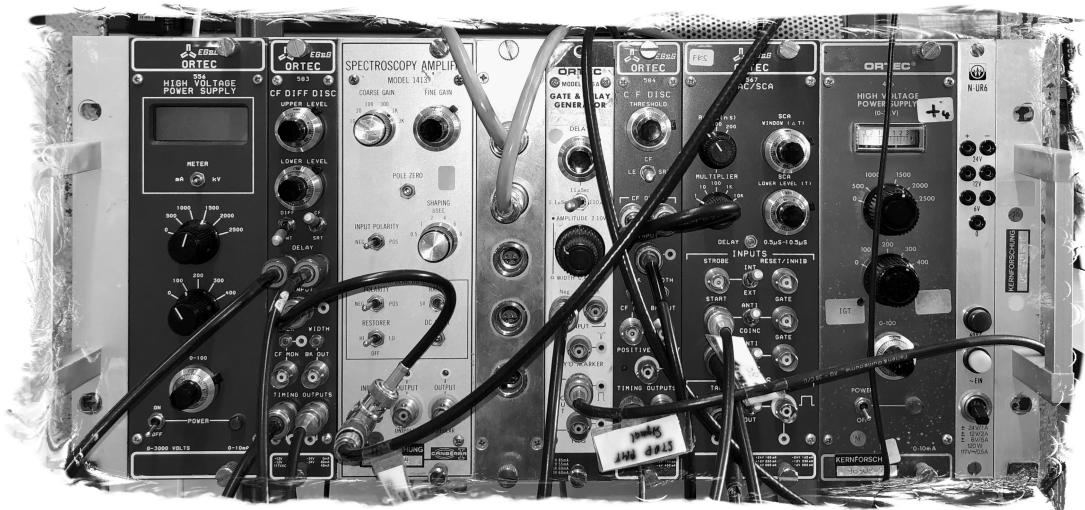


Einführung in das Kern- und Teilchenphysikalische Praktikum

Joachim Wolf (Editor)

(basiert auf Skript von F. K. Schmidt)



Institut für Experimentelle Teilchenphysik

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Ausgabe 14. Oktober 2024

Das vorliegende Buch basiert auf dem so genannten „Blauen Buch“ von F. K. Schmidt, der diese Einführung im Laufe seiner jahrzehntelangen Tätigkeit als Leiter des Kernphysikalischen Praktikums zusammenstellte. Nachdem der Text verschiedene Microsoft Word Versionen durchlaufen hatte, wurde das „Blaue Buch“ 2015 in LaTeX umgewandelt. Hunderte von Formeln wurden dazu von Steffen Albert in LaTeX umgesetzt. An dieser Stelle möchte ich auch den vielen Assistenten danken, die die einzelnen Versuchsbeschreibungen immer wieder überarbeitet und aktualisiert haben. Besonderer Dank gilt Frau Knoch, die dieses Script über viele Jahre hinweg auf dem letzten Stand hielt.

In den letzten Semestern wurde die Datenaufnahme von einigen Experimenten erneuert. In den früheren Versionen wurden meist Spektren mit sogenannten Vielkanalanalysatoren aufgenommen, die als Einsteckkarten in den PCs steckten (einige Experimente verwenden noch immer diese Hardware). Die aktualisierte Hardware besteht nun meist aus Datenaufnahmesystemen mit schnellen ADCs, die die Pulsform der Detektoren digitalisieren. Die Daten werden anschließen auf einen PC übertragen und von einem Python Code analysiert. Der Code wird i.d.R. in einem Jupyter Notebook, einer speziellen Entwicklungsumgebung für Python, ausgeführt. Es stehen verschiedene Templates zur Verfügung, die neben einfachen Analysemethoden auch Beispielcode für die Fehlerrechnung enthalten. Das neue Kapitel zur Fehlerrechnung wurde in dieser Ausgabe erstmals von Günter Quast erstellt.

Da die Aktualisierung der Versuche noch nicht abgeschlossen ist, empfiehlt es sich, die neueste Version des „Blauen Buchs“ zum Beginn der Vorbereitung herunterzuladen. Es kann auch vorkommen, dass die Versuchsbeschreibung noch nicht an die aktualisierte Hardware angepasst wurde. In diesem Fall werden Sie durch Ihre Betreuer in die aktualisierten Auswertemethoden eingeführt. Dies betrifft vor allem die Methode zur Erstellung der Histogramme, die Sie für die Auswertung der Daten benötigen. Die physikalische Aufgabenstellung bleibt jedoch die gleiche.

Karlsruhe, den 12.4.2021, Joachim Wolf

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Art und Eigenschaften der Strahlung und Teilchen	3
2.1 Der α -Zerfall	3
2.2 Der β -Zerfall	6
2.2.1 Der β^- -Zerfall	7
2.2.2 Der β^+ -Zerfall	7
2.2.3 Der Elektroneneinfang	8
2.2.4 Der β -Zerfall als Drei-Teilchen-Problem	8
2.2.5 Die Form des β -Spektrums	10
2.3 Der Gamma-Zerfall	13
2.4 Die innere Konversion	14
2.5 Neutronenquellen	15
2.6 Standardmodell der Teilchenphysik	16
3 Die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	21
3.1 Geladene Teilchen	21
3.1.1 Die Bethe-Bloch-Formel	22
3.1.2 Die Bremsstrahlung	25
3.2 Ungeladene Teilchen	28
3.2.1 Das Neutron	28
3.2.1.1 Elastische Streuung von Neutronen an Kernen	28
3.2.1.2 Neutroneninduzierte Kernreaktionen	29
3.2.1.3 Neutroneninduzierte Kernspaltung	30
3.2.2 Das Gamma-Quant	30
3.2.2.1 Der Comptoneffekt	32
3.2.2.2 Der Photoeffekt	36
3.2.2.3 Die Paarerzeugung und Paarvernichtung	40
3.2.2.4 Der totale Absorptionskoeffizient für elektromagnetische Strahlung in Materie	46
4 Strahlungsdetektoren	49
4.1 Detektoren mit direktem Nachweis der Ionisation.	49
4.1.1 Die Gaszählrohre	49
4.1.1.1 Die Ionisationskammer	52
4.1.1.2 Das Proportionalzählrohr	57
4.1.1.3 Das Auslösezählrohr oder Geiger-Müller-Zählrohr	60
4.1.1.4 Überblick der Eigenschaften von Zählrohren	64
4.1.2 Die Halbleiterdetektoren	65
4.1.2.1 Der Kristalldetektor	65

4.1.2.2	Der Sperrsichtdetektor	67
4.1.2.3	Der Lithium-Drift Detektor	70
4.1.2.4	Die Energie- und Zeitauflösung	71
4.1.2.5	Die Impulsform der Halbleiterdetektoren	73
4.2	Detektoren mit Nachweis der Ionisation durch Emission von Licht	73
4.2.1	Der Szintillationsdetektor	73
4.2.1.1	Der anorganische Szintillator	76
4.2.1.2	Der organische Szintillator	79
4.2.1.3	Vergleich der anorganischen und organischen Szintillatoren	80
4.2.1.4	Die Impulsform des Szintillationszählers	82
5	Die Verarbeitung der Detektorsignale	85
5.1	Der Analogteil	86
5.1.1	Die Verstärkung der Signale	87
5.1.2	Die Impulsformung	88
5.1.2.1	Einfache RC-Differentiation	88
5.1.2.2	RC-Integration	89
5.1.2.3	Einfache RC-Differentiation und nachfolgende ein- oder mehrfache Integration	89
5.1.2.4	Doppelte Differentiation und nachfolgende mehrfache Integration	89
5.1.2.5	Einfache Verzögerungsleitung	90
5.2	Der Analog-zu-Digital-Konverter (ADC)	92
5.2.1	Der Integraldiskriminator	92
5.2.2	Der Differentialdiskriminator oder Einkanalanalysator	92
5.2.3	Der Vielkanalanalysator	93
5.3	Die Zeitinformation in den Diskriminatoren	94
5.3.1	Die Koinzidenz	95
5.3.1.1	Der Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter	96
5.4	Der digitale Teil	97
5.5	Der Aufbau der Experimente in Blockschaltbildern	98
5.6	Die Messgröße	99
5.6.1	Die Identifizierung und Diskriminierung von Teilchen	99
5.6.2	Die Energiediskriminierung	100
5.6.3	Die zeitliche Korrelation der Strahlung	100
5.6.3.1	Die Koinzidenzmessung	101
5.6.3.2	Die Zeitmessung	102
5.6.4	Andere Methoden	102
5.7	Die Blockschaltbilder	103
5.7.1	Bestimmung der Zählrate von ausgewählten Ereignissen	103
5.7.2	Bestimmung des Energiespektrums mit einem Vielkanalanalysator	104
5.7.3	Messung des Energiespektrums ausgewählter Ereignisse	104
5.7.4	Die Koinzidenzmessung	105
5.7.5	Die Zeitmessung	106
6	Datenanalyse und Fehlerrechnung	109
6.1	Bedeutung der statistischen Datenauswertung und vorhandene Grundlagen	109
6.2	Theoretische Grundlagen	111
6.2.1	Grundlagen des Maximum-Likelihood Verfahrens: Schätzung der Parameter einer Verteilungsdichte	111

6.2.2	Bestimmung der Parameterunsicherheiten und Intervallschätzung	111
6.2.3	Anpassung von Verteilungsdichten an Histogramme	112
6.2.4	Maximum-Likelihood und Methode der kleinsten Fehlerquadrate	113
6.3	Praktische Hinweise	115
6.3.1	Konstruktion der Kovarianzmatrix	115
6.3.2	Berücksichtigung externer und eingeschränkter Parameter	116
6.3.3	Bestimmung von Ausschlussgrenzen und Signifikanzniveaus	117
7	Die Versuche	119
7.1	Versuch (B): Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen	120
7.1.1	Aufgaben	120
7.1.2	Einführung	120
7.1.2.1	Diffusion	120
7.1.2.2	Ramsauereffekt	121
7.1.2.3	Drift und Beweglichkeit	122
7.1.2.4	Zählgase und Quencher	123
7.1.2.5	Einfluß des Löschgasanteils auf die Driftgeschwindigkeit	123
7.1.3	Prinzip der Messung	124
7.1.4	Durchführung des Versuchs	126
7.1.5	Literatur	128
7.2	Versuch (B): Paritätsverletzung beim β -Zerfall	130
7.2.1	Aufgaben	130
7.2.2	Einführung	130
7.2.2.1	Die Parität	130
7.2.2.2	Die Polarisation von Teilchen und Photonen	132
7.2.3	Prinzip der Messung	134
7.2.3.1	Die Polarisation der Bremsstrahlung	134
7.2.3.2	Die Messung der Zirkularpolarisation von γ -Quanten	136
7.2.4	Aufbau und Durchführung	138
7.2.5	Auswertung und Fehlerrechnung	139
7.2.6	Literatur	139
7.3	Versuch (B): Der Comptoneffekt	140
7.3.1	Aufgaben	140
7.3.2	Einführung	140
7.3.3	Der Wirkungsquerschnitt	141
7.3.4	Aufbau und Durchführung	143
7.3.5	Literatur	145
7.3.6	Angaben zum Versuch	145
7.3.6.1	Wirkungsquerschnitt für den Comptoneffekt nach Klein-Nishina	146
7.4	Versuch (B): Die Lebensdauer des Positroniums	147
7.4.1	Aufgaben	147
7.4.2	Einführung	147
7.4.2.1	Paarvernichtung	147
7.4.2.2	Bildung von Positronium	149
7.4.2.3	Nachweis von Positronium	150
7.4.2.4	Positronium in Festkörpern	150
7.4.3	Prinzip der Messung	151
7.4.4	Aufbau und Durchführung	151
7.4.5	Auswertung	153
7.4.6	Literatur	153

7.5	Versuch (B): Neutronendiffusion	154
7.5.1	Aufgaben	154
7.5.2	Einführung	154
7.5.2.1	Definition des Neutronenflusses	154
7.5.2.2	Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie	155
7.5.2.3	Die Thermalisierung der Neutronen	156
7.5.2.4	Ausbreitung thermischer Neutronen: Diffusionstheorie	157
7.5.3	Prinzip der Messung	158
7.5.3.1	Relaxationslänge	158
7.5.3.2	Diffusionslänge. Die Cd-Differenzmethode	159
7.5.4	Aufbau und Durchführung	160
7.5.5	Literatur	160
7.6	Versuch (B): Messung der Winkelkorrelation von γ -Strahlung	161
7.6.1	Aufgabe	161
7.6.2	Einführung	161
7.6.3	Aufbau und Durchführung	164
7.6.4	Auswertung	165
7.6.5	Literatur	166
7.7	Versuch (M): Eigenschaften von Silizium-Streifendetektoren	167
7.7.1	Aufgabe	167
7.7.2	Einführung	167
7.7.3	Experimentelles Setup und Vorbereitung	174
7.7.3.1	Das EASY	174
7.7.3.2	Siliziumstreifensensoren	176
7.7.4	Datenauslese	178
7.7.4.1	<code>alibaba-gui</code>	178
7.7.4.2	Chip Front-End	178
7.7.4.3	Pedestal	178
7.7.4.4	Latenz	179
7.7.4.5	Kalibration	180
7.7.4.6	Strahlungsquellenlauf	180
7.7.4.7	Clustering	180
7.7.4.8	Lasersynchronisation	180
7.7.4.9	Laser-Lauf	180
7.7.4.10	Dateiformat	181
7.7.4.11	<code>alibaba-analysis</code>	181
7.7.5	Experimenteller Ablauf	181
7.7.5.1	Das Setup kennenlernen	181
7.7.5.2	Elektrische Charakterisierung	181
7.7.5.3	Rauschen	182
7.7.5.4	Kalibration	182
7.7.5.5	Clustering	182
7.7.5.6	Vollständiger Lauf	183
7.7.5.7	Ladungssammlung	183
7.7.5.8	Themen für die Vorbereitung:	183
7.8	Versuch (M): Eigenschaften der Elementarteilchen	184
7.8.1	Aufgabe	184
7.8.2	Einführung	184
7.8.3	Grundlagen	185
7.8.3.1	Das Dimyonspektrum	185

7.8.3.2	Der Drell-Yan-Prozess	185
7.8.3.3	Zerfallsbreite und Lebensdauer	186
7.8.3.4	Abweichungen der Form der Resonanzen von der erwarteten Form	187
7.8.3.5	Spezielle Resonanzen im Dimyonspektrum	188
7.8.4	Versuchsablauf	190
7.8.4.1	Datensatz und Software	190
7.8.4.2	Betrachten von Ereignissen im Event-Display	190
7.8.4.3	Klassifizierung der Myonen	190
7.8.4.4	Analyse der Z-Resonanz	191
7.8.4.5	Bestimmung einer Untergrundparametrisierung	191
7.8.4.6	Abschätzung der Detektorauflösung	192
7.8.4.7	Fit der Z-Resonanz	193
7.8.4.8	Themen für die Vorbereitung:	193
7.9	Versuch (M): Gamma-Koinzidenzspektroskopie	195
7.9.1	Aufgaben	195
7.9.2	Einführung	195
7.9.3	Prinzip der Messung	196
7.9.4	Durchführung des Versuchs	198
7.9.5	Literatur	198
7.10	Versuch (M): Kosmischer Myon-Untergrund im KATRIN Experiment	199
7.10.1	Aufgabe	199
7.10.2	Einführung	199
7.10.3	Grundlagen	199
7.10.3.1	Das KATRIN Experiment	199
7.10.3.2	Myonteskop	200
7.10.3.3	Datenaufnahme	200
7.10.3.4	Koinzidenzen	200
7.10.4	Versuchsablauf	202
7.10.4.1	Messungen	202
7.10.4.2	Software zur Datenanalyse	203
7.10.5	Datenauswertung	203
7.10.6	Themen für die Vorbereitung	204
7.11	Versuch (M): Eigenschaften kosmischer Myonen	205
7.11.1	Aufgaben	205
7.11.2	Einführung	205
7.11.2.1	Zusammensetzung der Höhenstrahlung	205
7.11.2.2	Die Abbremsung der Myonen in Materie	208
7.11.2.3	Die Polarisation der Myonen	208
7.11.2.4	Der Nachweis des Myonzerfalls	210
7.11.2.5	Die Präzession der Myonen im Magnetfeld	211
7.11.3	Prinzip der Messung	211
7.11.4	Aufbau und Durchführung	213
7.11.5	Literatur	217
7.12	Versuch (M): Der Mößbauereffekt	218
7.12.1	Aufgaben	218
7.12.2	Einführung	218
7.12.2.1	Resonanzabsorption	218
7.12.2.2	Der Mößbauereffekt	221
7.12.2.3	Der experimentelle Nachweis des Mößbauereffekts	223

7.12.2.4 Aufspaltung und Verschiebung der Resonanzlinie	224
7.12.3 Prinzip der Messung	229
7.12.4 Aufbau des Versuches	230
7.12.4.1 Das Mößbauer-Antriebssystem	231
7.12.4.2 Der Funktionsgenerator (DFG: Digital Function Generator)	231
7.12.4.3 Der Mößbauer Velocity Calibrator	232
7.12.4.4 Datenaufnahme mit dem Red-Pitaya	234
7.12.5 Literatur	237
7.12.6 Angaben	237
A Tabellen	239
A.1 Termschemata der verwendeten Nuklide	240
A.2 Fermi-Funktionen	244
B Strahlenschutzanweisung	247
B.1 Organisation des Strahlenschutzes	247
B.2 Für den Strahlenschutz wesentlicher Betriebsablauf	248
B.2.1 Ziel der Praktika	248
B.2.2 Tätigkeitsvoraussetzungen	248
B.2.3 Verhaltensregeln	248
B.2.4 Regeln zum Betrieb	249
B.2.5 Beförderung von radioaktiven Stoffen	250
B.2.6 Strahlenschutzbereiche und Zutrittsregelungen	250
B.2.7 Schlüsselregelung	250
B.2.8 Unterweisung	250
B.2.9 Ermittlung der Körperdosis	250
B.3 Funktionsprüfung und Wartung	251
B.4 Alarmübungen, Unfälle und Störfälle	251
B.4.1 Alarmübungen	251
B.4.2 Unfälle und Störfälle	251
B.5 Einwirkungen Dritter, Abhandenkommen eines Strahlers	251
Literaturverzeichnis	253
Index	257

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Einführung in das kernphysikalische Praktikum an der Universität Karlsruhe soll den Studierenden bei der Vorbereitung und Durchführung kernphysikalischer Experimente behilflich sein. Sie soll ihnen einerseits die Orientierung in einem neuen oder doch zumindest wenig vertrauten Gebiet der Physik erleichtern, indem sie in handlicher Form die wichtigsten Begriffe und Methoden behandelt, die sie sich sonst nur mit beträchtlichem Zeitaufwand aus mehreren Quellen erarbeiten können.

Andererseits soll erreicht werden, die auf den ersten Blick in verwirrender Vielfalt erscheinenden Meßmethoden und Messprobleme im Hinblick auf Gemeinsamkeiten zu klassifizieren und in einer übersichtlichen Weise darzustellen. Selbstverständlich soll sie eine Vorlesung über Kernphysik und das Studium der Literatur nicht ersetzen.

Die Einführung ist in drei Teile gegliedert. Im ersten Teil, (Kap.2-4), sind die Grundlagen behandelt: das sind Art und wichtigste Eigenschaften der im Praktikum auftretenden Strahlung, die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie und schließlich die Strahlungsdetektoren. Dieser Teil enthält die wichtigsten Begriffe der Kernphysik, soweit sie hier Verwendung finden, und die physikalischen Grundlagen des kernphysikalischen Messens. Er bildet den Hintergrund des Wissens, der für das Verständnis und die Durchführung jedes Versuchs vorausgesetzt wird. Für den Abschnitt über die Detektoren gilt dies nur mit Einschränkung, weil darin mehr Wert auf eine ausführliche Beschreibung der Eigenschaften und Wirkungsweisen gelegt wurde, als in den meisten Fällen üblich ist.

Im zweiten Teil, (Kap.5-6) werden die Elektronik und der Aufbau der Experimente durch Blockschaltbilder behandelt. Durch die moderne Einschubtechnik, in der die elektronischen Funktionen in getrennten Einheiten realisiert sind, ist es möglich, alle Experimente durch Kombination weniger Einschübe aufzubauen. Die Blockschaltbilder, welche die elektronischen Funktionen beschreiben, sind deshalb weitgehend Abbilder des tatsächlichen Aufbaus. Um die in den Experimenten anfallende Information zu gewinnen und zu verarbeiten, sind nur wenige Standardaufbauten erforderlich, die hier angegeben werden.

Der dritte Teil, der Versuchsteil, enthält die Aufgabenstellung, die Beschreibung der Anordnung, Durchführung und Auswertung der einzelnen Versuche und, soweit dies notwendig ist, auch eine Einführung in die physikalischen Grundlagen. Dabei werden alle Größen eingeführt und alle Formeln angegeben, die verwendet werden, doch wird es oft nützlich sein, zum tieferen Verständnis auch die Literatur heranzuziehen, die für jeden Versuch angegeben ist.

Der Anhang umfasst neben Tabellen für die β -Spektroskopie die Termschemata aller im Praktikum verwendeten Präparate, das Literaturverzeichnis und insbesondere ein Stichwortverzeichnis, das den Umgang mit diesem Buch erleichtern soll.

Kapitel 2

Art und Eigenschaften der Strahlung und Teilchen

Im Praktikum wird mit der Strahlung aus radioaktiven Zerfällen, mit Myonen aus der kosmischen Höhenstrahlung und mit Daten des CMS-Teilchendetektors (LHC, Cern) gearbeitet. Bei den meisten Experimenten werden künstlich erzeugte Isotope verwendet, bei deren Zerfall α -Teilchen, Elektronen (β^-), Positronen (β^+), γ -Quanten oder Neutronen entstehen können. Die Energie dieser Quanten liegt in der Größenordnung zwischen keV und wenigen MeV. Die Experimente beschränken sich auf die Untersuchung der Eigenschaften dieser Teilchen und der durch sie zugänglichen Eigenschaften der Kerne, sowie auf ihre elektromagnetische Wechselwirkung mit der Materie. Nicht vertreten ist der große Bereich der Kernreaktionen, d.h. die starke Wechselwirkung und die mit ihr verbundenen Fragen der Reaktions- und Kernmodelle.

Im Folgenden werden der radioaktive Zerfall und die wichtigsten Eigenschaften der dabei emittierten Teilchen besprochen. Daran schließt sich ein Unterkapitel über Neutronenquellen an, gefolgt von einer Einführung in die wichtigsten Elemente des Standardmodells der Teilchenphysik.

2.1 Der α -Zerfall

Beim α -Zerfall geht ein Mutterkern mit der Ordnungszahl Z und der Massenzahl A unter Emision eines ${}^4\text{He}$ -Kerns, des α -Teilchens ($Z = 2, A = 4$), in einen Kern mit der Ordnungszahl $Z - 2$ und der Massenzahl $A - 4$ über (Abb. 2.1). Der Zerfall lässt sich symbolisch schreiben

$${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He \quad (2.1)$$

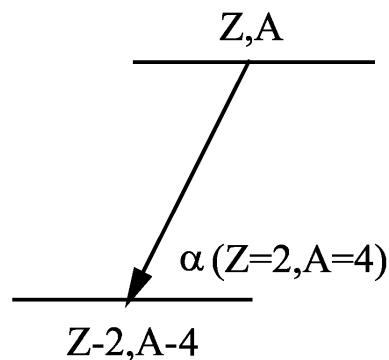


Abbildung 2.1: α -Zerfall.

Auf beiden Seiten der Zerfallsgleichung steht die gleiche Anzahl von Protonen (Z) und die gleiche Anzahl von Nukleonen (A). Dies ist eine Eigenschaft aller radioaktiven Zerfälle: die Baryonenanzahl und die Ladung gehorchen Erhaltungssätzen.

Der Zerfall in 2.1 ist energetisch möglich, wenn die Kernmasse auf der linken Seite größer ist als die Summe der Kernmassen auf der rechten. Fügt man auf beiden Seiten Z Elektronenmassen hinzu, dann können die Kernmassen durch die Atommassen M ausgedrückt werden und die Bedingung für den Zerfall ist, dass die Zerfallsenergie Q positiv ist. Also

$$Q = [M(Z, A) - M(Z - 2, A - 4) - M({}_2^4 He)] \cdot c^2 \quad (2.2)$$

Nach dem Energiesatz ist:

$$Q = E_{\text{kin}}(\alpha) + E_{\text{kin}}(Y) \quad (2.3)$$

Der Impulssatz verlangt (nichtrelativistisch)

$$m_\alpha \cdot E_{\text{kin}}(\alpha) = m_Y \cdot E_{\text{kin}}(Y) \quad (2.4)$$

Daraus folgt

$$E_{\text{kin}}(\alpha) = Q \cdot \frac{m_Y}{m_Y + m_\alpha} \quad (2.5)$$

Das α -Teilchen erhält also beim Zerfall eine diskrete Energie, die durch den Q -Wert und die Masse des Mutterkerns bestimmt ist. Die radioaktive α -Strahlung ist deshalb monochromatisch.

Mit Hilfe der semiempirischen Massenformel von Weizsäcker [1], welche die Abhängigkeit der Kernmassen von der Ordnungs- und der Massenzahl angibt, lässt sich abschätzen, für welche Kerne die Zerfallsbedingung erfüllt ist. Danach sollten alle Kerne mit $A > 150$ instabil gegenüber dem α -Zerfall sein. Beobachtet wird in der Tat, dass alle α -instabilen Kerne in der Tat Massenzahlen größer als 150 haben. Es gibt aber auch Kerne, die in diesem Bereich stabil sind. Die Erklärung dafür ist, dass in vielen Fällen die zur Verfügung stehenden Zerfallsenergien sehr klein sind, so dass, wie weiter unten noch besprochen wird, die Zerfallswahrscheinlichkeiten extrem gering sind und die Zerfälle dann nicht mehr nachgewiesen werden können.

Die experimentell bestimmten Lebensdauern liegen im weiten Bereich von 10^{-6} s bis 10^{17} s. Selbst die kürzesten sind aber noch sehr groß gegenüber der für die starke Wechselwirkung charakteristischen Zeit von 10^{-21} s, die ein schnelles Teilchen benötigt, um einen Kern zu durchfliegen. Das bedeutet, dass auch die α -radioaktiven Kerne verhältnismäßig stabile Gebilde sind.

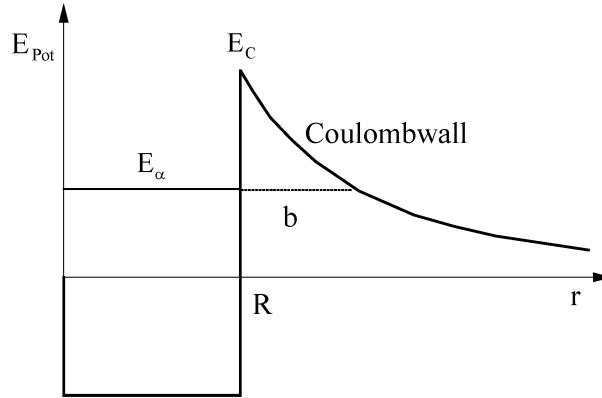
Die mittlere Lebensdauer τ oder die Zerfallswahrscheinlichkeit λ hängen von der kinetischen Energie E_{kin} der α -Teilchen ab. Es wurde zunächst ein empirischer Zusammenhang gefunden (Geiger-Nuttal) der Form

$$\begin{aligned} \log_{10}(\lambda) &= a - b \cdot Z \cdot (E_\alpha)^{-1/2} \\ a, b &= \text{konst.} \end{aligned} \quad (2.6)$$

die ausdrückt, dass mit zunehmender α -Energie die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls sehr schnell zunimmt.

Eine Erklärung des α -Zerfalls, wie die des radioaktiven Zerfalls überhaupt, ist in der klassischen Physik nicht möglich. Hier kann ein Teilchen mit einer bestimmten kinetischen Energie einen Potentialwall, der höher ist als diese Energie, nicht überwinden: es wird am Potentialwall reflektiert. Ist es einmal von einem Wall umgeben, dann bleibt es für immer darin gefangen.

In der Quantenmechanik jedoch gibt es den Tunneleffekt. Danach besteht für ein Teilchen beim Stoß mit einem Potentialwall eine endliche Wahrscheinlichkeit, den Wall zu durchdringen.

Abbildung 2.2: Tunneleffekt beim α -Zerfall.

Dies ist nicht so zu verstehen, dass beim experimentellen Versuch, das Teilchen nachzuweisen, sich ergeben würde, dass ein gewisser Bruchteil des Teilchens sich innerhalb des Walls befindet, während der Rest außerhalb ist. Um die quantenmechanische Wahrscheinlichkeitsaussage zu verifizieren, müssen *viele* Teilchen nachgewiesen werden. Es zeigt sich dann, dass von allen Teilchen eine *bestimmte Anzahl* sich jenseits des Walles befindet, die genau der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des einzelnen Teilchens dort entspricht. Diese Teilchen haben sich so verhalten, als ob sie den Wall durchtunnelt hätten. Daher der Name Tunneleffekt.

Es war Gamov, der auf der Grundlage des Tunneleffekts eine Theorie des α -Zerfalls entwickelt hat. Dabei liegen die folgenden Vorstellungen zugrunde. Der Kern wird als eine endlich ausgedehnte Ansammlung von Protonen und Neutronen betrachtet, in der sich ein α -Teilchen mit einer bestimmten kinetischen Energie gebildet hat. Die Nukleonen und das α -Teilchen unterliegen der starken Wechselwirkung, welche die (relative) Stabilität des Kerns gewährleistet und die in ihrer Auswirkung auf das α -Teilchen wegen ihrer endlichen Reichweite als ein Potentialtopf beschrieben werden kann. Dieser hat eine endliche Tiefe, er ist zylindersymmetrisch, und seine Ausdehnung wird mit dem Kernradius R gleichgesetzt. Außerhalb des Kerns unterliegt das α -Teilchen nur der elektromagnetischen Coulomb-Wechselwirkung. Die Coulomb-Energie verschwindet in unendlich großer Entfernung, sie nimmt bei Annäherung an den Kern zu und erreicht am Kernrand den maximalen Wert

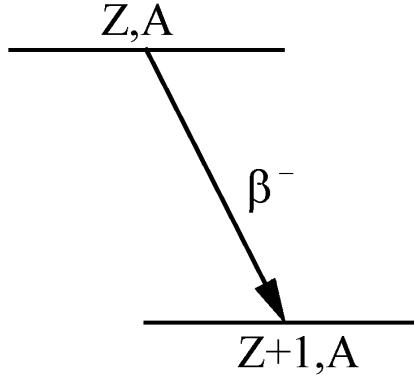
$$E_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{R} \quad (2.7)$$

mit Z , der Ladung des Kerns und z der Ladung des α -Teilchens.

Das Potential des α -Teilchens als Funktion seiner Entfernung r vom Kernmittelpunkt hat demnach den in Abb. 2.2 gezeigten Verlauf. Innerhalb des Kerns ($r < R$) wirken die Kernkräfte mit kurzer Reichweite, die durch den Potentialtopf dargestellt sind. Außerhalb ($r > R$) ist die langreichweitige Coulombkraft maßgebend. Für ein Teilchen innerhalb des Kerns, dessen Energie kleiner ist als die Coulomb-Energie E_c , gibt es in der klassischen Physik keine Möglichkeit, den Kern zu verlassen. In der Quantenmechanik ist dies nur der Fall für Teilchen mit negativer Energie, für die der Potentialwall unendlich breit ist. Für Teilchen mit positiver Energie, z.B. E_α in Abb. 2.2, besteht eine bestimmte Wahrscheinlichkeit, den nur endlich breiten Potentialwall zu durchdringen. Geschieht dies, dann verhält es sich energetisch so, als ob es längs der gestrichelten eingezeichneten Linie den Wall durchtunnelt hätte.

Die Wahrscheinlichkeit des Durchdringens lässt sich berechnen und ist näherungsweise

$$T = \exp - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{8 \cdot z \cdot Z \cdot e^2 \cdot m \cdot b}{\hbar^2} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

Abbildung 2.3: β^- -Zerfall.

wobei

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{E_\alpha} \quad (2.9)$$

E_α ist die kinetische Energie des α -Teilchens in großer Entfernung vom Kern, m seine Masse. T heißt Transmissionskoeffizient, er ist definiert als das Verhältnis des den Potentialwall durchdringenden Flusses zum einfallenden Fluss.

Die Gl. 2.8 enthält die wichtigsten Eigenschaften des Tunneleffekts. Die Transmission nimmt sehr stark ab mit zunehmender Höhe des Walles, die in diesem Falle durch die Ladung $Z \cdot e$ des Kerns und $z \cdot e$ des Teilchens gegeben ist. Sie nimmt ebenfalls stark ab mit zunehmender Breite b , was wegen Gl. 2.9 gleichbedeutend ist mit abnehmender Energie des Teilchens. Die Abhängigkeit von m besagt, dass leichte Teilchen schneller tunneln als schwere. Beim Übergang zur klassischen Mechanik ($h = 0$) verschwindet die Transmission, das Durchdringen eines Potentialwalls ist dann nicht mehr möglich.

Mit Gl. 2.8 lässt sich dann die Zerfallskonstante λ schreiben

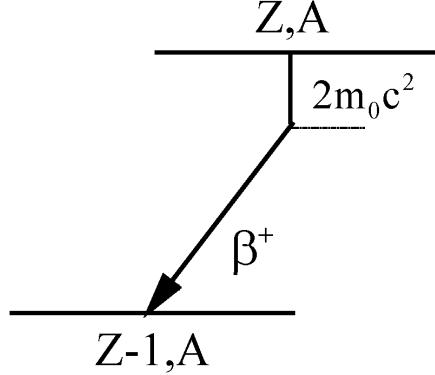
$$\lambda = \frac{v}{2R} \cdot T \quad (2.10)$$

Dieser Formel liegt eine sehr einfache Vorstellung zugrunde. Es wird angenommen, dass sich das α -Teilchen im Inneren des Kerns mit der Geschwindigkeit v frei bewegt. Jedes Mal wenn es an den Rand gelangt, besteht die Wahrscheinlichkeit T zum Verlassen des Kerns. Die Wahrscheinlichkeit eines α -Zerfalls pro Zeiteinheit ist dann gegeben durch das Produkt von T und der Anzahl der Aufenthalte am Kernrand pro Zeiteinheit. Diese letztere ist die reziproke Zeit, die das Teilchen für das Durchqueren des Kerns benötigt, und das ist $2R/v$.

Die Gl. 2.10, die nur eine grobe Näherung darstellt, da z.B. die Abhängigkeit von T vom Kernradius unberücksichtigt bleibt, erklärt die experimentell gefundene Tatsache, dass λ sich in einem sehr weiten Bereich ändern kann, wenn E_α sich nur geringfügig ändert.

2.2 Der β -Zerfall

Unter dem β -Zerfall versteht man alle Zerfallsmöglichkeiten eines Kerns, bei denen die Anzahl der Nukleonen, d.h. die Massenzahl A , konstant bleibt, und die Kernladungszahl Z sich um eine Einheit ändert. Es gibt drei Arten davon: β^- -Zerfall, β^+ -Zerfall und Elektroneneinfang.

Abbildung 2.4: β^+ -Zerfall.

2.2.1 Der β^- -Zerfall

Beim β^- -Zerfall emittiert der Kern ein Elektron und erhöht seine Kernladungszahl von Z auf $Z+1$ (Abb. 2.3). Energetisch möglich ist dieser Prozess, wenn die Masse des Mutterkerns größer ist als die des Tochterkerns und einer Elektronenmasse m_0 . Die Übergangsenergie E^{β^-} ist die Differenz dieser Massen. Sie kann in Kernmassen m oder in Atommassen M ausgedrückt werden. Es ist

$$\begin{aligned} E^{\beta^-} &= [m(Z, A) - m(Z + 1, A) - m_0] \cdot c^2 \\ &= [M(Z, A) - M(Z + 1, A)] \cdot c^2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Natürlich sind die beiden Darstellungen äquivalent, da gilt

$$M(Z, A) = m(Z, A) + Z \cdot m_0$$

und die Differenz der Bindungsenergien der Hüllenelektronen zweier Atome, die sich um eine Ordnungszahl unterscheiden, vernachlässigt werden kann.

2.2.2 Der β^+ -Zerfall

Beim β^+ -Zerfall emittiert der Kern ein Positron und erniedrigt seine Kernladungszahl um eine Einheit von Z auf $Z-1$. Die Übergangsenergie E^{β^+} muss positiv sein.

$$\begin{aligned} E^{\beta^+} &= [m(Z, A) - m(Z - 1, A) - m_0] \cdot c^2 \\ &= [M(Z, A) - M(Z - 1, A) - 2 \cdot m_0] \cdot c^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Das Termschema des Zerfalls ist in Abb. 2.4 dargestellt. Darin sind die Grundzustände der Kerne in *atomaren* Masseneinheiten angegeben nicht in *Kernmassen*. Diese Art der Darstellung hat historische und praktische Gründe. Massen wurden und werden mit Massenspektrometern gemessen, und die messen *Atommassen*. Wie man sieht, steht nicht die gesamte Energiedifferenz für den Zerfall zur Verfügung, sondern nur die um die Ruhenergie zweier Elektronen verminderte. Hätte man als Energiemaßstab *Kernmassen* benutzt, läge der Grundzustand um genau diesen Betrag tiefer und das Bild wäre analog zum β^- -Zerfall.

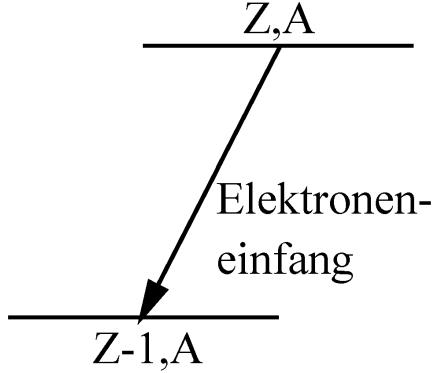


Abbildung 2.5: Elektroneneinfang.

2.2.3 Der Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang (EC: electron capture) fängt sich der Kern ein Elektron aus der Hülle ein und erniedrigt dabei die Kernladungszahl um eine Einheit. Die Übergangsenergie ist durch den Überschuss der Masse des Mutterkerns zuzüglich einer Elektronenmasse über die Masse des Tochterkerns gegeben.

$$\begin{aligned} E^{\text{EC}} &= [m(Z, A) - m(Z - 1, A) + m_0] \cdot c^2 \\ &= [M(Z, A) - M(Z - 1, A)] \cdot c^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

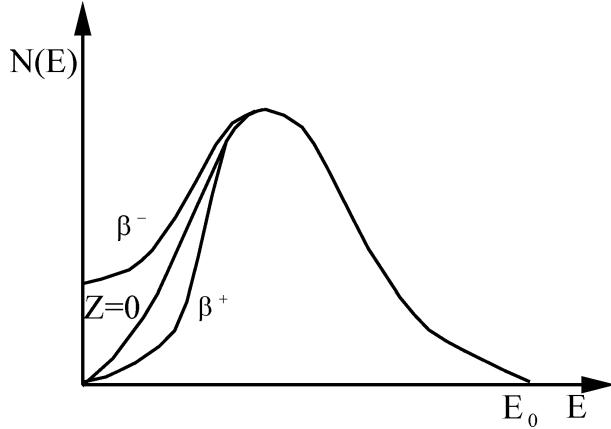
Der Vergleich von Gl. 2.12 und Gl. 2.13 zeigt, dass Elektroneneinfang und β^+ -Zerfall gleichzeitig auftreten, wenn das Mutteratom um mehr als zwei Elektronenmassen schwerer ist als das Tochteratom. Reinen Elektroneneinfang gibt es für geringere Massenunterschiede.

Bevorzugt eingefangen werden die Elektronen aus den inneren Schalen. Der Grund dafür ist, dass diese (besonders die K-Schale) eine größere Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns haben als die aus den äußeren.

2.2.4 Der β -Zerfall als Drei-Teilchen-Problem

Die β^+ - oder β^- -Zerfälle kann man direkt nachweisen, indem man die Energiespektren der dabei emittierten Teilchen misst. Sie sind im Gegensatz zum α -Zerfall kontinuierlich. Gehen die Zerfälle nicht zum Grundzustand, sondern zu angeregten Zuständen, dann können auch Elektronen mit diskreten Energien auftreten. Sie entstehen durch innere Konversion der Anregungsenergie. Näheres darüber steht im Kapitel über den γ -Zerfall.

Anders ist es beim Elektroneneinfang. Da hier keine geladenen Teilchen entstehen, kann der Zerfall nur indirekt über die vom Tochterkern emittierte Strahlung nachgewiesen werden. Diese Strahlung kommt wie folgt zustande. Nach dem Elektroneneinfang des Mutterkerns befindet sich das Tochteratom in einem hoch angeregten Zustand, da ihm ein Elektron in einer inneren Schale fehlt. Das Elektronenloch wird aufgefüllt durch den Übergang eines Elektrons aus dem Kontinuum oder einer höheren Schale. Dabei wird die Anregungsenergie (gleich Bindungsenergie des im Kern verschwundenen Elektrons) abgegeben. Es gibt zwei Möglichkeiten. Entweder wird ein Photon emittiert, die sog. charakteristische Röntgenstrahlung (charakteristisch steht für die Ordnungszahl des Atoms), oder die Anregungsenergie wird auf ein Elektron in einer höheren Schale übertragen. Dies ist der Auger-Effekt. Das Elektron wird mit einer diskreten Energie, nämlich der Differenz zwischen der Anregungsenergie des Lochs und der Bindungsenergie des Auger-Elektrons, aus der Hülle emittiert.

Abbildung 2.6: Form des β -Spektrums.

Die kontinuierliche Form der Energiespektren (Abb. 2.6) der beim β -Zerfall emittierten Elektronen und Positronen konnte nach der Entdeckung nicht sofort erklärt werden. Aus den Zerfallsschemata Gl. 2.3 und Gl. 2.4 erwartet man, dass die Leptonen genau wie die α -Teilchen beim α -Zerfall eine diskrete Energie besitzen, die gleich der zu Verfügung stehenden Übergangsenergie ist. Experimentell wurde aber festgestellt, dass nur wenige Teilchen die Übergangsenergie E_0 haben, und dass diese der *maximalen* Energie des Spektrums entspricht. Es wurde die Hypothese aufgestellt, dass die β -Teilchen zwar mit der Übergangsenergie emittiert werden, auf ihrem weiteren Weg aber mehr oder weniger abgebremst werden sollten. Diese Ansicht konnte man durch kalorimetrische Messungen widerlegen, bei denen sich gezeigt hat, dass die mittlere kinetische Energie der β -Teilchen kleiner ist als die Übergangsenergie. So schien der Energiesatz verletzt zu sein.

Den Ausweg aus dieser heiklen Lage hat Pauli gezeigt. Er postulierte, dass beim β -Zerfall neben dem geladenen noch ein weiteres, ungeladenes Teilchen emittiert werden sollte. Es wurde Neutrino genannt, da es sich neutral verhielt, d.h. mit den damaligen Apparaturen nicht nachgewiesen werden konnte. Inzwischen ist dies gelungen, und man weiß heute, dass das Neutrino ungeladen und sehr leicht ist und nur der schwachen Wechselwirkung unterliegt, weshalb es nur sehr schwer nachzuweisen ist.

Beim β -Zerfall gibt es im Endzustand drei Teilchen. Die Energie- und Impulserhaltung lassen zu, dass die Übergangsenergie beliebig auf diese verteilt werden kann. Die Rückstoßenergie des Tochterkerns kann vernachlässigt werden, da er sehr viel schwerer ist als ein Lepton. So kann das β -Teilchen mit allen Energien von null bis zur Übergangsenergie auftreten. Die jeweils fehlende Energie übernimmt das Neutrino. Es hat die kinetische Energie null, wenn das β -Teilchen die Maximalenergie hat und umgekehrt. Die Form des β -Spektrum ist somit verstanden. Mit dem Neutrino kann der β^- -Zerfall wie folgt geschrieben werden



Ein Neutron wandelt sich in ein Proton um, dabei entstehen ein Elektron und ein Antineutrino. Dieser Zerfall kommt tatsächlich vor, da ein Neutron schwerer ist als ein Proton und ein Elektron zusammen. Das freie Neutron ist instabil, seine Halbwertszeit ist ungefähr 10 min. Die Notwendigkeit, hier statt des Neutrinos dessen Antiteilchen einzuführen, folgt nicht aus den vorausgegangenen energetischen Betrachtungen. Es hat sich vielmehr erst im Laufe der Entwicklung der Theorie des β -Zerfalls ergeben, dass die Leptonen, zu denen auch das Neutrino zählt, immer als Lepton-Antilepton-Paar entstehen. Beim Zerfall des Neutrons entsteht so neben dem Teilchen Elektron das Antiteilchen Antineutrino.

Beim β^+ -Zerfall

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (2.15)$$

wird das emittierte Antiteilchen Positron vom Teilchen Neutrino begleitet. Der β -Zerfall eines freien Protons ist energetisch nicht möglich, es ist stabil. Nur wenn es in Kernen gebunden ist, kann durch die Bindungsenergie die für den Zerfall notwendige Energie aufgebracht werden.

Wird den Leptonen eine Quantenzahl, die Leptonenzahl, zugeordnet, derart, dass ein Lepton die Leptonenzahl +1 und ein Antilepton die Leptonenzahl -1 erhält, dann lässt sich das Auftreten eines Antineutrinos in Gl. 2.14 und eines Neutrinos in Gl. 2.15 als Gesetz von der Erhaltung der Leptonenzahl verstehen. Auf beiden Seiten der Beziehungen ist dann die Leptonenzahl null. Für den β -Zerfall gelten demnach die Erhaltungssätze der elektrischen Ladung, der Baryonenzahl und der Leptonenzahl.

Demnach ist klar, dass beim Elektroneneinfang

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e \quad (2.16)$$

ein Neutrino und nicht ein Antineutrino emittiert wird. In diesem Falle ist die Leptonenzahl auf beiden Seiten +1.

Die drei Zerfallsgleichungen für den β -Zerfall können in eine einzige, symmetrische, zusammengefasst werden. Sie enthält keine Antiteilchen mehr und lautet

$$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^- \quad (2.17)$$

Sie besagt, dass sich simultan mit der Umwandlung der Nukleonen die Umwandlung der Leptonen vollzieht. Die Gl. 2.17 von rechts nach links gelesen gibt den Elektroneneinfang wieder. Der β^- -Zerfall ergibt sich durch Hinzufügen je eines Antineutrinos auf beiden Seiten. Auf der linken Seite steht dann ein Neutrino-Antineutrino-Paar, das sich vernichtet und nicht mehr in der Gleichung mitgeführt wird. Auf gleiche Weise entsteht durch Hinzufügen von Positronen der β^+ -Zerfall.

