façon que les labyrinthes ont été utilisés afin d'étudier la mémoire chez les rats, des compétitions de résolution de labyrinthes sont organisées chaque année, notamment par la société américaine *Micromouse*, qui propose aux participants de créer un robot capable de résoudre un labyrinthe en un temps record, sans aucune connaissance préalable du tracé du labyrinthe.^[6]

1.3 Algorithmes de génération et de résolution de labyrinthes

1.3.1 Génération de labyrinthes

Un peu de théorie

Afin de générer un labyrinthe, il peut être très utile d'en apporter une définition mathématique plus rigoureuse.

Si on choisit l'approche de la théorie des graphes, alors un labyrinthe peut être décrit comme un graphe grille : un graphe non orienté où chaque noeud est relié à ses quatre voisins (haut, bas, gauche, droite) s'ils existent.

Chaque noeud représente un chemin du labyrinthe, et chaque arête représente le passage d'une case à une autre. Certaines propriétés intéressantes sont déjà présentes : on ne peut par exemple pas se déplacer d'une case à une autre si elles ne sont pas adjacentes, c'est à dire reliées par une arête.

Pour ajouter le concept de mur au labyrinthe, il suffit de retirer la connexion entre deux noeuds pour ajouter un "obstacle virtuel" entre les cases, empêchant ainsi le passage.

À partir de cette définition, on peut considérer que n'importe quel graphe ainsi dérivé d'un graphe grille, avec un nombre arbitraire d'arêtes manquantes, est un labyrinthe. Toutefois, afin de rendre les choses plus intéressantes, il est bon de rajouter quelques contraintes.

Il peut par exemple être intéressant de nécessiter l'existence d'au moins un chemin entre n'importe quelle case de départ, et n'importe quelle case d'arrivée. Cette contrainte est appelée la connexité du graphe, et est souvent utilisée pour garantir qu'un labyrinthe est "solvable".

On peut également pousser le vice et exiger que le chemin qui relie deux cases du labyrinthe soit unique. Si on considère notre graphe grille, alors un tel labyrinthe serait représenté par un arbre, c'est à dire un graphe convexe et acyclique (il est impossible de partir d'un sommet et d'y revenir sans rebrousser chemin au moins une fois). Plus encore, il s'agit d'un arbre couvrant, puisqu'il couvre l'ensemble des sommets du graphe de départ.

Dans ce contexte, un labyrinthe qui vérifie ces deux conditions est appelé un labyrinthe parfait. Ainsi, la plupart des algorithmes de génération ont été conçus pour produire des labyrinthes parfaits.

Toutefois, il est très souvent plus intéressant de travailler avec des labyrinthes non-parfaits, et où plusieurs chemins sont possibles. On peut ainsi tester les algorithmes de résolution sur un critère supplémentaire : la longueur du chemin trouvé, que l'on précisera dans la suite de cette partie.

Parallèlement, un algorithme de génération de labyrinthe peut être comparé sur la base de deux critères : le temps de génération, ainsi que la "difficulté" du labyrinthe généré, ce qui est assez peu objectif.

L'algorithme "Depth-first search"

Dans le cadre de ce projet, nous avons choisi de générer des labyrinthes en utilisant l'algorithme de *depth-first search*, également appelé *recursive backtracking*, un algorithme de type "diviser pour régner" qui consiste à diviser le problème en sous-problèmes plus petits, les résoudre, puis les combiner pour obtenir la solution du problème initial.

Malgré son nom, son implémentation ne nécessite pas d'utiliser une récursion au sens strict, et est souvent plus performante de façon itérative, en utilisant une **pile** pour stocker les états précédents. L'utilisation d'une pile, en plus d'être plus sûre (en évitant d'éventuels erreurs liées à un manque de mémoire dans la pile d'appel des fonctions), permet de faciliter la visualisation de l'algorithme, en rendant accessible toutes les données qui y sont liées à tout moment.

L'algorithme fonctionne de la façon suivante :

1. On considère un labyrinthe où chaque case est entourée par des murs. On définit une pile vide.
2. Choisir un point de départ dans le labyrinthe.
3. Marquer ce point comme visité et l'ajouter à la pile.
4. Tant qu'il existe des voisins non visités :
 - a) Retirer la case en haut de la pile et la définir comme la "case courante"
 - b) Si la case courante possède au moins un voisin qui n'a pas été visité :
 - i. Ajouter la case courante à la pile
 - ii. Choisir un de ses voisins non visités (aléatoirement)

- iii. Retirer le mur entre la case courante et le voisin choisi
- iv. Marquer le voisin comme visité et l'ajouter à la pile

Cet algorithme garantit la génération d'un labyrinthe parfait. De plus, il est relativement simple à implémenter et produit des labyrinthes avec une structure intéressante.