2.2.5 Die Form des β -Spektrums

Die Form des β -Spektrums ist im Wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt, der den Teilchen im Endzustand zur Verfügung steht. Sie kann durch eine einfache Betrachtung hergeleitet werden. Nach der *Golden Rule* von Fermi ist die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit in ein Energieintervall dE_0 des Endzustandes gegeben durch

$$\omega_{fi} = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{dn}{dE_0} \cdot |H_{fi}|^2 \quad (2.18)$$

H_{fi} ist dabei das Übergangsmatrixelement, dn/dE_0 ist die Dichte der Endzustände im Intervall dE_0 . Die Größe ω_{fi} ist beobachtbar über die Zahl der pro Zeiteinheit emittierten β -Teilchen. Wenn dem Energieintervall dE_0 der Impulsbereich des Elektrons zwischen p und $p+dp$ entspricht, dann gilt

$$N(p) \cdot dp = \omega_{fi} \quad (2.19)$$

Die Zustandsdichte dn/dE_0 lässt sich wie folgt berechnen. Der Phasenraum eines Teilchens kann nach der Unschärferelation nicht kleiner sein als h^3 , denn es gilt

$$\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z \geq h^3 \quad (2.20)$$

Besitzt ein Elektron einen Impuls zwischen p und $p + dp$ und ist es im Volumen V lokalisiert, dann ist sein Phasenraum

$$V \cdot 4\pi \cdot p^2 \cdot dp \quad (2.21)$$

Die Zahl der Elektronen, die in diesem Phasenraum Platz haben, ist

$$dn_e = \frac{1}{h^3} \cdot V \cdot 4\pi \cdot p^2 \cdot dp \quad (2.22)$$

Analoges gilt für die Neutrinos mit Impulsen zwischen p_ν und $p_\nu + dp_\nu$

$$dn_\nu = \frac{1}{h^3} \cdot V \cdot 4\pi \cdot p_\nu^2 \cdot dp_\nu \quad (2.23)$$

Damit wird die Gesamtzahl der Zustände in dE_0

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{dn_e \cdot dn_\nu}{dE_0} = \left(\frac{4\pi}{h^3} \right)^2 \cdot V^2 \cdot p^2 \cdot dp \cdot p_\nu^2 \cdot dp_\nu \cdot \frac{1}{dE_0} \quad (2.24)$$

Für die weitere Rechnung werden zwei Näherungen gemacht. Erstens wird die Rückstoßenergie des Tochterkerns vernachlässigt. Dann ist

$$E_0 = E + E_\nu \quad (2.25)$$

wenn E und E_ν die kinetischen Energien des Elektrons bzw. des Neutrinos sind. Zweitens wird angenommen, dass das Neutrino eine vernachlässigbar kleine Ruhemasse hat. Dann gilt für den Impuls des Neutrinos

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{1}{c} \cdot (E_0 - E) \quad (2.26)$$

Nun kann der Neutrinoimpuls eliminiert werden, denn

$$p_\nu^2 \cdot \frac{dp_\nu}{dE_\nu} = \frac{1}{c^3} \cdot (E_0 - E)^2 \quad (2.27)$$

Schließlich ergibt sich dann

$$N(p) \cdot dp = K \cdot p^2 \cdot (E_0 - E)^2 \cdot |H_{fi}|^2 \cdot F(Z, E) \cdot dp \quad (2.28)$$

K ist eine energieunabhängige Konstante. Es ist noch der Faktor $F(Z, E)$, der von der Kernladungszahl der Tochter abhängt, eingefügt worden. Er heißt Fermi-Funktion und berücksichtigt die Coulomb-Wechselwirkung der emittierten Leptonen mit dem Tochterkern. Er ist für Elektronen und Positronen verschieden und ist im Anhang A.2 für verschiedene Kerne tabellierter.

In Abb. 2.6 ist die Anzahl der Elektronen über der kinetischen Energie, *bei der sie nachgewiesen werden*, nach Gl. 2.28 dargestellt. Das Spektrum erstreckt sich kontinuierlich von null bis zur Maximalenergie E_0 . Nicht maßstäblich ist das unterschiedliche Verhalten von Elektronen und Positronen aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung gezeichnet. Die mittlere Kurve gilt für einen ungeladenen Tochterkern, die elektrostatischen Kräfte sind abgeschaltet, die Fermi-Funktion ist konstant und gleich eins. Sie gibt deshalb das „reine“ Spektrum eines Drei-Körper-Zerfalls wieder. Man sieht, dass die Anzahl der Elektronen immer kleiner wird, wenn die kinetische Energie gegen null geht. Durch die Coulomb-Energie wird die Form des Spektrums bei kleinen Energien verändert. Die *Elektronen* werden nach der Emission *abgebremst*. Wenn sie also mit einer bestimmten Energie nachgewiesen werden, dann müssen sie anfangs eine höhere Energie gehabt haben. Höhere Energie heißt aber nach dem „reinen“ Spektrum, dass mehr Elektronen auftreten. Deshalb setzt das Elektronenspektrum bei der (Nachweis-)Energie null mit einem endlichen

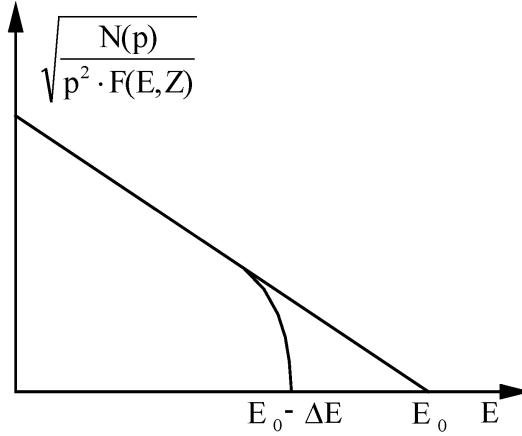


Abbildung 2.7: Kurie-Plot.

Wert ein und liegt bei kleinen Energien insgesamt höher als ohne Anziehung. Umgekehrt werden die *Positronen beschleunigt*, was eine Ausdünnung des Spektrums bei kleinen Energien nach sich zieht.

Mit der Gl. 2.28 können das Übergangsmatrixelement H_{if} und die Übergangsenergie E_0 bestimmt werden. Dazu wird sie in einer bezüglich der Energie E linearisierten Form geschrieben, die nach ihrem Erfinder Kurie-Plot heißt.

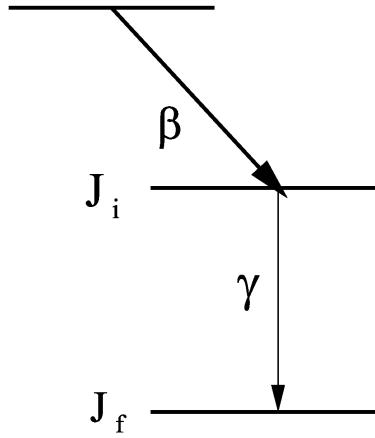
$$\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 \cdot F(E, Z)}} = C \cdot (E_0 - E) \cdot |H_{fi}| \quad (2.29)$$

Die Zählrate $N(p)$ wird in Abhängigkeit des Elektronenimpulses p gemessen. Auf der linken Seite stehen neben den Messgrößen $N(p)$ und p die berechenbare Fermi-Funktion, auf der rechten ist die Konstante C bekannt, und die Energie E kann aus dem Impuls berechnet werden. Wird die linke Seite über der kinetischen Energie des Leptons aufgetragen, dann ergibt sich, sofern das Matrixelement unabhängig von der Energie ist, eine Gerade (Abb. 2.7). Aus ihrem Schnittpunkt mit der E -Achse erhält man E_0 , aus ihrer Steigung H_{fi} .

Die Voraussetzung für die Linearität des Kurie-Plots ist die Energieunabhängigkeit des Matrixelements. Sie trifft zu für erlaubte β -Übergänge. Für verbotene Übergänge wird die Abhängigkeit von der Energie durch den sog. Shape-Faktor berücksichtigt.

Der Kurie-Plot hat gegenüber der Gl. 2.28 den Vorteil, dass E_0 durch Extrapolation einer Geraden bestimmt wird. Das ist genauer, als die Kurvenbestimmung durch Messen der Zählraten, die ja gerade am Ende des Spektrums gegen null gehen. Außerdem macht er eine einfache Abschätzung der Ruhemasse des Neutrinos möglich. Bei der Herleitung wurde angenommen, dass sie null ist. Nimmt man sie dagegen endlich an, dann ändert sich das Spektrum im oberen Teil. Es weicht von der Geraden ab, um die E -Achse mit senkrechter Tangente zu schneiden. Die Differenz ΔE des Schnittpunkts zu E_0 ist die Ruhenergie des Neutrinos. Durch besonders genaue Messung des hochenergetischen Endes des Spektrums kann deshalb ein Grenzwert für die Neutrinosmasse abgeleitet werden. Günstig ist es dabei, an Nukliden mit kleiner Übergangsenergie zu messen, weil bei diesen der Effekt einer endlichen Masse am größten ist.

Es gibt drei Neutrinoarten. Die drei Flavoureigenzustände der Leptonen (Elektron, Myon, Tau) sind bei der schwachen Wechselwirkung erhalten. Wenn Neutrinos Masse besitzen, kann es sein, dass die drei Masseneigenzustände ungleich der drei Flavoureigenzustände sind. Wenn ein Neutrino mit einem eindeutigen Flavourzustand erzeugt wird (z.B. Elektroneneutrino beim β -Zerfall), besteht es aus einer Mischung der drei Masseneigenfunktionen. Da diese Masseneigenfunktionen je nach Masseneigenwert unterschiedlich schnell propagieren, kann es in einiger Ent-

Abbildung 2.8: γ -Zerfall.

fernung zur Neutrinoquelle zu einer Phasenverschiebung der Eigenfunktionen kommen. Damit ist die Neutrinowellenfunktion keine eindeutige Flavoureigenfunktion mehr. Ein Neutrinospektrometer kann dann mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein Neutrino mit einer anderen Flavoureigenchaft messen, als die des ursprünglich erzeugten Neutrinos. Da die Wahrscheinlichkeit für diesen Effekt periodisch mit dem Abstand variiert, nennt man ihn auch Neutrinooszillation. Neutrino-Oszillationsexperimente haben in den letzten Jahren Flavour-Oszillationen bei Neutrinos aus der Sonne, der Atmosphäre, von Beschleunigern und aus Kernreaktoren nachgewiesen. Da dieser Effekt nur auftritt, wenn Neutrinos eine wenn auch kleine Ruhemasse besitzen, geht man heute davon aus, dass Neutrinos eine Masse besitzen.

Der aktuelle obere Grenzwert für die Masse des Elektron-Antineutrinos ist 0,8 eV (90% C.L.). Gemessen wurde dieser Wert am β -Spektrum des Tritiums im KATRIN Experiment am KIT [4, 5]. Es wird erwartet, dass es am Ende eine Sensitivität von $0,2 \text{ eV}/c^2$ erreicht.

2.3 Der Gamma-Zerfall

Der γ -Zerfall tritt in Verbindung mit dem α - und β -Zerfall auf und zwar dann, wenn die Übergänge nicht zum Grundzustand sondern zu angeregten Zuständen des Tochterkerns führen. Diese angeregten Zustände zerfallen dann unter Emission von γ -Strahlung in den Grundzustand.

Die γ -Strahlung ist elektromagnetisch. Das Strahlungsfeld kann, wie in der Elektrodynamik üblich, nach Multipolen entwickelt werden. Es treten dabei elektrische (EL) und magnetische (ML) Multipolstrahlung auf, deren Ordnung durch den Drehimpuls L des Strahlungsfeldes gegeben ist. Die Multipolordnung ist 2^L . Die magnetische Multipolstrahlung unterscheidet sich von der elektrischen durch die Parität. Die Parität der elektrischen ist $(-1)^L$, die der magnetischen $(-1)^{L+1}$. Elektrische Multipolstrahlung gerader Ordnung hat demnach gerade Parität. Wegen der Drehimpulserhaltung ist die Anzahl der beim Übergang zwischen zwei Kernzuständen auftretenden Multipolordnungen beschränkt. Zwischen den Drehimpulsen des Ausgangszustandes J_i , des Endzustandes J_f und des Feldes L besteht nämlich die Vektorbeziehung

$$\vec{J}_i + \vec{L} = \vec{J}_f \quad (2.30)$$

woraus folgt

$$\Delta J = |J_f - J_i| \leq L \leq |J_i + J_f| \quad (2.31)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Emission oder Absorption von Dipolstrahlung ist im wesentlichen gegeben durch

$$W \approx \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2L} \quad (2.32)$$

Dabei ist R der Radius des Kerns und λ die Wellenlänge der Strahlung. Die Wahrscheinlichkeit für die magnetische Strahlung ist um eine Größenordnung kleiner als die der elektrischen gleicher Multipolarität. Sie ist deshalb in Emission nur zu beobachten, wenn die elektrische durch Auswahlregeln (Parität) verboten ist.

Für die γ -Strahlung ist $R/\lambda \approx 1/100$. Deshalb überwiegt die Strahlung mit der niedrigsten Ordnung. Höhere Ordnungen können aber immer noch nachgewiesen werden im Gegensatz zu den optischen Übergängen, wo R/λ um eine weitere Größenordnung kleiner ist.

Typische mittlere Lebensdauern von angeregten Kernzuständen bezüglich E1-Strahlung liegen bei 10^{-12} s. Sind die Spins des Anfangs- und Endzustandes aber sehr verschieden und überdies die Zustände noch eng benachbart (hohe Multipolarität und großes λ), dann sind mittlere Lebensdauern bis zu 0,1 s möglich. Man spricht dann von isomeren Übergängen.

2.4 Die innere Konversion

In Verbindung mit dem γ -Zerfall tritt die innere Konversion auf. Dabei wird die Anregungsenergie des Kerns nicht durch Emission eines γ -Quants abgegeben, sondern direkt in einem Prozess 1.Ordnung auf ein Elektron in der Atomhülle übertragen. Sie ist am wahrscheinlichsten für die K-Elektronen, weil deren Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns am größten ist. Sie darf nicht als Photoeffekt verstanden werden, bei dem vom Kern zunächst ein γ -Quant emittiert wird, das in einem weiteren Schritt das Elektron freisetzt. Dies wäre ein Prozess 2.Ordnung, der wesentlich unwahrscheinlicher ist als experimentell beobachtet wird.

Das Elektron verlässt die Hülle mit einer diskreten Energie, die gleich der Anregungsenergie abzüglich der Bindungsenergie des Elektrons ist, also z.B. für ein K-Elektron

$$E_e = E_\gamma - E_K \quad (2.33)$$

Die Stärke der inneren Konversion wird durch den totalen Konversionskoeffizienten α ausgedrückt. Er ist definiert als das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit λ_e , mit der eine Konversion stattfindet, und der Wahrscheinlichkeit λ_γ eines γ -Übergangs.

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad (2.34)$$

Diese Wahrscheinlichkeiten sind proportional zur Gesamtrate der entstehenden Konversionselektronen N_e bzw. der Rate der γ -Quanten N_γ . Nach Gl. 2.33 ist die Energie der Konversionselektronen abhängig von der Schale, in der die Konversion stattfindet. Wenn mit hoher Energieauflösung gemessen wird, ist es deshalb möglich, zwischen den Konversionselektronen der verschiedenen Schalen zu unterscheiden. Man führt partielle Konversionskoeffizienten α_K , α_L , α_M usw. ein, die sich auf die einzelnen Schalen beziehen

$$\begin{aligned} \alpha_K &= \frac{\lambda_{eK}}{\lambda_\gamma} = \frac{N_{eK}}{N_\gamma} \\ \alpha_L &= \frac{\lambda_{eL}}{\lambda_\gamma} = \frac{N_{eL}}{N_\gamma} \end{aligned} \quad (2.35)$$

und entsprechend für die höheren Schalen. Es gilt dann

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots \quad (2.36)$$

Manchmal ist es vorteilhaft, mit dem Konversionsverhältnis zu arbeiten. Es ist das Verhältnis der Konversionskoeffizienten zweier Schalen und unabhängig von der Wahrscheinlichkeit des γ -Zerfalls (oder von der Rate der γ -Quanten).

Beträchtliche Werte nehmen die Konversionskoeffizienten an für Übergänge hoher Multipolarität, die stark behindert sind. Ihre Messung ist ein wesentlicher Teil der Kernspektroskopie. Sie hängen ab von Spin und Parität der Kernzustände, und können deshalb zur Bestimmung dieser Größen herangezogen werden. Praktisch geht man so vor, dass man die gemessenen Werte mit den für die einzelnen Quantenzahlen tabellierten theoretischen Werten vergleicht. Da bei der Berechnung auch die mikroskopische Struktur des Kerns eingeht, gewinnt man auch Aussagen über die verschiedenen Kernmodelle.

2.5 Neutronenquellen

Neutronen entstehen bei Kernumwandlungen, die man in drei Gruppen einteilen kann:

Kernspaltung: Schwere Kerne spalten sich spontan oder durch Kernreaktionen induziert in (meist zwei) Bruchstücke. Dabei verdampft ein Teil des Neutronenüberschusses. Bei jeder Spaltung entstehen einige schnelle Neutronen, bei ^{235}U im Mittel 2,7.

Kernfusion: Bei der Verschmelzung z.B. eines Deuterons mit einem Tritium-Kern entsteht neben dem α -Teilchen auch ein Neutron.

Kernreaktionen, von denen die beiden ersten Gruppen natürlich Sonderfälle sind. Dabei werden Reaktionen mit einem hohen Wirkungsquerschnitt für die Neutronenproduktion ausgewählt. Die gebräuchlichsten sind die (γ,n) - und die (α,n) -Reaktionen, bei denen ein γ -Quant oder ein α -Teilchen eingefangen und ein Neutron emittiert wird.

Ein Beispiel für eine (γ,n) -Reaktion ist die Photospaltung des Deuterons

$$\text{d} + \gamma = \text{n} + \text{p} + Q \quad (2.37)$$

mit der man die Bindungsenergie des Deuterons bestimmen kann. Q heißt der Q-Wert der Reaktion und gibt die Wärmetönung an. Er ist definiert entweder als die Differenz der kinetischen Energien der Reaktionspartner nach und vor der Reaktion oder gleichbedeutend als die Differenz der Teilchenmassen vor und nach der Reaktion. Im vorliegenden Fall ist der Q-Wert -2,2 MeV. Er ist negativ, d.h. es muss Energie aufgebracht werden, um das Deuteron zu spalten. Das ist genau die Bindungsenergie. Um diesen Betrag ist das Deuteron leichter als Neutron und Proton zusammen.

Im Praktikum wird als Neutronenquelle die Am-Be-Quelle verwendet, bei der die Neutronen durch eine (α,n) -Reaktion an ^9Be

$$^9\text{Be} + \alpha \rightarrow \text{n} + ^{12}\text{C} + Q \quad (2.38)$$

erzeugt werden. Sie hat einen positiven Q-Wert von 5,7 MeV. Es wird also eine beträchtliche Energie frei, die im Wesentlichen das Neutron mitnimmt, da die Rückstoßenergie des ^{12}C klein ist. Als α -Quelle dient ^{241}Am , das mehrere Gruppen von α -Teilchen emittiert, von denen die energiereichsten 5,49 MeV und 5,44 MeV haben. Die Isotope ^{241}Am und ^9Be sind in der Quelle fein gemischt, damit die α -Teilchen innerhalb ihrer Reichweite auf einen Be-Kern treffen.

Die so entstehenden Neutronen haben ein kontinuierliches Energiespektrum, das qualitativ in Abb. 2.9 dargestellt ist. Kontinuierlich ist es, weil die Neutronen in Gl. 2.38 unter beliebigen Winkeln bezüglich des einfallenden α -Teilchens emittiert werden und somit unterschiedliche Energien erhalten, und weil die α -Teilchen durch Abbremsung in der Quelle vor der Reaktion

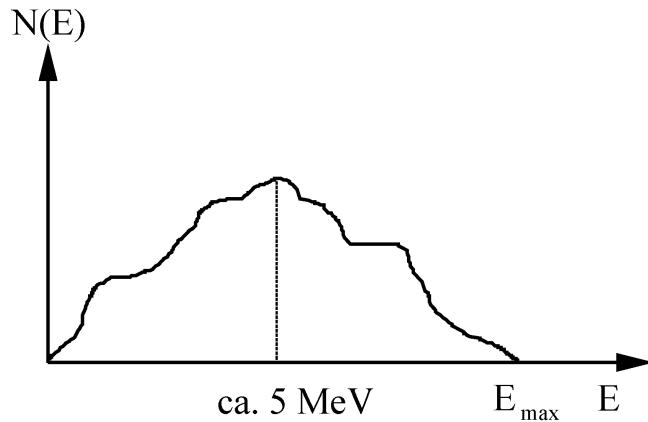


Abbildung 2.9: Spektrum einer Neutronenquelle.

schon einen Teil ihrer kinetischen Energie verlieren. Die wahrscheinlichste Neutronenenergie liegt bei ungefähr 5 MeV. Das Spektrum bricht ab bei der Maximalenergie E_{\max}

$$E_{\max} = Q + E_0 - E_R \quad (2.39)$$

Sie tritt auf, wenn die Neutronen nach vorn, also in Richtung des einfallenden α -Teilchens, emittiert werden. E_α ist die höchste vorkommende α -Energie von 5,49 MeV, E_R ist die kleine, vernachlässigbare Rückstoßenergie des ^{12}C -Kerns. E_{\max} ist dann 11,19 MeV.

Eine Neutronenquelle sendet immer auch γ -Quanten aus, die von α -Übergängen zu angeregten Zuständen stammen. ^{241}Am hat gegenüber anderen α -Strahlern, wie Ra- und Po-Isotopen, den Vorteil, dass die γ -Strahlung niedrigere Energien hat und deshalb leichter abzuschirmen ist.

2.6 Standardmodell der Teilchenphysik

Das Standardmodell (SM) ist das derzeit aktuelle Modell, in dem die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen beschrieben werden. Es basiert auf einer Eichtheorie, in welcher renormierbare Parameter auftreten, die mit experimentell messbaren Größen der Teilchen verglichen werden können.

Man unterscheidet zwei große Gruppen innerhalb der Elementarteilchen. Zum Einen gibt es die Fermionen (Spin 1/2 - Teilchen) und zum Anderen die Bosonen (Spin 1 – Teichen).

Die Fermionen stellen die elementaren Bausteine der Materie dar und lassen sich wiederum in Leptonen und Quarks unterteilen. Man sortiert sie in drei Familien (oder auch Generationen) ein, wobei jede Familie 2 Leptonen und 2 Quarks umfasst. Die erste Familie enthält als Leptonen das Elektron (e^-) und das zugehörige Elektron-neutrino (ν_e) und als Quarks die sogenannten Up (u)- und Down-Quarks (d). Diese vier Teilchen stellen die Grundlage aller gewöhnlichen Materie dar.

Darüber hinaus gibt es zu jedem Teilchen noch ein dazugehöriges Antiteilchen. Während Leptonen, wie zum Beispiel das Elektron, frei beobachtbar sind, existieren Quarks nur in gebundenen Zuständen. Diese gebundenen Quarkzustände nennt man Hadronen, wobei 3-Quark-Zustände (qqq) als Baryonen und 2-Quark-Zustände ($q\bar{q}$) als Mesonen bezeichnet werden. Die Nukleonen sind sog. Baryonen. Das Proton besteht beispielsweise aus zwei u-Quarks (elektr. Ladung $2 \times +2/3|e|$) und einem d-Quark (elektr. Ladung $1 \times -1/3|e|$), was zu der bekannten elektr. Gesamtladung von $+1e$ führt. Das Neutron hat die Zusammensetzung udd, was eine elektrische Ladung von 0 ergibt. Die zweite und dritte Familie sind ähnlich aufgebaut (siehe Abb. 2.10 und Tabelle 2.1), jedoch sind die Massen der Teilchen in diesen Familien größer. Diese Teilchen

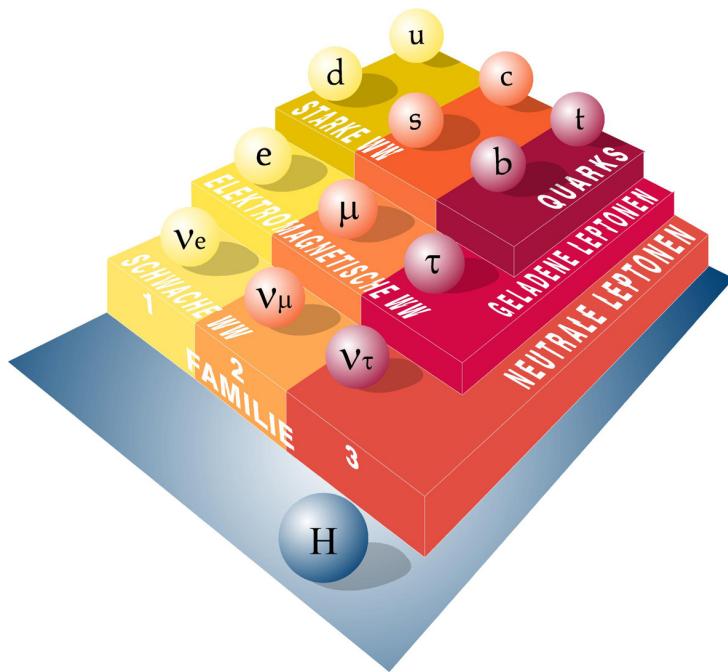


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung der 3 Teilchengenerationen und der Wechselwirkung. Neutrinos wechselwirken nur schwach (weak), während geladene Leptonen schwach und elektromagnetisch wechselwirken. Quarks nehmen zusätzlich noch an der starken Wechselwirkung (strong) teil.

können in die Teilchen der ersten Familie zerfallen und kommen deshalb nicht als stabile Teilchen in der Natur vor. Sie können jedoch in kosmischer Strahlung oder an Beschleunigern erzeugt werden.

Tabelle 2.1: Eigenschaften der Fermionen.

Leptonen			Quarks			
Teilchen	Masse (GeV/c ²)	Elektr. Ladung	Teilchen	Masse (GeV/c ²)	Elektr. Ladung	Farbe
ν _e (Elektron-Neutrino)	2×10^{-9}	0	u (up)	0,004	2/3	r,g,b
e ⁻ (Elektron)	0,000511	-1	d (down)	0,0075	-1/3	r,g,b
ν _μ (Myon-Neutrino)	0,0002	0	c (charm)	1,23	2/3	r,g,b
μ ⁻ (Myon)	0,106	-1	s (strange)	0,15	-1/3	r,g,b
ν _τ (Tau-Neutrino)	0,02	0	t (top)	175	2/3	r,g,b
τ ⁻ (Tau)	2	-1	b (bottom)	4,2	-1/3	r,g,b

Die Bosonen (Eichbosonen) sind die Austauschteilchen für die Wechselwirkungen. Das masselose Eichboson für die elektromagnetische WW ist das Photon (γ), das an alle elektrisch geladenen Teilchen koppelt. Die massiven Bosonen der schwachen WW sind das Z^0 (91,2GeV) und die W^\pm (80,4GeV), welche an alle Fermionen koppeln. Die der starken WW nennt man Gluonen (g), welche lediglich an Träger von Farbladung, den Quarks, koppeln. Die Gravitation wird derzeit durch das Standardmodell nicht beschrieben. Jede Wechselwirkung wird charakterisiert durch eine Kopplungskonstante, die die Stärke der Wechselwirkung bestimmt. Die elektromag-

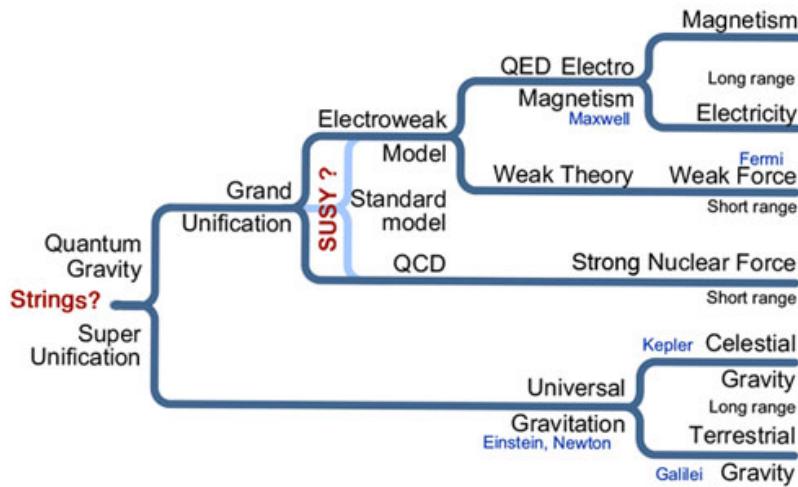


Abbildung 2.11: Die Vereinigung der Wechselwirkungen.

gnetische Kopplungskonstante ist die wohlbekannte Feinstrukturkonstante (α) der Atomphysik. Sie bestimmt z.B. die Kopplung zwischen Photonen und Elektronen. Für die schwache Wechselwirkung existiert die schwache Kopplungskonstante (α_w), die Kopplungen mithilfe von W- und Z-Bosonen beschreibt. Analog bestimmt die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung (WW) (α_s) die Kopplung zwischen Quarks und Gluonen.

Das Standardmodell ist eine Quantenfeldtheorie, die auf der Eichsymmetrie $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ basiert. Diese Eichgruppe beinhaltet die Symmetriegruppe der starken WW, $SU(3)_C$, und die der elektroschwachen WW, $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Die Symmetriegruppe für die elektromagnetische WW, $U(1)_{em}$, tritt im SM als Untergruppe von $SU(2)_L \times U(1)_Y$ auf und ist so zu verstehen, dass die schwache und elektromagnetische WW vereinigt sind. Diese Vereinigung wurde von S. Glashow, A. Salam und S. Weinberg mathematisch entwickelt, wofür sie 1979 den Nobelpreis erhielten.

Allerdings wirft das SM auch einige Probleme auf. Zu nennen wären da:

- Woher kommt die „seltsame“ Anzahl der Materie- und Austausch-Teilchen? Gibt es eventuell Supersymmetrische Partner zu jedem vorhandenen Teilchen?
- Wie kann man die fehlende Masse in der Rotation von Galaxien erklären? Gibt es hier noch fehlende Teilchen, welche nahezu nur gravitativ wechselwirken?
- Wieso muss man rund 20 freie Parameter einfügen? Gibt es weitere Vereinheitlichungen oder Erweiterungen?
- Wie kommt man zu hohen Energien mit dem SM? Vereinigen sich dort alle uns bekannten Kräfte zu einer einzigen?

Mit der Entdeckung des Higgs-Bosons 2012 kann erklärt werden, wie die Teilchen ihre Masse bekommen. Dies ist in einer Erweiterung des SM durch den sog. Higgs-Mechanismus (benannt nach Peter Higgs) enthalten. Darin wird ein weiteres Feld postuliert, ein Feld das nahezu ununterscheidbar vom Vakuum ist, das Higgs-Feld. Die Vorstellung ist, dass die Teilchen durch Wechselwirkung mit diesem Higgs-Feld ihre Masse erhalten. Teilchen, die stark mit dem Higgs-Feld wechselwirken sind schwer, jene, die nur schwach wechselwirken sind leicht. Mit dem Higgs-Feld ist mindestens ein weiteres neues Teilchen assoziiert, das entdeckte Higgs-Boson mit

Tabelle 2.2: Eigenschaften der Wechselwirkungen und ihrer Bosonen.

Wechselwirkung	Boson	Masse (GeV/c ²)	Reichweite (m)	„Ladung“	elektr. Ladung	Spin-Parität	Kopplungs-konstante	Dimensionslose Kopplungs-konstante
elektro-magnetisch	γ (Gamma)	0	∞	elektrische	0	1 ⁻	–	$\alpha = e^2/4\pi \hbar c = 1/137$
schwache	Z^0	91,173	10^{-18}	schwache	0	1 ⁺	G_F (Fermi)	$(Mc/\hbar)^2 G_F/\hbar c = 1,02 \times 10^{-5}$
	W^\pm	80,22	10^{-18}	schwache	± 1	1 ⁻	G_F (Fermi)	$(Mc/\hbar)^2 G_F/\hbar c = 1,02 \times 10^{-5}$
starke	g^8 (Gluonen)	0	$\leq 10^{-15}$	Farbe	0	1 ⁻	–	$\alpha_s \approx 1, r \text{ groß}$ $\alpha_s < 1, r \text{ klein}$
Gravitation	G (Graviton)	0	∞	Masse	0	2 ⁺	K (Newton)	$KM^2/\hbar c = 0,53 \times 10^{-38}$

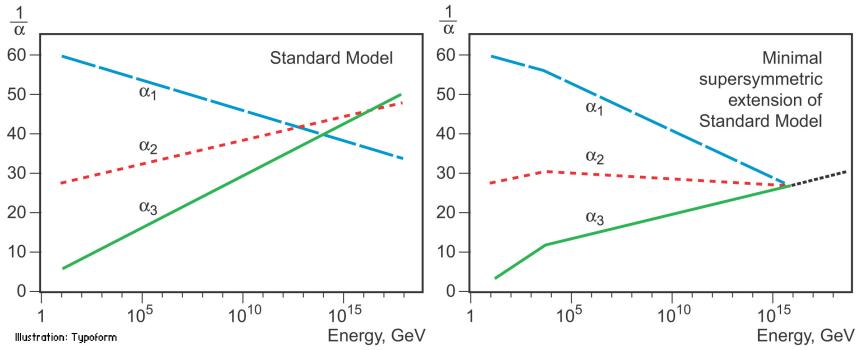


Abbildung 2.12: Veränderliche Kopplungskonstanten.

einer Masse von 125GeV. Allerdings können je nach weiterer Erweiterung des SM noch weitere Higgs-Bosonen existieren, welche noch nicht bekannt sind. Um einen „bildlichen“ Eindruck vom Higgs-Mechanismus zu bekommen, kann man die Internetseite der Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov> bzw. <http://www.particleadventure.org>) aufsuchen.

Zu den weiteren Erweiterungen des SM seien nur die Abbildungen 2.11 und 2.12 gezeigt. Diese Erweiterungen führen dann zu dem *Minimal Supersymmetrischen Standard Modell* (MSSM) oder einer *Großen Vereinheitlichten Theorie* (GUT).

Kapitel 3

Die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

3.1 Geladene Teilchen

Es gibt in der Physik vier Arten der Wechselwirkung. Sie werden üblicherweise nach der Größe der dimensionslosen Kopplungskonstanten eingeteilt, die ein Maß für die Stärke der die Wechselwirkung repräsentierenden Felder ist. Die numerischen Werte sind ein wenig modellabhängig, es kommt hier aber nur auf die Größenordnung an.

Die starke Wechselwirkung wirkt zwischen Mesonen und Nukleonen und ist verantwortlich für den Zusammenhalt der Kerne. Ihr wesentliches Merkmal ist die kurze Reichweite von ungefähr 10^{-13} cm. Die Kopplungskonstante ist in der Größenordnung von 1.

Die elektromagnetische Wechselwirkung wirkt zwischen geladenen Teilchen und wird durch Photonen vermittelt. Zwischen zwei geladenen Teilchen nimmt sie die Form der Coulomb-Wechselwirkung an, bei der die Kraft K zwischen den Teilchen mit den Ladungen e_1 und e_2 als Funktion des Abstandes r

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2} \quad (3.1)$$

ist, und das Potential V einer Punktladung e

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{r} \quad (3.2)$$

Sie ist um zwei Größenordnungen schwächer als die starke Wechselwirkung. Die Kopplungskonstante ist die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante (gleich 1/137). Die Reichweite ist unendlich.

Die schwache Wechselwirkung. Sie beschreibt die Umwandlung von Hadronen untereinander, insbesondere den β -Zerfall, und bestimmt die Streuung und Reaktionen von ungeladenen Leptonen. Durch sie können z.B. Neutrinos nachgewiesen werden. Ihre Stärke ist ungefähr 10^{-14} .

Die Gravitation. Von allen Wechselwirkungen ist sie die am längsten bekannte. Sie wurde durch Newton entdeckt, der das Kraftgesetz formuliert hat. Die Kraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 als Funktion ihres Abstandes r ist

$$K = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.3)$$

γ ist die Gravitationskonstante. Die Gravitationskraft hat die gleiche Form wie die Coulombkraft, hat also ebenfalls eine unendliche Reichweite. Sie ist aber um 37 Größenordnungen schwächer, die Kopplungskonstante ist $2 \cdot 10^{-39}$.

Die unterschiedlichen Stärken der Wechselwirkungen kann man sich veranschaulichen, wenn man entsprechende Kräfte oder Wirkungsquerschnitte vergleicht. So ist die Coulombkraft zwischen zwei Elektronen oder zwei Protonen im Abstand 10^{-8} cm (Atomabstand) $1,44 \cdot 10^{-8}$ N. Die Gravitationskraft dagegen ist $1,11 \cdot 10^{-44}$ N für die Protonen und $3,3 \cdot 10^{-51}$ N für die Elektronen. Der totale Wirkungsquerschnitt für den elektromagnetischen Prozess der Comptonstreuung eines γ -Quants von 1 MeV an einem Elektron ist $2 \cdot 10^{-25}$ cm². Von derselben Größenordnung ist der totale Wirkungsquerschnitt für die Streuung zweier Elektronen. Dagegen ist die Streuung eines Neutrinos an einem Elektron sehr viel unwahrscheinlicher. Der Querschnitt ist 10^{-43} cm². Ein Beispiel für die starke Wechselwirkung ist die Neutron-Proton-Streuung mit dem totalen Querschnitt von $2 \cdot 10^{-23}$ cm² für Neutronen mit der Energie von 100 eV.

Bei Stößen von geladenen Teilchen mit Materie dominiert die elektromagnetische Wechselwirkung.. Es können dabei vier Arten von Prozessen unterschieden werden. Nach der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens sind dies:

1. **Inelastische Streuung an Elektronen:** Das geladene Teilchen wird dabei abgebremst und verliert seine kinetische Energie an die Atome, Moleküle oder Kristalle, die dabei angeregt oder ionisiert werden. Die Stoßparameter für diesen Prozess sind in der Größenordnung der Atomdurchmesser. Der Energieverlust wird durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben, die weiter unten besprochen wird.
2. **Elastische Streuung an Kernen:** Die Teilchen werden bei Annäherung an den positiv geladenen, ruhenden Kern gestreut und verlieren dabei an den Kern Rückstoßenergie. Die ist umso kleiner je größer der Massenunterschied der Stoßpartner ist. Die Häufigkeit dieser Ereignisse ist wesentlich geringer als die inelastischen Stöße in der Elektronenhülle, da sie wegen der Abschirmung der Kernladung durch die Elektronen erst bei kleineren Stoßparametern möglich sind.
3. **Inelastische Streuung an Kernen:** In der Häufigkeit vergleichbar mit den elastischen Stößen sind inelastische Prozesse, bei denen ein geladenes Teilchen außer der durch die Kinematik bedingten Rückstoßenergie noch zusätzlich Energie abgibt. Hierher gehört die Bremsstrahlung. Sie ist eine elektromagnetische Strahlung, die entsteht, wenn leichte Teilchen, besonders Elektronen, im Coulombfeld des Kerns abgebremst werden. Der Kern wird dabei nicht angeregt. Sie wird im folgenden noch genauer beschrieben. Eine weitere Möglichkeit ist die Coulomb-Anregung von Kernen. Sie ist besonders wahrscheinlich bei schweren Kernen, bei denen die Kräfte bei der Annäherung groß sind.
4. **Elastische Streuung an Elektronen:** Sie sind nur von Bedeutung für sehr leichte Teilchen, also nur bei Elektron-Elektron-Stößen, und da auch nur bei Energien unter 100 eV.

3.1.1 Die Bethe-Bloch-Formel

Wie bereits erwähnt, ist die inelastische Streuung an den Elektronen die häufigste Wechselwirkung der geladenen Teilchen in Materie. Der dabei auftretende Energieverlust konnte schon mit den Mitteln der klassischen Physik durch Aufsummieren des Impulsübertrags bei den einzelnen

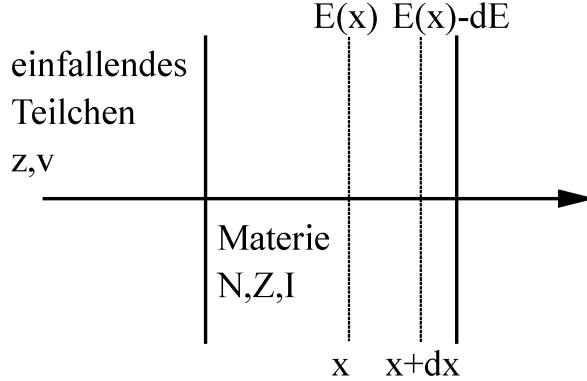


Abbildung 3.1: Zur Berechnung des Energieverlustes eines geladenen Teilchens.

Stöße berechnet werden. Das Ergebnis, zuerst von Bethe und Bloch gefunden [1], hat in der Quantenmechanik nur unwesentliche Änderungen erfahren.

Das einfallende Teilchen wird charakterisiert (Abb. 3.1) durch die Zahl z seiner Elementarladungen und durch seine Geschwindigkeit v , die Materie durch die Elektronendichte $N \cdot Z$ und das mittlere Ionisierungspotential I . Ein Näherungswert für I ist $I = 13.5 \cdot Z \text{ eV}$, mit Z , der Kernladungszahl. Das Bremsvermögen (stopping power) der Materie, das ist der Energieverlust dE des Teilchens auf einem hinreichend kleinen Weg dx (der Energieverlust dE soll klein sein gegenüber der an der Stelle x noch vorhandenen Energie E) ist

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{e^2}{m_0 \cdot \epsilon_0} \cdot N \cdot Z \cdot \frac{z^2}{v^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{2 \cdot m_0 \cdot v^2}{I} \right) - \ln (1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{A}{Z} \right] \quad (3.4)$$

mit $\beta = v/c$. A ist eine Konstante, welche die Bindung der Elektronen in den verschiedenen Zuständen berücksichtigt, m_0 die Ruhemasse des Elektrons und ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante. Das Bremsvermögen ist proportional der Elektronendichte in der Materie, d.h. der Anzahl der Stöße, die das Teilchen auf seinem Weg macht. Die Ladung des Teilchens geht quadratisch ein. Dies bedeutet, dass hochgeladene Teilchen, wie z.B. Kernträger bei der Uranspaltung, in Materie sehr stark gebremst werden und deshalb nur kurze Wege zurücklegen. Das Bremsvermögen hängt vom Quadrat der Geschwindigkeit des Teilchens ab, ist aber unabhängig von dessen Masse und deshalb für alle Teilchen mit dem gleichen Betrag der Masse und der gleichen Geschwindigkeit dieselbe. Qualitativ ist der Verlauf in Abhängigkeit von der Energie in Abb. 3.2 gezeichnet. Bei ganz kleinen Energien in der Größenordnung der Ionisierungsenergie I ist die Kurve nicht definiert. Hier wird das Teilchen bei den Stößen durch Elektronenverlust oder Elektroneneinfang häufig umgeladen, so dass es keine feste Ladung hat, ja sich sogar neutralisieren kann. Im daran anschließenden Bereich bis zu einer Energie von ungefähr $500 \cdot I$ überwiegt der starke Anstieg des ersten logarithmischen Terms in der Klammer den Abfall durch das Quadrat der Geschwindigkeit im Nenner. Bei weiter ansteigenden Energien für $I \ll E \ll M c^2$ (M ist die Ruhemasse des Teilchens) ändert sich der logarithmische Term nur noch langsam, während die anderen Terme in der Klammer noch nicht ins Gewicht fallen. Das Bremsvermögen hat in diesem Bereich annähernd den Verlauf einer Hyperbel

$$-\frac{dE}{dx} \approx \frac{1}{E} \quad (3.5)$$

Bei noch höheren Energien machen sich die zunehmenden relativistischen Terme bemerkbar. So geht die Kurve zunächst bei ungefähr der dreifachen Ruheenergie des Teilchens durch ein Minimum der Ionisierung, um danach kontinuierlich anzusteigen.

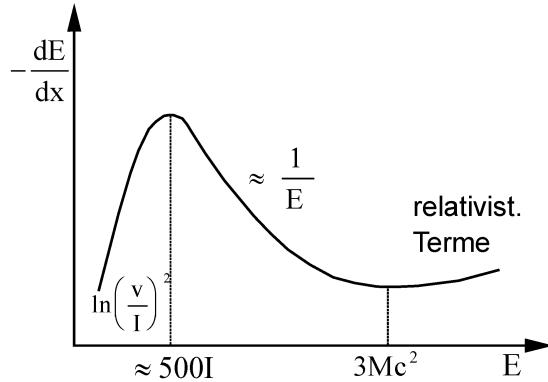


Abbildung 3.2: Bremsvermögen als Funktion der Energie.

Für sehr schnelle Teilchen ist das Bremsvermögen und damit die Anzahl der pro Wegstrecke erzeugten Ionenpaare, die spezifische Ionisierung, zunächst gering. Es ist für Luft unter Normalbedingungen im Minimum ca. 2 keV/cm. Während der weiteren Abbremsung steigt sie an und erreicht einen maximalen Wert, für Luft ca. 1 MeV/cm. Die spezifische Ionisierung ist am größten, kurz bevor das Teilchen zur Ruhe kommt.

Die Gl. 3.4 beschreibt das Verhalten von schweren und hochgeladenen Teilchen, z.B. Spaltbruchstücke, nicht besonders gut, da diese wegen der großen Ladung und der entsprechenden Coulomb-Kräfte schon bei hohen Energien leicht Elektronen anlagern. Sie kann aber auch in diesen Fällen angewendet werden, wenn eine experimentell zu bestimmende mittlere Ladung eingeführt wird.

Auch bei der Berechnung des Bremsvermögens von Elektronen ist eine Modifizierung erforderlich, weil es sich um die Streuung von identischen Teilchen handelt. Im Wesentlichen bleibt aber die Form des Ausdrucks erhalten.

Ein wichtiger Punkt ist festzuhalten: Geladene Teilchen können in hinreichend ausgedehnter Materie ihre gesamte Energie verlieren. Sie haben eine endliche Reichweite, die gegeben ist durch

$$R = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (3.6)$$

Sie hängt von der Anfangsenergie E_0 ab, kann allerdings nur näherungsweise berechnet werden, weil das Bremsvermögen am Ende des Bremsweges nicht bekannt ist. Die Reichweite wird deshalb empirisch bestimmt. Dabei wird eine mittlere Reichweite eingeführt und dadurch die statistische Natur der Abbremsung berücksichtigt, die eine Streuung der gemessenen Werte auch bei genau gleicher Anfangsenergie bedingt. Eine so gewonnene empirische Beziehung für die mittlere Reichweite von Protonen in Luft unter Normalbedingungen ist

$$\bar{R} = \left(\frac{E[\text{MeV}]}{9.3} \right)^{1.8} \text{ m} \quad (3.7)$$

Zur Reichweitenbestimmung von Elektronen ist Gl. 3.6 nicht anwendbar. Sie gilt nur, wenn der Impulsübertrag bei einem Stoß so gering ist, dass das Teilchen nahezu unabgelenkt weiterfliegt. Das gilt für Hadronen und Kerne. Der Massenunterschied zu Elektronen ist dann so groß, dass der statistische Charakter der Stoßprozesse bei einem monoenergetischen Strahl nur eine kleine Streuung der Reichweite (im Englischen *straggling*) verursacht. Bei Stößen eines Elektrons mit Elektronen dagegen ist der Impulsübertrag im Verhältnis zum Gesamtimpuls groß, so dass es sich völlig ungerichtet durch den Absorber bewegt.

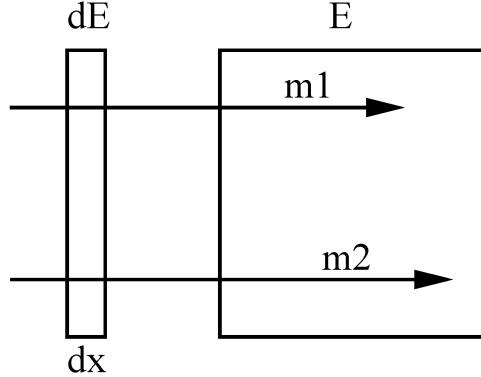


Abbildung 3.3: Schema eines Teleskops zur Identifizierung von Teilchen.

Eine wichtige Anwendung hat die Bethe-Bloch-Formel bei der Identifizierung von Teilchen in Kernreaktionen gefunden. Im hyperbolischen Bereich kann das Bremsvermögen geschrieben werden

$$-\frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \cdot \frac{m}{E} \quad (3.8)$$

wobei m die Masse des gebremsten Teilchens und K eine energieunabhängige Konstante ist. Zum Nachweis der Teilchen wird ein Halbleiterdetektor verwendet, das nach dem in Abb. 3.3 skizzierten Prinzip aufgebaut ist. Es besteht aus einem dünnen Absorber der Dicke dx , den die Teilchen durchfliegen, und einem dicken Detektor, in dem sie gestoppt werden. Zwischen dem im Absorber gemessenen Energieverlust dE und der im Detektor deponierten Gesamtenergie E besteht der Zusammenhang Gl. 3.8. Für Teilchen gleicher Ladung und verschiedener Masse ergibt der Energieverlust dE aufgetragen über der Gesamtenergie E eine Schar von Hyperbeln mit der Masse als Scharparameter. Da die Massen diskret sind, erscheinen bei hinreichend guter Energieauflösung des Teleskops die zu verschiedenen Teilchen gehörenden Hyperbeln getrennt. Dasselbe gilt natürlich auch für Teilchen gleicher Masse aber verschiedener Ladung, nur liegen dann wegen der quadratischen Abhängigkeit die Hyperbeln weiter voneinander entfernt.

3.1.2 Die Bremsstrahlung

Für geladene Teilchen besteht außer der Ionisierung und Anregung noch eine weitere Möglichkeit des Energieverlustes. Sie können in einem elektrischen Feld, wie z.B. dem Coulombfeld eines Kerns abgebremst werden und dabei Energie in Form elektromagnetischer Strahlung, der Bremsstrahlung, abgeben. Der Kern ist zur Erfüllung von Energie- und Impulssatz notwendig, übernimmt aber keine Anregungsenergie.

Die Bremsstrahlung ist bereits in der klassischen Physik bekannt. Jede Beschleunigung von Ladungen ist mit der Emission von elektromagnetischer Strahlung verbunden. Sowohl dort als auch in der Quantenmechanik besteht für die Intensität der Bremsstrahlung die Proportionalität

$$I \approx \frac{z^2 \cdot Z^2}{m^2} \quad (3.9)$$

Dabei sind m und z die Masse und Ladung des gebremsten, Z die Ladung des bremsenden Teilchens. Die Bremsstrahlung nimmt quadratisch mit den Ladungen beider Teilchen zu und ist deshalb besonders häufig im Coulombfeld von schweren Kernen. Die Masse des gebremsten Teilchens geht quadratisch in den Nenner ein, d.h. für leichte Teilchen, also Elektronen, ist der Energieverlust durch Bremsstrahlung am größten, für schwere Ionen dagegen ist er verschwindend klein.

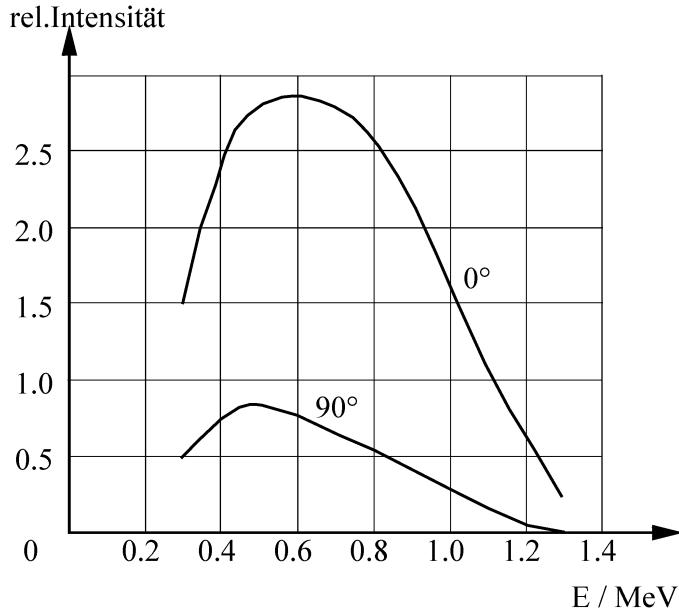


Abbildung 3.4: Bremsstrahlungsspektrum von 1,4 MeV Elektronen in Wolfram.

Das Spektrum der Bremsstrahlung, das von monoenergetischen Elektronen mit der Energie 1,4 MeV in einem dicken Wolframtargtarget erzeugt wird, ist in Abb. 3.4 gezeigt. Es ist eine breite, kontinuierliche Verteilung. Die meisten Quanten nehmen grob gesagt die Hälfte der Elektronenenergie mit. Kleine Energien sind selten, bei einer Energie E_{\max} bricht das Spektrum ab. Dies ist die größte Energie, welche die Bremsstrahlung überhaupt haben kann, nämlich die gesamte kinetische Energie des Elektrons. Es gilt

$$E_{\max}(\text{Strahlung}) = h\nu_{\max} = E_{\text{kin}}(\text{Elektron}) \quad (3.10)$$

Mit dieser Beziehung kann bei bekannter Energie der Elektronen durch Messung der Grenzfrequenz mit einem Röntgenspektrometer die Plancksche Konstante h bestimmt werden.

Die Form des Bremsstrahlungsspektrums ist klassisch und quantenmechanisch gleich, obwohl die zugrundeliegenden Anschauungen völlig verschieden sind. Die klassische Theorie verbindet mit jeder Bewegungsänderung eines Teilchens mit Gewissheit die Emission nieder-energetischer Strahlung, während nach der Quantentheorie die Emissionswahrscheinlichkeit klein, dafür aber die Energie des Photons größer ist. Wird über einen breiten Energiebereich der einfallenden Teilchen gemittelt, dann ergibt sich in beiden Fällen die Form des Photonenspektrums wie in Abb. 3.4.

Der totale Wirkungsquerschnitt der Bremsstrahlung von Elektronen ist für nichtrelativistische Energien $E_{\text{kin}} \ll E_0$

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{16}{3} \cdot \alpha \cdot Z^2 \cdot r_0^2 \quad (3.11)$$

α ist die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und r_0 der klassische Elektronenradius $r_0 = e^2/m_0 \cdot c^2$. Dies ist die Form der Gl.3-9. Er ist unabhängig von der Elektronenenergie E_i . In der Nähe der doppelten Ruheenergie E_0 steigt er aber langsam nach der Formel

$$\sigma_{\text{rad}} = 8 \cdot \alpha \cdot Z^2 \cdot r_0^2 \cdot \left(\ln \frac{E_i}{E_0} - \frac{1}{6} \right) \quad (3.12)$$

an und wird im extrem relativistischen Bereich wieder unabhängig von der Energie. Dieses Verhalten ist in Abb. 3.5 für Wasser und Blei in den durchgezogenen Kurven dargestellt. Gestrichelt

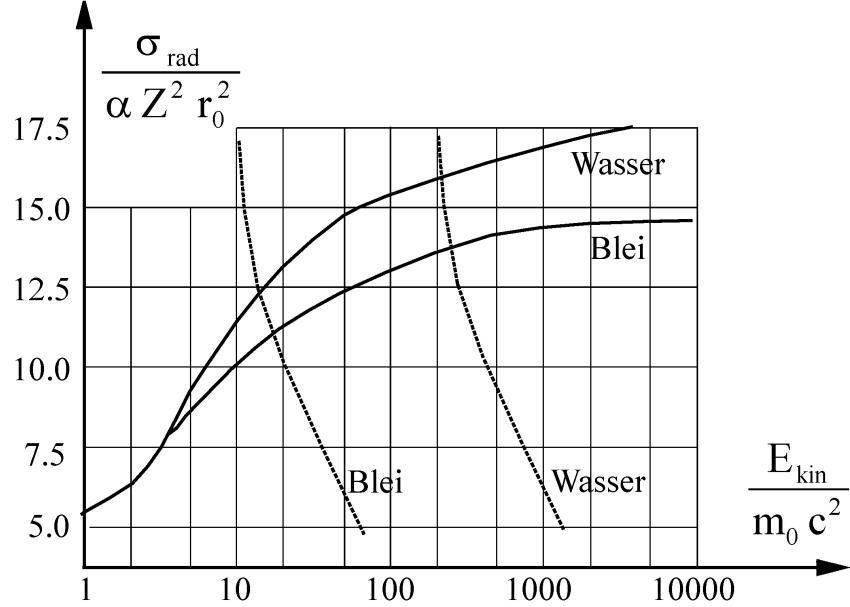


Abbildung 3.5: Wirkungsquerschnitt für die Bremsstrahlung in Blei und Wasser.

eingetragen sind außerdem die Energieverluste durch Ionisierung. Die Verluste durch Bremsstrahlung übersteigen die Ionisierungsverluste im schweren Element Blei bei ungefähr 20 MeV, im leichten Molekül Wasser erst über 200 MeV.

Ein ähnlicher Effekt tritt bei Kreisbeschleunigern (Synchrotron) auf, in denen Elektronen von starken Magnetfeldern auf Kreisbahnen gezwungen werden. Der starke Anstieg des Strahlungsquerschnitts mit der Energie verhindert, dass mit Kreisbeschleunigern Elektronen bis zu beliebig hohen Energien beschleunigt werden können. Die maximale Energie ist erreicht, wenn sich die Strahlungsverluste durch die sogenannte Synchrotronstrahlung und die zugeführte Hochfrequenzenergie gerade ausgleichen.

Für Elektronenenergien über 1 MeV ist der Energieverlust durch Bremsstrahlung in Materie mit der Ladungszahl Z und der Massenzahl M gegeben durch

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = 4\alpha r_0^2 \cdot \frac{Z_2}{A} L \cdot \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \cdot E = \frac{E}{X_0} \quad (3.13)$$

L ist die Avogadrozahl. Die so definierte Größe X_0 heißt Strahlungslänge. Mit ihr kann diese Gleichung geschrieben werden

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{X_0} \quad (3.14)$$

mit der Lösung

$$E = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{X_0}} \quad (3.15)$$

Sie beschreibt die Abnahme der anfänglichen Energie E_0 als Funktion des in der Materie zurückgelegten Weges x. Hier wird die physikalische Bedeutung der Strahlungslänge klar: sie ist die Strecke, auf der die Energie auf ein e-tel ihres Wertes abnimmt. Gemessen in g/cm² ist sie z.B. 24 in Al, 19 in Ar und 6.3 in Pb, nimmt also mit zunehmender Ladungszahl ab.

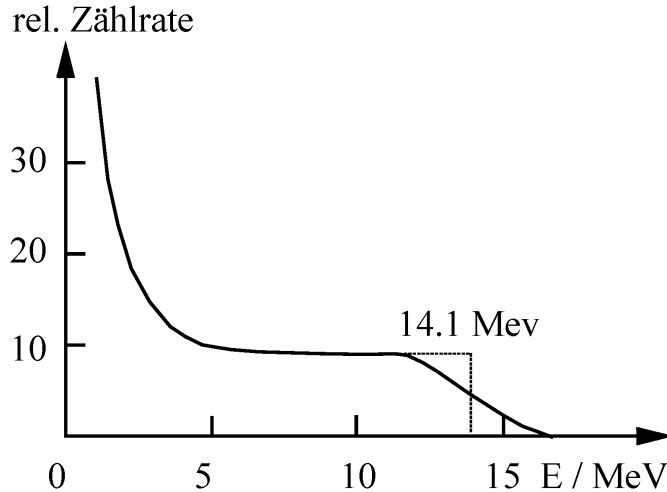


Abbildung 3.6: Das Protonenspektrum in einem Rückstoßdetektor.

3.2 Ungeladene Teilchen

Ungeladene Teilchen, im Praktikum sind dies Neutronen und γ -Quanten, unterliegen nicht der Coulomb-Wechselwirkung und können deshalb nicht auf direktem Wege über Anregung und Ionisation Energie auf die Materie übertragen. Zu ihrem Nachweis ist es deshalb notwendig, dass sie über eine Reaktion zunächst geladene Teilchen erzeugen, die ihrerseits dann die Materie ionisieren. Die sekundären Teilchen erhalten i. a. nur einen Teil der kinetischen Energie des ungeladenen primären Teilchens, so dass zur Energiebestimmung zusätzliche Messungen, z. B. des Streuwinkels, notwendig sind.

3.2.1 Das Neutron

Für das Neutron ist die Wechselwirkung mit den Kernen die einzige Ursache des Energieverlusts. Das Neutron wird über die starke und nicht über die elektromagnetische Wechselwirkung nachgewiesen. Dabei können drei Arten von Prozessen unterschieden werden.

3.2.1.1 Elastische Streuung von Neutronen an Kernen

Bei der elastischen Streuung eines Neutrons wird dem Kern keine innere Energie übertragen. Wegen der Impuls- und Energieerhaltung erhält er aber eine Rückstoßenergie. Der Energietransfer ΔE beim Stoß eines Neutrons der Energie E_n mit einem ruhenden Kern der Massenzahl A ist

$$\Delta E = \frac{4A}{(A+1)^2} \cdot E_n \cdot \cos^2 \Theta \quad (3.16)$$

Dabei ist Θ der Winkel zwischen den Impulsen des einfallenden Neutrons und des Rückstoßteilchens im Laborsystem. Die übertragene Energie ΔE variiert mit dem Rückstoßwinkel Θ und nimmt alle Werte von null bis zur maximalen Rückstoßenergie beim zentralen Stoß für $\Theta=0$. Ist der Stoßpartner des Neutrons ein Proton ($A=1$), dann ist beim zentralen Stoß die Rückstoßenergie des Protons gleich der Neutronenenergie (wenn die sehr kleine Massendifferenz zwischen Neutron und Proton vernachlässigt wird).

Der hohe Energieübertrag bei der elastischen Neutron-Proton-Streuung ist die Grundlage des Protonen-Rückstoß-Detektors. Das ist ein Szintillatormaterial, das einen hohen Anteil an Wasserstoff hat, damit die Empfindlichkeit für den Neutronennachweis groß ist. Meist

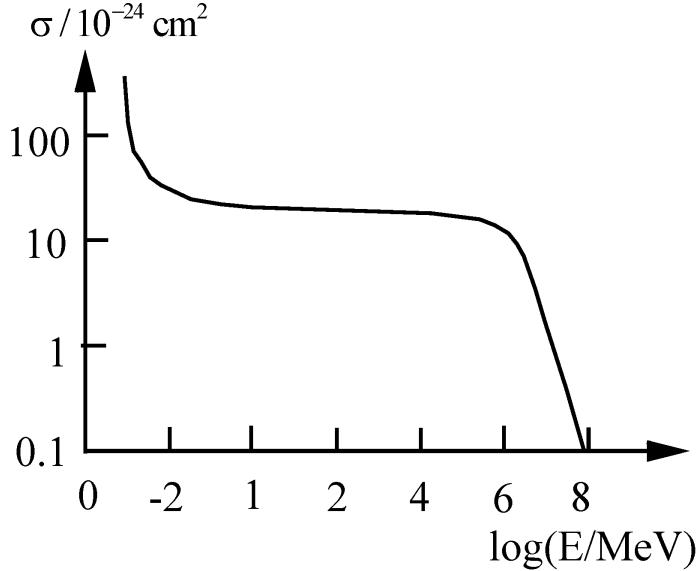


Abbildung 3.7: Der totale Wirkungsquerschnitt für die Neutron-Proton-Streuung.

wird Plastik verwendet. Die Rückstoßenergie der Protonen wird als Lichtausbeute des Szintillators gemessen (siehe 4.2.1.2 Der organische Szintillator). Das Spektrum eines solchen Detektors beim Nachweis von monoenergetischen Neutronen ist in Abb. 3.6 gezeigt. Es ist kontinuierlich von null bis zur Energie E_n des Neutrons. Die durchgezogene Kurve stellt die ideale Verteilung dar, bei der das Spektrum scharf abbricht. Die in Wirklichkeit gemessene Verteilung ist punktiert gezeichnet. Die Abweichung hat ihre Ursache im Energie-Straggling der Protonen und in der endlichen Energieauflösung des Detektors. Der konstante Verlauf für alle Protonenenergien außer den kleinsten ist die Folge der isotropen Winkelverteilung der Neutron-Proton-Streuung, wie sie bis zu 20 MeV zu beobachten ist. Aus der Lage des Abfalls des Spektrums bei hohen Energien kann die Energie der Neutronen bestimmt werden, wenn diese monoenergetisch sind, weil nur dann die Kante der Energie der Neutronen entspricht. Haben die nachzuweisenden Neutronen kontinuierliche Energie, dann muss zur Energiebestimmung nach Gl. 3.16 neben der Energie des Protons auch die Impulsrichtung gemessen werden. Die Protonen-Rückstoß-Detektoren können bei beliebigen Neutronenenergien verwendet werden, doch zeigt der Verlauf des totalen Streuquerschnitts in Abb. 3.7, dass die Empfindlichkeit über 1 MeV hinaus stark abnimmt.

3.2.1.2 Neutroneninduzierte Kernreaktionen

Bei der Absorption eines Neutrons durch einen Kern wird zunächst ein im Allgemeinen angeregter Zwischenkern gebildet, der entweder durch Aussenden eines γ -Quants in den Grundzustand übergeht oder sich unter Emission von geladenen Teilchen oder Neutronen umwandelt. Die Wechselwirkung des γ -Quants oder des geladenen Teilchens ermöglichen dann den Nachweis des Neutrons. Am häufigsten wird der Neutroneneinfang am Bor-Isotop ^{10}B benutzt.



Der ${}^7\text{Li}$ -Kern wird bevorzugt in einem angeregten Zustand mit der Anregungsenergie 0.48 MeV gebildet, der durch γ -Zerfall in den Grundzustand übergeht. Für thermische Neutronen (mit einer Energie von 0.025 eV) erhält er eine kinetische Energie von 0.84 MeV, das α -Teilchen von 1.47 MeV. Dem Li-Kern wird ein beträchtlicher Teil der kinetischen Energie übertragen, in diesem Falle kann die Rückstoßenergie des schwereren Kerns nicht vernachlässigt werden.

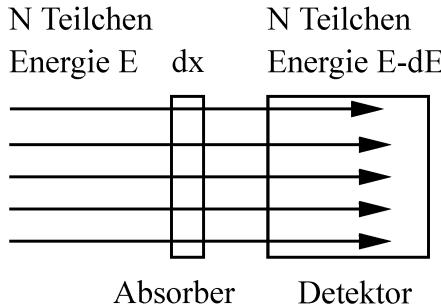


Abbildung 3.8: Absorption geladener Teilchen in Materie.

Zum Nachweis verwendet wird die obige Reaktion im sogenannten Bor-Zählrohr. Das ist ein Proportionalzählrohr (siehe 4.1.1.2) mit BF_3 als Füllgas. Es kann natürliches Bor verwendet werden, da die Häufigkeit von ^{10}B ungefähr 20% ist. Wenn die nach dem Einfang auftretenden α -Teilchen und Li-Ionen ihre gesamte kinetische Energie bei der Ionisierung abgeben, was wegen der kleinen Reichweite meist der Fall ist, tritt eine Linie auf, die dem Q-Wert von 2.31 MeV entspricht. Mit geringerem Wirkungsquerschnitt geht die Reaktion auch direkt zum Grundzustand des ^7Li . Deshalb erscheint bei der Energie $Q=2.78 \text{ MeV}$ eine zweite Linie mit geringerer Intensität.

Die ^{10}B -Reaktion eignet sich deshalb besonders gut zum Neutronennachweis, weil sie einen großen Wirkungsquerschnitt hat. Er ist für thermische Neutronen $\sigma = 3837 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$. Bei höheren Energien bis zu einigen keV fällt er mit $1/v$ ab. Es gilt:

$$\sigma \cdot v = \text{const} = 1.6 \cdot 10^{-16} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad (3.18)$$

In diesem Energiebereich misst der Bor-Zähler direkt den Neutronenfluss, der ja proportional zu $\sigma \cdot v$ ist. Bei noch höheren Energien zwischen 1 MeV und 16 MeV ist der Wirkungsquerschnitt, unterbrochen nur durch eine Resonanz bei 1.26 MeV praktisch konstant mit dem Wert $\sigma = 1.5 \cdot 10^{-34} \text{ cm}^2$.

Einen ähnlich hohen Wirkungsquerschnitt für den Einfang thermischer Neutronen, nämlich $\sigma = 5327 \cdot 1^{-24} \text{ cm}^2$, hat die Reaktion



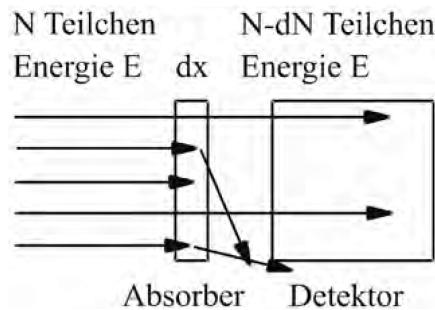
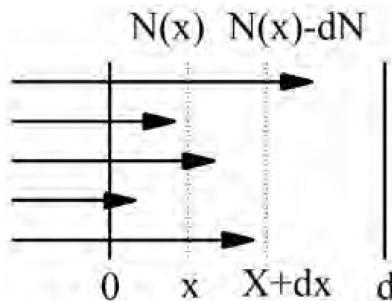
Sie wird im ${}^3\text{He}$ -Zähler benutzt, der ebenfalls ein Proportionalzähler ist und in dem das Proton und das Triton nachgewiesen werden. Auch hier gilt bis 1 MeV für den Wirkungsquerschnitt das $1/v$ -Gesetz.

3.2.1.3 Neutroneninduzierte Kernspaltung

Bei sehr schweren Kernen, wie z.B. ^{235}U , genügt die Anlagerung eines Neutrons, um den Kern zu spalten. Neben einigen Neutronen entstehen dabei mittelschwere Kernbruchstücke, die in Proportionalzählrohren, den sog. Spaltkammern, registriert werden können.

3.2.2 Das Gamma-Quant

Im Gegensatz zu den geladenen Teilchen ionisiert das γ -Quant die Materie nicht direkt, es kann deshalb weite Strecken ungestört durchqueren. Es macht sich bemerkbar und wird nachweisbar durch drei Prozesse der elektromagnetischen Wechselwirkung: den Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung. Die dabei freigesetzten oder erzeugten Elektronen und Positronen

Abbildung 3.9: Absorption von γ -Quanten.Abbildung 3.10: Absorptionsgesetz für γ -Quanten.

übernehmen kinetische Energie, die sie wie unter 3.1 besprochen durch Ionisierung abgeben. Es sind also die sekundären Leptonen, die den Nachweis von γ -Quanten ermöglichen.

Die Photonen verhalten sich deshalb in Materie völlig anders als die geladenen Teilchen. Zur Veranschaulichung denke man sich einen monoenergetischen Strahl parallel fliegender α -Teilchen, der aus N Teilchen pro Sekunde besteht, von denen jedes die Energie E hat. In der Quantenmechanik nennt man dies eine ebene Welle. In einem Detektor werden nur die aus der Strahlrichtung eintreffenden Teilchen nachgewiesen und ihre Energie gemessen. Vor dem Detektor befindet sich ein Absorber der Dicke dx (Abb. 3.8). Für einen dünnen Absorber verliert ein Teilchen unter den Voraussetzungen der Bethe-Bloch-Formel nur einen kleinen Teil dE seiner Energie, keines wird absorbiert. Auch mit Absorber werden weiterhin N Teilchen pro Sekunde registriert, jedes aber mit der verminderter Energie $E - dE$. Ein geladener Teilchenstrahl verliert (in hinreichend dünner) Materie nur Energie aber nicht an Intensität.

Bei γ -Quanten ergibt sich ein anderes Bild (Abb. 3.9). In der Materie werden Photonen durch Photoeffekt oder Paarbildung absorbiert oder durch Comptoneffekt aus der Einfallsrichtung herausgestreut. Es werden deshalb weniger Photonen nachgewiesen als ohne Absorber, diejenigen, die in den Detektor gelangen, haben aber die ursprüngliche Energie. Ein Photonenstrahl verliert in Materie Intensität, die durchkommenden Photonen aber keine Energie.

Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption lässt sich durch die Absorptionskonstante μ beschreiben, die vom Material und der Energie, aber nicht von der Eindringtiefe x der Photonen in die Materie abhängt. Treten $N(0)$ monochromatische Quanten in einen Absorber ein (Abb. 3.10), sind nach der Eindringtiefe x noch $N(x)$ vorhanden. Die Wahrscheinlichkeit P , dass ein Quant auf der infinitesimalen Strecke dx absorbiert wird, ist

$$P = \mu \cdot dx \quad (3.20)$$

Für die Zahl dN der auf der Strecke dx absorbierten Quanten gilt dann

$$dN = -P \cdot N(x) = -\mu \cdot N(x)dx \quad (3.21)$$

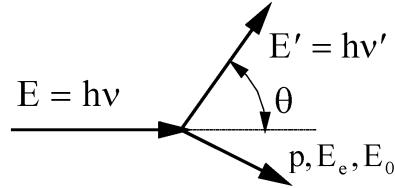


Abbildung 3.11: Kinematik des Comptoneffekts.

Integriert bis zur Dicke d gibt dies

$$N(d) = N(0) \cdot e^{-\mu d} \quad (3.22)$$

oder für die Intensitäten

$$I(d) = I(0) \cdot e^{-\mu d} \quad (3.23)$$

Die Intensitätsabnahme eines γ -Strahles in Materie gehorcht also einem Exponentialgesetz. Das gilt auch dann noch, wenn nicht nur die Absorption durch Photoeffekt und Paarbildung, sondern auch die Streuung durch den Comptoneffekt betrachtet werden, soweit die in Abb. 3.9 skizzierte Versuchsanordnung verwendet wird, die nur Quanten aus der Richtung der einfallenden ebenen Welle nachweist. Es werden dann keine gestreuten Quanten gezählt, und die Streuung ist der Absorption äquivalent. Der Absorber muss nur hinreichend dünn sein, damit die Doppelstreuung nicht ins Gewicht fällt. Die registrierten Quanten haben alle die ursprüngliche Energie E , da sie nicht mit dem Absorber in Wechselwirkung standen. Im Gegensatz zu geladenen Teilchen wird beim Durchqueren von Materie die γ -Strahlung in der Intensität geschwächt, die Energie der Quanten bleibt aber erhalten. Gegen die γ -Strahlung ist keine vollständige Abschirmung möglich, da auch nach großen Schichtdicken noch eine endliche Intensität vorhanden ist.

Im Folgenden werden die einzelnen Prozesse der elektromagnetischen Wechselwirkung und auch deren Umkehrprozesse besprochen, die zum Nachweis von Positronen von Bedeutung sind.

3.2.2.1 Der Comptoneffekt

Der Comptoneffekt ist die Streuung von γ -Quanten an freien, geladenen Teilchen. Wenn diese dabei in Ruhe sind oder eine kinetische Energie besitzen, die klein gegenüber der Energie des γ -Quants ist, dann verliert das Photon bei der Streuung Energie. Die Energieverschiebung ist kinematisch bedingt und kann aus dem Impuls- und Energiesatz berechnet werden, hier für den Fall der Streuung an einem ruhenden Teilchen. Das mit der Energie E einlaufende γ -Quant habe nach dem Stoß die Energie E' , das Teilchen mit der Ruheenergie E_0 nach dem Stoß die Gesamtenergie E_e und den Impuls p . θ sei der Streuwinkel des γ -Quants.

Der Energiesatz

$$E + E_0 = E_e + E' \quad (3.24)$$

und der Impulssatz

$$c^2 p^2 = E_e^2 - E_0^2 = E^2 + E'^2 - 2 E E' \cdot \cos \theta \quad (3.25)$$

ergeben für die Energie des gestreuten Quants

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (3.26)$$

Die kinetische Energie E_{kin} des geladenen Teilchens ist

$$E_{\text{kin}} = E - E' = \frac{\frac{E^2}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (3.27)$$

Die Energieänderung der Strahlung bei der Streuung, die Comptonverschiebung, hängt vom Streuwinkel ab. Sie verschwindet für $\theta \rightarrow 0$, in diesem Fall erhält das geladene Teilchen auch keine Rückstoßenergie. Sie nimmt mit dem ansteigenden Streuwinkel zu und wird maximal bei der Rückstreuung um $\theta = 180^\circ$. Entsprechend erhält das Teilchen dann die maximal mögliche Energie E_{max}

$$E_{\text{max}} = \frac{E}{1 + \frac{E_0}{2E}} \quad (3.28)$$

Sie ist immer kleiner als die Energie des γ -Quants, da dieses auch bei Rückstreuung einen Teil seiner Energie wieder mit nimmt.

Die Comptonverschiebung hängt auch von der Energie des Photons ab. Sie ist umso größer, je größer die Energie des Quants im Verhältnis zur Ruheenergie des Teilchens ist. Bei der Streuung mit der Energie $E = 1 \text{ MeV}$ ist der maximale relative Energieübertrag $E_{\text{max}}/E = 80\%$ bei Elektronen und $E_{\text{max}}/E = 0,2\%$ bei Protonen.

Die Comptonstreuung macht sich erst dann bemerkbar, wenn die Energie der Photonen vergleichbar ist mit der Ruheenergie der Teilchen, an denen sie gestreut werden. So ist die Streuung von γ -Quanten aus dem radioaktiven Zerfall an Protonen oder Kernen zu vernachlässigen, ebenso wie die Comptonstreuung von sichtbarem Licht an Elektronen. In diesem Fall ist $E_{\text{max}}/E = 5 \cdot 10^{-6}$ für Licht an Elektronen.

Diese Energieverschiebung liegt in der Größenordnung der Linienbreiten von Spektrallinien. Die Energie der gestreuten Strahlung geht für $E/E_0 \ll 1$ unabhängig vom Streuwinkel gegen E , die Comptonstreuung geht dann über in die aus der klassischen Physik bekannten Thomsonstreuung.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt pro Elektron für die Streuung von unpolarisierten γ -Quanten an Elektronen ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot \left[1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta) \right]^{-3} \times \\ \left[-\frac{E}{E_0} \cdot \cos^3 \theta + \left(\frac{E^2}{E_0^2} + \frac{E}{E_0} + 1 \right) \cdot (1 + \cos^2 \theta) - \frac{E}{E_0} \cdot \left(\frac{2E}{E_0} + 1 \right) \cdot \cos \theta \right] \frac{\text{cm}^2}{\text{sr}} \quad (3.29)$$

dabei ist $r_0 = e^2/(m_0 \cdot c^2)$ der klassische Elektronenradius. Für γ -Energien, die sehr viel kleiner sind als die Ruhemasse des Streuers, wird daraus der Thomsonquerschnitt.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot (1 + \cos^2 \theta) \quad \text{für } \frac{E}{E_0} \ll 1 \quad (3.30)$$

In Abb. 3.12 sind die Klein-Nishina-Formel und die Thomson-Formel qualitativ aufgetragen. Die Zahlen an den Kurven sind die γ -Energien in Elektronenruhemassen. Der Thomsonquerschnitt, das ist die Kurve mit $E/E_0=0$, ist symmetrisch um 90° , Vorwärts- und Rückwärtsstreuung sind gleich wahrscheinlich. Der Comptonquerschnitt weicht davon mit zunehmender Energie immer mehr ab. Je größer die Energie wird, umso stärker wird die Vorwärtsstreuung bevorzugt.

Der totale Streuquerschnitt pro Elektron für die Comptonstreuung ergibt sich aus Gl. 3.26 durch Integration über den Raumwinkel

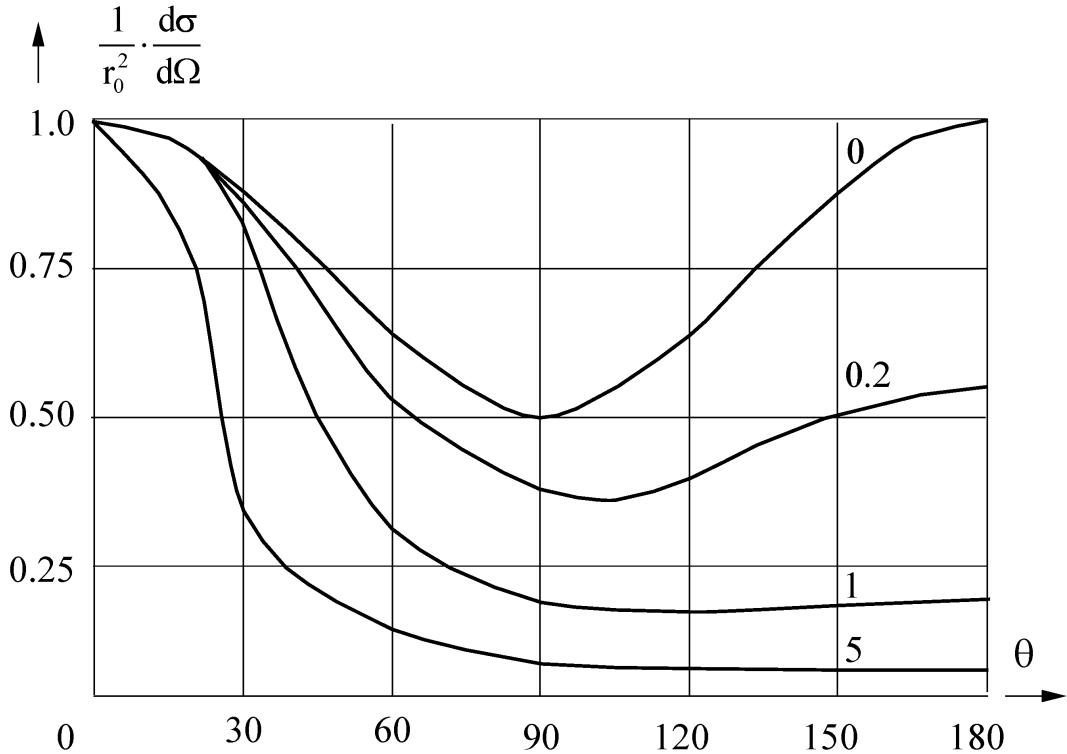


Abbildung 3.12: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung für verschiedene Werte von E/E_0 .

$$\begin{aligned} \sigma &= 2\pi r_0^2 \cdot \frac{1 + \frac{E}{E_0}}{\left(\frac{E}{E_0}\right)^2} \cdot \left[\frac{2 \left(1 + \frac{E}{E_0}\right)}{1 + 2\frac{E}{E_0}} - \frac{E_0}{E} \cdot \ln\left(1 + 2\frac{E}{E_0}\right) \right] \\ &\quad + \frac{E_0}{2E} \cdot \ln\left(1 + 2\frac{E}{E_0}\right) - \frac{1 + \frac{3E}{E_0}}{\left(1 + 2\frac{E}{E_0}\right)^2} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sein Verlauf in Abhängigkeit von der Energie ist in Abb. 3.13 gezeigt. Er nimmt mit zunehmender Photonenenergie stark ab. Auch er geht wieder in der Näherung sehr kleiner Photonenenergien in den totalen Querschnitt für die elastische Streuung einer Lichtwelle an einem Elektron über, den Thomsonquerschnitt

$$\sigma_{\text{Th}} = \frac{8\pi}{3} \cdot r_0^2 \quad (3.32)$$

Alle angegebenen Wirkungsquerschnitte beziehen sich auf die Streuung an einem freien, einzelnen Elektron. Nun sind die Elektronen in der Materie zwar gebunden, ihre Bindungsenergie ist aber zumindest für die leichten Atome sehr viel kleiner als diejenigen Energien, für die der Comptoneffekt überhaupt von Bedeutung ist, und können deshalb als frei angesehen werden. Der Wirkungsquerschnitt σ_a pro Atom für ein Element mit der Ordnungszahl Z ist daher in guter Näherung die Summe der Querschnitte σ_e pro Elektron:

$$\sigma_a = Z \cdot \sigma_e \quad (3.33)$$

Er ist also der Ordnungszahl proportional. Für schwere Atome, bei denen die Bindungsenergie der inneren Elektronen beträchtliche Werte annimmt, gilt diese Beziehung natürlich nicht mehr.

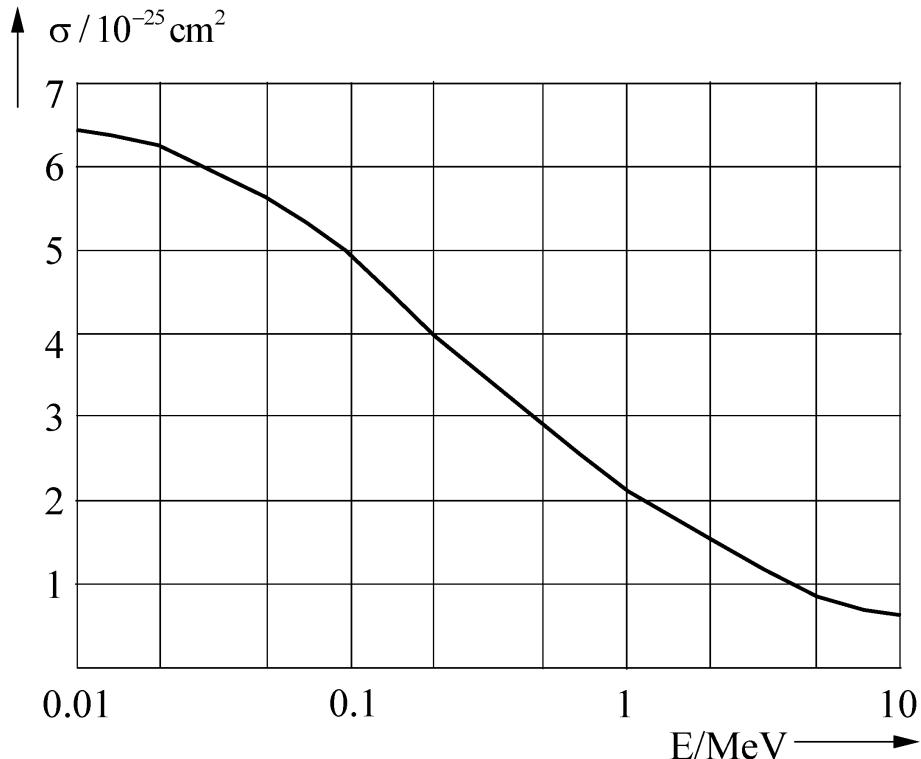


Abbildung 3.13: Der totale Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung in Abhängigkeit von der Energie.

Wie schon gesagt, erlaubt der Comptoneffekt, γ -Quanten nachzuweisen und ihre Energie zu messen, wenn auch die Energiemessung nicht sehr genau ist. Dazu wird ein energieempfindlicher Detektor verwendet, d.h. ein Detektor, dessen Ausgangsimpuls proportional zur Energie der von den Photonen erzeugten Elektronen ist. Das Spektrum der Rückstoßelektronen, das Compton-spektrum, das von monoenergetischen γ -Quanten mit der Energie $E=h\nu$ verursacht wird, hat dann die in Abb. 3.14 dargestellte Form. Aufgetragen ist die Anzahl der Elektronen über ihrer kinetischen Energie. Das Spektrum ist kontinuierlich, obwohl die erzeugenden Quanten monochromatisch sind. Es beginnt bei der Energie null und bricht ab bei der maximalen Energie E_{max} , die durch Gl. 3.28 gegeben ist. Man nennt diese Energie wegen des scharfen, im Idealfall senkrechten, Abbruchs auch Comptonkante. Die Verbreiterung kommt von der endlichen Energieauflösung des Detektors, je schlechter die Auflösung des Detektors ist, umso flacher ist die Kante. Die Anzahl der Elektronen bei einer bestimmten kinetischen Energie ist proportional dem differentiellen Wirkungsquerschnitt beim zugehörigen Streuwinkel θ (Gl. 3.29). Der Comptonkante entsprechen die rückwärts gestreuten, den kleinen Energien die vorwärts gestreuten Photonen. Nimmt man den Fall $E/E_0=1$ aus Abb. 3.12 an, dann ergibt sich der gezeichnete Verlauf: von der Comptonkante an zu kleineren Energien ist das Spektrum zunächst konstant, um bei kleinen Energien schnell zuzunehmen.

Aus der Lage der Comptonkante kann man mit der Gl. 3.28 zumindest prinzipiell die Energie der Photonen bestimmen. Wegen der endlichen Energieauflösung und der dadurch bedingten Verschmierung der Kante ist das aber sehr ungenau.

Zum Schluß noch eine Bemerkung über die in der Literatur unterschiedlich gehandhabte Bezeichnung des Comptoneffekts als elastischen oder inelastischen Prozess. Es sind beide Möglichkeiten gerechtfertigt, je nachdem ob der Prozess als *Streuung* einer elektromagnetischen Welle oder als *Stoß* von Teilchen aufgefasst wird. Einen Stoß nennt man elastisch, wenn die gesamte kinetische Energie vor und nach dem Stoß die gleiche ist, die innere Energie der Stoß-

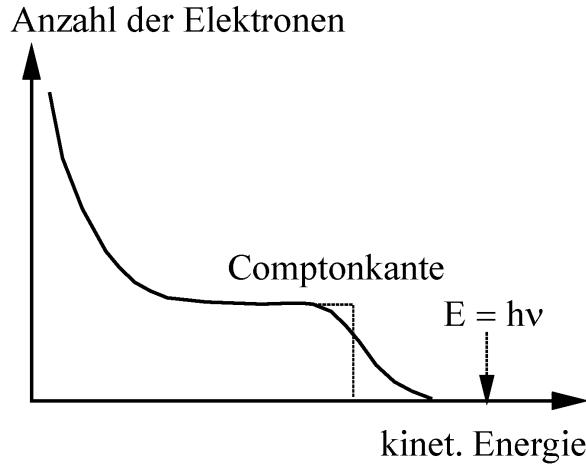


Abbildung 3.14: Ideales (gestrichelt) und gemessenes Comptonspektrum.

partner also unverändert bleibt. Dies ist beim Comptoneffekt der Fall. Im Wellenbild spricht man von elastischer Streuung nur dann, wenn sich die Frequenz der Welle nicht ändert. Hier ist die Comptonstreuung inelastisch zu nennen.

3.2.2.2 Der Photoeffekt

Der Photoeffekt ist die Absorption eines Photons durch ein Atom unter gleichzeitiger Emission eines freien Elektrons. Aus der Atomphysik ist bekannt, dass sich die Elektronen in der Atomhülle nur in bestimmten diskreten Energiezuständen befinden können. Man spricht von der Schalenstruktur der Hülle. Die Energien der Schalen sind im Wesentlichen durch die Hauptquantenzahlen n bestimmt. Zustände mit $n = 1, 2, 3$ usw. bilden die K-, L-, M-Schale usw. Außerdem hängt die Energie eines Zustandes auch noch von der Quantenzahl J des Gesamtdrehimpulses ab, der sich vektoriell aus dem Bahndrehimpuls l und dem Spin s eines Elektrons zusammensetzt. Unter Berücksichtigung des Gesamtdrehimpulses J besitzen die Schalen eine Feinstruktur: sie sind entsprechend der Werte, die J in einer Schale annehmen kann, aufgespalten. Da der Bahndrehimpuls l in einer Schale mit der Hauptquantenzahl n alle Werte kleiner n annimmt, gibt es in dieser $2n - 1$ verschiedene Gesamtdrehimpulse. So ist die K-Schale nicht, die L-Schale dreifach, die M-Schale fünffach usw. aufgespaltet.

In einem Atom mit der Ordnungszahl Z sind im Grundzustand die Z Zustände mit den niedrigsten Energien von Elektronen besetzt. Wird einem Elektron Energie übertragen, sei es durch Stoß mit geladenen Teilchen oder durch Absorption eines Photons, so kann es entweder in einen Zustand mit höherer Energie übergehen - das Atom ist dann angeregt - oder in einen Zustand jenseits der Ionisierungsgrenze - das Atom ist dann ionisiert. Bei der Anregung können nur diskrete Energien absorbiert werden, die durch die Differenzen der Zustandsenergien gegeben sind, bei der Ionisation jede beliebige Energie, die größer ist als die Ionisierungsenergie.

In der Abb. 3.15 ist der Photoeffekt eines Quants mit der Energie $E=h\nu$ in der K-Schale eines Atoms schematisch dargestellt. Es lässt sich die Energiebilanz ablesen

$$E = h\nu = E_{\text{kin}} + E_K \quad (3.34)$$

Um das Atom zu ionisieren, wird ihm zunächst die Bindungsenergie zugeführt. Den Rest der γ -Energie erhält das freigesetzte Elektron als kinetische Energie. Die sehr kleine Rückstoßenergie des Atoms ist in dieser Bilanz vernachlässigt. Natürlich gelten für die höheren Schalen analoge Beziehungen, wobei auch noch die nicht eingezeichnete Feinstrukturaufspaltung berücksichtigt werden muss.

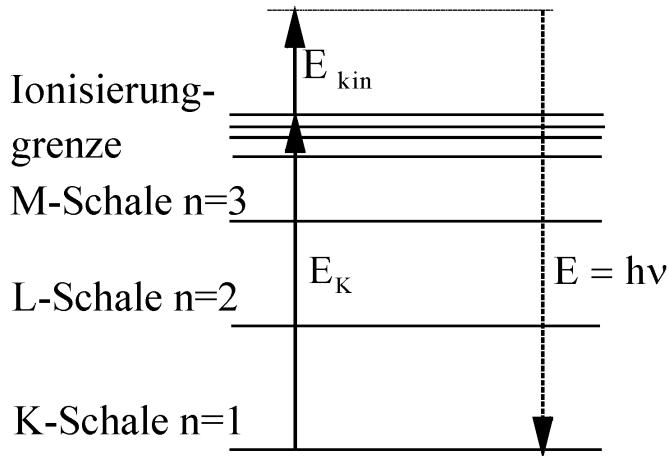


Abbildung 3.15: Schematische Darstellung des Photoeffekts.

Es ist die kinetische Energie des Elektrons, die in einem energieempfindlichen Detektor beim Photoeffekt gemessen wird. Sie ist immer, bei schweren Atomen sogar beträchtlich, kleiner als die Photonenenergie. Auf den ersten Blick sieht es so aus, als ob diese nicht nachgewiesen werden könnte. Finden nämlich die Photoeffekte aufeinanderfolgender Quanten in verschiedenen Schalen statt, dann können die kinetischen Energien der so entstehenden Elektronen selbst für monochromatische Quanten viele diskrete Werte annehmen, und es besteht kein eindeutiger Zusammenhang mehr zwischen den Energien der Photonen und der Elektronen. Es zeigt sich aber, dass infolge von Sekundärprozessen auch die Bindungsenergie der Schalen in Bewegungsenergie von Elektronen umgewandelt wird, so dass letzten Endes die gesamte Photonenergie als kinetische Energie nachweisbar ist.

Das Atom, dem ein Elektron in einer normalerweise besetzten Schale fehlt, ist in einem instabilen, angeregten Zustand, dessen Anregungsenergie gerade die Bindungsenergie dieser Schale ist. Die Lebensdauer solcher angeregter Zustände ist ungefähr 10^{-8} s für die äußeren und noch wesentlich kürzer, nämlich in der Größenordnung von 10^{-12} s, für die inneren Schalen. Das Atom geht in den Grundzustand über, in dem es aus einer höheren Schale oder aus dem Kontinuum ein Elektron einfängt und die Anregungsenergie als Strahlung abgibt. Diese Strahlung ist sichtbares oder ultraviolettes Licht, wenn ein Loch in einer äußeren, und charakteristische Röntgenstrahlung, wenn es in einer inneren Schale aufgefüllt wird. (Charakteristisch bedeutet, dass für jedes Element diese Strahlung andere, bestimmte Energie hat, die nur von der Ordnungszahl abhängt. Das Auftreten dieser Strahlung ist bezeichnend für ein Element und kann deshalb zur chemischen Analyse dienen). Es liegt hier also der dem Photoeffekt entgegen gesetzte Prozess vor: ein Elektron geht von einem angeregten, gebundenen Zustand in einen tiefer liegenden oder vom Kontinuum in einen gebundenen über, wobei die Energiedifferenz als Strahlung abgegeben wird.

Wesentlich für die Energiemessung durch den Photoeffekt ist nun, dass die charakteristische Röntgenstrahlung in der Materie, in der sie entsteht, nur eine kleine freie Weglänge hat. Sie wird leicht durch weitere Photoeffekte in den höheren Schalen absorbiert und erzeugt dabei sekundäre Elektronen. In einer Folge von Prozessen geht so die ursprüngliche Anregungsenergie in kinetische, nachweisbare Energie über.