Après considération des alternatives existantes, nous avons jugé que l'intérêt d'implémenter d'autres algorithmes de génération de labyrinthes n'était pas suffisant pour justifier le temps et les ressources nécessaires à leur implémentation. En effet, les alternatives existantes telles que les algorithmes de Kruskal ou de Prim ne présentent pas d'avantages significatifs ou de résultats significativement différents par rapport à l'algorithme de *depth-first search*.

La principale différence entre les labyrinthes générés par ces algorithmes réside dans sa structure : le *depth-first search* génère des labyrinthes avec de longs couloirs, tandis que les algorithmes de Kruskal et de Prim génèrent des labyrinthes avec des couloirs plus courts, rendant une grande partie du labyrinthe fondamentalement inutile du point de vue de la résolution.

Afin d'ajouter de la diversité à nos labyrinthes, et de rendre le processus de résolution beaucoup plus intéressant, nous avons décidé d'implémenter ce que nous avons appelé un "facteur de bouclage" : il s'agit d'un réel compris entre 0 et 1, et qui permet de transformer un labyrinthe parfait en labyrinthe comportant de nombreux chemins différents entre deux cases.

Une fois un labyrinthe généré, on sélectionne aléatoirement un certain nombre de murs en fonction du facteur de bouclage (un facteur de 0.5 signifiant que la moitié des murs du labyrinthe seront retirés), et on les retire du labyrinthe. On obtient ainsi un labyrinthe non-parfait, mais toujours solvable.

1.3.2 Résolution de labyrinthes

Un peu de théorie

La résolution d'un labyrinthe est essentiellement un problème de recherche de chemin dans un graphe, mais appliqué à des graphes ayant des propriétés particulières, comme vu précédemment.

Ainsi, il est tout à fait possible d'utiliser n'importe quel algorithme de recherche de chemin dans un graphe pour résoudre n'importe quel labyrinthe, comme par exemple l'algorithme de Dijkstra.

Toutefois, le contexte du labyrinthe permet également de rajouter certaines contraintes optionnelles à la résolution, comme par exemple le fait de se mettre à la place d'un joueur ne pouvant pas voir l'ensemble du labyrinthe à la fois. De plus, certains algorithmes ne fonctionnent que sur des arbres couvrants, c'est à dire des labyrinthes parfaits.

On peut citer par exemple deux algorithmes triviaux de résolution de labyrinthes : le mur suiveur, qui consiste à suivre un mur à sa droite ou à sa gauche jusqu'à trouver la sortie, et celui de la "souris aléatoire", qui consiste à se déplacer aléatoirement dans le labyrinthe jusqu'à trouver la sortie.

Ce dernier algorithme est d'ailleurs plus intéressant qu'il en a l'air : il est évidemment très peu performant, mais c'est un exemple d'*algorithme de Las Vegas*, c'est à dire un

algorithme aléatoire qui est garanti de trouver une solution correcte au problème qui lui est présenté.

De son côté l'algorithme de mur suiveur fonctionne uniquement sur des labyrinthes parfaits, et peut rentrer dans des boucles infinies si ce n'est pas le cas.

Comme nos labyrinthes ne sont pas parfaits, et que l'objectif reste d'en trouver une solution dans un temps raisonnable, nous avons choisi d'implémenter deux algorithmes beaucoup plus performants que ceux-ci : *recursive backtracking* et A*.

L'algorithme "Recursive backtracking"

L'algorithme *recursive backtracking* est un algorithme qui consiste à identifier les impasses du labyrinthes, et de les "bannir" afin de ne plus les emprunter. Cet algorithme est bien le même que celui qui permet de générer des labyrinthes, mais en sens inverse. Il porte donc le même nom, mais afin d'éviter toute confusion, nous avons fait le choix de l'appeler exclusivement "*recursive backtracking*", tandis que l'algorithme de génération est appelé "*depth-first search*".

Bien que sur le papier, il soit similaire à celui que nous avons déjà étudié, il est en réalité légèrement différent dans son implémentation. En plus de la pile et de la liste de cases déjà visitées, on va également utiliser une liste de cases bannies, qui sont des cases qui ne mènent à aucune solution.