Auf direktem Wege geschieht dies auch im Auger-Effekt, bei dem die Anregungsenergie unmittelbar auf ein Elektron übertragen wird. Beispielsweise kann ein Elektron der L-Schale die beim Übergang in die K-Schale frei werdende Energie $E_K - E_L$, sofern sie größer ist als die Bindungsenergie E_L , an ein weiteres Elektron der L-Schale abgeben (Abb. 3.16). Dieses sogenannte Auger-Elektron verlässt dann das Atom mit der Energie $E_{kin} = E_K - 2E_L$. Der Auger-Effekt

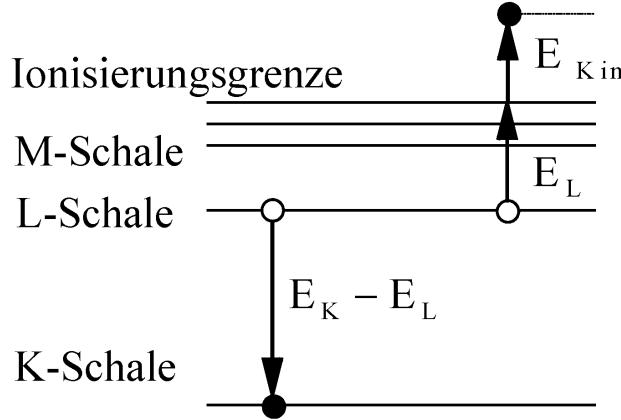


Abbildung 3.16: Schematische Darstellung des Auger-Effekts.

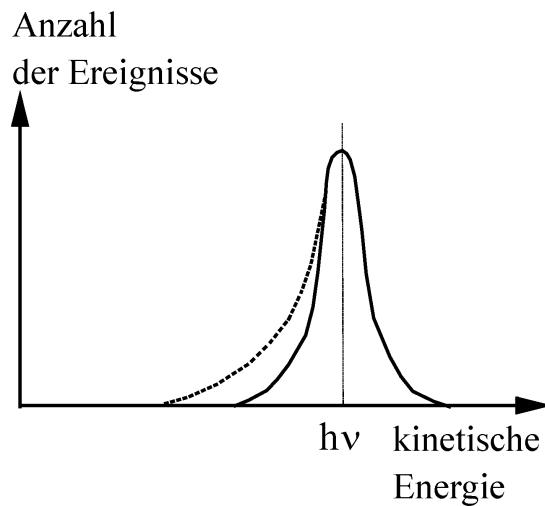


Abbildung 3.17: Die Photolinie (photo peak).

kann somit als ein innerer Stoß zweiter Art aufgefasst werden, nach dem Anregungsenergie als Bewegungsenergie auftritt. Das Atom, dem nun zwei Elektronen in der L-Schale fehlen, geht durch Strahlungsemision oder durch weitere Auger-Effekte in den Grundzustand über. Im allgemeinen treten beide Prozesse in Konkurrenz auf, bei niedrigen Ordnungszahlen ist der Auger-Effekt, bei hohen Ordnungszahlen die Strahlungsemision wahrscheinlicher.

Im Idealfall geht also die Energie eines γ -Quants durch die sekundären Prozesse vollständig in kinetische Energie von Elektronen über, die in energieempfindlichen Detektoren gemessen werden kann. Diese Prozesse laufen in einer Zeit der Größenordnung 10^{-8} s ab, das ist vergleichbar mit der Zeit, die ein Detektor braucht, um auf ein Ereignis zu antworten. Das bedeutet, dass der Detektor über alle sekundären Ereignisse integriert und ein Signal liefert, dass der Photonenenergie proportional ist. Durch den Photoeffekt entsteht deshalb im Spektrum eine Linie bei der γ -Energie, die Photolinie, wie sie in Abb. 3.17 gezeichnet ist. Sie ist im Idealfall symmetrisch, liegt bei der Energie des γ -Quants und hat eine endliche Breite, die von der begrenzten Energieauflösung des Detektors kommt und die umso größer ist, je schlechter die Auflösung ist. Die gestrichelt eingezeichnete unsymmetrische Verbreiterung zu niedrigen Energien hin wird durch Ereignisse verursacht, bei denen nicht die gesamte Energie nachgewiesen wird, sei es dass Röntgenstrahlung aus dem Detektor entkommt, sei es dass die sekundären Elektronen nicht vollständig im empfindlichen Teil des Detektors abgebremst werden. Sie ist in den Spektren der

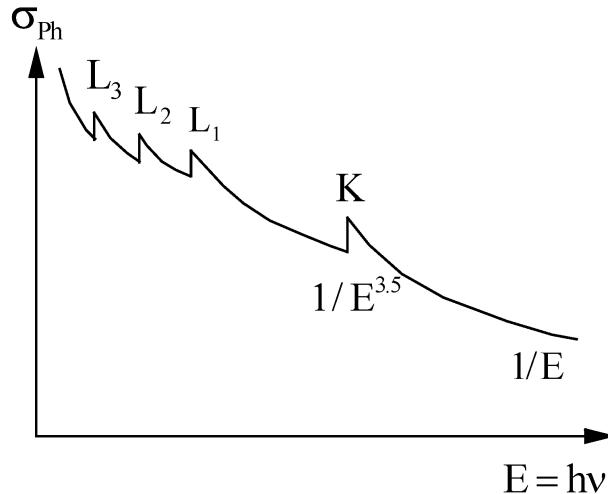


Abbildung 3.18: Schematische Darstellung des Wirkungsquerschnittes für den Photoeffekt.

hochauflösenden Halbleiterzähler zu beobachten, bei denen die Linienbreite kleiner ist als die Energie der charakteristischen Röntgenstrahlung.

Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts für den Photoeffekt ist nicht einfach durchzuführen. Da die Wellenfunktionen der Elektronen in den gebundenen Zuständen nicht genau bekannt sind und die des freien Elektrons als unendliche Reihe vorliegen, sind vereinfachende Voraussetzungen notwendig, um wenigstens in bestimmten Fällen zu Näherungslösungen zu gelangen [11]. Dabei wird meist nur der Photoeffekt in der K-Schale berücksichtigt, der sehr viel wahrscheinlicher ist als in den höheren Schalen. Mehr als 80% der Photonen werden in der K-Schale absorbiert. Die Erklärung dafür liegt in der Kinematik des Photoeffekts. Der von den Erhaltungssätzen geforderte Energie- und Impulsübertrag an das Atom ist am einfachsten, wenn das Photon durch stark gebundene Elektronen absorbiert wird.

In der Abb. 3.18 ist der Verlauf des Wirkungsquerschnitts als Funktion der Energie (nicht maßstäblich) gezeichnet. Die generelle Tendenz ist: er fällt mit zunehmender Energie ab. Im niederenergetischen Bereich jedoch zeigen sich Strukturen, die Absorptionskanten. Hier wird der Abfall immer dann durch einen steilen Anstieg unterbrochen, wenn die Photonenenergie die Ionisierungsenergie einer Schale oder Unterschale erreicht. Bei diesen Energien wird die Ionisierung neuer Schalen möglich, was sich in einem Sprung im Wirkungsquerschnitt ausdrückt. Angedeutet ist auch die Feinstrukturauflösung der Schalen: während die K-Schale nur eine Absorptionskante hat, ist die L-Schale dreifach aufgespaltet. Noch höhere Schalen sind nicht mehr eingezeichnet.

Im Bereich oberhalb der Sägezahnstruktur nimmt der Querschnitt zunächst monoton mit $E^{-3.5}$ und schließlich mit E^{-1} ab.

Etwas quantitativer ist dieses Verhalten in der Abb. 3.19 dargestellt. In nichtrelativistischer Näherung und mit ebenen Wellen für die Wellenfunktion der Elektronen, das ist die sog. Bornsche Näherung, fand Heitler für den totalen Absorptionsquerschnitt eines Photons an beiden K-Elektronen:

$$\sigma_{\text{Ph}} = \alpha^4 \cdot Z^5 \cdot \sqrt{32 \cdot \left(\frac{E_0}{E}\right)^7 \cdot \sigma_{\text{Th}}} \quad (3.35)$$

Dabei ist α die Feinstrukturkonstante, Z die Ordnungszahl des absorbierenden Atoms, E_0 die Ruheenergie des Elektrons, E die Energie des absorbierten Photons und σ_{Th} der klassische Thomsonquerschnitt. In der halblogarithmischen Darstellung ist seine Abhängigkeit von der Energie durch eine gerade mit der Steigung 3,5 gegeben. Für Photonenenergien in der Nähe der

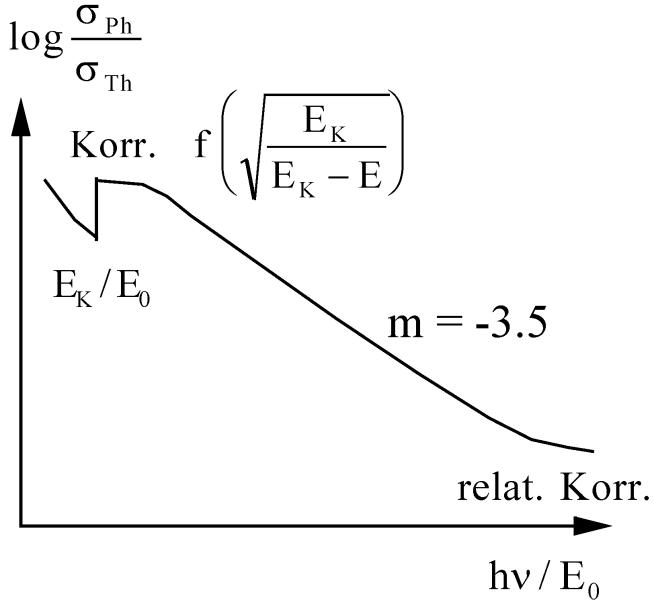


Abbildung 3.19: Halblogarithmische Auftragung des totalen Wirkungsquerschnitts für den Photoeffekt.

Bindungsenergie der K-Schale stimmt diese Beziehung nicht mehr. Sie muss multipliziert werden mit einem Ausdruck der in der Abb. 3.19 angegebenen Form, der den Resonanzcharakter der Absorption in der K-Schale berücksichtigt. Auch am hochenergetischen Ende der Darstellung, im relativistischen Bereich, ist sie ebenfalls nicht mehr gültig. Sie geht dann über in

$$\sigma_{\text{Ph}} = 1,5 \alpha^4 \cdot Z^5 \cdot \frac{E_0}{E} \cdot \sigma_{\text{Th}} \quad (3.36)$$

Wie man sieht, bewirken beide Korrekturen ein Abflachen der Steigung. Wesentlich für den Photoeffekt ist seine starke Abhängigkeit von der Ordnungszahl, in beiden Gleichungen geht sie mit der 5. Potenz. Auch für genauere Rechnungen liegt der Exponent je nach der Energie zwischen vier und fünf.

Über die Winkelverteilung ist zu sagen, dass mit zunehmender Energie die emittierten Photonelektronen immer mehr nach vorne, d.h. in Richtung des einfallenden Quants emittiert werden. Bei 100 keV ist die Verteilung sehr breit, es wird noch eine beträchtliche Zahl senkrecht zum Photon ausgesendet, der wahrscheinlichste Winkel ist 45° . Bei 0,5 MeV liegt das Maximum schon bei 20° , und es wird praktisch nichts mehr bei Winkeln größer als 45° emittiert.

3.2.2.3 Die Paarerzeugung und Paarvernichtung

Bei den bisher besprochenen Möglichkeiten der Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie wurde die Photonenergie ganz oder teilweise einem geladenen Teilchen der Materie übertragen. Die Paarbildung ist ein völlig anderer Prozess: es werden Teilchen erzeugt. Das γ -Quant verschwindet, seine Energie tritt als Ruhe- und Bewegungsenergie eines Teilchen-Antiteilchen-Paares auf.

Als Erster hat Dirac eine sehr anschauliche Erklärung der Paarbildung sowie der Natur der Antiteilchen gegeben, die allerdings inzwischen durch die Feynmansche Quantenelektrodynamik ergänzt oder ersetzt worden ist. Nach der Dirac-Gleichung sind die Energiezustände des Elektrons gegeben durch

$$E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2} \quad (3.37)$$

Mit dem positiven Vorzeichen ist das die Gleichung für die Gesamtenergie eines freien, relativistischen Elektrons mit der Ruheenergie E_0 und dem Impuls p . Dirac nahm nun auch das Minuszeichen ernst und schloss, dass für ein Elektron neben dem bisher bekannten positiven Energiebereich mit $E \geq E_0$ ein zweiter, negativer mit $E \leq E_0$, existieren kann. Die beiden Bereiche sind getrennt durch eine Energielücke $2E_0$. Die Schwierigkeit, den Elektronen gegen die Erfahrung negative Energiezustände zuschreiben zu müssen, umging er durch das Postulat, dass alle negativen Zustände nach dem Pauli-Prinzip besetzt sind. Man nannte das den Dirac-See. Die in den Atomen oder Molekülen gebundenen Elektronen liegen in diesem Bild in diskreten Zuständen im (für freie Elektronen) verbotenen Bereich unterhalb der Bereichsgrenze.

Ein Übergang eines Elektrons vom positiven in den negativen Energiebereich ist nicht möglich, da es darin keine freien Plätze gibt. Umgekehrt aber kann ein Elektron aus dem See in einen unbesetzten Zustand des positiven Bereichs gehoben werden. Ein γ -Quant, das mindestens die Energie $2E_0$ hat, kann ein Elektron in einem dem Photoeffekt vergleichbaren Prozess aus dem See in den Bereich positiver Energie heben. Man hat dann ein normales, freies, *negatives* Elektron in der normalen Welt und ein Loch im See. Man kann zeigen, dass sich dieses Loch genau so verhält, wie ein *positives* Elektron mit *positiver* Energie. Das Loch heißt Positron, der Prozess ist die Paarerzeugung.

Das entstandene Loch oder Positron ist natürlich in Anwesenheit von Elektronen ein sehr instabiler Zustand. Jetzt ist nämlich der Übergang eines Elektrons vom positiven in den negativen Energiebereich möglich. Dabei verschwindet sowohl das Elektron als auch das Loch, die Übergangsenergie wird als elektromagnetische Strahlung freigesetzt. Die Strahlung heißt Vernichtungsstrahlung, der Prozess Paarvernichtung.

In Abb. 3.20 sind die möglichen Prozesse dargestellt. Bei der Erzeugung verschwindet ein γ -Quant mit einer Energie, die größer ist als die verbotenen Zone, und es entsteht ein Elektron-Positron-Paar. Von der γ -Energie wird dabei der Anteil $2E_0$ aufgebraucht, um das Elektron über die verbotene Zone zu heben, der Rest tritt als kinetische Energie des Paares auf. Bei der Vernichtung wird ein ursprünglich im Bereich negativer Energie liegendes Loch durch ein Elektron aus dem positiven aufgefüllt. Gezeichnet ist der am häufigsten vorkommende Fall, in dem sowohl das Positron als auch das Elektron in Ruhe sind. Dann ist die gesamte freiwerdende Strahlungsenergie gleich der Energielücke. Sie kann sich auf ein oder mehrere Quanten verteilen, je nachdem der Prozess im Feld eines geladenen Teilchens oder im Vakuum stattfindet. Nicht berücksichtigt sind in diesen einfachen Betrachtungen eventuell auftretende Rückstoßenergien, auf die weiter unten näher eingegangen wird.

Das Positron wird auch als das Antiteilchen des Elektrons bezeichnet. Im Dirac-Bild ist klar, was damit gemeint ist. Es hat die Eigenschaften eines *fehlenden* Elektrons und ist in dem Sinne komplementär zu einem Elektron, als es sich mit diesem zusammen in reine Energie auflösen kann. Quantenmechanisch ausgedrückt heißt dies, dass sich die additiven Quantenzahlen von Elektron und Positron gegenseitig aufheben.

Die Energie- und Impulsbilanz zeigen, dass die Paarerzeugung durch ein einziges γ -Quant im Vakuum nicht möglich ist. Ein Photon mit der Energie E_γ und dem Impuls $p_\gamma = E_\gamma/c$ kann nämlich nicht gleichzeitig seinen gesamten Impuls und seine Energie auf ein Teilchen mit endlicher Ruhemasse übertragen. Die Energie E eines Elektron-Positron-Paares ist

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_i^2} \quad (3.38)$$

E_i ist die innere Energie und p der Impuls des Paars. Überträgt das Photon seine gesamte Energie, d.h. ist $E = E_\gamma$, dann ergibt sich für den Impuls des Paars mit v der Schwerpunktsgeschwindigkeit

$$p = \frac{E}{c^2} \cdot v = \frac{E_\gamma}{c^2} \cdot v = \frac{v}{c} \cdot p_\gamma \quad (3.39)$$

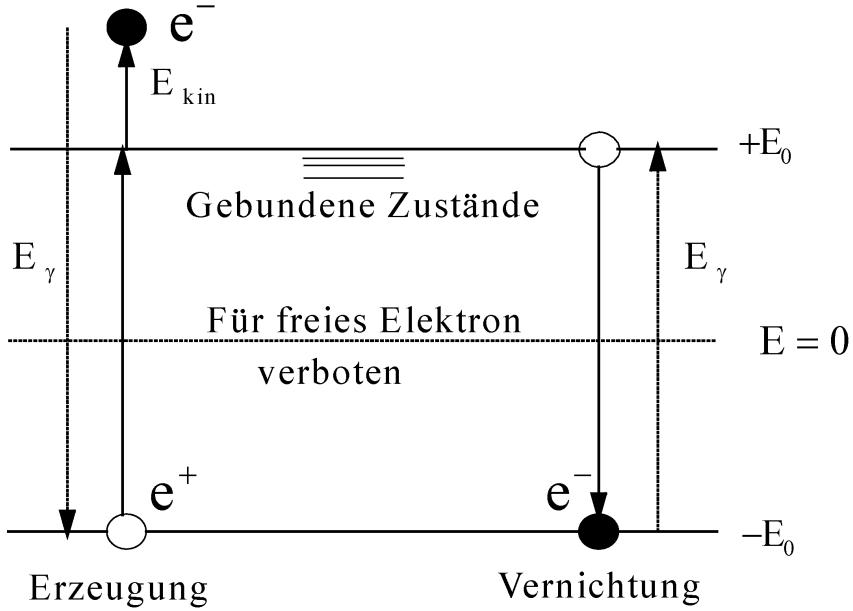


Abbildung 3.20: Schematische Darstellung der Paarerzeugung und Paarvernichtung.

Bei vollständiger Energieübertragung ist der Impuls des Paars kleiner als der des γ -Quants. Im Feld eines geladenen Teilchens kann jedoch der Impulsüberschuss des Photons auf dieses Teilchen übergehen. Es gibt dann eine minimale Energie E_γ des Quants, die Schwellenenergie, bei der die Paarbildung einsetzt. Für diese gilt

$$E_\gamma = 2E_0 \cdot \left(1 + \frac{E_0}{M_0 c^2} \right) \quad (3.40)$$

M_0 ist dabei die Ruhemasse des Teilchens, in dessen Feld die Paarbildung stattfindet und E_0 wie immer die Ruheenergie eines Elektrons. Bei der Paarbildung im Feld schwerer Kerne ist die Schwellenenergie praktisch gleich der Ruheenergie des Elektron-Positron-Paars, weil dann der zweite Term in der Klammer vernachlässigt werden kann. Die Rückstoßenergie ist dann verschwindend klein, die Photonenenergie verteilt sich auf das Paar. Im Coulomb-Feld eines Elektrons dagegen ist die Schwellenenergie die vierfache Ruheenergie eines Elektrons. Dem Elektron wird also eine beträchtliche Rückstoßenergie übertragen, die genau so groß ist, wie die Ruheenergie des Paars, weshalb dieser Prozess auch als inelastische Paarbildung bezeichnet wird.

Die Berechnung der Winkelverteilung und des Wirkungsquerschnitts für die Paarerzeugung ist sehr verwickelt und führt zu unübersichtlichen Ausdrücken, die nur unter besonderen Bedingungen vereinfacht werden können. Ein solcher Näherungsausdruck für den totalen Wirkungsquerschnitt in schweren Elementen, der für hohe Energien gilt und die Ladungsabschirmung in den inneren Schalen nicht berücksichtigt, ist in Bornscher Näherung

$$\sigma_P = \alpha \cdot r_0^2 \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{28}{9} \cdot \log \frac{2E}{E_0} - \frac{218}{27} - 1,027 \right) \text{ pro Atom} \quad (3.41)$$

α ist die Feinstrukturkonstante, r_0 der klassische Elektronenradius und Z die Ordnungszahl des Elements. Er ist stark abhängig von der Ordnungszahl, mit der er quadratisch ansteigt. Nur schwach abhängig, nämlich logarithmisch ansteigend, ist er von der Energie. Da jedoch die Querschnitte für den Comptoneffekt und den Photoeffekt mit zunehmender Energie kleiner werden, führt dieser Anstieg dazu, dass bei hohen Energien die Paarbildung alle anderen Wechselwirkungen bei weitem überwiegt. Eine ausführlichere Diskussion der Rechnung, die zu der Gl. 3.41 führt, und über den Gültigkeitsbereich findet sich in [11]. Der Verlauf in Abhängigkeit von der

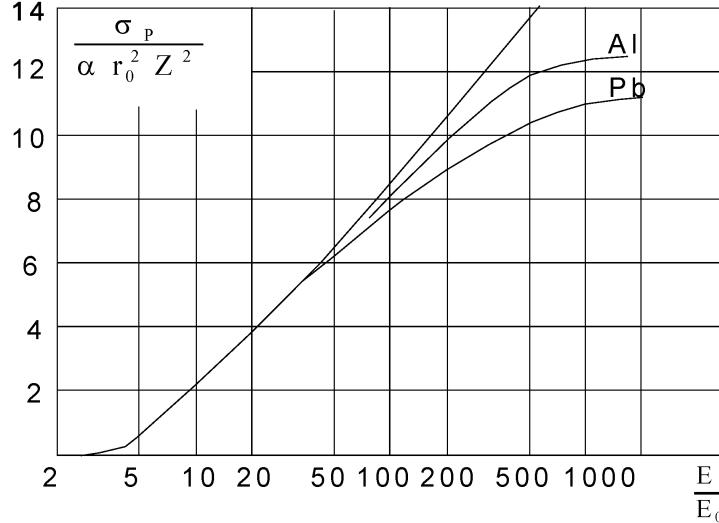


Abbildung 3.21: Der Wirkungsquerschnitt für die Paarerzeugung.

Energie ist in Abb. 3.21 dargestellt. Der lineare Verlauf gibt die Formel Gl.3.41 wieder. Die bei hohen Energien flacher werdende Kurve kommt durch die Berücksichtigung der Ladungsabschirmung zustande. In dieser Näherung nähert sich der Wirkungsquerschnitt einem asymptotischen Grenzwert. Der Kurvenverlauf sollte unabhängig von der Ordnungszahl für alle Elemente der gleiche sein. Dies ist tatsächlich der Fall in der Näherung ohne Ladungsabschirmung. Wird diese aber berücksichtigt, ergeben sich Abweichungen bei hohen Energien. In Abb. 3.21 sind die Werte für Aluminium und Blei gezeichnet.

Auch bei der Paarvernichtung ist das Auftreten eines einzelnen Quants im Vakuum durch die Erhaltungssätze verboten. Die Gl.3.39 sagt nämlich für diesen Fall, dass der Impuls des Quants größer ist als der des Paars. Unmittelbar einsichtig ist das, wenn das Paar vor der Zerstrahlung in Ruhe ist. Dann ist der Anfangsimpuls null, der Ausgangsimpuls des γ -Quants ist aber $2E_0/c$.

Die Zerstrahlung in zwei oder mehr Quanten ist dagegen ohne weiteren Stoßpartner durch die Erhaltungssätze erlaubt. Es seien E_- bzw. E_+ die Energien, p_- bzw. p_+ die Impulse im Schwerpunktssystem für Elektron und Positron, E und p die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls des Paars im Laborsystem, $E_{\gamma i}$ und $p_{\gamma i}$ die Energien und Impulse der γ -Quanten, dann ist für die Vernichtung unter Emission von zwei Quanten der Energiesatz

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + \epsilon_0^2} = E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2} \quad (3.42)$$

mit

$$\epsilon_0 = E_+ + E_-, \quad E_+ = \sqrt{p_+^2 c^2 + E_0^2}, \quad E_- = \sqrt{p_-^2 c^2 + E_0^2} \quad \text{mit} \quad \vec{p}_+ = \vec{p}_- \quad (3.43)$$

Der Impulssatz ist

$$\vec{p} = \vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2} \quad (3.44)$$

Ist der Schwerpunkt des Paars in Ruhe ($\vec{p} = 0$), dann heißt das

$$\vec{p}_{\gamma 1} = -\vec{p}_{\gamma 2} \quad \text{und} \quad E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} = E_+ + E_- \quad (3.45)$$

Die γ -Quanten fliegen genau unter 180° voneinander weg. Sie haben beide dieselbe Energie, nämlich jedes die Gesamtenergie eines Teilchens des Paars. Wenn die Teilchen des Paars auch

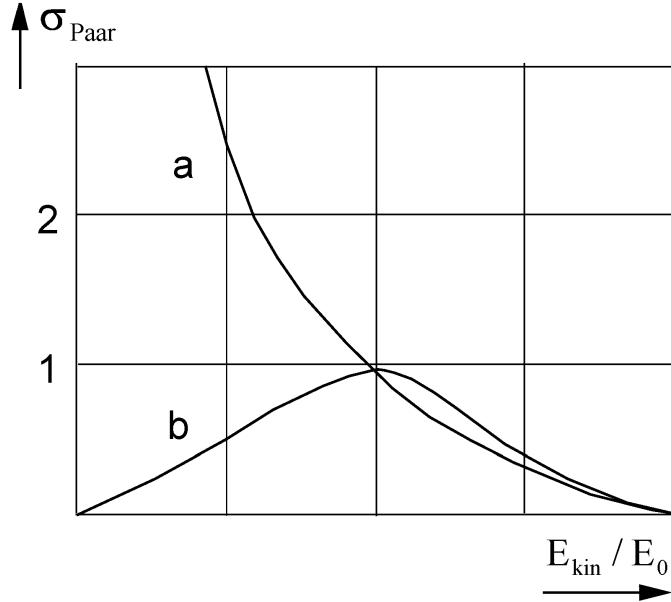


Abbildung 3.22: Wirkungsquerschnitt für die Paarzerstrahlung: a) in zwei Quanten, b) in ein Quant.

verschwindende kinetische Energie im Schwerpunktsystem haben, wenn also $p_+ = p_- = 0$ ist, dann reduziert sich diese Energie auf die Ruheenergie eines Leptons. Bei der Zweiquantenzersetzung eines Paars in Ruhe hat also jedes der Quanten die Energie $E_\gamma = 0.511 \text{ MeV}$.

Das ist nicht mehr der Fall, wenn sich der Schwerpunkt des Paars bewegt, z.B. wenn sich das Positron mit der Geschwindigkeit v_+ auf ein ruhendes Elektron zu bewegt. Dann sind die Energien der γ -Quanten verschieden, und es tritt eine Abweichung von der 180° -Korrelation ein. Für nichtrelativistische Geschwindigkeiten des Positrons ist der Winkel ϵ der maximalen Abweichung ($c = \text{Lichtgeschwindigkeit}$):

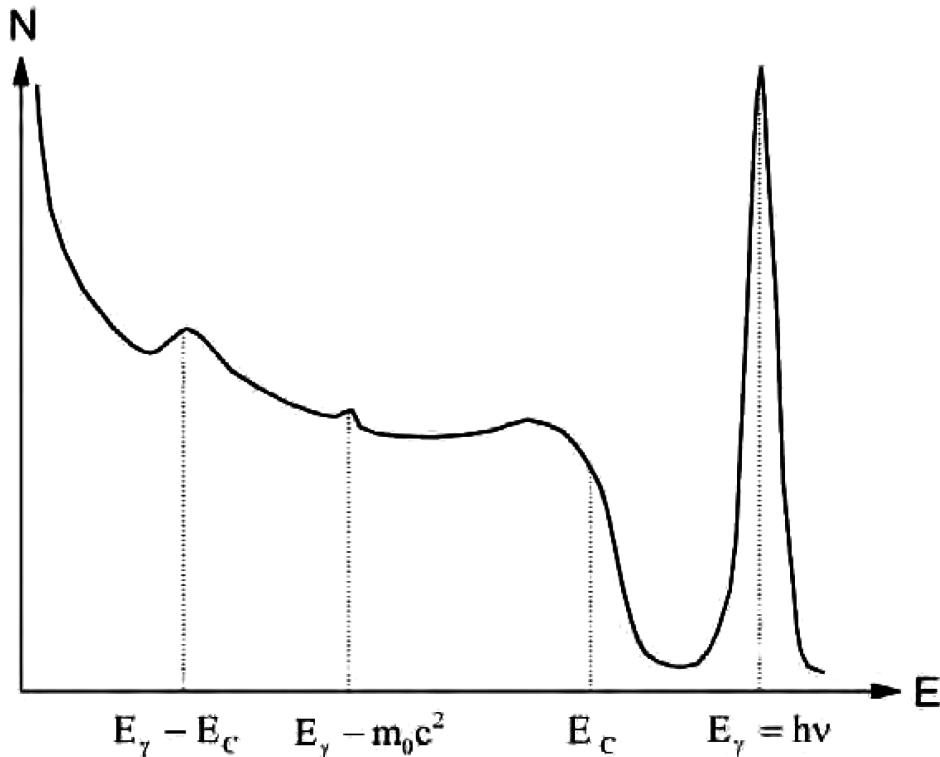
$$\epsilon = \sqrt{\frac{v_+}{2c}} \quad (3.46)$$

Die Korrelation wird verbreitert, und aus der Verbreiterung kann auf die Geschwindigkeit des Positrons geschlossen werden. Die Erhaltungssätze erlauben auch den Zerfall in mehr als zwei Quanten. Energie und Impuls verteilen sich dann beliebig.

Die Wirkungsquerschnitte für die Ein- und Zweiquantenzersetzung in Bornscher Näherung sind in Abb. 3.22 als Funktion der reduzierten kinetischen Energie des Positrons bei ruhendem Elektron dargestellt. Für die Einquantenzersetzung ist die Einheit $\pi \cdot \alpha^4 \cdot r_0^2 \cdot Z^5$, für die Zweiquantenzersetzung $\pi \cdot r_0^2 \cdot Z$, wobei Z die Ordnungszahl der Atome in der Materie, r_0 der Elektronenradius und α die Feinstrukturkonstante sind. Man sieht, dass an leichten Kernen der Zweiquantenzersetzung bei weitem der wahrscheinlichere ist, besonders bei kleinen Positronenergien. Die Wahrscheinlichkeit nimmt monoton mit zunehmender Energie ab. Der Einquantenzersetzung geht durch ein Maximum für eine kinetische Energie der Positronen von 0.5 MeV .

Praktische Bedeutung hat die Vernichtungsstrahlung für den Nachweis von Positronen in Materie. Zwei koinzidente γ -Quanten mit der Energie von je 0.511 MeV in entgegengesetzten Richtungen fliegend lassen eindeutig auf die Zerstrahlung eines Elektron-Positron-Paars schließen. Schon das Auftreten einer Linie bei dieser Energie ist ausreichend, wenn sicher ist, dass nicht Quanten aus anderen Prozessen in diesem Bereich auftreten.

Wie sieht nun das Spektrum der durch die Paarbildung in einem energieempfindlichen Detektor ausgelösten Ereignisse aus? Dies ist die Frage nach der Energie, die dabei auf die Elek-

Abbildung 3.23: γ -Spektrum.

tronen übertragen wird. Um sie zu beantworten, muss man die Prozesse, die bei der Paarbildung ablaufen, etwas näher betrachten. Dem erzeugten Paar wird zunächst die seine Ruheenergie übersteigende γ -Energie als kinetische Energie mitgegeben. Diese geht in einer Zeit in der Größenordnung von Picosekunden bei der Abbremsung der Leptonen in Anregungsenergie der Materie über. Nach einigen Nanosekunden zerstrahlt das ruhende Positron fast immer in zwei Quanten, von denen jedes die Energie 0.511 MeV hat. (Näheres darüber ist beim Versuch Positronium zu finden). Wenn nun beide Vernichtungsquanten im Detektor einen Photoeffekt machen, tritt die gesamte Energie des ursprünglichen γ -Quants als Anregungsenergie im Detektor auf und das Ereignis fällt in die Photolinie. Wenn aber eines oder beide Quanten das empfindliche Volumen des Detektors ohne Wechselwirkung verlassen, dann treten weitere Linien im Spektrum auf, die um eine oder zwei Ruheenergien unterhalb des Photopeaks liegen. Man nennt diese Linien in bestem Deutsch Escape-Peaks (von *escape* = entkommen).

In Abb. 3.23 ist das vollständige Spektrum einer monochromatischen γ -Quelle gezeichnet. Zu erkennen ist die Photolinie bei der γ -Energie und die von der Kante E_C zu kleineren Energien hin ansteigende kontinuierliche Comptonverteilung. Es ist angenommen, dass die γ -Energie etwas größer ist als die Schwelle der Paarbildung. Deshalb tritt im Abstand einer Elektronenruhemasse eine Escape-Linie auf. Sie hat die Breite der Photolinie, ist aber sehr viel schwächer, da knapp über der Schwelle der Wirkungsquerschnitt für die Paarbildung noch viel kleiner ist als der für den Photoeffekt. Je nach der Geometrie der Messanordnung tritt durch sekundäre Prozesse eine weitere Linie auf, die Rückstreuulinie. Sie entsteht, wenn das Quant den Detektor zunächst ohne Wechselwirkung durchfliegt, dann an der hinter dem Detektor liegenden Materie in diesen zurückgestreut wird und dort Photoeffekt macht. Es hat bei der Streuung die Energie der Comptonkante verloren und liegt deshalb bei der Energie, die dem Abstand zwischen Photolinie und Comptonkante entspricht. Da die Streuung natürlich nicht nur genau bei 180° stattfindet, sondern in einem gewissen Winkelbereich, ist die Rückstreuulinie gegenüber der Photolinie verbreitert.

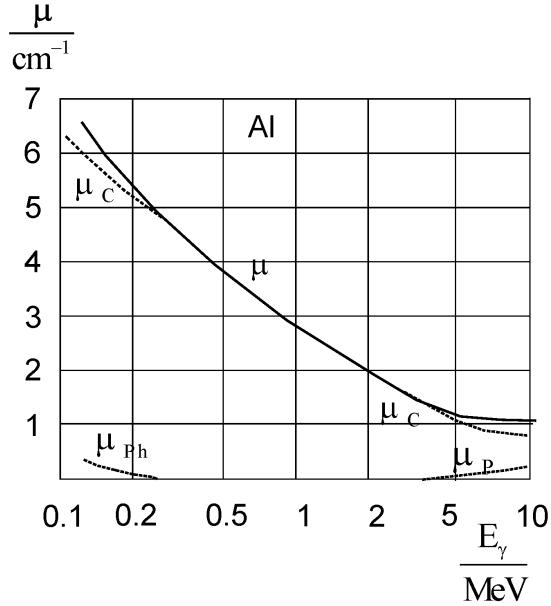


Abbildung 3.24: Die linearen Absorptionskoeffizienten von Aluminium.

3.2.2.4 Der totale Absorptionskoeffizient für elektromagnetische Strahlung in Materie

Die Abnahme der Intensität elektromagnetischer Strahlung durch Absorption in der Materie wird durch die schon früher hergeleitete Beziehung

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (3.47)$$

beschrieben. Die Größe μ , die die Wahrscheinlichkeit der Absorption beschreibt, hat die Dimension einer reziproken Länge und heißt der totale lineare Absorptionskoeffizient. Die Größe

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \quad (3.48)$$

ist die mittlere freie Weglänge der Strahlung in Materie, d.h. der mittlere Weg, den ein Quant zurücklegt, bevor es absorbiert wird. Die Absorption ist im Wesentlichen den drei besprochenen Prozessen zuzuschreiben, dem Photoeffekt, der Paarbildung und mit der früher besprochenen Einschränkung dem Comptoneffekt. Der totale lineare Absorptionskoeffizient ist demnach die Summe der partiellen Absorptionskoeffizienten der Einzelprozesse, also

$$\mu = \mu_C + \mu_{Ph} + \mu_P \quad (3.49)$$

Die Absorptionskoeffizienten sind über die Teilchendichte N , das ist die Anzahl der Atome pro Volumeneinheit, verknüpft mit den Wirkungsquerschnitten der betreffenden Prozesse

$$\mu = N \cdot (\sigma_C + \sigma_{Ph} + \sigma_P) \quad (3.50)$$

In Abb. 3.24 sind die linearen Absorptionskoeffizienten für Aluminium in Abhängigkeit von der Energie bis 10 MeV gezeichnet. Man erkennt, dass für dieses leichte Element die Absorption fast vollständig durch den Comptoneffekt verursacht wird. Der Photoeffekt macht sich erst bei kleinen Energien unter 200 keV bemerkbar, die Paarbildung tritt erst bei Energien größer als 5 MeV merklich auf. Der Grund für dieses Verhalten liegt in der Z-Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte. Erst bei höheren Ordnungszahlen fällt der Photoeffekt ins Gewicht, um dann bei

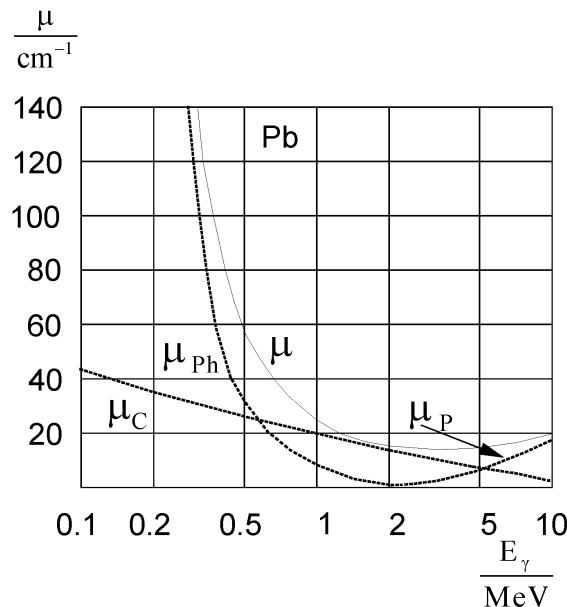


Abbildung 3.25: Die linearen Absorptionskoeffizienten von Blei.

schweren Elementen zu überwiegen. Dies ist aus der Abb. 3.25 ersichtlich, in der die Absorptionskoeffizienten bei denselben Energien für Blei aufgetragen sind. Hier dominiert bei kleinen Energien der Photoeffekt, erst ab 600 keV ist der Comptoneffekt wahrscheinlicher. Zu bemerken ist auch, dass die Absolutwerte der Absorption wesentlich größer sind als bei Aluminium. Die totale Absorption hat ein Minimum, das für Blei bei ungefähr 3 MeV liegt, für Aluminium bei über 10 MeV jenseits des gezeichneten Bereichs.

In Abb. 3.26 sind die Bereiche der Ordnungszahl und der Energie dargestellt, in welchen einer der drei Effekte dominierend ist. Sie sind durch zwei Kurven getrennt. Auf der linken Kurve sind die linearen Absorptionskoeffizienten für den Compton- und den Photoeffekt gleich groß, auf der rechten für den Comptoneffekt und die Paarbildung. Grob gesprochen gilt, dass bei kleinen Energien der Photoeffekt, bei mittleren der Comptoneffekt und bei großen Energien die Paarbildung überwiegt.

Man lernt aus der Darstellung, dass bei Energien um 1 MeV und etwas darunter, wie sie die radioaktiven Präparate haben, in Plastiksintillatoren praktisch nur Comptoneffekt stattfindet. Die Spektren zeigen das auch, es ist auch nicht die geringste Spur einer Photolinie zu sehen. Plastik hat, wenn man von der chemischen Zusammensetzung CH₂ ausgeht eine mittlere Ordnungszahl von 2,7. Die anderen im Praktikum verwendeten Detektoren, Ge und NaJ, haben beide Z = 32 und deshalb einen beträchtlichen Photoanteil.

In Tabelle 3.1 ist dieses Verhalten in der letzten Spalte nochmals zusammengefasst. Außerdem ist die Abhängigkeit der elektromagnetischen Effekte von der Energie der Quanten und der Ordnungszahl der Materie angegeben.

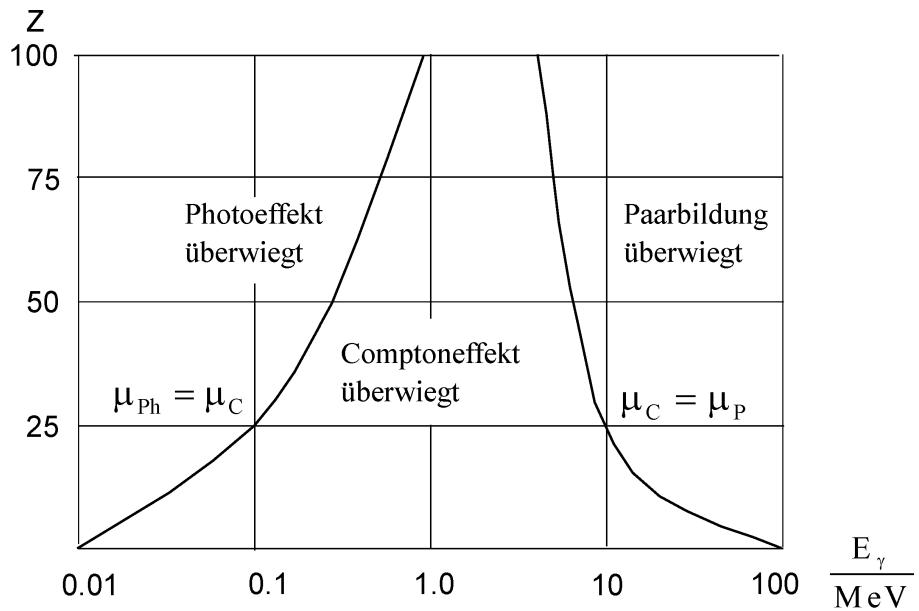


Abbildung 3.26: Vergleich der linearen Absorptionskoeffizienten.

Tabelle 3.1: Energie- und Z-Abhängigkeit der elektromagnetischen Effekte.

	Energie	Z	überwiegt bei
Photoeffekt	$1/E^3$	$Z^4 - Z^5$	E klein Z groß
Comptoneffekt	$1/E^2$ grob	Z	E mittel (1 MeV) Z klein
Paarbildung	$\ln E$ über der Schwelle	Z^2	E groß Z groß

Kapitel 4

Strahlungsdetektoren

Im vorhergehenden Abschnitt wurden die Wechselwirkungen der Strahlung besprochen, durch die Energie auf Materie übertragen wird. Es zeigte sich, dass die geladenen Teilchen ihre Energie auf direkte Weise durch Anregung oder Ionisation weitergeben, während die ungeladenen zunächst in einem elementaren Prozess geladene Teilchen erzeugen, auf die die Energie ganz oder teilweise übergeht und die dann ihrerseits mit der Materie wechselwirken.

In diesem Abschnitt werden nun die Methoden besprochen, mit denen die Anregung oder Ionisierung festgestellt oder quantitativ bestimmt werden können, und die Detektoren, in denen diese Messprinzipien verwirklicht sind. Neben solchen, die im Praktikum verwendet und die deshalb ausführlich behandelt werden, sollen auch einige weitere kurz besprochen werden, die für andere Anwendungen wichtig sind.

4.1 Detektoren mit direktem Nachweis der Ionisation.

Das älteste Prinzip, das in Strahlungsdetektoren Verwendung findet, ist der direkte Nachweis der Ionisation durch Beobachtung der Veränderung der Leitfähigkeit von bestrahlter Materie. In den Anfängen der Kernphysik hat man Elektrometer verwendet, die sich bei Bestrahlung entladen haben, oder Ionisationskammern, eine Art gasgefüllter Kondensatoren, die durch Ionisation leitend geworden sind. Daraus sind die heute benutzten Proportional- und Auslöse-Zählrohre hervorgegangen, die wegen der inneren Verstärkung der ursprünglich schwachen Signale wesentlich empfindlicher sind als ihre einfachen Vorgänger. Nicht nur in Gasen, sondern auch in Festkörpern wird der elektrische Widerstand durch ionisierende Strahlung beeinflusst. Dies hat zur Entwicklung der Halbleiterzähler geführt.

4.1.1 Die Gaszählrohre

Alle Gaszählrohre arbeiten auf dieselbe Weise. Das nachzuweisende Teilchen ionisiert das Gas in einem Kondensator. Die so entstandenen Elektronen und positiven Ionen wandern in einem angelegten elektrischen Feld zu den Elektroden. Während ihrer Wanderung fließt ein Strom, der nachgewiesen wird. Meist sind die positiven Ionen einfach geladen. Mehrfach geladene Kationen werden deshalb, ebenso wie die mit geringer Wahrscheinlichkeit durch Elektronenanlagerung entstehenden Anionen, im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Die Wirkungsweise der verschiedenen Zählrohre wird bestimmt durch die Prozesse, denen Elektronen, Ionen, Atome und Moleküle in elektrischen Feldern unterliegen. Es ist deshalb nützlich, zunächst die wichtigsten Begriffe aus der Gaselektronik einzuführen. Näheres darüber findet sich in [16].

Solange sich die geladenen und ungeladenen Teilchen im thermischen Gleichgewicht befinden, kann ihnen die gleiche Temperatur T zugeschrieben werden. Ein Teilchen mit der Masse M_i hat dann die mittlere thermische Geschwindigkeit

$$v_i = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{M_i}} \quad (4.1)$$

mit k der Boltzmann-Konstanten. Die Teilchen bewegen sich im Mittel mit dieser Geschwindigkeit frei im Gasraum, bis sie mit einem anderen Teilchen zusammenstoßen. Die Strecke, die sie dabei zwischen zwei Stößen zurücklegen, heißt die mittlere freie Weglänge und ist [17]

$$L = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot a^2 \cdot N} \quad \text{für Ionen, Atome, Moleküle} \quad (4.2)$$

$$\lambda = \frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot N} \quad \text{für Elektronen} \quad (4.3)$$

Die Größe a mit der Dimension einer Länge hängt von der Größe der Moleküle ab und heißt Stoßparameter. Er ist nicht genau bekannt, ist aber auf jeden Fall ein Maß für den kleinsten Abstand der stoßenden Teilchen. In Gl. 4.2 wurde angenommen, dass er für die Ionen und neutralen Teilchen gleich ist, weshalb sich auch für sie die gleiche mittlere freie Weglänge ergibt. Die Elektronen sind viel kleiner und können im Vergleich dazu als punktförmig angesehen werden. In Gl. 4.3 geht deswegen nur der halbe Stoßparameter ein. N ist die Dichte der schweren Teilchen. Die mittlere freie Weglänge der Elektronen in Gasen ist demnach umgekehrt proportional zum Gasdruck und gehorcht der Faustregel

$$\lambda = \frac{1,3}{p} \text{ mm} \quad \text{für } p \text{ in Hektopascal} \quad (4.4)$$

liegt also bei Atmosphärendruck in der Größenordnung von 10^{-4} cm.

Wird nun im Gas ein elektrisches Feld mit der Feldstärke E angelegt, dann nehmen die geladenen Teilchen aus dem Feld Energie auf. Wären sie im Vakuum, dann würden sie gleichförmig beschleunigt, und ihre kinetische Energie würde dauernd zunehmen. In Gasen jedoch geben sie bei jedem Stoß einen Teil der gewonnenen Energie an die Gasmoleküle ab. Es stellt sich nach einiger Zeit ein stationärer Zustand ein, in dem die mittlere Geschwindigkeit gegenüber der thermischen Geschwindigkeit der Moleküle erhöht ist. Ihre Größe bestimmt sich aus der Energiebilanz, nach der die aus dem Feld im Mittel zwischen zwei Stößen aufgenommene Energie gerade gleich der bei einem Stoß abgegebenen ist. Aus den durch das Feld erhöhten mittleren Geschwindigkeiten der geladenen Teilchen ergeben sich die erhöhten Temperaturen

$$T_i = \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{T^2 + \frac{16 \cdot e^2 \cdot E^2 \cdot L^2}{9 \cdot k^2}} \quad \text{Ionentemperatur} \quad (4.5)$$

$$T_e = \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{T^2 + \frac{4 \cdot e^2 \cdot E^2 \cdot \lambda^2}{9 \cdot k^2} \cdot \frac{M_i}{M_e}} \quad \text{Elektronentemperatur} \quad (4.6)$$

Für kleine Feldstärken sind die Temperaturen praktisch gleich der Temperatur T des thermischen Gleichgewichts, aber bei größeren Feldstärken liegt zumindest die Elektronentemperatur wegen des großen Verhältnisses der Ionenmasse M_i zur Elektronenmasse M_e beträchtlich darüber.

Das elektrische Feld bewirkt eine der thermischen Bewegung überlagerte Wanderung der Elektronen und Ionen längs der Feldlinien – man nennt das Drift – mit mittleren Geschwindigkeiten, den Driftgeschwindigkeiten. Diese sind

$$\bar{u}_i = b_i \cdot E = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \frac{L \cdot e}{M_i \cdot v_e} \cdot E \quad \text{für Ionen} \quad (4.7)$$

$$\bar{u}_e = b_e \cdot E = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \frac{\lambda \cdot e}{M_e \cdot v_e} \cdot E \quad \text{für Elektronen} \quad (4.8)$$

v_i bzw. v_e sind die nach Gl. 4.1 durch Einsetzen der Ionen- bzw. Elektronentemperatur berechneten mittleren Geschwindigkeiten, b_i bzw. b_e sind die Beweglichkeiten der Ionen bzw. Elektronen. Für kleine Felder sind sie unabhängig vom Feld.

$$b_i = \frac{e \cdot L}{\sqrt{3 \cdot k \cdot T \cdot M_i}} \quad \text{Ionenbeweglichkeit} \quad (4.9)$$

$$b_e = \frac{e \cdot \lambda}{\sqrt{3 \cdot k \cdot T \cdot M_e}} \quad \text{Elektronenbeweglichkeit} \quad (4.10)$$

Ihr Verhältnis ist

$$\frac{b_e}{b_i} = \frac{\lambda}{L} \cdot \sqrt{\frac{M_i}{M_e}} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{M_i}{M_e}} \quad (4.11)$$

Die Beweglichkeit der Elektronen und damit auch ihre Driftgeschwindigkeit sind demnach um rund drei Zehnerpotenzen größer als die der Ionen. Ein Beispiel: In Stickstoff unter Normalbedingungen und einer Feldstärke von 1000 V/cm ist die Driftgeschwindigkeit der Ionen

$$\bar{u}_i = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.12)$$

Sie ist der Wärmebewegung der Ionen überlagert, für die sich nach Gl. 4.1 ergibt

$$\bar{v}_i = 490 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.13)$$

Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen ist unter denselben Bedingungen

$$\bar{u}_e = 17 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (4.14)$$

Daraus ist ersichtlich, dass die Ionen in der Zeit, in der die Elektronen das ganze Zählrohr durchfliegen, am Ort ihrer Entstehung liegen bleiben

Wenn die Elektronen- und Ionentemperatur sich von der Gastemperatur unterscheiden, wird bei Stößen Energie übertragen, da die Systeme einem neuen thermischen Gleichgewicht zu streben. Bei geringen Unterschieden sind die Stöße überwiegend elastisch, weil die Energie der Stoßpartner nur in wenigen Fällen zur inneren Anregung eines Teilchens ausreicht. Ein Elektron verliert bei einem elastischen Stoß mit einem Molekül der Masse M die Energie

$$\Delta E_e = \frac{2 \cdot M \cdot M_e}{(M + M_e)^2} \cdot (E_e - \bar{E}) \approx \frac{2 \cdot M_e}{M} \cdot (E_e - \bar{E}) \quad (4.15)$$

und, wenn man die Massen des Ions und des Moleküls als gleich betrachtet

$$\Delta E_i \approx \frac{1}{2} \cdot (E_i - \bar{E}) \quad (4.16)$$

E_e bzw. E_i sind die Energien des Elektrons bzw. Ions und \bar{E} die Energie im thermischen Gleichgewicht. Wegen des großen Massenunterschieds muss ein Elektron häufig stoßen, um seinen Energieüberschuss zu verlieren, während ein Ion schon bei einem Stoß die Hälfte überträgt. Aus

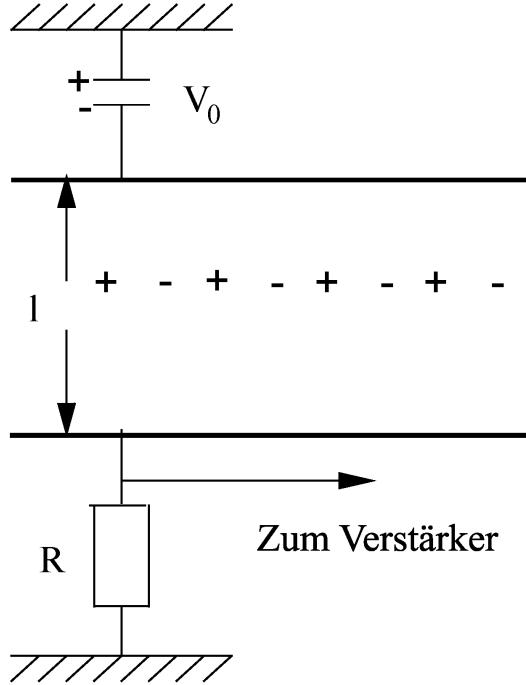


Abbildung 4.1: Die Ionisationskammer.

diesem Grund kann die Elektronentemperatur beträchtlich größer als die Ionen- oder Gastemperatur werden, wie es in den Gl. 4.5 und Gl. 4.6 zum Ausdruck kommt.

In hohen elektrischen Feldern erreicht die Elektronentemperatur Werte, bei denen innere Anregung und schließlich auch Ionisation des Stoßpartners immer häufiger werden, zwei Prozesse, die für die Ladungsbilanz im Gas wichtig sind, da sie beide Ladungen erzeugen. Bei der Ionisation entsteht ein neues Elektron-Ion-Paar auf direktem Weg, bei der Anregung auf dem Umweg über ein Photon. Der Übergang in den Grundzustand geschieht nämlich nicht immer strahlungslos, sondern es besteht dabei eine gewisse Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photons, das seinerseits durch Photoeffekt ein Elektron auslösen kann.

Bei Stößen zwischen den Ionen und den Gasmolekülen reicht die Energie zu Ionisation und Anregung nicht aus, denn erstens erreichen die Ionen nicht die hohen Temperaturen der Elektronen und zweitens steht wegen der hohen kinetischen Energie des Schwerpunktes nur ein kleiner Teil der Energie für die Anregung zur Verfügung. Die schweren Teilchen machen fast ausschließlich elastische Stöße.

Bei Stößen von Elektronen mit Ionen ist ein weiterer Prozess möglich, die Rekombination. Sie ist verantwortlich für den Verlust von Ladungen im Gas. Ein Elektron und ein Ion vereinigen sich zu einem elektrisch neutralen Molekül. Die Bindungsenergie des Elektrons wird im sogenannten Dreierstoß auf einen dritten Stoßpartner übertragen oder führt zur Dissoziation des Moleküls. Eine weitere, aber weniger wahrscheinliche Möglichkeit ist die Abgabe der Energie durch Photonen bei der sogenannten Strahlungsrekombination.

4.1.1.1 Die Ionisationskammer

Die Ionisationskammer besteht aus einem Plattenkondensator, der mit Gas gefüllt ist. Der Abstand der Platten sei l , die Kapazität sei C , es liege eine Spannung V_0 an (Abb. 4.1).

Ein durch die Ionisationskammer fliegendes geladenes Teilchen ionisiert das Gas. Pro Ladungspaar wird dabei die mittlere Ionisierungsenergie W verbraucht. Für Luft ist sie 35 eV.

Verliert das Teilchen in der Kammer insgesamt die Energie ΔE , dann werden n Ionenpaare erzeugt.

$$n = \frac{\Delta E}{W} \quad (4.17)$$

Die Gesamtladung Q der dabei frei werdenden Elektronen ist

$$Q = -n \cdot e \quad (4.18)$$

Sie ist natürlich entgegengesetzt gleich der Gesamtladung der positiven Ionen. Im elektrischen Feld werden die Ladungen zu den Elektronen gezogen. Ist der Kondensator isoliert, dann ändert sich dabei die Spannung um den Wert

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{n \cdot e}{C} \quad (4.19)$$

Die Spannungsänderung kann gemessen werden und gibt dann zusammen mit Gl. 4.17 den primären Energieverlust der Strahlung. Die Voraussetzung dafür ist aber, dass tatsächlich die gesamte Ladung gesammelt wird und keine geladenen Teilchen durch Rekombination verloren gehen. Das ist der Fall, wenn eine hinreichend hohe Spannung anliegt, da dann die Teilchen schnell zu den Elektroden gelangen.

Diese Messmethode wird angewandt in den Strahlungsdosimetern. Es wird der Spannungsabfall eines geladenen Kondensators unter Strahlenbelastung gemessen. Dieser ist ein Maß für die Dosis der Strahlung.

Im Impulsbetrieb ist die Kammer wie in Abb. 4.1 geschaltet. An der Kammer mit der Kapazität C und einem Arbeitswiderstand R liegt eine konstante, stabilisierte Spannung V_0 . Ohne Ionisation hat die Kammer einen unendlichen Widerstand, und es fließt kein Strom. Ist dagegen das Gas ionisiert, wird es leitend, und es fließt solange ein Strom, wie die Ladungen sich bewegen und noch nicht an den Elektroden angekommen sind. Am Widerstand entsteht so ein Spannungsimpuls, der mit der Ionisierung beginnt und mit der Neutralisierung der Ladungsträger an den Elektroden endet.

Die zeitliche Impulsform ist

$$V(t) = \frac{n \cdot e}{l \cdot C} \cdot (\bar{u}_e + \bar{u}_i) \cdot t \quad (4.20)$$

hängt also von den mittleren Driftgeschwindigkeiten der Elektronen \bar{u}_e und Ionen \bar{u}_i ab. Nimmt man an, dass die Ionisation im Abstand x_0 von der positiven Elektrode stattgefunden hat, und berücksichtigt, dass Ionenbeweglichkeit klein ist, dann lässt sich der Gesamtimpuls zerlegen in einen schnell ansteigenden Anteil $V_e(t)$, der von der Bewegung der Elektronen herrührt und einen von den Ionen bewirkten langsam ansteigenden Teil $V_i(t)$. Der Elektronenanteil steigt linear an bis zum Maximalwert V_{emax}

$$V_{emax} = \frac{n \cdot e \cdot x_0}{l \cdot C} \quad (4.21)$$

der nach der Elektronensammelzeit

$$T_e = \int_0^{x_0} \frac{dx}{\bar{u}_e} = \frac{x_0 \cdot l}{b_e \cdot V_0} \quad (4.22)$$

erreicht wird. Sie liegt in der Größenordnung von 10^{-6} s. Nach dieser Zeit sind alle Elektronen an der positiven Elektrode angekommen. Der Impuls wächst jetzt weiter um den Ionenanteil bis auf den Wert

$$V_{i\ max} = \frac{n \cdot e \cdot (l - x_0)}{l \cdot C} \quad (4.23)$$

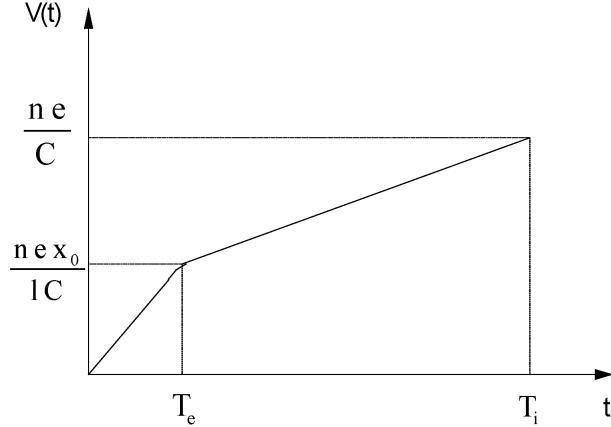


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Impulsform in einer Ionisationskammer.

Er wird erreicht nach der Ionensammelzeit

$$T_i = \int_{x_0}^1 \frac{dx}{\bar{u}_i} = \frac{(x_0 - l)l}{b_i V_0} \quad (4.24)$$

von ca. 10^{-3} s, wenn alle Ionen zur negativen Elektrode gelangt sind. Nach der Sammlung aller Ladungen ist die Gesamthöhe des Impulses dann

$$V_{\max} = V_{e\max} + V_{i\max} = \frac{n \cdot e}{C} \quad (4.25)$$

Das ist derselbe Wert wie in Gl. 4.19.

Er ist im Gegensatz zu den Einzelkomponenten unabhängig vom Ort, an dem die primäre Ionisation auftritt. Wenn die vom ionisierenden Teilchen deponiert Energie bestimmt werden soll, muss deshalb die Höhe des Gesamtimpulses gemessen werden. Das ist nur möglich, wenn die Ladungen so langsam abfließen, dass es während der Sammlung keine nennenswerten Verluste gibt. Dies wiederum verlangt einen so großen Widerstand R , dass die Zeitkonstante $T = RC$ für die Ladungsänderung des Kondensators klein ist gegenüber der Ionensammelzeit. Diese Näherung ist in den Gl. 4.21, 4.23 und 4.25 enthalten und in Abb. 4.2 nicht maßstäblich dargestellt. Sie sagt auch, dass die maximale Impulshöhe für Zeiten, die größer sind als die Ionensammelzeit, konstant bleibt.

In der Praxis sind derart große Zeitkonstanten allerdings nicht hinnehmbar, da durch sie die Zeit, die zur Messung eines Impulses benötigt wird, in der Größenordnung von Millisekunden liegen würde. Mit einem solchen Zählrohr könnten nur kleine Zählraten verarbeitet werden. Deshalb wählt man Zeitkonstanten, die sehr viel kleiner sind als die Ionensammelzeit. Dann wird nur noch die Elektronenkomponente gemessen und aus Gl. 4.20 wird [18]:

$$V(t) = \frac{T}{T_e} \cdot V_{e\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad \text{für } 0 \leq t \leq T_e \quad (4.26)$$

$$V(t) = \frac{T}{T_e} \cdot V_{e\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad \text{für } T_e \leq t \quad (4.27)$$

Diese Impulsformen sind in Abb. 4.3 für verschiedene Zeitkonstanten T dargestellt. Die Impulse sind kurz, ihr Maximum liegt bei $t = T_e$, es ist allerdings über T_e abhängig vom Ort der Entstehung. Die Kurve mit dem linearen Anstieg bis T_e und dem anschließenden, in dieser Darstellung konstanten Verlauf, ist die bekannte Näherung sehr großer Zeitkonstanten.

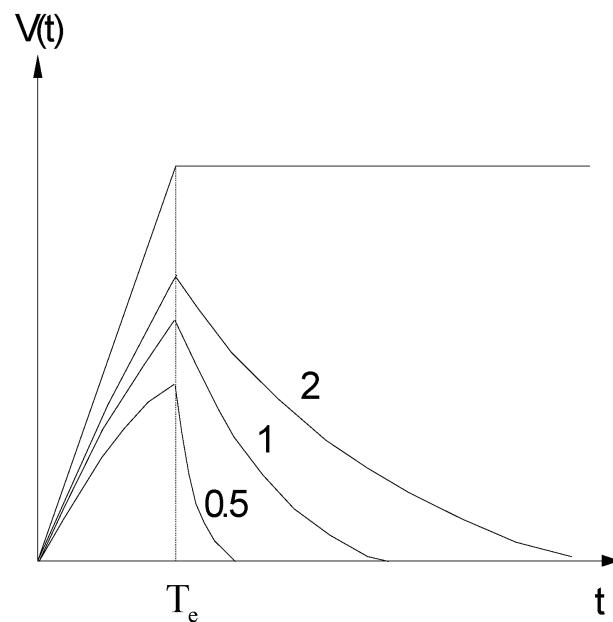
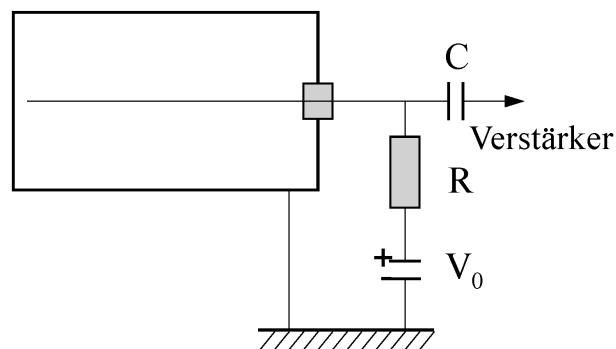
Abbildung 4.3: Impulsform für verschiedene Werte von T/T_e .

Abbildung 4.4: Zylindrisches Zählrohr.

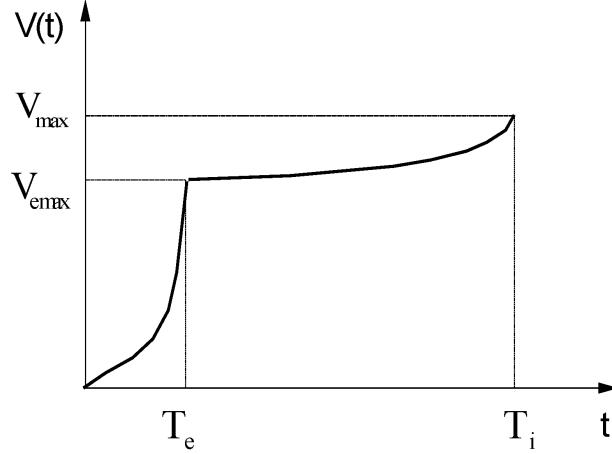


Abbildung 4.5: Impulsform in zylindrischen Zählrohr.

Vorteilhafter als die ebenen Ionisationskammern in Form eines Plattenkondensators ist die zylindrische Anordnung der Elektroden. Auf der Achse eines geerdeten Metallzyinders mit dem (inneren) Radius r_a liegt der Zähldraht mit dem Radius r_i . Das Zählrohr hat wieder zusammen mit dem Verstärkereingang die Kapazität C . Am Draht liegt die positive Spannung V_0 (siehe Abb. 4.4).

Die Feldstärke im Innern des Zählrohrs ist nicht mehr homogen, sondern nimmt in der Nähe des Drahtes stark zu

$$E = \frac{V_0}{r} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \quad (4.28)$$

Damit ergibt sich eine maximale Höhe des Elektronenimpulses, wenn die primäre Ionisation im Abstand r vom Zähldraht stattfindet

$$V_{e\max} = \frac{n \cdot e}{C} \cdot \ln \left(\frac{r}{r_i} \right) / \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right) \quad (4.29)$$

Die Inhomogenität des Potentials bewirkt, dass der zeitliche Verlauf des Impulses nicht mehr linear ist wie in Abb. 4.2, sondern zunächst langsam, dann schneller ansteigt, wie es in Abb. 4.5 gezeichnet ist. Gegenüber dem Plattenkondensator hat die zylindrische Anordnung den Vorteil, dass die Impulshöhe weniger stark vom Ort der Ionisation abhängig ist. Sie ist logarithmisch statt linear.

Wie schon erwähnt wurde, ist die Voraussetzung für die Messung der Energie des Teilchens die vollständige Sammlung der bei der Ionisierung erzeugten Ladungen. Diese Voraussetzung kann geprüft werden durch die Messung der maximalen Impulshöhen als Funktion der Zählrohrspannung. Dabei ergibt sich das in Abb. 4.6 gezeigte Bild. Die Höhe V des Gesamtimpulses oder in gleicher Weise der Elektronenkomponente steigt zunächst von null beginnend an, bis sie bei einer Spannung U_1 ihren maximalen Wert V_{\max} erreicht hat. In diesem Bereich gelangen noch nicht alle Ladungsträger zu den Elektroden, sondern es geht ein Teil durch Rekombination verloren, der umso kleiner ist, je schneller die Ladungen getrennt werden und abfließen, d. h. je höher die anliegende Spannung ist. Es schließt sich ein Bereich bis zu der Spannung U_2 an, in dem die Impulshöhe konstant bleibt. Hier werden alle Ladungen gesammelt, eine Erhöhung der Spannung verkürzt nur die Sammelzeit, vermehrt aber nicht mehr die Anzahl der Ladungen. In diesem Bereich sollte die Ionisationskammer betrieben werden.

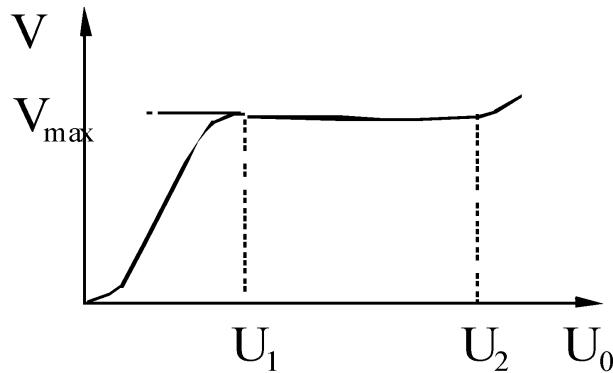


Abbildung 4.6: Impulshöhe als Funktion der Zählrohrspannung.

4.1.1.2 Das Proportionalzählohr

In der Abb.4.6 wurde bereits angedeutet, dass bei Spannungen, die größer sind als U_2 , die Impulshöhe wieder zunimmt. Über die primäre Ionisierung hinaus werden noch weitere Ladungen erzeugt. Der Grund dafür ist, dass die elektrische Feldstärke E in der unmittelbaren Nähe des Zähldrahts so hoch ist, dass ein Elektron innerhalb seiner mittleren freien Weglänge λ auf Energien beschleunigt wird, die ausreichen, um das Gas zu ionisieren. Wenn U_i das Ionisationspotential des Gases ist, dann lautet die Bedingung dafür

$$\lambda \cdot E \geq U_i \quad (4.30)$$

Das Elektron hat ein zweites erzeugt, beide werden wieder beschleunigt und ionisieren, die Prozesse wiederholen sich. Auf diese Weise entsteht eine Elektronenlawine und die Gesamtladung der Elektronen ist nicht mehr durch Gl. 4.18 gegeben, sondern durch

$$Q = -n \cdot e \cdot A(U_0) \quad (4.31)$$

A ist der Gasverstärkungsfaktor und gibt an, wie viele sekundäre Elektronen durch ionisierende Stöße von einem einzigen primären Elektron erzeugt werden. Es gibt einen Bereich der Spannung, in dem A unabhängig von der Zahl n der Elektronen ist. Wie in der Ionisationskammer, ist der entstehende Impuls proportional zu n (daher der Name), aber um den Faktor A größer. Dieser Bereich heißt der wahre Proportionalitätsbereich.

Der Gasverstärkungsfaktor ist für jedes Gas verschieden und hängt sehr stark von der anliegenden Spannung ab. Für kleine Gasverstärkungen ist der Zusammenhang annähernd exponentiell

$$A \approx e^{U_0} \quad (4.32)$$

Er kann beträchtliche Werte annehmen: für ein- und zweiatomigen Gasen besteht noch wahre Proportionalität bei $A = 100$, bei mehratomigen wie Methan sogar noch bei $A = 10^5$.

Bei noch höheren Verstärkungen endet die wahre Proportionalität. Bei den Stößen mit den Elektronen werden nämlich die Moleküle nicht nur ionisiert, sondern es besteht auch eine gewisse, von Gas zu Gas verschiedene, Wahrscheinlichkeit, dass das Molekül angeregt wird und anschließend ein Photon emittiert, das seinerseits im Gas oder an der Wand des Zählrohrs durch Photoeffekt ein Elektron freisetzt. Wenn man diese Wahrscheinlichkeit mit γ bezeichnet, kann man für die Gesamtverstärkung A_{Ges} , die beide Prozesse, sowohl die direkte Ionisation als auch den Photoeffekt berücksichtigt, schreiben

$$A_{Ges} = \frac{A}{1 - \gamma A} \quad (4.33)$$

Dieser Ausdruck ergibt sich durch Aufsummieren der Elektronen, die bei den nacheinander ablaufenden Prozessen entstehen. Durch das erste Elektron entstehen A Elektronen über die Ionisierung und γA über den Photoeffekt. Diese letzteren erzeugen $(\gamma A) \cdot A$ Elektronen direkt und weitere $(\gamma A) \cdot (\gamma A)$ Photoelektronen, die die Lawine weiter vergrößern. Die Gesamtzahl der Elektronen ist dann

$$A_{Ges} = A + \gamma A^2 + \gamma^2 A^3 + \dots \quad (4.34)$$

Das ist eine geometrische Reihe mit der obigen Summe. Wenn γA sehr klein gegenüber eins ist, also für kleine Gasverstärkungen oder verschwindende Wahrscheinlichkeit der Photoprozesse, wird die Gasverstärkung nur durch die Ionisierungsstöße bestimmt, und man hat wahre Proportionalität. Ist γA gegen eins nicht mehr zu vernachlässigen, was bei hinreichend hohen Verstärkungen unabhängig vom γ -Wert immer zutrifft, dann fallen die Photoprozesse ins Gewicht und man befindet sich im Bereich der begrenzten Proportionalität. In diesem Bereich sind Verstärkungen bis 10^8 möglich.

Die erwünschten kleinen Werte für γ werden durch Beimischung von mehratomigen Molekülen zum Zählgas erzielt, die sich durch große Wirkungsquerschnitte für die Absorption der Photonen auszeichnen. Dabei geht die Energie über die Anregung von Schwingungen und Rotationen letztlich in Wärme über. Auch die Verwendung von Kathodenmaterial mit hoher Ausstrittsarbeit der Photoelektronen vermindert die Anzahl der Photoprozesse.

Die Form der Impulse berechnet sich genau so wie bei der Ionisationskammer, nur wird dabei das logarithmische Potential der Zylindergeometrie angewendet. Da die Lawinen in der Nähe des Zähldrahts entstehen, haben die Elektronen nur einen kleinen Teil der angelegten Gesamtspannung zu durchlaufen, bis sie gesammelt werden, im Gegensatz zu den Ionen, die durch das ganze Zählrohr driften. Der schnell ansteigende Elektronenanteil am Gesamtimpuls beträgt deshalb nur einige Prozent und kann deshalb in guter Näherung vernachlässigt werden. Der Impuls besteht aus dem Ionenanteil, der für große Zeitkonstanten gegeben ist durch

$$V_i(t) = \frac{n \cdot e \cdot A}{C \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}} \cdot \ln \left(1 + \frac{r_a^2}{r^2} \cdot \frac{t}{T_i} \right) \quad (4.35)$$

Dabei ist r der Abstand des Orts, an dem sich die Lawine bildet, von der Zählrohrachse und T_i die Ionensammelzeit.

$$T_i = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i}}{2 \cdot V_0 \cdot b_i} \cdot (r_a^2 - r^2) \quad (4.36)$$

Die Lawinen entstehen während der Drift der Elektronen, also innerhalb der Elektronensammelzeit. Das ist gemessen an T_i praktisch gleichzeitig. Sie entstehen innerhalb eines Bereichs von wenigen freien Weglängen um den Zähldraht, so dass der Abstand für alle derselbe ist und gleich r_i gesetzt werden kann. In dieser Näherung ist der Ionenanteil des Impulses unabhängig von der räumlichen Lage der Ionisierungsspur des primären Teilchens. Deshalb erlaubt die Messung der Impulshöhe die Bestimmung der Energie des Teilchens.

Der zeitliche Verlauf der Impulse steigt rasch an bis zur maximalen Höhe

$$V_{i \ max} = \frac{n \cdot e \cdot A}{C} \quad (4.37)$$

die nach der Ionensammelzeit erreicht wird. Auf der halben Höhe ist er schon nach der Zeit

$$t_{1/2} = \frac{r_i}{r_a} \cdot T_i \quad (4.38)$$

die sehr viel kürzer ist, da $r_i \ll r_a$. Deshalb kann man auch mit kleinen Zeitkonstanten arbeiten, da man nicht viel an Impulshöhe verliert.

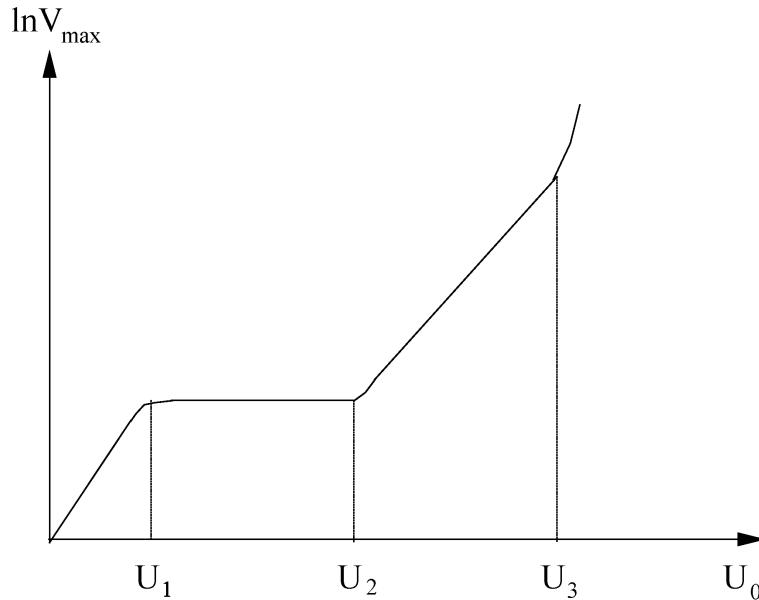


Abbildung 4.7: Impulshöhe eines Proportionalzählrohrs als Funktion der Spannung.

Die maximale Impulshöhe ist um den Gasverstärkungsfaktor größer als beim Betrieb des Zählrohrs als Ionisationskammer unter sonst gleichen Bedingungen. Sie ist 10-100 mV. Die Größe der Impulse und ihre weitgehende Unabhängigkeit vom Ort der primären Ionisation zeichnen den Proportionalzähler gegenüber der Ionisationskammer aus.

Natürlich kann auch beim Proportionalzähler die Elektronenkomponente durch Wahl hinreichend kleiner Zeitkonstanten wie bei der Ionisationskammer zum Nachweis und unter den dort diskutierten Bedingungen auch zur Energiemessung der Teilchen eingesetzt werden. Die Impulse sind dann ungefähr so lang wie die Elektronensammelzeit. Da die Raumladung der positiven Ionen zu gering ist, um den Potentialverlauf zu beeinflussen, ist das Zählrohr nach Sammlung der Elektronen wieder empfindlich zum Nachweis eines weiteren Impulses. Es gibt somit praktisch keine Totzeit (das ist die Zeit, in der ein nachfolgender Impuls nicht nachgewiesen wird), so dass ohne Zählverluste hohe Zählraten verarbeitet werden können.

Auch die Genauigkeit, mit welcher der Zeitpunkt des Eintreffens eines ionisierenden Teilchens bestimmt werden kann, ist von der Sammelzeit der Elektronen abhängig. Es kann zwar aus der Anstiegszeit der Elektronenlawine durch Anlegen hoher Spannungen oder durch Verwendung eines dünnen Zähldrahtes der Zeitpunkt des Entstehens der Lawine auf Nanosekunden genau festgelegt werden, doch wenn das Primärelektron nicht am Zähldraht entstanden ist, addiert sich dazu die Laufzeit vom Entstehungsort bis zum Draht. Die Ungenauigkeit der Zeitbestimmung ist deshalb immer so groß wie die Driftzeiten der Elektronen, das sind Mikrosekunden. Zählrohre sind deshalb zur genauen Zeitbestimmung nicht geeignet.

Die Abhängigkeit der Impulshöhe von der Zählrohrspannung ist in Abb. 4.7 gezeichnet. Aufgetragen ist der Logarithmus der Impulshöhe. Bis zur Spannung U_2 wirkt das Zählrohr als Ionisationskammer, darüber beginnt die Gasverstärkung. Die Impulshöhe nimmt in der logarithmischen Auftragung mit steigender Spannung zunächst linear zu bis zur Spannung U_3 . Dies ist der Bereich der wahren Proportionalität. Oberhalb dieser Spannung, im Bereich der begrenzten Proportionalität, lassen die Photoelektronen die Impulshöhe noch schneller ansteigen.

Da die Impulshöhen der Ionisationskammer und des Proportionalzählrohrs linear von der Anzahl der primär erzeugten Ionenpaare abhängen und diese nach Gl. 4.17 von der deponierten Energie, hat man die Möglichkeit, Teilchen verschiedener Sorte oder Energie getrennt nachzuweisen. In Abb. 4.8 sind die maximalen Impulshöhen in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung

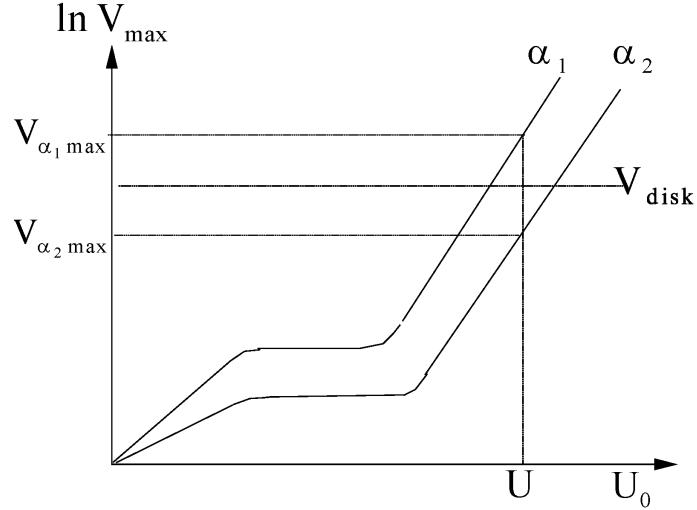


Abbildung 4.8: Energiediskriminierung mit einem Proportionalzählrohr.

für zwei Gruppen von monoenergetischen α -Teilchen eingezeichnet. Wenn das Zählrohr bei der Spannung U betrieben wird, erhält man ein Spektrum, das aus zwei Linien bei $V_{\alpha_1 \max}$ und $V_{\alpha_2 \max}$ besteht. Durch einen Impulshöhendiskriminator, der nur Impulse die größer sind als V_{disk} durchlässt, kann die niederenergetische Linie vollständig ausgeblendet werden.

4.1.1.3 Das Auslösezählrohr oder Geiger-Müller-Zählrohr

Beim Proportionalzählrohr wurde festgestellt, dass mit zunehmender Spannung neben den durch Stoßionisation erzeugten Elektronen in steigender Anzahl auch Photonen auftreten, weil die Elektronendichte in den Lawinen immer mehr zunimmt. Da diese Photonen im Gasraum und an den Wänden durch Photoeffekt weitere Elektronen auslösen, ändert sich die Arbeitsweise des Zählrohrs.

Formal kann man dieses Verhalten bereits aus Gl. 4.33 ablesen. Wenn die Wahrscheinlichkeit γA gegen eins geht, d.h. wenn jedes Elektron ein weiteres durch Photoeffekt erzeugt, gehen der totale Gasverstärkungsfaktor und mit ihm der Zählrohrimpuls gegen unendlich. Der Bereich der Spannung, in dem diese Erscheinung auftritt, heißt Auslösebereich. Das Zählrohr befindet sich dabei in einem neuartigen Zustand: es wandern nicht mehr einzelne, getrennte Lawinen zum Draht, sondern es breitet sich im ganzen Raum eine Koronaentladung aus.

Das Zustandekommen der Entladung soll noch etwas genauer betrachtet werden. Im Auslösewie im Proportionalzählrohr ist die seitliche Ausdehnung der Lawinen eng begrenzt, da sie durch die Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen bestimmt ist, die sehr viel kleiner als die Driftgeschwindigkeit im Feld ist. Die Elektronen einer Lawine bewegen sich in einem schmalen Leitungsschlauch. Solange *ein* Elektron nur *eine* Lawine erzeugt, überlagern sich die verschiedenen Lawinen räumlich nicht gegenseitig. Dies ist gerade das Kriterium der wahren Proportionalität. Demgegenüber ist der Bereich der begrenzten Proportionalität dadurch gekennzeichnet, dass *einige* der primären Elektronen außer der Stoßlawine eine weitere Lawine durch ein Photoelektron auslösen. Die so entstandenen Photolawinen sind über das Volumen des Zählrohrs statistisch verteilt und können sich auf ihrer Wanderung mit anderen überschneiden. Im Auslösebereich schließlich bringt *jedes* primäre Elektron eine Photolawine hervor und jede Lawine eine neue. Auf diese Weise entsteht eine Kette von räumlich statistisch verteilten Lawinen, die sich über das ganze Volumen ausbreiten.

Beim Auslösezählrohr genügt also ein einziges Elektron, um im ganzen Gasvolumen eine Entladung zu zünden. Die dabei auftretende Gesamtladung hängt außer von der Gasart nur

von der anliegenden Spannung und der Geometrie des Zählrohrs ab und ist um ein Vielfaches größer als beim Betrieb desselben Zählrohrs im Proportionalbereich. Sie ist unabhängig von der Größe der primären Ionisation. Deshalb eignet sich das Auslösezählrohr nur zum *Nachweis* der Teilchen, aber nicht mehr zur *Energiemessung* oder zur *Teilchenidendifizierung*.

Anders als im Proportionalbereich spielen im Auslösebereich die positiven Ionen für die Elektronenbilanz eine Rolle, da wegen der größeren Spannung die Temperatur und die räumliche Dichte der Ionen wesentlich höher sind.

Die hohen Ionendichten entstehen in der Nähe des Drahts und beeinflussen den Feldverlauf im Zählrohr. Die Entladung bildet sich innerhalb einiger Elektronensammelzeiten aus. Da die Lawinenbildung nahe am Draht stattfindet, baut sich dort in dieser Zeit eine hohe positive Raumladung aus, denn die Elektronen werden laufend gesammelt, während die Ionen wegen der geringen Beweglichkeit nicht merklich driften. Die Raumladung wirkt so, als ob in Gl. 4.28 der Radius des Drahts größer geworden wäre, und setzt das Feld am Zähldraht stark herab. Infolgedessen bilden sich keine neuen Lawinen mehr, und die Entladung erlischt. Das tritt nach einigen Mikrosekunden ein.

Nun driften die positiven Ionen zur Kathode, wo sie nach der Ionensammelzeit von Millisekunden ankommen. Wenn die Ionentemperatur hoch genug ist, können beim Auftreffen Elektronen entstehen, die den Zähldraht unabgeschirmt vorfinden, und eine neue Entladung zündet. Man hat eine gepulste Dauerentladung, ein Betriebszustand, der nicht zum Zählen geeignet ist und unterbunden werden muss.

Am einfachsten kann die Entladung gelöscht werden, wenn mit hohen Zeitkonstanten gemessen wird. Dann ist der Spannungsabfall am Arbeitswiderstand (Abb. 4.4) nach der Sammlung der Ionen noch so groß, dass die wirksame Spannung nicht mehr im Auslösebereich liegt. Hohe Zählraten können allerdings so nicht verarbeitet werden. Günstiger ist es in dieser Beziehung, die Zählrohrspannung vorher bei einer ausreichenden Impulshöhe von außen durch eine elektronische Schaltung solange herabzusetzen oder umzupolen, bis die Ionen gesammelt sind.

Die beste Möglichkeit der Löschung ist, die Emission der sekundären Elektronen an der Kathode zu unterbinden. Dieser Weg wird bei den selbstlöschenden Zählrohren beschritten. Man fügt dem Zählgas in geringen Mengen mehratomige Moleküle, wie z.B. Alkohole oder Kohlenwasserstoffe zu. Mit diesen Molekülen stoßen die Kationen des Zählgases auf dem Weg zur Kathode und neutralisieren sich dabei durch Elektroneneinfang. Die jetzt ionisierten Löschgasmoleküle wandern ihrerseits zu Kathode, können aber dort wegen der durch ihre größere Masse bedingten niedrigeren Temperatur keine Elektronen mehr auslösen. Die Entladung erlischt.

Das Löschgas hat noch eine weitere Wirkung. Wenn es so ausgesucht wird, dass seine Ionisierungsenergie kleiner ist als die Anregungsenergie des Zählgases, dann wird es durch die von diesem emittierten Photonen ionisiert. Die Wahrscheinlichkeit dafür kann so groß sein, dass die Photonen nur eine mittlere freie Weglänge in der Größenordnung von Millimetern haben und nicht mehr zur Kathode gelangen, vielmehr in unmittelbarer Nähe ihrer Entstehung neue Lawinen hervorbringen. So breitet sich die Entladung längs des Zähldrahtes mit einer konstanten Geschwindigkeit (typischer Wert $1 \text{ cm}/\mu\text{s}$) aus. Hat sie die Enden erreicht, sind die Elektronen bereits gesammelt. Neue Lawinen bilden sich wegen der hohen Raumladung nicht mehr, und die Ionen wandern schließlich zur Kathode ab.

Die Impulsform des selbstlöschenden Auslösezählrohrs ist durch die Lawinenimpulse aus Gl. 4.35 bestimmt, die schon im Proportionalbereich vorkommen. Sie wird berechnet durch die Summation der einzelnen sich ausbreitenden Lawinen. Nimmt man vereinfachend an, dass die erste Lawine an einem Ende des Zähldrahts auftritt ($z = 0$), und vernachlässigt man die Elektronenkomponente, dann ergibt sich

$$V_A = \int_0^1 V_i \cdot \left(t - \frac{z}{v} \right) \cdot \frac{dz}{l} = \int_0^{T_i} V_i \cdot (t - \tau) \cdot \frac{d\tau}{T_1} \quad (4.39)$$

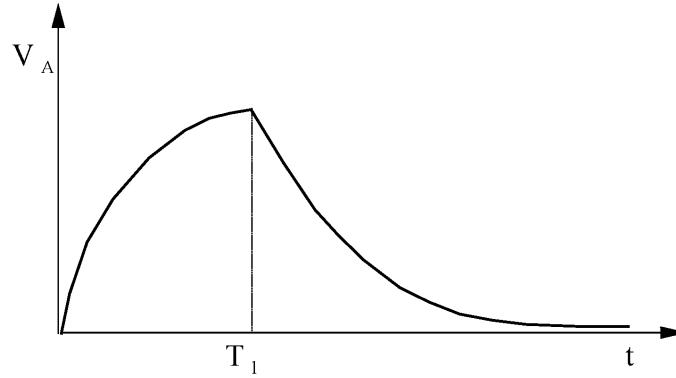


Abbildung 4.9: Impulsform des Auslesezählrohrs.

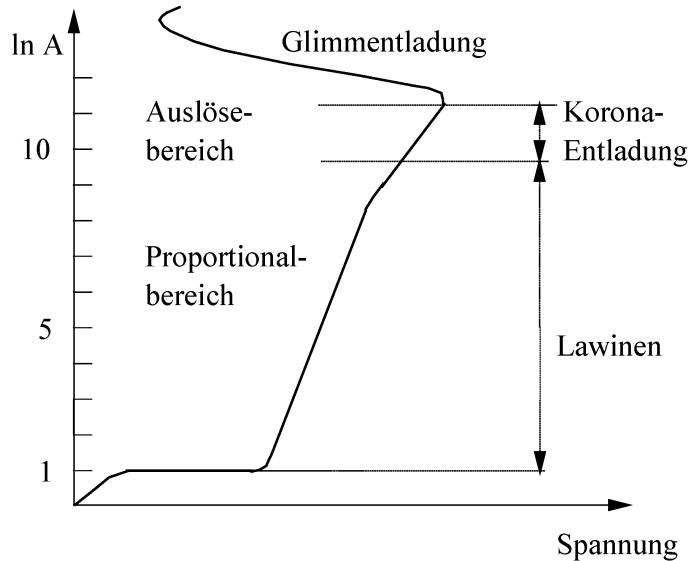


Abbildung 4.10: Kennlinie eines Zählrohrs.

Dabei ist v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lawinen (ungefähr $1 \text{ cm}/\mu\text{s}$), l die Länge des Zähldrahts, $V_i(t)$ der Ionenimpuls aus Gl. 4.35 und $T_l = l/v$ die Ausbreitungszeit der Entladung, die in der Größenordnung von Mikrosekunden liegt. Wenn die Zeitkonstante T der Zählrohrschaftung gleich oder kleiner als die Ausbreitungszeit T_l ist, hat der Impuls die in Abb. 4-10 gezeichnete Form. Er erreicht seinen Maximalwert bei T_l und fällt danach mit der Zeitkonstante T ab.

In Wirklichkeit ist dem Ionenimpuls die Elektronenkomponente überlagert, die beim Auslesezählrohr nicht mehr vernachlässigt werden kann. Die Raumladung um den Draht verhindert große Gradienten des elektrischen Feldes. Die Lawinen entstehen deshalb nicht mehr nur in der Nähe des Drahtes, sondern auch in größerer Entfernung. So legen die Elektronen längere Wege zurück und nehmen dabei merkliche Energien aus dem Feld auf. Für jede einzelne Lawine gibt es dann einen sehr kurzen Elektronenimpuls, der sich zum Ionenimpuls addiert.

Die Gasverstärkung der Auslesezählrohre nimmt Werte bis 10^{11} an, denen Impulshöhen bis zu 100 V entsprechen. Solche Impulse können ohne elektronischen Aufwand gezählt werden. Dies ist ein Vorteil im Vergleich mit anderen Zählrohren. Dem steht allerdings der Nachteil gegenüber, dass die Energien der Teilchen nicht mehr gemessen und unterschiedliche Teilchen nicht mehr auseinandergehalten werden können, da die Impulshöhen nicht proportional zur primären Ionisierung sind.

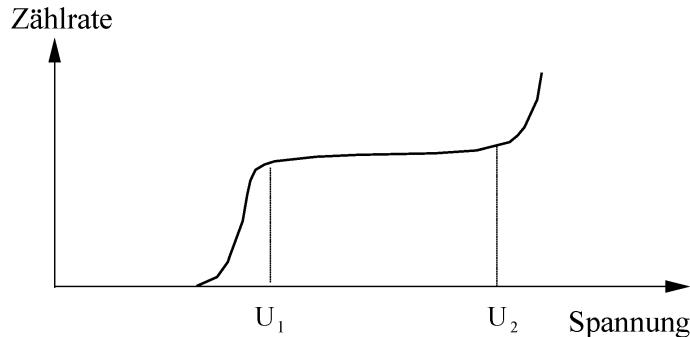


Abbildung 4.11: Zählrohrcharakteristik.

Die vollständige Kennlinie eines Gaszählrohrs und seine verschiedenen Arbeitsbereiche sind in Abb. 4.10 dargestellt. Mit steigender Spannung nimmt die Impulshöhe zu, im Proportionalbereich bis zu Gasverstärkungen von ungefähr 10^8 , daran anschließend im Auslösebereich bis zu 10^{11} . Bei diesen hohen Strömen geht die Koronaentladung in eine dauernde Glimmentladung über, die durch einen negativen Widerstand gekennzeichnet ist. Im beschränkten Proportionalbereich (und im Auslösebereich) ist die Steigung der Kennlinie flacher als im wahren Proportionalbereich, obwohl nach Gl. 4.33 das Gegenteil zu erwarten ist. Dieses Verhalten tritt besonders bei stark ionisierenden Teilchen auf und ist eine Folge der Abschirmung des Feldes am Draht durch die hohen positiven Raumladungen.