L'algorithme fonctionne de la façon suivante :

1. On considère un labyrinthe quelconque, avec une case de départ et une case d'arrivée. On initialise une pile contenant la case de départ, une liste de cases déjà visitées vide, et une liste de cases bannies vide.
2. Tant que la pile ne contient pas la case d'arrivée :
 - a) On choisit une case voisine non visitée, non bannie, et non séparée par un mur de la case en haut de la pile.
 - b) Si aucune case n'est disponible, on retire la case en haut de la pile et on l'ajoute à la liste de cases bannies.
 - c) Sinon, on ajoute la case choisie à la pile et on la marque comme visitée.
3. Lorsque la pile contient la case d'arrivée, on a trouvé une solution : la pile contient le chemin entre la case de départ et la case d'arrivée.

Cet algorithme est raisonnablement performant, mais n'est pas nécessairement garanti de trouver le chemin le plus court entre deux cases. Il est toutefois garanti de trouver une solution si elle existe.

L'algorithme "A*"

L'algorithme A* est un algorithme de recherche de chemin dans un graphe qui utilise une heuristique pour guider la recherche. Il est souvent utilisé dans des contextes où la recherche de chemin est difficile, comme par exemple dans les jeux vidéos, les applications de navigation, etc.

Une heuristique est une fonction qui permet de "guider" l'algorithme dans ses choix en faisant des hypothèses jugées "raisonnables". Par exemple, dans l'algorithme

précédent, lorsque plusieurs cases sont valides, on en choisit une au hasard. Ici, on fera appel à une fonction qui permettra de choisir la case la plus "prometteuse" parmi les cases valides.

Cette fonction peut grandement varier en fonction du contexte, par exemple en tenant compte du poids d'une connexion dans un graphe (la vitesse de circulation sur une route par exemple). Ici, on utilisera la distance de Manhattan, c'est à dire la somme des distances horizontales et verticales entre deux cases.

Comme l'algorithme est basé sur des hypothèses, il n'est toujours pas garanti de trouver une solution optimale. Toutefois, il trouve généralement des solutions qui s'en approchent en un temps très court. De plus, il est garanti de trouver une solution si elle existe.

Ces nombreux avantages et sa grande versatilité en font un algorithme très populaire : il est notamment utilisé par défaut dans de nombreux moteurs de jeux vidéos, et est souvent utilisé dans des compétitions de résolution de labyrinthes.

2 Méthodologie

Décrire les langages de programmation, bibliothèques et outils utilisés (Python, Pygame-ce, Git, LaTeX, etc.)

Décrire les différentes étapes de développement du projet : conception, implémentation, tests, etc.

Peut être ne pas en faire un chapitre à part entière ?

3 Implémentation

Décrire la structure du programme

Expliquer comment le code est organisé, et comment les algorithmes sont implémentés

Décrire les différentes complications qui se sont présentées et la façon dont nous les avons résolu.

Ce sera probablement le chapitre le plus long

4 Résultats

Présenter les résultats obtenus

Ajouter des statistiques comme le temps de génération d'un labyrinthe, le nombre de nœuds explorés par A*, etc.

On peut aussi ajouter des statistiques sur les performances du programme, comme le temps d'exécution, la consommation de mémoire, etc, ainsi que sur le nombre de lignes, etc.

5 Discussion et perspectives

Interpréter les résultats obtenus et les comparer à ce qui était attendu

Analyser les avantages et inconvénients de chaque algorithme

Présenter ce que ce projet nous a permis d'apprendre

Proposer de potentielles améliorations qui pourraient être apportées à l'avenir

6 Sandbox pour tester des trucs

Conclusion

Résumer les points clés du projet

Réitérer sur le but de ce projet et ce que la recherche dans ce domaine permet d'apporter à la science

Donner son impression générale par rapport à ce que nous a apporté le projet

Bibliographie

- [1] Larousse : définition d'un labyrinthe. <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/labyrinthe/45804>. Consulté le 08-04-2024.
- [2] Herman Kern. *Through the Labyrinth*. Prestel, 2000. catalog item 103–104.
- [3] David McCullough. *The Unending Mystery : A Journey Through Labyrinths and Mazes*. Pantheon, 2004.
- [4] Gerald Alexanderson. Euler and königsberg's bridges: a historical view. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 43:567, 2006.
- [5] Euler. *Solution d'une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres, 1759.
- [6] Veritasium. The fastest maze-solving competition on earth (youtube). <https://youtu.be/ZMQbHMgK2rw>, 2023. Consulté le 08-04-2024.

Compte rendus hebdomadaires

Projet Informatique : Labyrinthe

Résumé

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Mots-clés

Labyrinthe, ajouter, d'autres, mots, clés

Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Keywords

Labyrinth, add, other, keywords

Encadrant académique Christophe Lenté	Étudiants Pacôme Renimel–Lamiré Esteban Laurent
---	---