An Hand der Kennlinie kann der Arbeitsbereich eines Zählrohrs ausgewählt werden. Leider ist sie meist nicht bekannt, so dass man auf eine andere Methode zurückgreifen muss, um die optimale Betriebsspannung zu finden. Sie besteht darin, die Zählrate in Abhängigkeit der Spannung zu messen, wobei natürlich die Rate der ins Zählrohr gelangenden ionisierenden Teilchen zeitlich konstant bleiben muss. Die so erhaltene Kurve heißt Zählrohrcharakteristik und verläuft wie in Abb. 3.12 gezeigt. Man versteht sie, wenn man bedenkt, dass der elektronische Zählpunkt eine Schwelle für die Impulshöhen hat, unter der kein Impuls registriert wird. Der Höhe des Schwellenimpulses entspricht eine minimale Spannung U_1 , die Einsatzspannung, bei welcher der Zählvorgang beginnt. Im Idealfall, in dem alle Impulse genau die gleiche Höhe haben, sollte der Anstieg der Charakteristik unendlich steil sein. In Wirklichkeit schwankt die Größe der Primärionisation und damit die Impulshöhen statistisch. Der Anstieg der Zählraten bei der Einsatzspannung verflacht sich deshalb, ganz besonders bei geringer Ionisierung. Oberhalb der Einsatzspannung erwartet man eine konstante Zählrate bis zu einer Spannung U_2 , bei der die Koronaentladung einsetzt. Beobachtet wird ein leichtes Ansteigen, das durch Nachimpulse zu erklären ist, die durch einzelne an der Kathode ausgelöste Elektronen verursacht werden, deren Anzahl mit der Spannung zunimmt.

Die Raumladung der Ionen, die sich bei der Ausbildung eines Impulses um den Zähldraht sammelt, verhindert, dass zwei Impulse unmittelbar hintereinander nachgewiesen werden können. Sie setzt die wirksame Spannung auf Werte herab, die unterhalb der Einsatzspannung des Zählrohrs liegen. Erst das Abwandern der Ionen lässt die Spannung wieder auf den ursprünglichen Wert anwachsen. Solange die Einsatzspannung nicht erreicht ist, lösen neu ankommende Teilchen keine Lawinen mehr aus. Das Zählrohr hat eine Totzeit.

In Abb. 4.12 sind der zeitliche Verlauf der Spannung (a) und die dazugehörigen Impulse (b) skizziert. Die Spannung sinkt von U_0 auf ein Minimum ab, das sich nach der Elektronensammlzeit einstellt. Wenn, wie im gezeichneten Fall, mit kleinen Zeitkonstanten gemessen wird, ist das ungefähr dieselbe Zeit, in welcher der Impuls sein Maximum erreicht hat. Während des Ansteigens der Spannung wird erst nach einer Zeit t_1 die Einsatzspannung U_1 wieder erreicht. Diese Zeit t_1 ist die Totzeit des Zählrohrs. Trifft unmittelbar nach der Totzeit ein weiteres Teil-

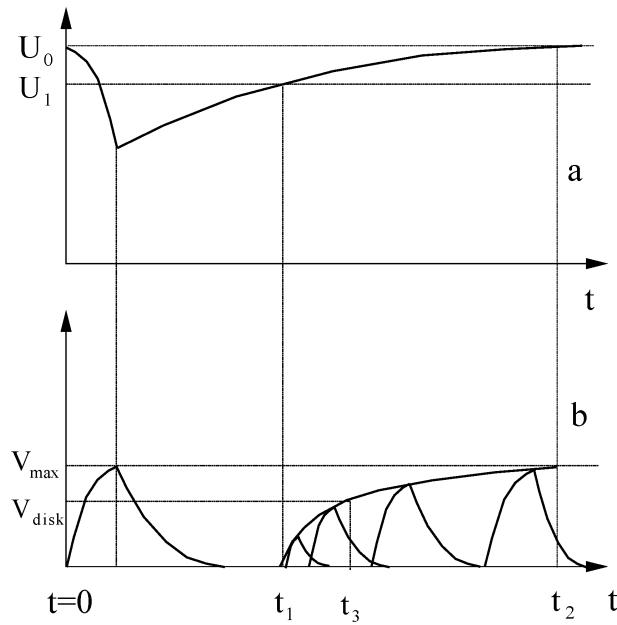


Abbildung 4.12: Totzeit eines Zählrohrs.

chen ein, so hat der von ihm erzeugte Impuls nicht die volle Höhe V_{max} . Diese hat er erst wieder für Teilchen, die nach der Zeit t_2 eingefallen, wenn erneut die volle Spannung wirksam ist. Die Zeit zwischen t_1 und t_2 heißt Erholungszeit, nach der sich das Zählrohr wieder im normalen Betriebszustand befindet. In der Graphik sind drei zu verschiedenen Zeiten registrierte Impulse und die Einhüllende der Impulshöhen eingezeichnet.

Das Bild Abb. 4.12 b kann direkt beobachtet werden, ohne die Einhüllende natürlich, wenn man die Impulse auf einen Oszillographen gibt. Die Triggerschwelle wird auf die maximale Impulshöhe, die Zeitablenkung ungefähr auf die Ionensammelzeit (einige Millisekunden) eingestellt. Die Zählrate muss so groß sein, dass mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit während dieser Zeit ein zweites Teilchen eintrifft. Dann sieht man, wie nach den mit voller Impulshöhe registrierten, triggernden Teilchen zunächst eine zeitlang überhaupt keine Teilchen, dann aber zu statistisch schwankenden Zeiten weitere nachgewiesen werden. Die Impulse sind umso kleiner, je früher die Teilchen ankommen, ab einer bestimmten Zeit haben sie wieder die volle Höhe. Bei hinreichend langer Beobachtung können so die Tot - und Erholungszeit abgeschätzt werden.

In der Skizze ist auch zu sehen, dass die Totzeit eines Zählrohrs von der Schwelle der Nachweiselektronik abhängig ist. Liegt sie bei V_{disk} und nicht bei null, dann verlängert sich die Totzeit auf den Wert t_3 , und die Erholungszeit verkürzt sich entsprechend.

Für die Bestimmung der Zeit des Eintreffens der Strahlung gilt dasselbe wie beim Proportionalzählrohr. Auch hier verhindern die Schwankungen der Driftzeiten der Elektronen eine genaue Zeitmessung. Die Zeitauflösung, das ist der minimale Zeitabstand zwischen zwei Impulsen, bei der sie getrennt nachzuweisen sind, ist wegen der Totzeit sogar noch schlechter. Sie liegt in der Größenordnung von Millisekunden.

4.1.1.4 Überblick der Eigenschaften von Zählrohren

In Tabelle 4.1 sind die Eigenschaften der verschiedenen Zählrohre zusammengestellt. Die Zahlenwerte sind typische Größen und schwanken je nach Bauweise des Zählrohrs oder der Art der Nachweiselektronik. Die Impulshöhen in den verschiedenen Betriebsarten unterscheiden sich wegen der unterschiedlichen Gasverstärkung um mehrere Größenordnungen. Sie sind bei der Ionisationskammer typischerweise in Bereich von Millivolt, und bei schwächerer Ionisierung

Tabelle 4.1: Eigenschaften verschiedener Zählrohre

	Impulshöhe Volt	Empfindlichkeit Ionenpaare	Energie- messung	Zeitauflösung Sekunden	Zählrate pro Sek.
Ionisations- kammer	$< 10^{-3}$	300 -500	ja	$< 10^{-6}$	10^6
Proportional- zählrohr	≈ 1	1	ja	$< 10^{-6}$	10^6
Auslöse- zählrohr	10 - 100	1	nein	$\approx 10^{-3}$	10^3

noch kleiner. Auch wenn die Impulse hoch verstärkt und zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses optimal geformt werden, gibt es deshalb eine untere Grenze für die Anzahl der gerade noch nachweisbaren Ionenpaare. Die Empfindlichkeit liegt bei 300-500 Paaren. Hingegen genügt im Proportionalbereich, und erst recht im Auslösbereich, ein einziges Ionenpaar, um einen Impuls hervorzurufen.

Solange Ereignisse nur gezählt werden sollen, ohne Diskriminierung oder Energiemessung, verwendet man deshalb am besten Auslösezählrohre, andernfalls muss man auf Proportionalzählrohre zurückgreifen. Nicht verzichten kann man auf diese, wenn hohe Zählraten verarbeitet werden müssen. Hier sind die Auslösezählrohre wegen ihrer Totzeit unterlegen.

Die Genauigkeit, mit der man den Zeitpunkt festlegen kann, an dem ein Teilchen eintrifft, ist bei allen Zählrohren durch die Elektronensammelzeiten gegeben. Sie ist verglichen mit anderen Detektoren schlecht. Für Koinzidenzexperimente sind Zählrohre deshalb nur beschränkt geeignet.

4.1.2 Die Halbleiterdetektoren

Ein Halbleiterdetektor arbeitet ähnlich wie eine Ionisationskammer. Bei beiden beruht der Nachweis ionisierender Teilchen und die Messung der Energie auf der Bewegung und Sammlung der in einem elektrischen Feld freigesetzten Ladungen. Bei der Ionisationskammer wird das elektrische Feld durch eine äußere, am Kondensator anliegende Spannung erzeugt, und das ganze Volumen ist für den Nachweis empfindlich. Dem kommt von den Halbleiterdetektoren der einfachste Typ, der eigenleitende Kristallzähler, am nächsten, bei dem gleichfalls ein homogenes Feld über dem gesamten Volumen liegt. Die am häufigsten verwendeten Detektoren sind allerdings nicht eigenleitend, sondern dotiert, und es sind die Art und Stärke der Dotierung, die das Feld und den Ladungstransport festlegen und durch die sich die Detektoren unterscheiden. Als Halbleitermaterialien werden fast ausschließlich Germanium- und Siliziumkristalle verwendet, die sich kostengünstig in der notwendigen Größe, Homogenität und Reinheit herstellen lassen.

4.1.2.1 Der Kristalldetektor

Er ist der einfachste Halbleiterdetektor, der allerdings nicht mehr im Gebrauch ist. Trotzdem wird er hier besprochen, da er große Ähnlichkeit mit der Ionisationskammer hat. Er besteht aus einem eigenleitenden, homogenen Einkristall von großer Reinheit. An zwei gegenüberliegenden Seiten des quaderförmig geschnittenen Kristalls sind Metallschichten als Elektroden aufgedampft.

Im Bändermodell der Festkörper wird die Eigenleitung durch thermische Anregung von Elektronen verursacht. Sie werden aus dem besetzten Valenzband über die verbotene Zone hinweg, die für Germanium 0,7 eV und für Silizium 1,1 eV breit ist, ins Leitungsband gehoben. Im Va-

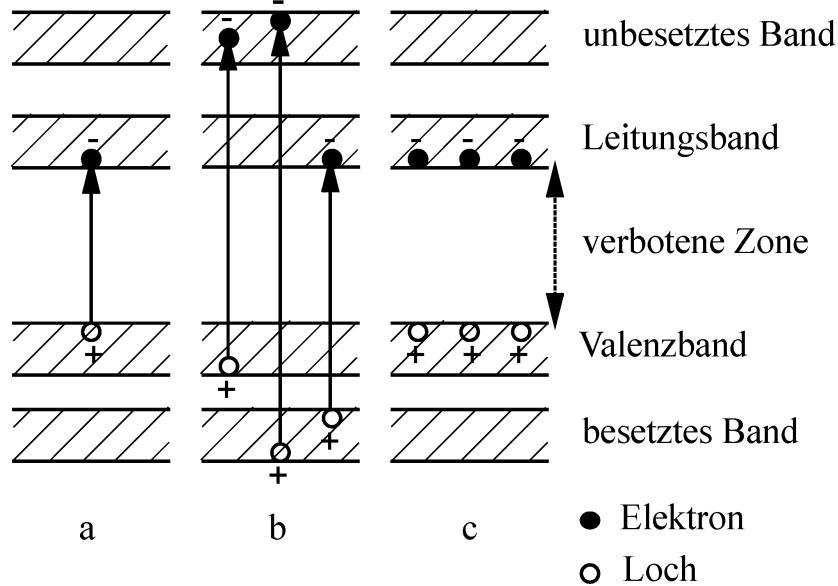


Abbildung 4.13: Anregung eines Kristalls im Bändermodell.

lenzband entstehen dabei gleich viele positiv geladene Löcher oder Defektelelektronen. Die Ladungsträger sind innerhalb der Bänder frei beweglich.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit der erlaubten Energiewerte hängt von der Temperatur ab und wird durch die Fermi-Verteilung $f(E)$ beschrieben

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp((E - F)/kT)} \quad (4.40)$$

F ist die Fermi-Energie. Am absoluten Nullpunkt bricht die Verteilung bei dieser Energie steil ab, Nur bis zu dieser sog. Fermi-Kante sind die Zustände besetzt. Sie liegt bei Halbleitern unterhalb des Leitungsbandes. Deshalb sind am Nullpunkt darin keine Elektronen, und die Leitfähigkeit ist null. Bei endlichen Temperaturen ist der Übergang zwischen den besetzten und den unbesetzten Zuständen nicht mehr abrupt, er wird mit zunehmender Temperatur immer fließender. Es gibt dann auch Elektronen mit höheren Energien, so dass das Leitungsband teilweise besetzt ist und der Kristall geringfügig leitend ist.

Wird eine äußere Gleichspannung angelegt, driften die Elektronen im Leitungsband und die Löcher im Valenzband entsprechend ihrer Beweglichkeit – $1500 \text{ cm}^2 \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}$ für die Elektronen, um ein Drittel kleiner für die Löcher – mit konstanter Geschwindigkeit zu den Elektroden, und es fließt ein Strom, der Dunkelstrom. In Silizium bei Zimmertemperatur liegt er in der Größenordnung von μA . Germanium muss wegen des kleineren Bandabstandes auf die Temperatur von flüssigem Stickstoff gekühlt werden, wenn solche Werte eingehalten werden sollen. Im idealen Kristall verschwindet der Dunkelstrom, wenn die Temperatur gegen den absoluten Nullpunkt geht. In Wirklichkeit besteht auch in diesem Fall noch eine Restleitfähigkeit, die von den unvermeidlichen Verunreinigungen und Fehlstellen verursacht wird. Es gibt deshalb immer einen Anteil des Dunkelstroms, der unabhängig von der Temperatur ist.

Die Wirkungsweise eines Halbleiterkristalls als Detektor für ionisierende Teilchen beruht auf der Erzeugung von zusätzlichen Elektron-Loch-Paaren. Im Gegensatz zur thermischen Anregung, bei der die Elektronen von der oberen Kante des Valenzbandes zur unteren Kante des Leitungsbandes gehoben werden (Abb. 4.13.a), gelangen durch die Coulombanregung Elektronen aus der gesamten Breite des Valenzbands und den darunterliegenden besetzten Bändern ins Leitungsband und in die darüberliegenden unbesetzten Bänder (Abb. 4.13.b). Deshalb ist die mittlere Energie, die zur Erzeugung eines Paars notwendig ist, ungefähr dreimal größer als

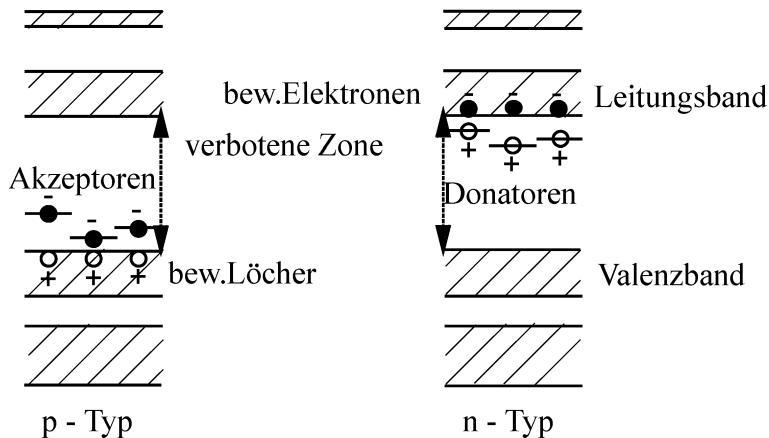


Abbildung 4.14: Bändermodell eines dotierten Halbleiters.

die Breite der verbotenen Zone. Man misst 2.8 eV für Germanium und 3.55 eV für Silizium. Unmittelbar nach der primären Ionisation ist der Kristall für sehr kurze Zeit (10^{-13} s) hoch angeregt. Nach dieser Zeit haben sich die Elektronen unten im Leitungsband und die Löcher oben im Valenzband gesammelt (Abb. 4.13.c). Die Energie, die sie dabei abgeben, wird zur Erzeugung weiterer Elektron-Loch-Paare (Sekundärionisation) oder zur Anregung von Phononen verbraucht. In diesem Zustand leben die Ladungsträger ziemlich lange - die mittlere Lebensdauer liegt bei Mikrosekunden - bevor sie rekombinieren oder eingefangen werden. Das reicht für die meisten aus, um den Weg zu den Elektroden zu überstehen. Die Sammelzeit für die Ladungen, die umgekehrt proportional zur äußeren Spannung ist, hat meist einen vergleichbaren Wert.

Die Konzentration der durch Ionisation erzeugten Ladungsträger ist sehr viel größer als bei der thermischen Anregung. In einem äußeren Feld fließt deshalb ein Strom, der den Dunkelstrom um ein Vielfaches übersteigt. Er ist proportional zur Anzahl der erzeugten Elektron-Loch-Paare und deshalb wegen Gl. 4.17 proportional zu der vom ionisierenden Teilchen im empfindlichen Volumen abgegebenen Energie. Der Kristalldetektor eignet sich deshalb zur Energiebestimmung von ionisierenden Teilchen. Gemessen wird dazu die Höhe der während der Sammelzeit der Ladungen sich ausbildenden Impulse. Er ist im Wesentlichen ein Ionisationszähler mit festem Medium. Wie bei der Ionisationskammer ist das ganze Volumen empfindlich, und das von einer äußeren Spannung erzeugte Feld ist homogen.

4.1.2.2 Der Sperrsichtdetektor

Für diese Art von Detektoren werden dotierte Halbleiter verwendet. Die ionisierende Strahlung wird in den Sperrsichten der Halbleiterübergänge nachgewiesen.

Im Bändermodell solcher Halbleiter (Abb. 4.14) gibt es außer den erlaubten Zonen zusätzliche, *diskrete* Energiezustände. Sind sie mit Akzeptoren dotiert (p-Typ), dann liegen knapp oberhalb des Valenzbandes Zentren, die Elektronen aus dem Valenzband aufnehmen und binden. Dabei entstehen im dotierten Bereich festliegende, negativ geladene Zentren und im Valenzband frei bewegliche positive Löcher. Analoges gilt bei der Dotierung mit Donatoren (n-Typ). Unterhalb des Leitungsbandes werden Zentren erzeugt, die Elektronen an das Leitungsband abgeben. Es gibt dann positiv geladene Zentren und freie Elektronen im Leitungsband. Da die Energieabstände der Akzeptoren und Donatoren zu den entsprechenden Bändern wesentlich kleiner sind als die verbotene Zone, erhöht sich durch die Dotierung die Konzentration der freien Ladungsträger um ein Vielfaches gegenüber der thermischen Anregung. Die Leitfähigkeit dotierter Halbleiter ist deshalb um Größenordnungen höher als bei reinen Halbleiterkristallen. Sie kann bei hohen Dotierungen die der Metalle erreichen.

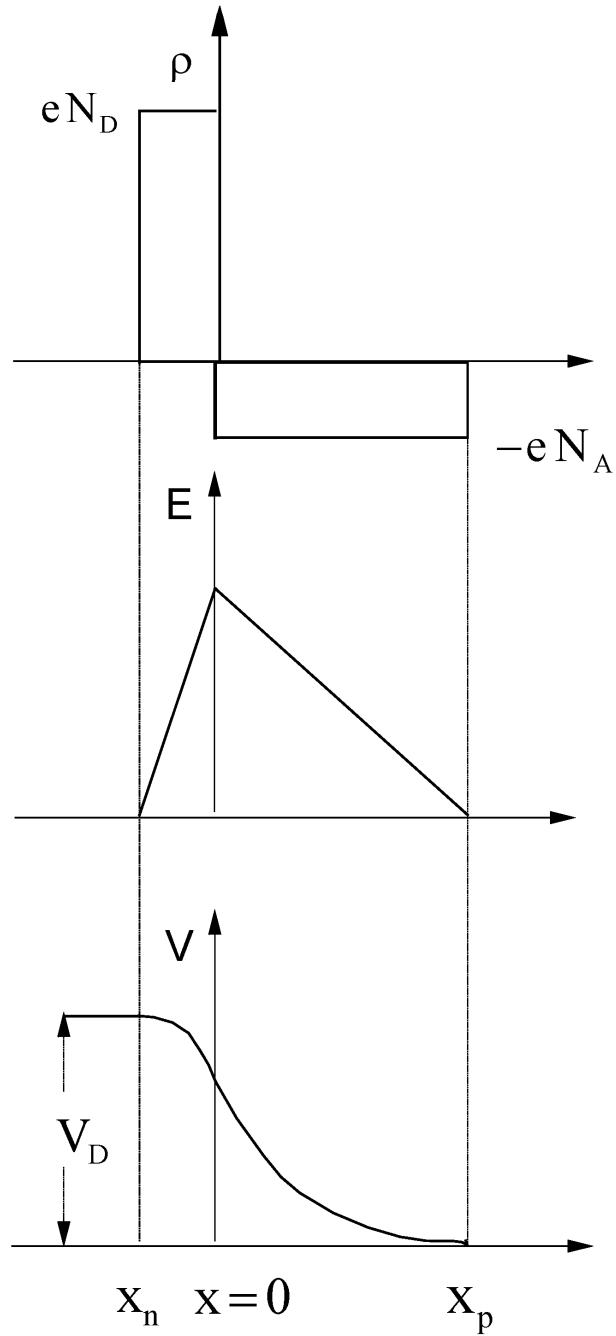


Abbildung 4.15: Verlauf der Raumladung, Feldstärke und Spannung bei einem n-p-Übergang.

Übergänge zwischen n- und p-dotierten Schichten sind als Detektoren für ionisierende Teilchen verwendbar. Man stellt sie her, indem man z.B. in einen Halbleiter vom p-Typ an einem Ende Donatoratome in so hoher Konzentration eindiffundieren lässt, dass dort eine n-leitende Schicht entsteht.

Die Eigenschaften einer solchen n-p-Schicht werden in guter Näherung durch das Kastenmodell beschrieben. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass in der p-Schicht die Dichte der Leitungselektronen und in der n-Schicht die Dichte der Löcher vernachlässigt werden können. Ferner wird vorausgesetzt, dass der Übergang von der p- zur n-Schicht scharf ist, und die Konzentrationen der Akzeptor- und Donatorschichten in ihrem jeweiligen Bereich konstant sind. Außerdem sollen die Donatorzustände so nahe am Leitungsband und die Akzeptorzustände nur so wenig über dem Valenzband liegen, dass im n-Gebiet alle Donatoren ionisiert und im p-Gebiet alle Akzeptoren mit Elektronen besetzt sind.

An der Übergangsstelle der Dotierungen bildet sich dann eine Sperrsicht aus, die durch eine geringere Konzentration von freien Ladungsträgern gekennzeichnet ist als in den Bereichen reiner p- oder n-Leitung. Der Grund dafür ist, dass die beweglichen Ladungen die sprunghafte Konzentrationsänderung an der Übergangsstelle nicht mitmachen. Die Elektronen aus dem n-Gebiet diffundieren in das p-Gebiet hinüber, in entgegengesetzter Richtung diffundieren die Löcher in das n-Gebiet. Dabei treten sie in ein Gebiet ein, in dem die Konzentration der Ladungsträger des entgegengesetzten Vorzeichens hoch ist. Sie rekombinieren, die Sperrsicht verarmt an freien Ladungen und erlangt einen hohen elektrischen Widerstand (daher der Name), im Idealfall den eines Eigenleiters.

Durch die Diffusion bildet sich auf beiden Seiten der Grenzschicht eine Raumladung aus. Sie besteht im n-Gebiet aus den ionisierten positiven Donatoren und im p-Gebiet aus den besetzten negativen Akzeptoren. Es entsteht eine Potentialdifferenz, die Diffusionsspannung, deren Höhe mit der Konzentration der freien Ladungsträger ansteigt. Die Raumladungen ihrerseits erzeugen ein elektrisches Feld, das den Feldstrom bewirkt, der dem Diffusionsstrom entgegengerichtet ist. Im Gleichgewicht fließt durch den Übergang kein Strom: der Diffusionsstrom ist dann gleich dem Feldstrom.

Mit den oben erwähnten Annahmen für das Kastenmodell haben die Raumladung ϱ , die Feldstärke E und das Potential V in der Übergangszone den in Abb. 4.15 gezeichneten Verlauf. Mit der zusätzlichen, nur annähernd zutreffenden Annahme, dass die Sperrsicht frei von beweglichen Ladungsträgern ist, hat die Raumladung eine kastenförmige Verteilung, wovon sich der Name des Modells ableitet. Sie ist null an der Übergangsstelle ($x = 0$) der Dotierungen, ist positiv und konstant bis zu einer Stelle x_n im n-Gebiet, negativ und konstant bis zu x_p im p-Gebiet. Die Breite der Übergangs- oder Feldzone ist $d = |x_n| + |x_p|$. Die Feldstärke hängt nach Integration über die Raumladung linear, die Spannung quadratisch vom Ort ab und ist im Gleichgewicht gleich der Diffusionsspannung V_D , wobei gilt

$$V_D = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(\frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2} \right) \quad (4.41)$$

Dabei sind N_D und N_A die Donator- bzw. die Akzeptorkonzentration, n_i eine Konstante, k die Boltzmann-Konstante, e die Elementarladung und T die Temperatur. Hier ist ersichtlich, dass die Diffusionsspannung, wenn auch nur logarithmisch, mit der Dotierung zunimmt. Sie ist für Silizium typischerweise 0,4 - 0,7 V. Der gezeichnete Übergang ist unsymmetrisch: die Dotierung auf der n-Seite ist höher als auf der p-Seite. Deshalb ist die Dicke x_n der positiv geladenen Schicht größer als die Dicke x_p der negativ geladenen. Da der Kristall insgesamt elektrisch neutral ist, besteht die Beziehung

$$x_n \cdot N_D = x_p \cdot N_A \quad (4.42)$$

Die Tiefe der Feldzone ist ebenfalls von der Dotierung abhängig

$$d = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 \cdot V_D}{e} \cdot \left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right)} \quad (4.43)$$

Für einen unsymmetrischen p-n-Übergang in ursprünglich n-leitendem Silizium z.B., der eine Donatorkonzentration von $5,2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ und eine Diffusionsspannung von 0,5 V hat, ist die Sperrsicht ungefähr $40 \mu\text{m}$ dick. Bei der Rechnung ist die Dicke der p-Schicht vernachlässigt worden, es handelt sich also um einen stark unsymmetrischen Übergang ($N_A \gg N_D$).

Die Dicke der Sperrsicht lässt sich beträchtlich vergrößern, wenn an den Übergang eine äußere Spannung angelegt wird, so dass der positive Pol mit der n-leitenden Schicht verbunden ist (Sperrrichtung). Dann fällt über der Sperrsicht nicht nur die Diffusionsspannung, sondern auch die viel größere äußere Spannung ab. Sie wird durch eine Erhöhung der Raumladung aufgebaut. Da alle Akzeptoren besetzt und alle Donatoren ionisiert sind, kann dies nur durch eine Ausdehnung der Sperrsicht geschehen. Die Breite ist nach wie vor durch die Gl. 4.43 gegeben, nur wird jetzt statt der Diffusionsspannung die Gesamtspannung oder in guter Näherung die von außen angelegte eingesetzt. Bei 300 V und der obigen Dotierung wird dann die Sperrsicht 0,9 mm breit.

Wird der n-p-Übergang umgekehrt in Flussrichtung gepolt, dann baut sich die Raumladung ab, indem sich die Dicke der Sperrsicht verringert. Bei hinreichend hohen Spannungen verschwindet sie ganz, und der Übergang wird leitend.

Ein in Sperrrichtung betriebener n-p-Übergang eignet sich zum Nachweis und zur Bestimmung der Energie von ionisierenden Teilchen. Er arbeitet im Prinzip wie ein Kristallzähler. Normalerweise fließt über die Sperrsicht nur ein sehr kleiner Dunkelstrom, da sie nahezu keine freien Ladungsträger mehr enthält. Ein geladenes Teilchen hebt, wie in Abb. 4.13 dargestellt, Elektronen ins Leitungsband, die zusammen mit den Löchern als kurzer Stromimpuls nachgewiesen werden. Der Unterschied zum Kristallzähler liegt in der geringeren Dicke der empfindlichen Schicht und im höheren spezifischen Widerstand.

Einerseits ist das ein Vorteil, da wegen der kürzeren Driftstrecken die Ladungssammelzeiten sehr viel kleiner sind und wegen des geringeren Widerstandes höhere Spannungen angelegt werden können. Kurze Driftzeiten bedeuten gute Energieauflösung (siehe Kapitel 4.1.2.4). Andererseits ist das kleine empfindliche Volumen des Detektors ein Nachteil. In der erwähnten Sperrsichtdicke von 0,9 mm werden z.B. nur Protonen bis zu einer Energie von 10 MeV gestoppt. Protonen mit höherer Energie durchfliegen die Sperrsicht (bei senkrechtem Auftreffen), geben nicht die gesamte Energie darin ab und entziehen sich deshalb der Energiebestimmung.

4.1.2.3 Der Lithium-Drift Detektor

Einer Vergrößerung der Sperrsicht durch Erhöhung der Sperrspannung sind wegen des lawinenhaft ansteigenden Sperrstromes Grenzen gesetzt. Zur Herstellung von Detektoren mit großem empfindlichem Volumen müssen deshalb andere Methoden angewendet werden. Das Ziel ist eine dicke, eigenleitende Schicht mit den Eigenschaften eines Kristallzählers zu schaffen, ohne den Aufwand in Kauf zu nehmen, den Reinheit und Homogenität erfordern. Die Lösung ist die Züchtung einer eigenleitenden Zone in der die Akzeptor- (Donator-) Zentren eines schwach dotierten Materials durch eindiffundierte Donator- (Akzeptor-) Zentren kompensiert werden. Sie soll am Li-gedrifteten Detektor näher besprochen werden.

Ausgangsmaterial ist schwach p-dotiertes Silizium oder Germanium, in die an einem Ende bei Temperaturen zwischen 300 °C und 600 °C mit den üblichen Methoden Lithium eindiffundiert wird. Das Lithium hat in Si und Ge Donatorcharakter. Dadurch entsteht an der Oberfläche eine n-leitende Zone, da die Akzeptorkonzentration überkompensiert wird. Die Li-Konzentration nimmt mit zunehmender Entfernung von der Oberfläche stark ab, und es bildet sich ein n-p-Übergang aus. Die Konzentration des Li in der n-Schicht ist dabei höher als die Konzentration der

Akzeptoren in der p-Schicht, so dass die n-leitende Zone dünn im Vergleich zur Sperrsicht und der Übergang stark unsymmetrisch ist. Man hat einen Sperrsichtdetektor mit eindiffundiertem n-p-Übergang.

Die Li-Atome werden in Si und Ge nicht fest ins Gitter eingebaut, sie befinden sich auf Zwischengitterplätzen und haben deshalb eine hohe Beweglichkeit. Dies wird zur Herstellung einer eigenleitenden Zone ausgenutzt. An den n-p-Übergang wird in Sperrrichtung eine äußere Spannung angelegt. Das Feld über der Sperrsicht zwingt die Li-Ionen zu einer Driftbewegung in das p-Gebiet hinein. Auf diese Weise entsteht zwischen dem n- und p-Gebiet eine eigenleitende Zone, deren Dicke d nur von der Sperrspannung U , der Driftzeit t und der Beweglichkeit der Li-Ionen b_i abhängig ist

$$d = \sqrt{2 b_i \cdot U \cdot t} \quad (4.44)$$

Die Dicke d kann bei Ge-Li-Detektoren bis zu 1 cm groß werden. In der Driftzone ist die Konzentration der Li-Donatoren gerade die gleiche wie die der Akzeptoren, da sich wegen der hohen Beweglichkeit der Li-Ionen eine Raumladung nicht ausbilden kann.

Nach Beendigung des Driftprozesses, der bei wesentlich niedrigeren Temperaturen (100 - 200 °C) als die Diffusion stattfindet, wird der Kristall auf Zimmertemperatur abgekühlt. Dabei verlieren die Li-Ionen ihre große Beweglichkeit und die Driftzone bleibt stabil. Sie hat die Eigenschaften eines Kristallzählers: die angelegte Spannung fällt linear ab, der spezifische Widerstand und demzufolge der Dunkelstrom sind sehr klein.

Mit dem Li-gedrifteten Detektor können wesentlich höhere Teilchenenergien gemessen werden als mit dem Sperrsichtzähler. In einem 1 cm Ge-Li-Detektor z.B. werden Protonen von 60 MeV gestoppt. Die Zeitauflösung ist allerdings wegen der langen Driftstrecke schlechter. Sie liegt in der Größenordnung von Mikrosekunden.

4.1.2.4 Die Energie- und Zeitauflösung

Die Halbleiterzähler haben von allen Detektoren die beste Energieauflösung. An dieser Stelle sollen deshalb die Bedingungen besprochen werden, die eine gute Auflösung ermöglichen. Sie gelten unmittelbar oder entsprechend abgewandelt auch für andere Detektoren, insbesondere für die Ionisationskammern und die Proportionalzählrohre, deren Wirkungsweise ebenfalls auf der Sammlung von elektrischen Ladungen beruht.

Damit das vom Detektor abgegebene Signal proportional zur Energie des Teilchens ist, müssen einige Voraussetzungen erfüllt werden.

Erstens muss die gesamte kinetische Energie des Teilchens im empfindlichen Volumen des Detektors deponiert werden. Das heißt in der Praxis, dass der unempfindliche Bereich – das Fenster – des Detektors hinreichend dünn zu sein hat. Dann sind die unvermeidlichen Verluste vernachlässigbar klein gegenüber der Energie. Das ist der Fall beim Sperrsichtzähler mit stark unsymmetrischem Übergang und besonders bei einer besonderen Ausführung davon, dem Oberflächensperrsichtzähler.

Zweitens muss die empfindliche Schicht so dick sein, dass das nachzuweisende Teilchen darin gestoppt wird. Deshalb können nicht beliebig hohe Energien gemessen werden, sondern es gibt für jeden Detektortyp eine maximale messbare Energie. Für Protonen ist sie z.B. 10 MeV in einem Sperrsichtzähler und 85 MeV in einem Li-gedrifteten Ge-Detektor.

Drittens muss die Anzahl der Ladungsträger auch während der Sammlung proportional zur deponierten Energie bleiben. Das ist immer gewährleistet, wenn eine vollständige Sammlung zu erreichen ist. In Halbleitern haben die Ladungsträger eine endliche mittlere Lebensdauer, bis sie rekombinieren und für den Nachweis verloren gehen. Sie hängt stark von der Reinheit des Materials ab. In Kristallen höchster Reinheit kann sie Werte bis zu 10^{-4} s annehmen. Da die Sammelzeiten zwei bis vier Größenordnungen kleiner sind, scheint die vollständige Sammlung

problemlos zu sein. In Wirklichkeit trifft dies nicht zu. bei starker Ionisierung weichen die Zeiten von den angegebenen Werten ab. Es bilden sich sogenannte Plasmaschlüsse mit hoher Ladungsdichte aus, in denen das elektrische Feld zusammenbricht. Die Lebensdauern sind dann kürzer und die Sammelzeiten länger. Auch die inhomogene räumliche Verteilung der Rekombinationszentren trägt zu einer Streuung der Lebensdauern und Verschlechterung der Energieauflösung bei. Kurz, eine gute Auflösung erreicht man mit homogenen und reinen Halbleitern und hohen Betriebsspannungen.

Eine gewisse Streuung der Sammelzeiten ist wegen der unterschiedlichen Wege, welche die Ladungen im Detektor zurücklegen, nicht zu vermeiden. Dennoch lässt sich die Energieproportionalität durch eine geeignete Schaltung in einem gewissen Maß erhalten. Während der Anstiegszeit fließt schon ein Teil der Ladung über den Arbeitswiderstand ab. Wenn die Anstiegszeit für alle Impulse dieselbe ist, dann ist das immer derselbe Bruchteil der Gesamtladung und die Impulshöhe ist der Energie proportional. Durch eine große Zeitkonstante im elektronischen Zählpunkt des Detektors lässt sich erreichen, dass die Abfallzeit des Impulses groß gegenüber der Anstiegszeit ist. Dann ist der Verlust an Ladung so gering, dass unterschiedliche Anstiegszeiten sich nicht auswirken.

Prinzipiell ist das Auflösungsvermögen auch bei idealen Detektoren und bestmöglicher Schaltung endlich, weil sowohl die Ionisierung als auch der Transport der Ladung statistische Prozesse sind. Wenn $\langle I \rangle$ die mittlere Ionisierungsenergie ist, dann ist die Anzahl n der Ionenpaare, die bei der Abbremsung von Teilchen mit einer bestimmten Energie E erzeugt werden

$$n = \frac{E}{\langle I \rangle} \quad (4.45)$$

Sie schwankt um einen mittleren Wert n . Die Größe der Schwankung ist, Poisson-Statistik vorausgesetzt, gleich \sqrt{n} . Sie zieht eine Unsicherheit ΔE bei der Energiemessung nach sich. Die Energieauflösung ist dann

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}} \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (4.46)$$

Aus dieser Beziehung lässt sich zweierlei ablesen. Die Auflösung ist umso besser (d.h. dieser Wert umso kleiner), je mehr Ladungsträgerpaare bei einer festen Energie E erzeugt werden. So erklärt sich die herausragende Auflösung der Halbleiterdetektoren, bei denen nur ungefähr 3 eV für ein Ionenpaar aufzubringen sind. Bei den Zählrohren und den noch zu besprechenden Szintillationszählern liegt dieser Wert zwischen 25-35 eV, entsprechend schlechter ist deren Energieauflösungsvermögen. Aus demselben Grund nimmt die Auflösung mit steigender Energie zu.

Auch beim Transport der Ladungsträger treten statistische Prozesse auf, die unter dem Begriff elektronisches Rauschen zusammengefasst werden. Der wichtigste Anteil, der das Auflösungsvermögen begrenzt, ist das thermische Rauschen. Es ist auch dann vorhanden, wenn kein Strom fließt, und wird hervorgerufen durch räumliche Schwankungen der Ladungsträgerdichte, die ihrerseits eine Folge der thermischen Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und Löcher ist.

Unter Zeitauflösung versteht man die Genauigkeit, mit der sich der Zeitpunkt der Ankunft eines Teilchens im Detektor festlegen lässt. Die statistischen Prozesse bei der Entstehung der Impulse bewirken zeitliche Schwankungen der Anstiegszeiten und damit Unsicherheiten bei der Zeitbestimmung. Sie sind aber umso kleiner, je kürzer die Anstiegszeiten oder, wie man sagt, je schneller die Impulse sind.

Bei den Halbleiterdetektoren sind die Anstiegszeiten wie bei den Zählrohren durch die Laufzeiten der Ladungen bestimmt. Die Sammelzeit t berechnet sich aus dem Integral

$$t = \int_{x_1}^{x^2} \frac{dx}{\mu \cdot E} \quad (4.47)$$

E ist die elektrische Feldstärke und μ die Beweglichkeit der Elektronen. Für Sperrsichtzähler mit einer Schichtdicke, die groß gegenüber der Reichweite der Teilchen ist, ergibt sich daraus

$$t = \frac{d}{\mu \cdot E_{\max}} \cdot \frac{\ln 10}{2} \quad (4.48)$$

Das sind Werte in der Größenordnung von Nanosekunden. Für Li-Driftzähler mit einer Driftstrecke d , an dem die Spannung U liegt, hat man

$$t = \frac{d^2}{\mu \cdot U} \quad (4.49)$$

Hier sind die Sammelzeiten wesentlich größer, sie liegen im Bereich von Mikrosekunden. Sie sind deshalb zur Messung kleiner Zeiten oder schneller Koinzidenzen nicht geeignet.

Gute Zeitauflösung verlangt nicht nur kurze Sammelzeiten, sondern auch entsprechend kleine Zeitkonstanten im elektronischen Zählkreis. Andernfalls würde sich die Anstiegszeit durch Integration verlängern. Das geht aber auf Kosten der Energieauflösung, die gerade diese Integration durch große Zeitkonstanten verlangt. Gute Zeitauflösung und gute Energieauflösung verhalten sich komplementär. Man kann beide gleichzeitig nur erreichen, wenn man die Impulse in getrennten Zählkreisen verarbeitet.

4.1.2.5 Die Impulsform der Halbleiterdetektoren

Wenn die Ladungen ungestört gesammelt werden, also keine Plasmaeffekte und keine Rekombination auftreten, berechnet sich die Impulsform wie bei der Ionisationskammer. Es gelten die Gl. 4.20 bis Gl. 4.27 sowie Abb. 4.2 und Abb. 4.3. Die positiven Löcher im Halbleiterdetektor entsprechen den Ionen in der Ionisationskammer. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die Löcher nur 2-3 mal, und nicht wie die Ionen um drei Größenordnungen, langsamer sind als die Elektronen.

4.2 Detektoren mit Nachweis der Ionisation durch Emission von Licht

In Festkörpern wird der von geladenen Teilchen durch Ionisierung oder Anregung übertragenen Energie zum Teil durch die Emission von Photonen wieder abgegeben. Im Idealfall ist die Intensität des emittierten Lichts proportional zur Teilchenenergie. Zum Nachweis der Photonen werden Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) verwendet (hier ist das englische Wort *Photomultiplier* gebräuchlicher), deren Empfindlichkeit so weit gesteigert werden kann, dass wenige Photonen genügen, um leicht messbare Stromimpulse zu erzeugen. Letzten Endes liegt auch hier wie bei den Zählrohren die Information über nachzuweisende Teilchen in Form elektrischer Impulse vor.

4.2.1 Der Szintillationsdetektor

Der Szintillationsdetektor ist neben der Ionisationskammer der älteste in der Kernphysik verwendete Detektor. Seine Wirkungsweise beruht auf dem Prinzip, dass bestimmte anorganische Substanzen wie ZnS und NaJ sowie organische Verbindungen wie Plastik und Anthrazit von ionisierender Strahlung zur Emission von Licht angeregt werden. So wurden von Rutherford und seinen Mitarbeitern bei der Untersuchung der Streuung von α -Teilchen an Kernen die Lichtblitze

beobachtet und gezählt, die von den α -Teilchen beim Auftreffen auf einen ZnS-Schirm hervorgerufen wurden. Seine volle Bedeutung hat der Szintillationsdetektor erst erlangt, seitdem man nicht mehr mit dem Auge beobachtet, sondern elektronische Lichtdetektoren einsetzt. Häufig werden Photomultiplier verwendet, wobei inzwischen auch immer mehr Halbleiterphotodioden (Avalange-Photodioden, Si-Photomultiplier) zum Einsatz kommen. Ein Szintillationsdetektor ist also die Kombination aus einem Szintillator, der die Energie der ionisierenden Strahlung in sichtbares Licht umwandelt und einem Photodetektor, der daraus einen elektrischen Puls erzeugt, dessen Amplitude bzw. Ladung proportional zu der im Szintillator deponierten Energie ist. Das Signal wird in der Regel elektronisch weiter verarbeitet und mit einem ADC (Analog-Digital-Wandler) digitalisiert.

Der klassische Photomultiplier (PMT =Photo Multiplier Tube) besteht aus mehreren beschichteten Metallelektroden, die sich in einer geschlossenen, evakuierten Glaskugel befinden (siehe Abb. 4.16). Das Licht tritt an einem Ende des PMT ein und trifft auf die Photokathode (PK). Die Photokathode ist in der Regel eine Bi-Alkalischicht, die auf das Eintrittsfenster aufgedampft wurde und die mit der Spannungsversorgung des PMT verbunden ist. Der Szintillator wird direkt vor die Photokathode des PMT gebracht. Nur etwa jedes dritte bis vierte Photon erzeugt durch Photoeffekt ein Photoelektron, das aus der Kathode austritt und durch elektrische Felder mit Hilfe von Fokusierelektroden auf die erste einer Reihe von gebogenen Metallelektroden, den sogenannten Dynoden (Dy_i), beschleunigt wird. Die Dynodenbleche sind mit einem Material beschichtet, aus dem ein eintreffendes Elektron mit ausreichender Energie mehrere Sekundärelektronen auslösen kann. Die Dynodenkette wird Sekundärelektronenvervielfacher genannt und ist der eigentliche Verstärker des Photomultipliers. Es können Verstärkungsfaktoren von 10 bis 10^8 erreicht werden. Der Verstärkungsfaktor hängt neben der Anzahl, Geometrie und Beschichtung der Dynoden besonders von der Beschleunigungsspannung zwischen den Dynoden ab. Am Ende der Dynodenkette befindet sich die Anode (An), über die der verstärkte Photoelektronenpuls aufgefangen und weitergeleitet wird. Photokathode, Dynoden und Anode sind über elektrische Durchführungen am anderen Ende des PMT mit der Außenwelt verbunden. Die verschiedenen Potentiale werden in der Regel über einen passiven Spannungsteiler aus hochohmigen Widerständen erzeugt, der von einem Hochspannungsgerät mit einer stabilisierten Gleichspannung versorgt wird. Die benötigte Versorgungsspannung hängt von der Art des PMT und vom benötigten Verstärkungsfaktor ab und liegt für die meisten PMT zwischen 600 V und 2500 V. Eine detaillierte Beschreibung von Photomultipliern findet sich z.B. in [20].

Ein Szintillator wird durch die folgenden Größen charakterisiert:

1. **Die absolute Szintillationsempfindlichkeit S** Sie gibt den Bruchteil der im Szintillator deponierten Energie E an, der als Energie des Fluoreszenzlichts wieder abgegeben wird. Wird den Lichtquanten eine mittlere Energie E_F zugeschrieben, dann ist sie gegeben durch

$$S = N(E) \cdot \frac{E_F}{E} \quad (4.50)$$

wobei $N(E)$ die von der Teilchenenergie abhängige Anzahl der erzeugten Quanten ist. S soll groß sein, weil die Energieauflösung umso besser ist, je mehr Photonen entstehen. Die restliche Energie, die im Szintillator deponiert wurde, wird über sogenannte strahlungslose Übergänge abgegeben in Form von Phononen.

2. **Die Lage des Emissionsspektrums** Die Energieauflösung wird auch bestimmt durch die Anzahl der vom Fluoreszenzlicht auf der Photokathode freigesetzten Elektronen. Je mehr Elektronen emittiert werden, umso weniger schwankt ihre Anzahl, und umso besser ist die Energieauflösung. Die Anzahl der Elektronen ist am größten, wenn das Emissionsspektrum im Bereich der maximalen Empfindlichkeit der Photokathode des PMT liegt.

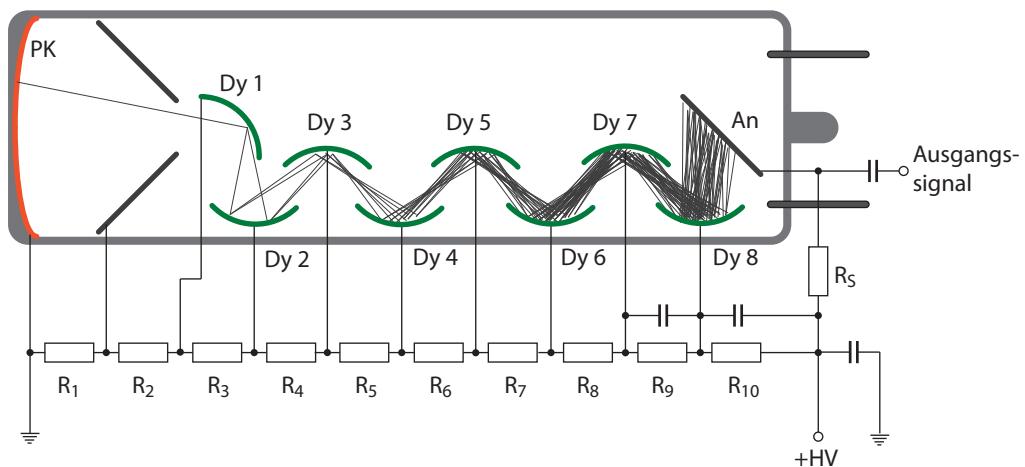


Abbildung 4.16: Schematische Darstellung eines Photomultipliers. Im evakuierten Glasgehäuse befinden sich die Photokathode (PK), die Dynoden (Dy n) des Sekundärelektronenvervielfachers und die Anode (An). Der schematisch dargestellte Spannungsteiler wird von einer positiven Hochspannungsquelle versorgt. Das Anodensignal, das zur Messelektronik geführt wird, wird über einen Kondensator von der Hochspannung entkoppelt.

3. Die Lichtausbeute oder die spezifische Lichtausbeute Die Lichtausbeute L ist definiert als die gesamte vom Szintillator in Form von Licht abgestrahlte Energie

$$L = N(E) \cdot E_F = S \cdot E \quad (4.51)$$

Die spezifische Lichtausbeute ist die auf der Strecke dx im Szintillator abgestrahlte Energie

$$\frac{dL}{dE} = S \cdot \frac{dE}{dx} \quad (4.52)$$

Auf den ersten Blick scheint es, dass die Lichtausbeute der Größe S äquivalent sei, denn aus den oben stehenden Gleichungen lässt sich ableiten

$$\frac{dL}{dE} = \frac{L}{E} = S = \text{konst.} \quad (4.53)$$

In Sonderfällen, nämlich dann, wenn die primäre Ionisation klein ist, wie z.B. bei Elektronen, ist diese Gleichung auch richtig. Die Größe der Primärionisation hat in diesem Fall keinem Einfluss auf die Emission. Ist die Primärionisation und damit S aber groß, wird die Emission zugunsten strahlungsloser Übergänge unterdrückt, ein Prozess, der in der englischsprachigen Literatur Quenching genannt wird. Für die spezifische Lichtausbeute hat man dann den Ausdruck

$$\frac{dL}{dx} = \frac{S \cdot \frac{dE}{dx}}{1 + q \cdot B \cdot \frac{dE}{dx}} \quad (4.54)$$

S ist auch hier die Szintillationsempfindlichkeit ohne das von der Ionisation verursachte Quenching, B ist eine Konstante, und q ist der Quenching-Parameter, der den Bruchteil der strahlunglosen zur Gesamtzahl der Übergänge angibt. Die Lichtausbeute geht also nicht immer linear mit der Teilchenenergie, die Größe S ist abhängig von der Energie und der Teilchensorte.

4. Die Zerfallszeit der Szintillation Die angeregten Emissionszentren haben eine mittlere Lebensdauer τ . Der Zerfall ist statistisch und gehorcht dem von der Radioaktivität bekannten Gesetz. Die Intensität des Fluoreszenzlichts zur Zeit t nach der Anregung ist

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.55)$$

Die mittlere Lebensdauer oder Zerfallszeit τ ist eine wichtige, den Szintillator charakterisierende Größe, sie bestimmt nämlich die Zeitauflösung. Sie liegt für manchen organischen Szintillatoren bei 10^{-9} s, für die anorganischen kann sie bis zu 10^{-7} s betragen. Diese Komponente, man nennt sie die schnelle, macht den Hauptteil des Fluoreszenzlichts aus. Daneben gibt es meist noch eine schwächere Komponente, die ungefähr 10% der Intensität ausmacht, ebenfalls einem exponentiellen Zerfallsgesetz gehorcht, aber durch eine wesentlich längere Zerfallskonstante (bis zu 10^{-4} s) hat. Sie entsteht beim Zerfall von langlebigen, metastabilen Zuständen. Liegen diese metastabilen Zustände nur wenig unter den schnell zerfallenden, ist außerdem eine dritte Komponente im emittierten Licht zu beobachten, die ebenfalls sehr langsam abklingt, ohne aber einem exponentiellen Zerfallsgesetz zu folgen. Sie ist als Nachleuchten eines Szintillators bekannt und entsteht durch thermische Anregung der metastabilen Zustände in die höher liegenden mit der kurzen Zerfallszeit. Die langlebige und die verzögerte Komponente der Lumineszenz sind in nennenswerter Intensität nicht erwünscht, da sie langsam ansteigende Impulse verursachen. Weiter unten werden die verschiedenen Formen der Lumineszenz nochmals genauer besprochen.

Die hier angeführten, für die Szintillatoren charakteristischen Größen werden experimentell bestimmt. Die theoretische Vorhersage ist wegen der Vielzahl der beteiligten Prozesse nur näherungsweise möglich. Im Folgenden werden die physikalischen Vorgänge bei der Szintillation besprochen. Sie sind unterschiedlich in organischen und anorganischen Materialien.

4.2.1.1 Der anorganische Szintillator

Der anorganische Szintillator ist ein Kristall. Seine Wirkungsweise wird durch das Bändermodell beschrieben. Die unteren Bänder eines Kristalls sind vollständig, das Valenzband teilweise mit Elektronen besetzt. Über dem Valenzband liegt, durch die Energielücke E_g getrennt, das Leitungsband. Es ist in Grundzustand unbesetzt. Der reine Kristall ist deshalb elektrisch nicht leitend.

Durch ionisierende Strahlung oder durch Absorption von Licht kann der Kristall angeregt werden. Es finden dann Übergänge aus den besetzten Bändern, besonders aus dem Valenzband in das Leitungsband statt. Die Elektronen im Leitungsband sind ebenso wie die zurückbleibenden, positiv geladenen Löcher im Valenzband frei beweglich: der Kristall ist elektrisch leitend.

Die freien Elektronen rekombinieren mit den Löchern. Dabei wird die Anregungsenergie abgegeben. Im idealen Kristall können dabei nur Phononen angeregt aber keine Photonen emittiert werden. Die optischen Übergänge sind durch das Pauliprinzip verboten. Die Elektronen im Leitungsband verlieren nämlich sehr schnell (ca. 10^{-13} s) nach der Anregung ihre kinetische Energie durch elastische Stöße und befinden sich dann an der unteren Bandkante, die dem Impuls $k = 0$ entspricht. Zustände mit $k = 0$ sind aber im Valenzband besetzt, ein Übergang ist nicht möglich. Ideale Kristalle sind deshalb keine Szintillatoren.

In Wirklichkeit zeigen aber auch reine Kristalle Lumineszenz, wenn sie angeregt werden. Gitterfehler sind immer vorhanden, sei es, dass Gitterstellen nicht besetzt sind, sei es, dass sich Überschussionen auf Zwischengitterplätzen befinden. Letztere werden in Kristallen, die als Detektoren verwendet werden sollen, absichtlich durch Dotieren mit Fremdatomen erzeugt. Ein Beispiel dafür ist die Dotierung eines NaJ-Kristalls mit Thallium-Ionen in dem am meisten verwendeten anorganischen Szintillator, dem NaJ(Tl). Es entstehen auf diese Weise die sogenannten Aktivatorzentren, welche die Szintillation durch die folgenden Prozesse entscheidend bestimmen.

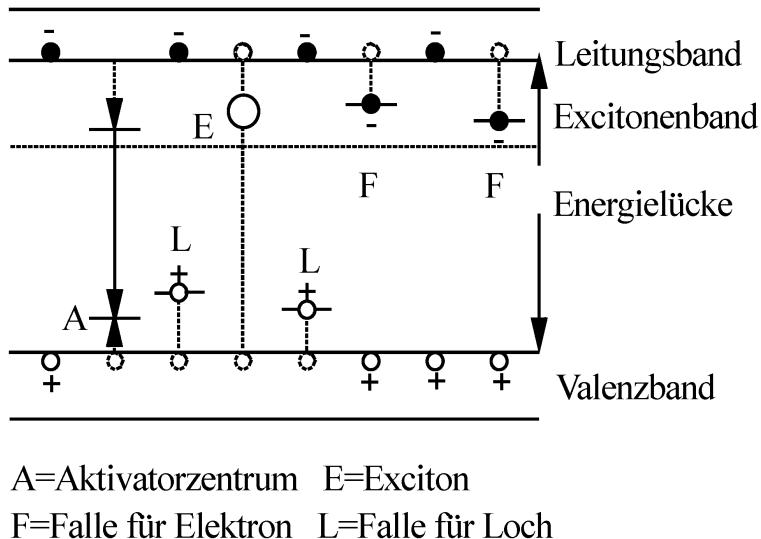


Abbildung 4.17: Bändermodell eines anorganischen Szintillators.

- 1. Der Einfang von Excitonen** Excitonen sind elektrisch neutrale Quasi-Teilchen, die durch Korrelation eines freien Elektrons mit einem Loch entstehen. Sie können durch den Kristall diffundieren, ihre Energie liegt knapp unterhalb des Leitungsbandes, im sog. Excitonenband. Die Aktivatorzentren, deren Grundzustände nur wenig über dem Valenzband liegen, können Excitonen einfangen, wobei sie in angeregte Zustände unterhalb der Kante des Leitungsbands übergehen. Es sind diese angeregten Zentren, die wesentlich für die Szintillation sind. Bei der Rückkehr in den Grundzustand werden nämlich mit großer Wahrscheinlichkeit Photonen emittiert, die schnelle Komponente der Fluoreszenz. Nur ein kleiner Teil der Anregungsenergie geht strahlungslos in Phononen über.
- 2. Der Einfang von freien Elektron-Loch-Paaren** Ohne vorher ein Exciton gebildet zu haben, können diffundierende Elektronen und Löcher direkt an einem Zentrum rekombinieren und dieses anregen.
- 3. Der Einfang von freien Ladungsträgern** Die Aktivatorzentren können Elektronen oder Löcher einfangen. Sie wirken dann als Falle für die Ladungsträger. Sind sie besetzt, liegen ihre Energien nahe an den Bandkanten. Sie bleiben besetzt, bis sie mit diffundierenden Ladungen des anderen Vorzeichens rekombinieren oder in die benachbarten Bänder übergehen, indem sie aus der Umgebung Wärmeenergie aufnehmen. Diese thermische Anregung der Ladungen in den Fallen ist die Ursache der verzögerten Fluoreszenz.

Ein Aktivatorzentrum und die beim Einfang eines Excitons ablaufenden Vorgänge lassen sich in einem Modell beschreiben, das in enger Analogie zur Molekülpolymerphysik steht. Auch im Kristall haben die Zentren diskrete Anregungszustände, da sie sich wegen der geringen Konzentration nicht gegenseitig beeinflussen. Sie entsprechen den verschiedenen Elektronenzuständen eines Moleküls. Ein Zentrum ist im Gitter gebunden und kann um seine Gleichgewichtslage Schwingungen ausführen. Wie beim Molekül sind deshalb die weit auseinander liegenden Elektronenzustände in eng nebeneinander liegende Schwingungszustände aufgespalten. In Abb. 4.18 sind die Potentialkurven für den Grundzustand und einen angeregten Zustand eines Zentrums in Abhängigkeit von der Auslenkung der Schwingung dargestellt. Für jede Kurve sind auch die tiefsten Schwingungsterme eingezeichnet, wovon der unterste jeweils dem Ruhezustand entspricht. Die quantenmechanische Aufenthaltswahrscheinlichkeit hat ein Maximum in der Mitte

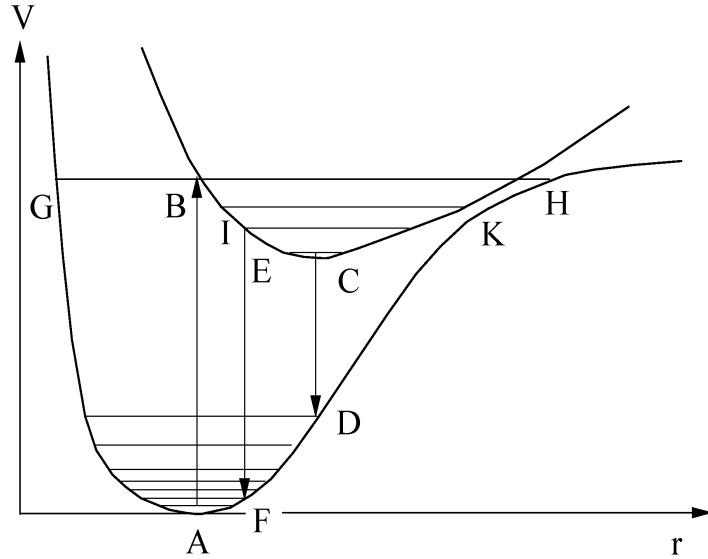


Abbildung 4.18: Termschema eines Aktivatorzentrums.

der Nullpunktsamplitude, so dass die Ruhelagen durch die Minima der Potentialkurven bestimmt sind. Die Besetzungsichte der Schwingungszustände ist eine Funktion der Temperatur und wird durch die Boltzmannverteilung beschrieben. Bei Zimmertemperatur sind nur wenige Schwingungszustände besetzt.

Wird ein Aktivatorzentrum durch Einfang eines Excitons angeregt, dann geht es längs der senkrechten Linie AB in den höheren Elektronenzustand über. Senkrecht ist der Übergang deshalb, weil er nach dem Franck-Condon-Prinzip schnell gegenüber der Schwingungsbewegung des Zentrums ist, das deshalb während der Anregung am selben Ort bleibt. Das angeregte Zentrum befindet sich somit auch in einem angeregten Schwingungszustand. Von dort sind drei Wege zurück zum Grundzustand möglich: erstens kann spontan ein Photon emittiert werden, zweitens kann es zunächst strahlungslos in tiefer liegende Schwingungszustände übergehen, ehe es ein Photon emittiert. Die dritte Möglichkeit ist der direkte strahlungslose Übergang in den Grundzustand. Bei allen strahlungslosen Übergängen werden Gitterschwingungen (Phononen) des Kristalls angeregt. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für die Übergänge der beiden ersten Wege bestimmt die Form des optischen Emissionsspektrums. Meistens sind die optischen Übergänge langsamer, so dass das Spektrum bei der durch die Strecke CD gegebenen Energie liegt und gegenüber der Anregungsenergie stark verschoben ist. Sind sie dagegen schnell, können sie auch aus angeregten Schwingungszuständen stattfinden, z.B. entlang EF, das Spektrum ist dann weniger verschoben und außerdem verbreitert. Meist enden die Übergänge in Schwingungszuständen des Grundzustandes, deren Energie letztlich ebenfalls an das Gitter abgegeben wird.

Die mittlere Lebensdauer der angeregten Zustände eines Aktivatorzentrums ist typischerweise 10^{-7} s. In einem Kristall, in dem viele gleichartige Zentren gleichzeitig angeregt sind, nimmt die Intensität des emittierten Lichts nach einem exponentiellen Zerfallsgesetz mit einer festen Zeitkonstanten, der Abklingzeit der Szintillation, im Laufe der Zeit ab. Dieser Vorgang ist die normale Fluoreszenz.

Der dritte Weg, der direkte strahlungslose Übergang, ist besonders wahrscheinlich in Bereichen, in denen sich die Potentialkurven annähern oder sich gar schneiden. In Abb. 4.18 ist z.B. ein Übergang aus dem Schwingungsniveau IK des angeregten Elektronenzustandes in das Schwingungsniveau GH des Grundzustandes möglich. Dann wird die gesamte Anregungsenergie an den Kristall abgegeben. Dies ist das Quenching. Es tritt immer dann auf, wenn das Niveau IK besetzt ist. Geschieht dies durch thermische Anregung der tieferen Schwingungszustände,

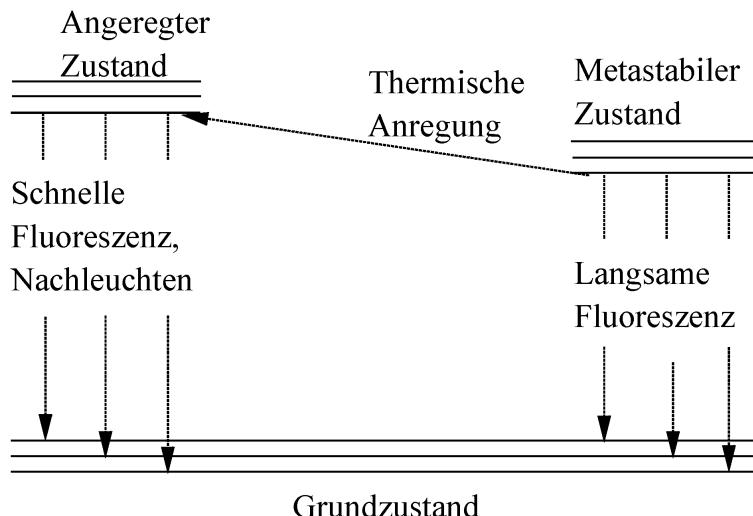


Abbildung 4.19: Die verschiedenen Formen der Lumineszenz.

nimmt die Häufigkeit des Quenching mit steigender Temperatur zu. Je nach Lage der Potentialkurven der Aktivatorzentren können demnach entweder die spontane Emission von Licht oder die strahlungslosen Übergänge dominieren, man spricht dann von Lumineszenz- oder von Quenching-Zentren. Jedes Aktivatorzentrum hat mehrere angeregte Zustände. Darunter kann es solche geben, für die der optische Übergang zum Grundzustand durch Auswahlregeln, wie z.B. das Singulett-Triplett Interkombinationsverbot, stark behindert ist. Ist dazu noch die Wahrscheinlichkeit des Quenchings klein, dann können solche Zustände relativ lange leben. Sie werden deshalb als metastabil bezeichnet. In Abb. 4.19 ist ein solcher metastabiler Zustand schematisch im Termschema eines Aktivatorzentrums, zusammen mit einem angeregten normalen und dem Grundzustand, gezeichnet. Beim Excitonen- oder Ladungseinfang werden beide angeregten Zustände besetzt. Nach kurzer Zeit befinden sich beide im jeweils niedrigsten Schwingungszustand, wenn die Relaxation der angeregten Schwingungszustände schnell ist. Beim Zerfall des angeregten normalen Zustandes wird das bereits erwähnte schnelle Fluoreszenzlicht emittiert. Sein Spektrum ist nicht scharf, sondern wegen der eng benachbarten Schwingungsterme des Grundzustands kontinuierlich. Daneben gibt es eine weitere Komponente, die beim optischen Zerfall des metastabilen Zustands entsteht. Sie hat, bedingt durch die lange Lebensdauer des Zustands, eine wesentlich längere Zerfallszeit und ist zu kleineren Energien hin verschoben. Wie die schnelle gehorcht auch die langsame Komponente einem exponentiellen Zerfallsgesetz.

Die dritte Komponente entsteht, wenn der metastabile Zustand nur wenig unterhalb des angeregten normalen liegt. Dann können durch thermische Anregung Übergänge zum oberen Zustand stattfinden, der dann mit der Zerfallszeit und dem Spektrum der schnellen Fluoreszenz zerfällt. Das Zeitverhalten ist somit bestimmt durch die Rate der thermischen Übergänge, es ist nicht mehr exponentiell. Dies ist das Nachleuchten, das einigen Sekunden dauern kann.

4.2.1.2 Der organische Szintillator

Es gibt viele organische Substanzen, die durch ionisierende Strahlung zur Lumineszenz angeregt werden. Sie lassen sich in drei Gruppen einteilen.

1. **Die molekularen Kristalle**, die aus lauter gleichen Molekülen ohne Zusätze bestehen. Dazu gehören z.B. Anthrazen und Stilben.

Lichtausbeute

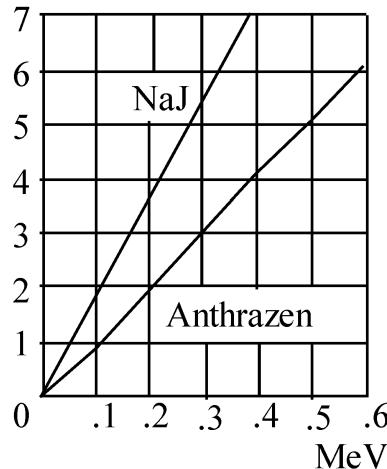


Abbildung 4.20: Lichtausbeute für Elektronen als Funktion der Energie.

2. **Die festen Lösungen.** Das sind feste Substanzen, meist Plastik oder andere Polymere, die selbst keine Lumineszenz zeigen, und denen in geringen Mengen andere Moleküle als Lumineszenzzentren beigemischt sind.
3. **Flüssige Szintillatoren.** Sie sind wie die festen Lösungen, nur ist bei ihnen der Grundbestandteil eine organische Flüssigkeit. Verwendet werden z.B. Paraffine oder Toluol. Es ist inzwischen eine Vielzahl von Molekülen bekannt, die in Lösung bei Anregung Lumineszenz zeigen. Zu den bekanntesten zählen PPO (2,5-Diphenyloxazol) und POPOP (1,4-bis-2(Phenyloxazolyl)-Benzol).

Die organischen Szintillatoren werden nicht durch das Bändermodell beschrieben. Die Wechselwirkung der Moleküle in den molekularen Kristallen untereinander und auch die der Zentren mit Molekülen der Lösungen sind so schwach, dass ihre Energiezustände nicht oder nur wenig durch die Nachbarn beeinflusst werden. Man hat es also mit diskreten Elektronenzuständen zu tun, denen Schwingungszustände überlagert sind. Das Termschema ist analog zu dem der Aktivatorzentren in Abb. 4.18, und entsprechend sind auch die physikalischen Prozesse, die bei der Szintillation stattfinden. Nur die Anregung der Zentren verläuft etwas anders. Sie erfolgt entweder durch Photonen oder strahlungslos über Excitonen aus dem Ionisierungskanal.

4.2.1.3 Vergleich der anorganischen und organischen Szintillatoren

Anorganische und organische Szintillatoren unterscheiden sich in ihren Eigenschaften und sind deshalb für bestimmte Anwendungen nicht in gleicher Weise geeignet. Im Folgenden werden die beiden Arten einander gegenübergestellt, wobei als Vertreter der anorganischen $\text{NaJ}(\text{Tl})$ und für die organischen Anthracen ausgewählt werden.

Die Lichtausbeute der anorganischen Szintillatoren ist beträchtlich größer als die der organischen. Dies geht aus Abb. 4.20 hervor, in der die Lichtausbeute in willkürlichen Einheiten für Elektronen bis 600 keV aufgetragen ist. Sie verläuft in $\text{NaJ}(\text{Tl})$ völlig linear mit der Energie, während sie in Anthracen bei kleinen Energien leicht nichtlinear und im ganzen Bereich nur annähernd halb so groß ist. Sie hängt auch von der Teilchensorte ab, wie es die Abb. 4.21 für verschiedene Teilchen in $\text{NaJ}(\text{Tl})$ zeigt: sie ist gleich für Elektronen, Protonen und Deuteronen, für α -Teilchen hat sie kleinere Werte. Auch hier ist für die leichten Teilchen die Abhängigkeit von der Energie linear. Für die schwereren und doppelt geladenen α -Teilchen zeigt sich ein

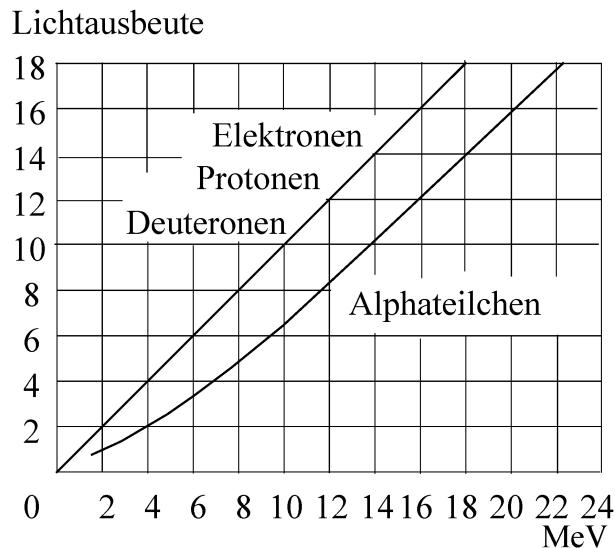


Abbildung 4.21: Lichtausbeute von NaJ(Tl) für verschiedene Teilchen als Funktion der Energie.

Abweichen von der Linearität. In Anthrazin ist diese Abweichung noch ausgeprägter, hier ist sie auch schon bei den anderen schweren Teilchen zu beobachten. Aus der Abb. 4.22 ist zu entnehmen, dass sich nur für die Elektronen eine Gerade ergibt. Auffallend ist auch die sehr starke Abnahme der Lichtausbeute mit zunehmender Masse und Ladung der Teilchen. Beide Erscheinungen erklären sich mit der Bethe-Bloch-Formel (Gl. 3.4 und Gl. 3.8). Nach ihr nimmt die Ionisierungsdichte linear mit der Masse und quadratisch mit der Ladung der Teilchen zu und geht für alle Teilchen durch ein Maximum bei kleinen Energien. Bei hohen Ionisierungsdichten rekombiniert ein Teil der Ladungsträger, bevor die Energie auf die Lumineszenzzentren übertragen ist, d.h. die strahlungsfreien Prozesse nehmen auf Kosten der Quantenausbeute zu, und zwar umso mehr, je höher die Ionisierungsdichte ist. Die Lichtausbeute bei einer bestimmten Energie ist deshalb umso kleiner, je größer die Masse und die Ladung sind. Sie geht nur dann linear mit der Energie, wenn keine Rekombination stattfindet. Die Abweichung von der Linearität tritt deshalb besonders bei kleinen Energien hervor.

Zur Energiemessung von Teilchen eignet sich aus zwei Gründen NaJ(Tl) besser als Anthrazin. Einmal genügt wegen der Linearität eine einzige Eichmessung mit Teilchen bekannter Energie, um die Energien von Elektronen, Protonen und Deuteronen im ganzen angegebenen Bereich zu bestimmen. Bei Anthrazin muss für jede Sorte eine eigene Eichkurve aufgenommen werden. Zum anderen ist die Lichtausbeute insgesamt größer. Deshalb erreichen mehr Photonen die Photokathode des Photomultipliers und lösen dort auch mehr Elektronen aus. Die statistischen Schwankungen des Elektronenstroms werden somit kleiner und die Energieauflösung des Detektors verbessert sich.

Dagegen sind die organischen Szintillatoren besser geeignet für schnelle Koinzidenzmessungen (darunter versteht man solche mit Auflösungszeiten von Nanosekunden) und für genaue Zeitmessungen. Das liegt an den kurzen Abklingzeiten der Fluoreszenz. Sie sind $3 \cdot 10^{-8}$ s in Anthrazin, $8 \cdot 10^{-9}$ s in Plastik, aber $2.5 \cdot 10^{-7}$ s in NaJ(Tl). In den organischen Substanzen ist die Lichtemission um bis zu zwei Größenordnungen schneller. Entsprechend kurz sind die Anstiegszeiten der Elektronenimpulse im PMT, was die Voraussetzung für schnelle Zeitmessungen ist. Die Empfindlichkeit, d.h. das Verhältnis der Zahl der nachgewiesenen zur Zahl der eintreffenden Teilchen, ist für geladene Teilchen in beiden Szintillatoren gleich. Sie ist praktisch gleich eins. Für den Nachweis von γ -Quanten allerdings sind die anorganischen Kristalle vorzuziehen, da sie eine größere mittlere Ordnungszahl haben ($\bar{Z} = 32$ für NaJ(Tl) und deshalb der Photoeffekt

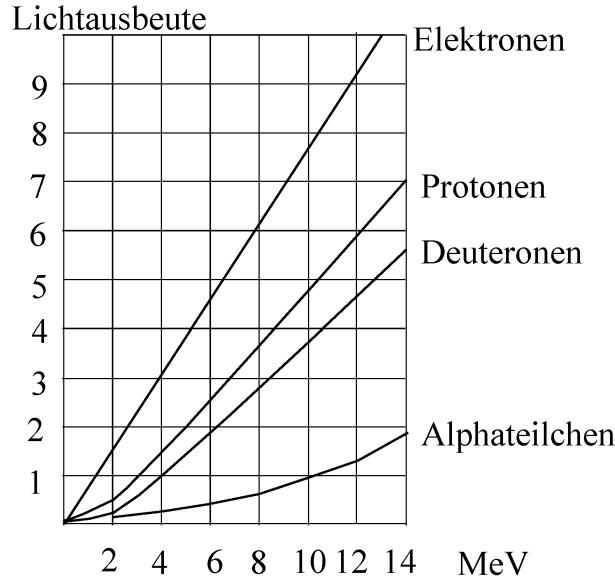


Abbildung 4.22: Lichtausbeute in Anthrazen für verschiedene Teilchen als Funktion der Energie.

Tabelle 4.2: Vergleich der Eigenschaften von organischen und anorganischen Szintillatoren. ε ist die Empfindlichkeit.

	Abklingzeit	Energieauflösung	Zeitauflösung	ε für gelad. Teilchen	ε für γ	ε für n
NaJ(Tl)	$2,5 \cdot 10^{-7}$ s	gut	schlecht	nahe 1	10-30% bei 1 MeV und 5 mm	keine
Plastik	$8 \cdot 10^{-9}$ s	schlecht	gut	nahe 1	2-5% bei 1 MeV und 5 mm	Protonen-Rückstoß

häufiger ist. In Plastiksintillatoren ($\bar{Z} = 2.7$) ist der Photoeffekt nicht mehr zu beobachten. Andererseits eignen sich die organischen Verbindungen gut zum Nachweis von Neutronen, da sie Protonen enthalten, denen die Neutronen bei der Streuung beträchtliche Energie übertragen (Rückstoßzähler siehe Kapitel 3.2.1.1). Die anorganischen Szintillatoren sind für Neutronen unempfindlich.

4.2.1.4 Die Impulsform des Szintillationszählers

An der Anode des PMT liege der Arbeitswiderstand R und parallel dazu die Kapazität C (inklusive der Streukapazitäten der Anordnung). Der Abfall der Szintillation werde durch das Exponentialgesetz Gl. 4.55 beschrieben. Der Spannungsverlauf am Widerstand ist dann

$$U(t) = \frac{Q_0}{C} \cdot \frac{RC}{RC - \tau} \cdot (e^{-t/\tau} - e^{-t/RC}) \quad (4.56)$$

Q_0 ist die gesamte Ladung, die an die Kathode gelangt. Bei der Ableitung dieser Gleichung ist die Annahme gemacht, dass der Stromimpuls, den ein einzelnes von der Kathode emittiertes Elektron an der Anode erzeugt, Gaußform hat mit einer Breite, die klein ist gegenüber τ .

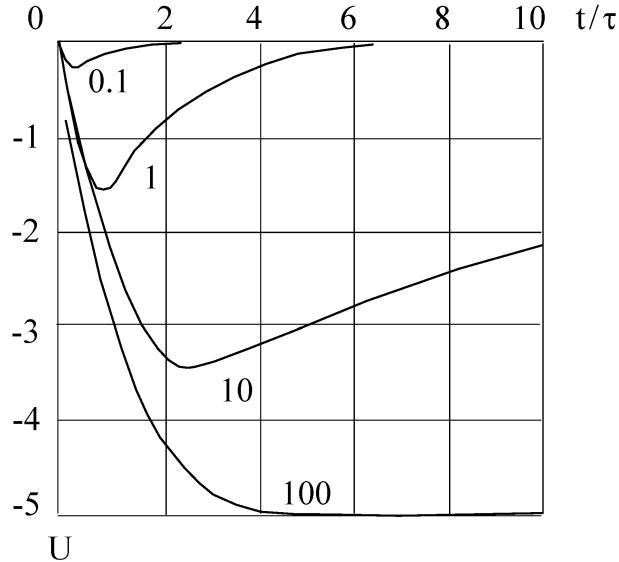


Abbildung 4.23: Impulsform eines Szintillationszählers.

In Abb. 4.23 sind die Impulse in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Integrationszeitkonstanten $T = RC$ in willkürlichen Einheiten dargestellt. Parameter der Kurven ist $K = RC/\tau$. Es zeigt sich, dass bei schwacher Integration (K klein) die Impulse schnell ansteigen, aber klein sind, da ein großer Teil der Ladung während der Integration schon abfließt. Für die genaue Messung der Impulshöhen und damit von Q_0 ist starke Integration erforderlich (großes K). Dann steigen die Impulse aber langsamer an als bei kleinem K . Sie sind auch sehr lang, weshalb man nur mit begrenzten Zählraten messen kann, um Summeneffekte zu vermeiden. Hier zeigt es sich wieder, dass man gute Zeit- und Energieauflösung nicht ohne weiteres gleichzeitig haben kann.

Kapitel 5

Die Verarbeitung der Detektorsignale

Alle Detektoren, die im Praktikum verwendet werden, erzeugen elektrische Impulse, welche die gesamte Information über die nachgewiesenen Teilchen enthalten. Je nach Detektor ist das nicht immer die gleiche. So besteht sie beim Auslösezählrohr nur in der Feststellung, dass ein beliebiges ionisierendes Teilchen vorhanden war. Im Allgemeinen umfasst sie die Größe der vom Teilchen deponierten Energie und den Zeitpunkt, zu dem es in den Detektor gelangt ist. Bei geladenen Teilchen ist die deponierte gleich der kinetischen Energie, sofern sie im Detektor gestoppt werden. In diesem Fall enthält das Signal implizit über die Bethe-Bloch-Formel auch Information über Masse und Ladung und damit über die Identität der Teilchen.

Die Information über die Energie ist in analoger Form durch die Größe der elektrischen Impulse gegeben, der Zeitpunkt des Eintreffens ist korreliert mit dem Zeitpunkt des Auftretens der Impulse. Die Genauigkeit, mit der sie vorliegt, ist von Detektor zu Detektor verschieden. Sie hängt ab von den statistischen Prozessen, die bei der primären Ionisation und bei der nachfolgenden Ausbildung der Impulse eine Rolle spielen.

Die elektrischen Impulse aus den Detektoren werden in elektronischen Schaltkreisen verarbeitet mit dem Ziel, die analoge und zeitliche Information möglichst vollständig zugänglich zu machen. Im Idealfall bedeutet ersteres, die Energie- und Zeitauflösung so weit zu treiben, dass sie nur vom Detektor selbst begrenzt sind. Letzteres heißt die analoge Information zu digitalisieren. In den meisten Fällen wird in einem kernphysikalischen Experiment nach einer Zahl gefragt. Man möchte wissen, wie viele Teilchen mit einer bestimmten Energie oder von einer bestimmten Sorte zu einer bestimmten Zeit nachgewiesen werden.

Die Nachweiselektronik kann in drei Teile gegliedert werden. Unmittelbar vom Detektor gelangt der Impuls in den Analogteil, wo er verstärkt und für die Weiterverarbeitung geeignet geformt wird. Die optimalen Impulsformen sind dabei je nach Experiment verschieden. Zur Energiemessung müssen die Impulse meist integriert werden, während für die Zeitbestimmung kurze, differenzierte Impulse erforderlich sind.

Im nächsten Schritt werden die analogen Impulse in digitale umgewandelt. Dieser Teil der Elektronik heißt Analog-zu-Digital-Konverter (ADC, das C steht für das englische *Converter*). Wie später besprochen wird, geht dabei ein Teil der Information verloren. Meist ist der ADC ein Vielkanalanalysator (VKA), der Energie- oder Zeitspektren aufnimmt. In manchen Fällen, wenn z.B. nur der niederenergetische Teil eines Spektrums abgetrennt werden soll, genügt ein einfacher Diskriminatort.

Im dritten Teil werden die digitalen Messgrößen zur Weiterverarbeitung auf Datenträgern gespeichert. Bei den meisten Versuchen des Praktikums ist die VKA-Elektronik über eine Standardschnittstelle, wie z.B. USB oder Ethernet, mit dem Computer verbunden, oder sie steckt als Karte in einem Computer und wird über Software ausgelesen und abgespeichert.

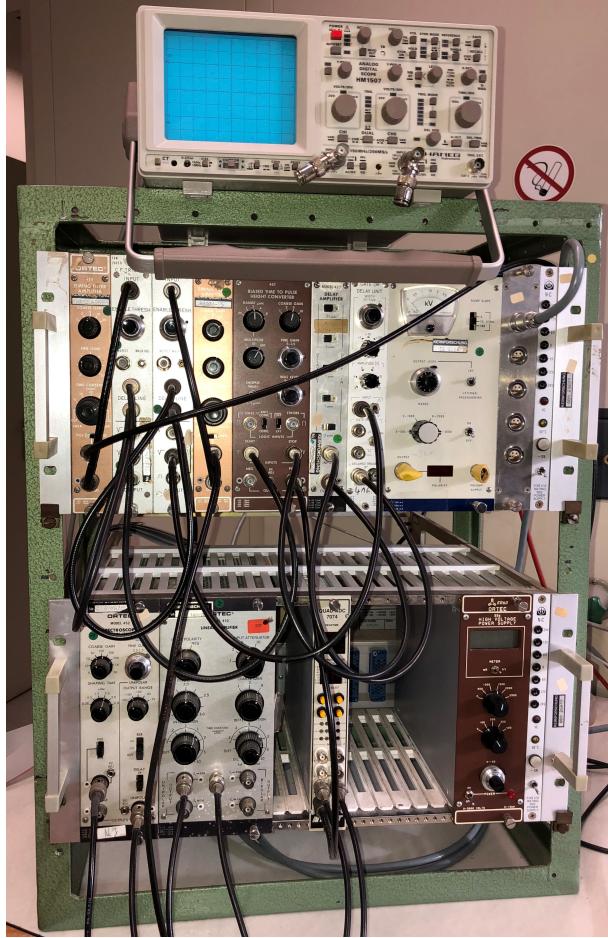


Abbildung 5.1: NIM-Crate mit Moduleinschüben mit verschiedenen Funktionen und BNC-Kabeln.

Im Folgenden werden die einzelnen Teile der Nachweiselektronik genauer besprochen. Dabei werden nur deren Funktion und die prinzipielle Wirkungsweise behandelt. Es wird kein Wert auf schaltungstechnische Einzelheiten und ausführliche Beschreibungen gelegt, die in Lehrbüchern für Elektronik zu finden sind.

In modernen Datenaufnahmesystemen wird die Digitalisierung der Signal so früh wie möglich durchgeführt. Der zeitliche Verlauf der Pulsform wird dazu in feiner Zeitauflösung digitalisiert und entweder gespeichert oder über sogennante FPGAs (Field Programmable Gate Array) direkt analysiert, so dass nur eine Energie oder eine Zeit an den Computer übertragen werden muss. Die verschiedenen Funktionseinheiten, die im Folgenden als individuelle Hardware-Module beschrieben werden, können dann als logische Funktionen in Software nachgebildet werden. Die austauschbaren Hardware-Module, die noch in einigen Experimenten verwendet werden, stecken in einem sogenannten NIM-Crate (siehe Abb. 5.1, das über einen Stecker an ihrer Rückseite, die Module mit den notwendigen Betriebsspannungen versorgt ($\pm 6\text{ V}$, $\pm 12\text{ V}$, $\pm 24\text{ V}$). Der Signalverlauf zwischen den Modulen wird über koaxiale BNC Kabel realisiert.

5.1 Der Analogteil

Die Impulse, wie sie von den Detektoren geliefert werden, sind Stromimpulse einer bestimmten Dauer. Was man misst ist letzten Endes eine Ladung, die proportional zur deponierten Energie

ist. Die Stromimpulse werden zunächst in Spannungsimpulse umgewandelt, die dann verstärkt und geformt werden. Das macht man aus folgenden Gründen.

- 1. Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses.** Der Stromimpuls ist immer begleitet von statistischen Schwankungen, die zum Teil im Detektor selbst, zum Teil in den Widerständen und Kapazitäten entstehen, durch die er an die nachfolgende Elektronik gekoppelt wird. Dieses sog. Rauschen kommt von der Quantennatur der elektrischen Ladungen und hat ein weißes Spektrum, d.h. alle Frequenzen sind darin mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vertreten. Die für die Impulsformung erforderliche Bandbreite umfasst aber nur einen Teil des gesamten Spektrums, so dass es möglich ist, einen großen Frequenzanteil zu unterdrücken und auf diese Weise das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu verbessern.
- 2. Verminderung von Summeneffekten.** Soll in einem Experiment eine bestimmte Zählrate verarbeitet werden, dann müssen die Impulse hinreichend kurz sein. Andernfalls überlappen sie sich, das sog. *Pile-up* tritt auf. In diesem Fall ist die Höhe eines Impulses nicht mehr dem Energieverlust des Teilchens proportional, da er einen Anteil des unmittelbar vorausgegangenen enthält. Im Extremfall kann es vorkommen, dass zwei verschiedene Impulse überhaupt nicht mehr getrennt werden. Bei Impulsen von einer Millisekunde Länge tritt dies z.B. schon bei einer Zählrate von einem Kiloherz auf. Das Pile-up wird verhindert, indem man die Impulse aus dem Zählrohr elektronisch verkürzt.
- 3. Herstellung einer zur weiteren Verarbeitung günstigen Impulsform.** Die dem Analogteil nachfolgenden Einheiten wie Diskriminatoren und Vielkanalanalysatoren benötigen zur einwandfreien Funktion eine bestimmte Anstiegszeit und Länge der Impulse, die durch Impulsformung mit Hilfe von Differentiations- und Integrationsgliedern in den vorangeschalteten Verstärkern erreicht werden.
- 4. Erhaltung der Zeitinformation.** Die Zeitinformation eines Impulses ist in seiner Anstiegszeit enthalten. Sein Auftreten wird definiert durch den Zeitpunkt, an dem er eine bestimmte Höhe erreicht. Da jeder Impuls von Rauschen überlagert ist, besteht eine Unbestimmtheit in der Festlegung dieser Zeit, die man *Time-Jitter* nennt. Diese Unbestimmtheit ist umso kleiner, je steiler der Impuls ansteigt. Weil die kleinste Anstiegszeit durch den Detektor selbst gegeben ist, genügt es, Zeitkonstanten im Nachweiskreis zu wählen, die den Impulsanstieg nicht verlangsamen. Kleinere Zeitkonstanten sind schlecht für die Energieauflösung, da sie die Bandbreite vergrößern und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis verschlechtern.

Eine weitere Größe, die eine Unsicherheit bei der Zeitbestimmung mit sich bringt, ist der sog. *walk*. Man versteht darunter die Zeitdifferenz, mit der physikalisch gleichzeitige Impulse, die zwar die gleiche Form, aber unterschiedliche Amplitude haben, eine vorgegebene feste Höhe erreichen (siehe Abb. 5.10). Es gibt mehrere Möglichkeiten, den *walk* in Grenzen zu halten. Eine davon ist die Verwendung schneller Impulse.

5.1.1 Die Verstärkung der Signale

Zunächst wird der vom Detektor ausgehende Stromimpuls in einen Spannungsimpuls umgewandelt. Dazu wird in Serie zum Detektor ein Widerstand R geschaltet, an dem der Abfall der anliegenden konstanten Spannung U gemessen wird (Fig.5-1). Der Spannungsabfall wird über einen Kondensator C dem Vorverstärker zugeführt.

Der Spannungsimpuls ist immer überlagert von Rauschen, das verschiedene Ursachen hat. Ein Teil kommt vom Leckstrom des Detektors. Er ist unvermeidlich, kann aber durch die Wahl der Betriebsbedingungen hinreichend klein gemacht werden. Weitere Rauschquellen sind der

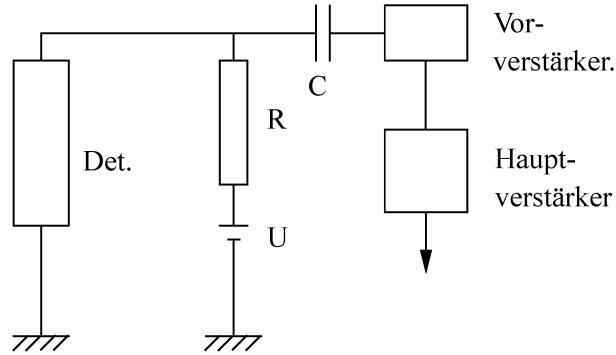


Abbildung 5.2: Die Schaltung eines Detektors.

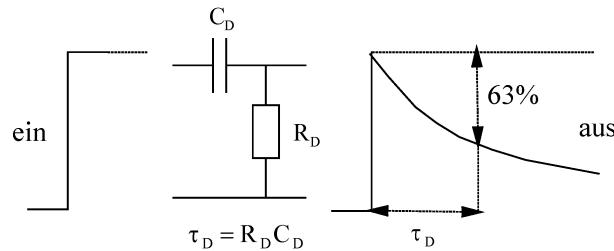


Abbildung 5.3: Einfache RC-Differentiation.

Arbeitswiderstand R , der Kondensator C und besonders die Verbindungskabel zwischen Detektor und Vorverstärker. Das Rauschen von R kann durch geeignete Dimensionierung, der Anteil von C durch Verwendung von rauscharmen Kondensatoren herabgesetzt werden. Das Verbindungskabel wird mit niedriger Kapazität pro Längeneinheit gewählt und möglichst kurz gehalten. Aus diesem Grunde wird der Vorverstärker immer nahe am Detektor aufgestellt.

Die Vorverstärker werden meist so ausgelegt, dass die (kurze) Anstiegszeit der Impulse erhalten bleibt, während der Abfall auf ungefähr $50 \mu\text{s}$ begrenzt wird. Die Impulse sind dann kurz genug, um das Pile-up erträglich zu machen.

Die leicht vorgeformten Impulse gelangen danach zum Hauptverstärker, in dem sie verstärkt (oder abgeschwächt) und vor allem geformt werden.

5.1.2 Die Impulsformung

Geformt werden die Impulse durch Differentiation und/oder Integration mit passiven RC-Gliedern oder einer Verzögerungsleitung und anschließender Integration. Die verschiedenen Methoden werden im Folgenden besprochen. Der Eingangsimpuls wird dabei in zulässiger Idealisierung immer als unendlich langer Stufenimpuls mit der Höhe eins angesehen.

5.1.2.1 Einfache RC-Differentiation

Ein Kondensator mit der Kapazität C_D und ein ohmscher Widerstand R_D werden wie in Fig. 5.3 geschaltet. Der Kondensator wird augenblicklich auf die volle Höhe des Stufenimpulses aufgeladen, um sich dann über den Widerstand nach einer Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten $\tau_D = R_D \cdot C_D$ zu entladen. τ_D gibt die Zeit an, nach welcher der Impuls auf $e^{-1} = 37\%$ seines ursprünglichen Wertes abgefallen ist. Durch die Differentiation wird der Impuls verkürzt, das konstante Plateau fällt schnell ab. Das Differentiationsglied wirkt wie ein Hochpass, der die Komponenten mit niedriger Frequenz abschwächt.

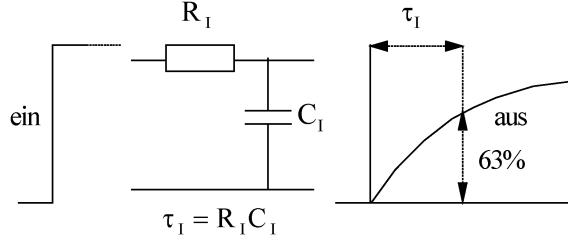


Abbildung 5.4: RC-Integration.

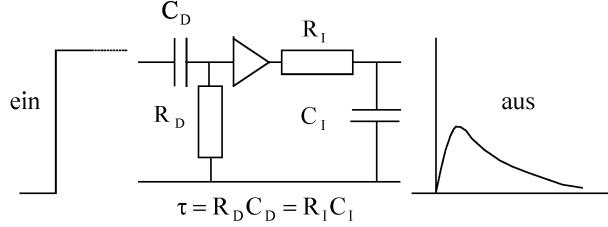


Abbildung 5.5: Einfache RC-Differentiation mit nachfolgender Integration.

5.1.2.2 RC-Integration

Durch Vertauschen des Kondensators und des Widerstandes entsteht ein Integrierglied (Fig. 5.4). Der Kondensator mit der Kapazität C_I wird über einen Widerstand R_I aufgeladen. Es fließt zunächst ein sehr hoher Strom, so dass die gesamte Spannung am Widerstand abfällt. Die Spannung am Kondensator steigt langsam an nach dem Gesetz

$$U = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_I}} \quad (5.1)$$

mit der Zeitkonstanten $\tau_I = R_I \cdot C_I$. Das Integrierglied wirkt wie ein Tiefpassfilter, das die hohen Frequenzanteile abschwächt. Impulse, die ausschließlich durch Integration geformt werden, sind wegen ihrer unendlichen Länge unbrauchbar.

5.1.2.3 Einfache RC-Differentiation und nachfolgende ein- oder mehrfache Integration

Auch die einfache Differentiation allein ist nicht brauchbar, da die Impulse für die Analyse zu schnell ansteigen. Sie wird deshalb mit einer oder mehreren nachfolgenden Integrationen kombiniert. In Fig. 5.5 ist die Form des Impulses für eine Integrationsstufe mit gleicher Zeitkonstante wie bei der Differentiation dargestellt. Er hat einen schnellen Anstieg und einen langsameren Abfall. Jede weitere Integration macht den Anstieg langsamer. Die Impulse werden dabei immer symmetrischer allerdings auch kleiner, wie in Fig. 5.6 gezeigt ist. Letzteres ist zwar nachteilig, wird aber in Kauf genommen, da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis mit zunehmender Anzahl der Integrationen immer besser wird. Am besten ist es, wenn die Zeitkonstanten für Differentiation und Integration gleich sind.

5.1.2.4 Doppelte Differentiation und nachfolgende mehrfache Integration

Ganz andere Impulsformen erhält man durch Hintereinanderschalten von zwei Differentiationsgliedern, denen noch mehrere Integrationsstufen folgen können. Sie sind in Fig. 5-6 gezeichnet. Aus einem positiven Stufenimpuls entstehen bipolare Impulse, die aus einem positiven und einem negativen Anteil bestehen. Ohne Integration ($n=0$) ist der Impuls stark unsymmetrisch, der positive Teil ist schnell, kurz und hoch, der negative ist kleiner und lang. Die Integrationen

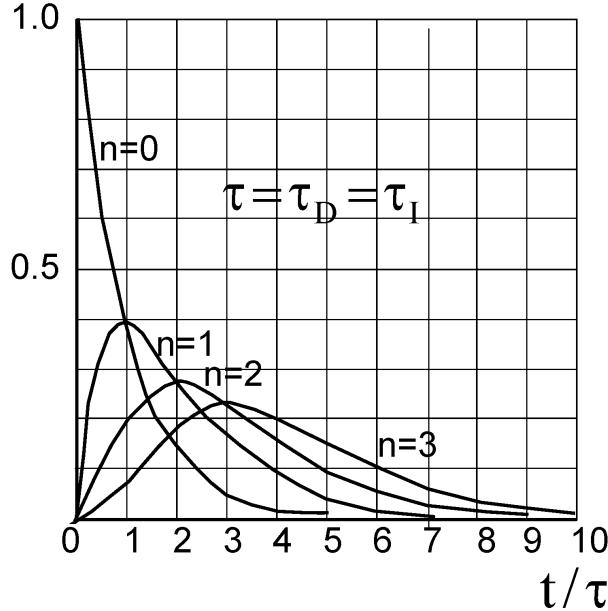


Abbildung 5.6: Impulsform bei einfacher Differentiation und n-facher Integration.

bewirken, dass der positive Impuls länger und kleiner wird, so dass sich die Form der beiden Anteile immer mehr angleicht. Die Flächen ober- und unterhalb der Nulllinie bleiben stets gleich groß.

An Hand der Fig.5-6 kann man angeben, welche Form die realen Impulse haben. Aus mehreren Gründen ist der Fall einer einzigen Differentiation, bei der unipolare Impulse entstehen, ein nicht erreichbarer Idealfall. Zum einen sind die verschiedenen Formungs- und Verstärkerstufen des Analogteils über Kondensatoren gekoppelt, da eine galvanische Kopplung meist sehr instabil ist. Dadurch werden aber zusätzliche Differentiationen eingeführt. Zum anderen liefert der Detektor oder Vorverstärker nicht die bis jetzt vorausgesetzte ideale Impulsform, den Stufenimpuls. Die realen Impulse steigen zwar schnell an, bleiben dann aber nicht konstant. Es ist also in jedem Fall eine Impulsform zu verarbeiten, die schon leicht differenziert oder doch einer solchen äquivalent ist. Dies bedeutet, dass man immer mindestens bipolare Impulse hat mit einem sog. Unterschwinger (undershot). Bei n-facher Differentiation wird daraus eine Art gedämpfte Schwingung mit n-1 Nulldurchgängen.

5.1.2.5 Einfache Verzögerungsleitung

Sehr kurze und symmetrische Impulse erhält man bei der Formung mit einer Verzögerungsleitung. Die einfachste Schaltung dazu ist in Fig. 5.8 skizziert. In einer kurzgeschlossenen Verzögerungsleitung, das ist meist ein Koaxialkabel, wird der Impuls unter Phasenumkehr reflektiert und überlagert sich dem Stufenimpuls. Wenn T_D die Verzögerung der Leitung ist, hat der gekippte Impuls die Laufzeit $2T_D$. Als Summe des einlaufenden und des verzögerten Impulses entsteht ein Impuls mit der Länge $2T_D$ dessen Höhe wegen der Serienschaltung der Verzögerung halbiert ist. Mit dieser Methode können Impulse erzeugt werden, die wenige Nanosekunden lang sind. Es tritt keine Nulllinienverschiebung auf, jedoch ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis kleiner als bei der RC-Formung.

Durch anschließende Integration ergeben sich die Impulsformen der Fig. 5.9. Ist die Zeitkonstante der Integration τ_1 kleiner als die Verzögerungszeit, entstehen annähernd rechteckige Impulse, ist sie gleich oder größer, sind die Impulse fast dreieckig.

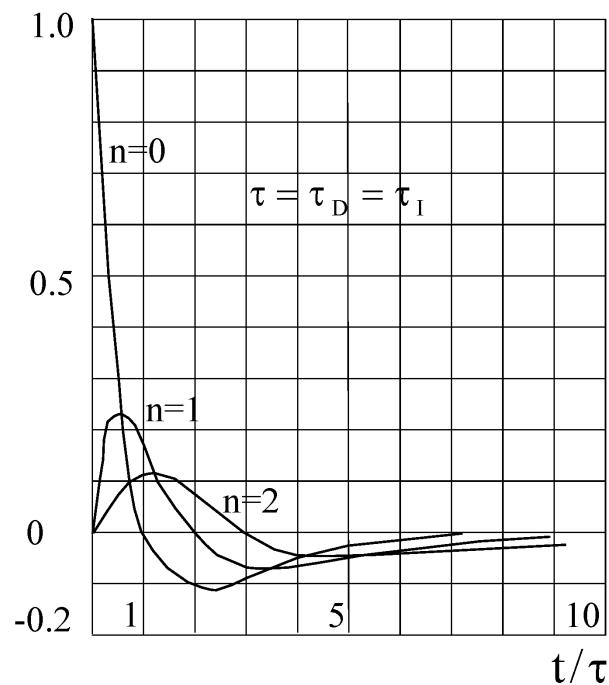


Abbildung 5.7: Impulsform bei doppelter Differentiation und n-facher Integration.

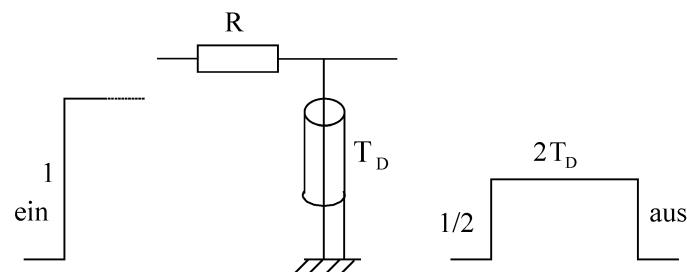


Abbildung 5.8: Einfache Verzögerungsleitung.

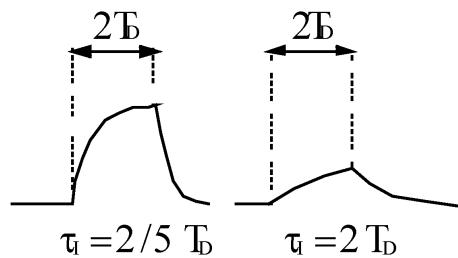


Abbildung 5.9: Impulsform bei Verzögerung mit Integration.

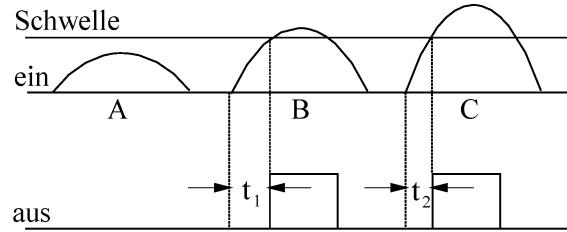


Abbildung 5.10: Integraldiskriminator.

5.2 Der Analog-zu-Digital-Konverter (ADC)

Am Ausgang des analogen Teils der Nachweiselektronik ist im allgemeinen noch die gesamte Information verfügbar, die der Detektor über ein Ereignis hat, d.h. über die Energie, die durch ein Ereignis im Detektor deponiert worden ist und über den Zeitpunkt, an dem es stattgefunden hat. Die Information über die Energie liegt in analoger Form vor: die Impulshöhe und das Ladungsintegral des Pulses sind proportional der Energie.

Im ADC wird die analoge Information in digitale umgesetzt. Prinzipiell geschieht dies in der Weise, dass eine Konversion immer dann gestartet wird, wenn der Analogimpuls am Eingang ein bestimmtes Kriterium erfüllt. So wird z.B. ein Digitalwert nur erzeugt, wenn der Eingangsimpuls eine bestimmte Höhe überschreitet (Integraldiskriminator), oder wenn er in einem bestimmten Bereich liegt (Differentialdiskriminator).

In jedem Fall geht bei der Konversion Information verloren. Das analoge Impulsspektrum ist kontinuierlich. Die Konversion der zu registrierenden Impulse in eine Zahl jedoch ist diskret. Die Pulshöhe wird in einen ganzzahligen Wert zwischen 0 und $N = 2^r - 1$ umgewandelt, wobei r die Anzahl der Bits eines ADCs ist. Die diskreten Zahlen entsprechen dann einem Spannungswert zwischen 0 V und der maximalen Spannung U_{\max} des ADCs. Ein 10-Bit ADC unterteilt zum Beispiel den Spannungsbereich des ADCs in 1024 äquidistante Bereiche, die man Bins oder die ADC-Kanäle nennt. Jedes Bin ist $U_{\max}/1024$ breit. Die Unterscheidung der Impulse innerhalb eines Bins ist nicht möglich, d.h. die Auflösung bei der Konversion ist endlich.

In der Praxis ist der Informationsverlust allerdings meist unwesentlich. Infolge der begrenzten Energieauflösung der Detektoren haben die Impulshöhen, die einer bestimmten, festen Energie entsprechen, eine bestimmte Schwankungsbreite. Es genügt deshalb einen ADC zu verwenden, dessen Auflösung feiner als diese Schwankungen ist, damit auch nach der Konversion die Auflösung allein durch den Detektor bestimmt ist. Der Informationsverlust spielt dann keine entscheidende Rolle.

5.2.1 Der Integraldiskriminator

Der Integraldiskriminator liefert nur dann einen logischen Impuls an seinem Ausgang, wenn ein Impuls am Eingang eine wählbare Höhe, die Schwelle, überschreitet. In Fig. 5.10 ist dies für die Impulse B und C der Fall. Die Impulse unterhalb der Schwelle werden nicht weiter verarbeitet.

5.2.2 Der Differentialdiskriminator oder Einkanalanalysator

Der Einkanalanalysator (EKA) gibt nur dann einen logischen Impuls ab, wenn die Impulshöhe am Eingang zwischen zwei wählbaren Werten liegt, also für den Impuls B der Fig. 5.11. Der Abstand zwischen der unteren und oberen Diskriminatorschwelle heißt Fenster. Wird das Fenster immer enger gemacht, kann die Höhe der ausgewählten Impulse immer genauer bestimmt werden. In der Praxis kann das aber nicht beliebig weit getrieben werden, denn mit der Fensterbreite geht auch die Zählrate gegen null.

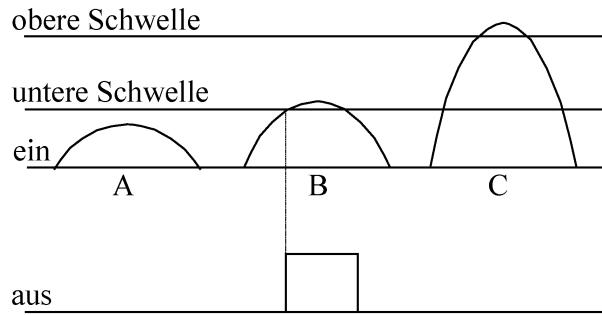


Abbildung 5.11: Einkanalanalysator.

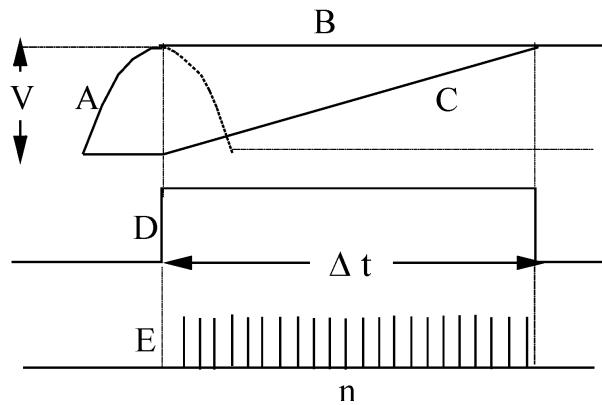


Abbildung 5.12: Wirkungsweise eines Wilkinson-ADC.

Ein Impulsspektrum kann mit einem EKA mit einer der Fensterbreite entsprechenden Genauigkeit analysiert werden, wenn nacheinander die untere Schwelle um die Fensterbreite verschoben wird und die jeweiligen Ereignisse gezählt werden.

5.2.3 Der Vielkanalanalysator

Zur Analyse eines Impulsspektrums ist ein EKA nur wenig geeignet. Sie ist zeitraubend, wenn gute Auflösung verlangt wird, oder ungenau, wenn nur begrenzte Messzeit zur Verfügung steht. Deshalb werden dazu Vielkanalanalysatoren (VKA) eingesetzt, die einen ADC für die Pulshöhenanalyse verwenden und im Prinzip so arbeiten, als ob viele EKA mit jeweils um die Fensterbreite verschobener unterer Schwelle parallel geschaltet wären, so dass der gesamte interessierende Teil des Spektrums überdeckt wird. Die Ausgangsimpulse jedes EKA werden getrennt gezählt. Das Ergebnis ist die Gesamtheit der Ereignisse, die in jedem Fenster oder Kanäle registriert wurden. Auf diese Weise wird das gesamte Spektrum in einem Vorgang gemessen.

Eine solche Messung ist eine Digitalisierung des Impulshöhenspektrums. Angenommen, es sollen Analogimpulse im Bereich von 0-10 V mit einem VKA untersucht werden, der tausend Kanäle hat. Dann wird jedem der Kanäle, die alle eine Breite von 0,01 V haben, fortlaufend eine Zahl von eins bis tausend zugeordnet. Im Kanal 1 werden dann die Impulse zwischen 0 und 0,01 V, im Kanal n die Impulse zwischen $0,01 \cdot (n - 1)$ und $0,01 \cdot n$ nachgewiesen. Die Nummern der Kanäle, die Kanaladressen, entspricht dann den Impulshöhen in digitaler Form. Nachdem der entsprechende Kanal des Histogramms im VKA hochgezählt wurde, kann die Information nicht mehr einem spezifischen Ereignis zugeordnet werden.

Eine von mehreren Möglichkeiten, einen solchen ADC zu realisieren, ist der Wilkinson-Konverter. Seine Funktionsweise ist in Fig. 5.12 skizziert. Die Impulshöhe wird zunächst in eine Impulslänge umgewandelt, die anschließend digitalisiert wird. Der einlaufende Impuls A wird

zuerst gestreckt, wobei ein Plateau der Höhe V entsteht (B). Zum Zeitpunkt, in dem er seine maximale Höhe erreicht hat, beginnt eine konstante Stromquelle einen Kondensator aufzuladen, dessen Spannung dann linear mit der Zeit ansteigt (C). Gleichzeitig wird ein Gate-Impuls (D) erzeugt. Wenn die lineare Rampe auf den Wert V angestiegen ist, was mit einem Komparator festgestellt wird, setzt sich der Gate-Impuls zurück. Dessen Länge Δt ist proportional zu V . Während der Gate-Impuls anliegt, werden die Schwingungen eines stabilen Oszillators gezählt, deren Anzahl n proportional zu Δt ist. Die Anzahl der Schwingungen ist damit proportional zu V und ist der digitalisierte Wert des Impulses. Während der Konversion ist der VKA nicht bereit neue Impulse zu verarbeiten, er hat eine Totzeit. Sie wird gemessen und von der Echtzeit abgezogen. Die Zählraten eines VKA sind deshalb immer schon auf die Totzeit korrigiert.

Diese Art von ADC digitalisiert nur die Pulshöhe und ist relativ langsam. Moderne Datenaufnahmesystem verwenden immer häufiger schnelle Flash-ADCs, die aus einer Vielzahl von Komparatoren bestehen, die die aktuelle Höhe der Eingangsspannung in einem Schritt digitalisieren. Durch die Digitalisierungszeiten von wenigen Nanosekunden bis hinunter zu einigen hundert Picosekunden, kann der zeitliche Verlauf der Pulsform digitalisiert werden. Oft wird die digitale Information danach elektronisch in schnellen programmierbaren Logikbausteinen (FPGA = Field Programmable Gate Array) ausgewertet und die benötigte Information, wie z.B. die Energie oder die Zeit des Ereignisses, bestimmt. Auf diese Weise kann die Datenrate auf ein verwertbares Maß reduziert und auf einem Speichermedium aufgezeichnet werden. Ist die Ereignisrate nicht zu groß, kann auch die gesamte digitalisierte Pulsform aufgezeichnet und später mit einem Computer analysiert werden (Offline-Analyse). Diese schnellen Datenaufnahmesysteme erlauben eine ereignisbasierte Offline-Analyse, die Beziehungen zwischen verschiedenen Parametern eines Ereignisses berücksichtigen können, die ansonsten in einem Standard-VKA-Spektrum verloren wären.

5.3 Die Zeitinformation in den Diskriminatoren

Es gibt zwei Klassen von Experimenten, bei denen die Zeitinformation wesentlich ist. In die erste fallen die Koinzidenzexperimente, die feststellen, ob zwei oder mehr Ereignisse innerhalb einer sehr kurzen Zeit auftreten. Sie spielen in der γ -Spektroskopie eine wichtige Rolle, da sie erlauben, die Energiezustände eines Kerns festzulegen in einer Gammakaskade.

Die zweite Klasse bilden die Experimente, bei denen die Zeit zwischen zwei Ereignissen gemessen wird. Hierzu gehört die Bestimmung der Lebensdauern von Teilchen oder Zuständen.

Der Zeitpunkt, zu dem ein Impuls am Ausgang des Verstärkers auftritt, ist mit der Zeit seiner Auslösung im Detektor korreliert. Zwar erfährt der Impuls auf dem Weg über Vorverstärker und Verstärker eine Verzögerung, diese ist aber für alle Impulse die gleiche. Sie unterliegt nur den unvermeidlichen statistischen Schwankungen, die z.B. von der Streuung der Sammelzeiten der Ladungen in einem Zählrohr oder einem Halbleiterdetektor, von der Fluktuation der Abklingzeiten in einem Szintillator, oder von Laufzeitschwankungen der Elektronen in einem Photomultiplier verursacht werden. Die Zeitinformation bleibt bis dahin innerhalb der durch die Statistik gegebenen Unsicherheit erhalten.

Dies ist i.a. nicht mehr der Fall bei der Impulshöhenanalyse in den Diskriminatoren. In Fig. 5.10 ist dafür ein Beispiel gezeigt. Dort wird das logische Signal erzeugt, wenn der Eingangsimpuls die Schwelle überschreitet. Dann sind die Zeiten zwischen dem Auftreten der Impulse und der Triggerung – t_1 bei B und t_2 bei C – nicht gleich, sondern unterscheiden sich für verschiedene Impulshöhen. Die Zeitdifferenz $t_1 - t_2$ wird *Walk* genannt. Er ist abhängig von der Anstiegszeit der Impulse und umso kleiner, je schneller sie sind.

Diskriminatoren, die auf den Schwellendurchgang triggern, können in Experimenten, in denen es auf die Zeitinformation ankommt, nur dann verwendet werden, wenn die Anstiegszeit kleiner ist als die zeitliche Unschärfe, die bei der Zeitmessung hingenommen werden kann.

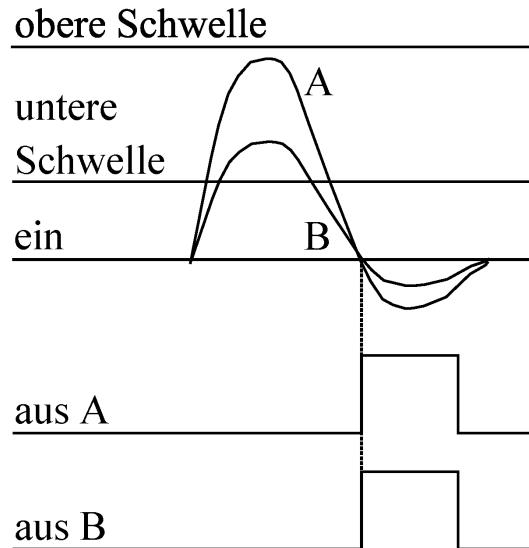


Abbildung 5.13: Nulldurchgangstrigger.

Der *Walk* wird kleiner, je niedriger die Schwelle ist, und verschwindet völlig, wenn auf die Höhe null getriggert wird. In Diskriminatoren, die nach diesem Prinzip arbeiten, werden die Impulshöhendiskriminierung und die Zeitbestimmung getrennt vorgenommen. Die erste findet nach wie vor an der gesetzten Schwelle statt, die zweite am Nulldurchgang. Um zu verhindern, dass auch das Rauschen Zeitsignale erzeugt, wird eine Koinzidenzschaltung verwendet, die nur dann Signale abgibt, wenn der triggernde Impuls auch die Schwelle überschritten hat. Der Vorgang vereinfacht sich bei der Umkehrung der zeitlichen Reihenfolge. Man verwendet bipolare Impulse, bei denen der Nulldurchgang unabhängig von der Höhe bei der gleichen Zeit liegt. In Fig. 5.13 ist die Funktionsweise eines EKA als Nulldurchgangstrigger skizziert. Für die Impulse, die im Fenster liegen, werden genormte Ausgangsimpulse erzeugt, die beide zu selben Zeit, beim Nulldurchgang, erscheinen. Ist die untere Schwelle hinreichend hoch, treten keine Rauschimpulse auf.

Dieses Verfahren ist ein Sonderfall der genauesten Methode der Zeitbestimmung, die man kennt, der Triggerung auf einen konstanten Bruchteil (constant fraction) der Impulsamplitude. Dabei wird ausgenutzt, dass bei allen RC-geformten Impulsen verschiedener Höhe nicht nur die maximale Höhe und der Nulldurchgang, sondern auch jeder konstante Bruchteil der Amplitude jeweils zur gleichen Zeit erreicht werden (Fig. 5.14). Der Vorteil eines Constant-Fraction-Triggers (CFT) gegenüber dem Nulldurchgangstrigger liegt darin, dass keine bipolaren Impulse gebraucht werden, die ein schlechteres Signal-zu-Rausch-Verhältnis haben als die unipolaren.

5.3.1 Die Koinzidenz

Eine Koinzidenzeinheit erzeugt einen logischen Impuls, wenn am Eingang zwei oder mehrere Impulse innerhalb einer bestimmten Zeit, der Koinzidenzauflösungszeit, ankommen. Die Wirkungsweise lässt sich für eine Überlappkoinzidenz an Hand der Fig. 5.15 verstehen. An den beiden Eingängen kommen von den Diskriminatoren Normimpulse mit der Länge τ an. In der Koinzidenzstufe werden die Impulse addiert. Sofern sie sich zeitlich überlappen, entsteht ein Summenimpuls mit der doppelten Höhe der Eingangsimpulse. Dieser kann nachgewiesen werden durch Diskriminierung mit einer Schwelle, die zwischen der einfachen und doppelten Impulshöhe liegt. Somit wird nur dann ein Ausgangsimpuls erzeugt, wenn sich die Eingangsimpulse überlappen, daher der Name. Dies ist der Fall für alle Impulse, deren Abstand weniger als τ

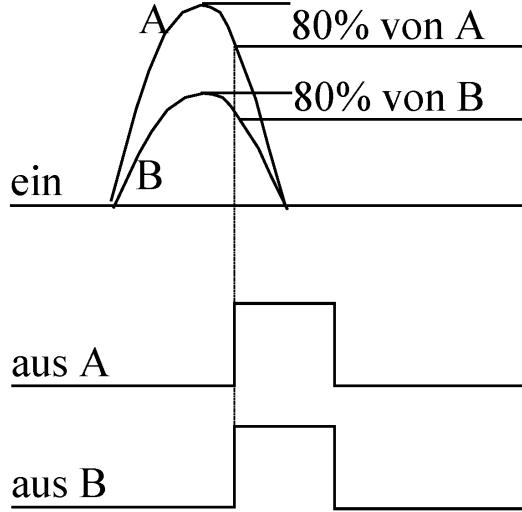


Abbildung 5.14: Constant-Fraction-Trigger

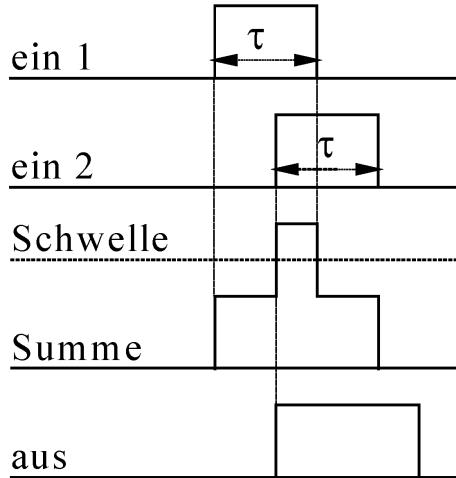


Abbildung 5.15: Überlappkoinzidenz.

beträgt. Da jeder der beiden Impulse der erste sein kann, ist die Auflösungszeit der Koinzidenz 2τ , also nur durch die Länge der Einzelimpulse bestimmt.

Eine andere Art von Koinzidenzstufe ist für eine Dreifachkoinzidenz in Fig. 3.16 dargestellt. Der zuerst ankommende Impuls, hier der am zweiten Eingang, erzeugt mit seiner Anstiegsflanke einen Gate-Impuls mit variabler, einstellbarer Länge τ_A . Dieser öffnet die anderen Eingänge der Koinzidenz. Der letzte der das Gate passierenden Impulse, hier der dritte, triggert einen Ausgangsimpuls. Kommt während der Öffnungszeit nicht an jedem Eingang ein Impuls an, gibt es keinen Ausgangsimpuls. Die Auflösungszeit ist also gleich der Länge des Gate-Impulses.

5.3.1.1 Der Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter

In einem Koinzidenzexperiment wird festgestellt, ob zwei oder mehr Ereignisse innerhalb einer bestimmten Zeit stattgefunden haben. Die Zeit selbst wird aber nicht gemessen. Die Information eines solchen Experiments steht deshalb in einer gewissen Analogie zu derjenigen, die man über die Energie von Ereignissen mit Hilfe eines Differentialdiskriminators gewinnt. Der Auflösungszeit der Koinzidenz entspricht die Kanalbreite des EKA.

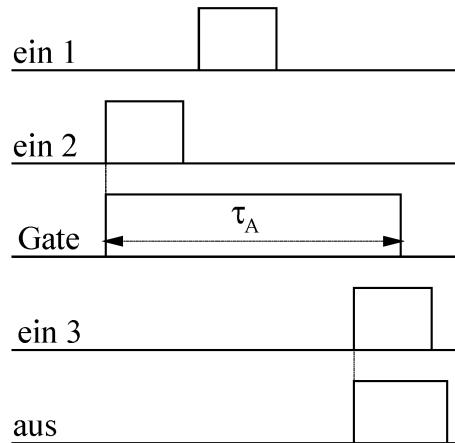


Abbildung 5.16: Variable Koinzidenz.

Die Messung der Zeit zwischen zwei Ereignissen entspricht in gleicher Weise der Analyse eines Energiespektrums mit einem Vielkanalanalysator. Das zweistufige Arbeitsprinzip dabei ist, dass zunächst in einem Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter (TPC von Time-to-Pulseheight-Converter, manchmal auch TAC von Time-to-Amplitude-Converter) ein analoger Impuls erzeugt wird, dessen Höhe proportional der Zeitdifferenzen zwischen dem zuerst ankommenden Impuls, der den Konverter startet (Starteingang) und den nachfolgenden, der die Konversion stoppt (Stoppeingang). Die Impulshöhe wird anschließend in der üblichen Weise mit einem ADC digitalisiert (siehe 5.2.3) und mit einem VKA in einem Spektrum aufgenommen oder als Einzelereignis, evtl. zusammen mit den Energien der Detektoren, für die Offline-Analyse auf ein Speichermedium geschrieben.

Für die Zeit-zu-Impulshöhen-Konversion gibt es zwei Methoden. Bei der ersten wird durch den Startimpuls ein elektronischer Schalter geschlossen, der einen Kondensator mit einer konstanten Stromquelle verbindet. Durch den Stoppimpuls wird der Schalter wieder geöffnet. Die Ladung und damit die Spannung am Kondensator ist dann proportional zu der Zeit zwischen den beiden Impulsen. Bei der zweiten, der Überlappmethode, werden durch den Start ein Normimpuls mit einer bestimmten Länge und durch den Stopp derselbe Impuls nochmals erzeugt, nur mit negativer Amplitude. Die beiden Impulse werden elektronisch addiert, es entsteht ein positiver Impuls, dessen Länge gleich der Zeitdifferenz zwischen Start und Stopp ist. Schließlich wird durch Integration die Länge dieses Impulses in eine Impulshöhe umgewandelt.

Auch eine direkte Digitalisierung ohne den Umweg über eine Impulshöhe ist möglich. Dabei wird durch den Start ein Gate geöffnet, über das Schwingungen eines Oszillators mit konstanter Frequenz zu einem Zähler gelangen. Der Stopp schließt das Gate. Die Zahl der gezählten Schwingungen ist proportional der Zeit zwischen den beiden Impulsen. Sie gibt diese Zeitspanne in digitaler Form an. Die Digitalisierung ist umso genauer, je höher die Frequenz des Oszillators ist.

5.4 Der digitale Teil

Die digital vorliegende Information muss gesammelt und aufgezeichnet werden. Bei Einkanaldiskriminatoren werden zu diesem Zweck die logischen Impulse mit einem Impulszähler registriert. Dabei muss die am Zählereingang eventuell vorhandene Schwelle tiefer liegen als die Höhe der Impulse. Der Zähler hat einen Gate-Eingang über den er durch eine Uhr (timer) nur für eine vorgegebene Zeit geöffnet wird. Auf diese Weise wird die Meßzeit eingestellt. Bei einigen Zählern besteht die Möglichkeit, durch Impulsvorwahl eine gewünschte Anzahl von Impulsen zu zählen.

Dieser Betriebszustand ist vorzuziehen, wenn mit einer vorgegebenen statistischen Genauigkeit gemessen werden soll. Die Meßgröße ist in diesem Fall die Zeit, in der die Impulse registriert wurden.

Bei der Verwendung von Vielkanalanalysatoren werden die Messdaten in einem Histogramm aufaddiert und über einen Computer ausgelesen und gespeichert (in der Regel eine Tabelle mit der Kanalnummer und dem Kanalinhalt) für die anschließende *offline* Analyse. Daten aus mehreren Detektoren und deren Zeitinformation können auch direkt als Einzelereignisse abgespeichert werden. In der *offline* Analyse können dann nachträglich verschiedene Schnitte auf die Energien und Zeitdifferenzen der aufgezeichneten Detektorsignale angewandt werden.

5.5 Der Aufbau der Experimente in Blockschaltbildern

Nachdem im vorhergegangenen Kapitel die Funktionsweise der einzelnen Komponenten erklärt wurde, soll im folgenden der vollständige Aufbau der Experimente besprochen werden. Auf den ersten Blick mag es so erscheinen, dass die Vielzahl der kernphysikalischen Experimente nur mit einer ebenso großen Zahl von verschiedenen experimentellen Anordnungen bewältigt werden kann. Zum Glück ist dies nicht der Fall, man kommt mit nur wenigen Standardmethoden aus. Das hat zwei Gründe.

1. Die Messgröße in der Kernphysik ist meist eine Zählrate in einem vorgegebenen Energie- oder Impulsintervall, die unter bestimmten, im Folgenden zu diskutierenden Bedingungen gewonnen wird.
2. Die Verarbeitung der elektrischen Signale aus den Detektoren ist weitgehend standardisiert. (Das gilt natürlich nur für Detektoren, die elektrische Signale liefern. Im Praktikum werden ausschließlich solche verwendet).

Die im folgenden beschriebenen elektronischen Komponenten und Schaltungen werden aus modularen Einschüben aufgebaut, die in NIM-Modulrahmen mit Netzteil eingeschoben werden und deren Ein- und Ausgangssignale mit Koaxialkabeln an die nachfolgenden Module verteilt werden. Das resultierende Signal wird am Ende entweder elektronisch gezählt, mit einem Vielkanalanalysator (ADC mit nachfolgender Speichereinheit für das Pulshöhen-Histogramm) analysiert, oder als Einzelereignisse für die *offline* Analyse aufgezeichnet. Der Vielkanalanalysator liefert ein Spektrum (Histogramm) einer Energie-, Impuls- oder Zeitverteilung, je nach Eingangssignal.

In modernen Experimenten wird das Detektorsignal zu einem möglichst frühen Zeitpunkt mit einem schnellen ADC digitalisiert und die Signallogik der unten beschriebenen Elektronikmodule mit Hilfe von Software nachgebildet. So werden zum Beispiel Triggerschwellen nicht mehr mit Diskriminatoreinschüben erzeugt, sondern durch eine einfache if-Abfrage der Pulshöhe im Analysecode. Zur Zeit wird die Datenaufnahme vieler Versuche im Praktikum modernisiert, so dass die in der Versuchsbeschreibung angegebene Schaltlogik nicht mehr verkabelt, sondern programmiert wird. Dabei entstehen große Datenmengen. Zur Verarbeitung verwenden wir entweder Software des Herstellers in Kombination mit Code in der Programmiersprache PYTHON bzw. sogenannte JUPYTER Notebooks, in denen sich der Python-Code und die Resultate im gleichen Dokument befinden. Welche Methode, Software oder Hardware verwendet wird, wird am Experiment vom Betreuer erklärt. Die Versuchsbeschreibungen werden im Laufe der Zeit an die aktualisierte Datenanalyse angepasst. Halten Sie für die Daten einen USB-Stick (empfohlen: 16 GB oder mehr) oder einen freien Cloudspeicherbereich bereit. Bei einigen Experimenten verwenden wir auch weiterhin die Modultechnik, da sie trotz wachsender Digitalisierung immer noch für einfachere Laborexperimente eingesetzt wird.

5.6 Die Messgröße

Es wird die Anzahl von Ereignissen pro Zeiteinheit gemessen, die verursacht werden durch:

1. Teilchen einer bestimmten Sorte,
2. Teilchen einer bestimmten Energie, die möglicherweise
3. in einem zeitlichen Zusammenhang mit anderen Ereignissen stehen, oder
4. unter zusätzlichen Bedingungen nachgewiesen werden.

5.6.1 Die Identifizierung und Diskriminierung von Teilchen

Zur Identifizierung von Teilchen ist i.a. die Bestimmung ihrer Ladung und Masse notwendig. Die Ladung erhält man durch die Beobachtung der Bahnen in elektrischen und magnetischen Feldern, wo Ausmaß und Richtung der Ablenkung von Größe und Vorzeichen der Ladung abhängt.

Zur Massenbestimmung gibt es mehrere Methoden, die alle die Kenntnis der kinetischen Energie voraussetzen. Deren Messung ist deshalb immer der erste Schritt. Dazu wird eine weitere Größe gemessen, z.B.:

der Impuls durch die Ablenkung in einem Magnetfeld,

die Geschwindigkeit durch die Messung der Flugzeit über eine bekannte Strecke,

der spezifische Energieverlust bei geladenen Teilchen.

In vielen Fällen, so auch im Praktikum, in denen man von vornherein weiß, dass nur wenige Arten von Teilchen auftreten können, ist die Messung der Energie ausreichend, eventuell verbunden mit der Beobachtung des Absorptionsverhaltens in Materie. Im Praktikum kommen die folgenden Teilchen vor:

Geladenen Teilchen: Elektronen, Positronen, α -Teilchen und Myonen.

Ungeladenen Teilchen: γ -Quanten und Neutronen.

Bis auf Myonen, die aus der kosmischen Höhenstrahlung kommen, stammen die geladenen Teilchen alle aus radioaktiven Zerfällen. Wie bekannt ist, haben die Leptonen kontinuierliche Energiespektren, während die α -Teilchen diskrete Energien haben. Die γ -Energien sind diskret beim radioaktiven Zerfall, dagegen kontinuierlich bei der Bremsstrahlung. Ein kontinuierliches Spektrum haben auch die Neutronen aus den α -n-Quellen.

Sehr einfach ist es, die geladenen von den ungeladenen Teilchen zu unterscheiden. Man braucht dazu lediglich ein Absorptionsexperiment durchzuführen, bei dem zwischen Quelle und Detektor Absorber variabler Dicke gestellt werden (Fig. 5.17). Dabei wird ausgenutzt, dass geladene Teilchen in Materie eine endliche Reichweite haben und gestoppt werden, wenn der Absorber hinreichend dick ist. Die γ -Strahlen dagegen werden nur in der Intensität abgeschwächt, während sie ihre ursprüngliche Energie behalten. Ein ähnliches Verhalten zeigen die Neutronen. Auch bei ihnen nimmt die Intensität ab. Außerdem ist aber noch infolge der Abbremsung eine Verschiebung des Spektrums zu kleinen Energien hin festzustellen, allerdings nur für sehr dicke Absorber. Für solche Dicken, die bereits ausreichend sind, α -Teilchen und Elektronen zu stoppen, tritt weder eine merkliche Verringerung der Intensität noch eine Veränderung des Spektrums auf.

Weiß man aus dem Absorptionsexperiment, dass geladene Teilchen vorliegen, dann kann man die α -Teilchen und Elektronen durch eine genauere Messung der Absorption und/oder durch die Beobachtung der Form des Spektrums identifizieren. Dabei wird im ersten Fall ausgenutzt,

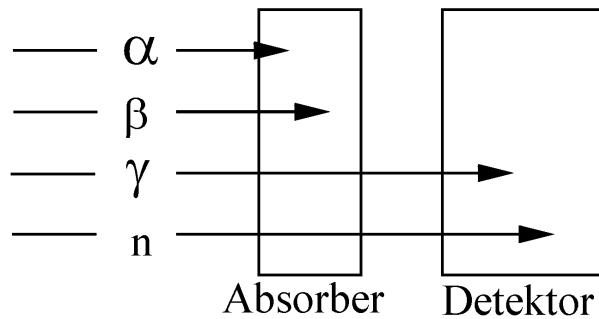


Abbildung 5.17: Schema eines Absorptionsexperimentes.

dass die α -Teilchen sehr viel kürzere Reichweiten haben als Leptonen derselben Energie, da die spezifische Ionisierung sehr viel (ca. 4000 mal) größer ist. Im zweiten Fall wird verwendet, dass das α -Spektrum diskret ist. Die Leptonen unterscheidet man durch Ablenkung in elektrischen oder magnetischen Feldern oder einfacher, indem man nach der Vernichtungsstrahlung eines Positrons von 0,511 MeV sucht.

Besteht dagegen die untersuchte Strahlung aus ungeladenen Teilchen, beobachtet man am besten die Form des Spektrums. γ -Strahlung mit diskreter Energie hat das in Kapitel 3.2.2 beschriebene typische Spektrum, die Bremsstrahlung wird von kontinuierlichen Neutronenspektren durch die Verwendung spezieller γ - oder Neutronen-empfindlicher Detektoren unterschieden.

Diese Methoden der Teilchendiskriminierung werden auch in solchen Fällen angewendet, in denen in einem Detektor gleichzeitig mehrere Teilchen nachgewiesen werden, aber nur eine Sorte gezählt werden soll. Auch hier genügt es meist, die Energie zu messen, besonders wenn man nur zwei Arten hat. Zunächst wird das gemessene Spektrum mit den Methoden der Teilchendiskriminierung interpretiert. Gelingt es auf diese Weise, Teile des Spektrums einer einzigen Sorte zuzuordnen, dann brauchen zur Diskriminierung nur die Ereignisse im betreffenden Bereich gezählt zu werden. So kann immer vorgegangen werden, wenn die Teilchen verschiedene Energien haben. Zur Trennung der geladenen und ungeladenen Teilchen wendet man eine Differenzmethode an. In einem ersten Schritt wird das gesamte, überlagerte Spektrum gemessen. In einer zweiten Messung wird nur die Rate der ungeladenen Teilchen bestimmt, nachdem die geladenen durch einen Absorber ausgefiltert werden. Die Differenz der Messwerte gibt dann die Rate der geladenen Teilchen.

5.6.2 Die Energiediskriminierung

Die Energiediskriminierung ist ein Sonderfall der Teilchendiskriminierung. Es handelt sich darum, Teilchen derselben Sorte aber verschiedener Energie getrennt voneinander nachzuweisen. Zu diesem Zweck wird das gesamte Spektrum gemessen und nur der interessierende Bereich verwertet.

5.6.3 Die zeitliche Korrelation der Strahlung

Neben der Identität und der Energie ist die zeitliche Korrelation zwischen dem Zeitpunkt des Nachweises eines Teilchens und einem Bezugszeitpunkt, der meist durch den Nachweis eines anderen Teilchens bestimmt ist, eine weitere wichtige Messgröße. Zeitliche Korrelation heißt, dass entweder die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse festgestellt wird, oder die Zeitspanne zwischen den Ereignissen gemessen wird.

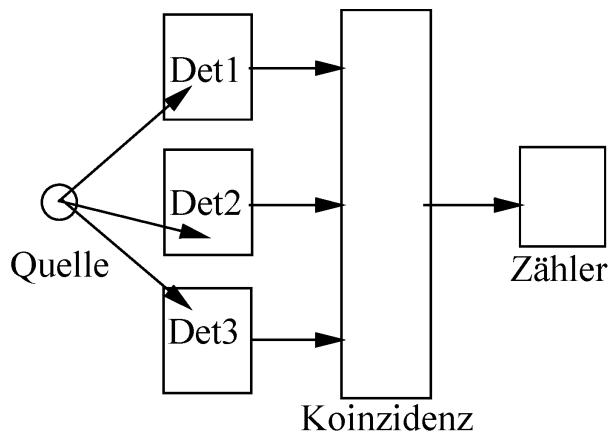


Abbildung 5.18: Schema einer Koinzidenz.

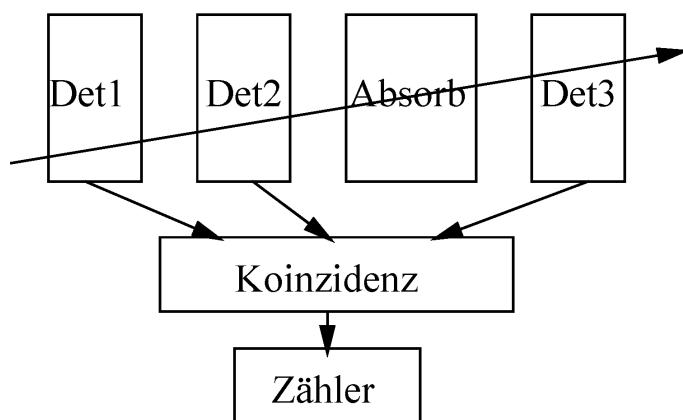


Abbildung 5.19: Schema eines Teleskops.

5.6.3.1 Die Koinzidenzmessung

Koinzidenzmessung bedeutet die Feststellung, dass zwei oder mehrere Ereignisse innerhalb einer bestimmten, vorgegebenen Zeit, der Koinzidenzauflösungszeit, stattgefunden haben (siehe auch Kapitel 5.3.1). Durch den koinzidenten Nachweis von verschiedenen Teilchen in mehreren Detektoren (Fig. 5.18), lässt sich auf die gleichzeitige Entstehung der Teilchen schließen. Beispiele für solche Experimente sind der gleichzeitige Nachweis von zwei γ -Quanten, die auf einen β -Zerfall folgen und die es erlauben, die Energiezustände des Tochterkerns zu untersuchen, oder die Auffindung der Luftschaue bei der Wechselwirkung von Höhenstrahlung mit Materie.

Eine weitere Gruppe von Koinzidenzexperimenten sind jene, bei denen ein einziges Teilchen gleichzeitig von mehreren Detektoren gesehen wird (Fig. 5.19). Mit ihnen werden Flugbahnen und so z.B. der Ort der Entstehung bestimmt. Kombiniert mit einem Absorber können in einer derartigen Anordnung auch Teilchen identifiziert werden.

Wird das Teleskop mit geeigneten Blenden versehen, werden nur Teilchen aus einem definierten Öffnungswinkel durchgelassen. Es kann dann dazu dienen, die Richtungsabhängigkeit der Strahlungsintensität festzulegen, und wird auch in solchen Fällen eingesetzt, in denen Teilchen aus verschiedenen Richtungen nur dann nachgewiesen werden sollen, wenn sie ein Target oder einem Absorber in der vollen Länge durchflogen haben.

In einer Koinzidenzanordnung werden außer den physikalisch korrelierten Ereignissen, den *echten* Koinzidenzen, auch solche gezählt, die dadurch entstehen, dass während der Koinzidenzauflösungszeit in allen Detektoren auch solche Ereignisse stattfinden, die von zufällig auftreten-

den, nicht korrelierten Teilchen stammen und die deshalb *zufällige* Koinzidenzen heißen. Für eine Zweifachkoinzidenz lässt sich die Zahl der zufälligen Ereignisse wie folgt bestimmen. Es handele sich um eine Überlappkoinzidenz mit der Pulslänge τ in jedem Zweig, die gesamte Messzeit sei T , N_1 und N_2 seien die Zählraten in den entsprechenden Zweigen. Die Zahl Z_1 , der während der Messzeit T im Zähler 1 angekommenen Teilchen, ist

$$Z_1 = N_1 \cdot T \quad (5.2)$$

Wenn in derselben Zeit im Zähler 2

$$Z_2 = N_2 \cdot T \quad (5.3)$$

Teilchen einlaufen, ist die Zahl Z_Z der zufällig während des Bruchteils $Z_1 \cdot \tau / T$ der Gesamtzeit T registrierten Koinzidenzen

$$Z_Z = Z_1 \cdot \frac{\tau}{T} \cdot Z_2 \quad (5.4)$$

Da dieselbe Betrachtung auch für den zweiten Zweig gilt, erhält man schließlich für die Rate N_Z zufälliger Koinzidenzen

$$N_Z = \frac{Z_Z}{T} = 2 \cdot \tau \cdot N_1 \cdot N_2 \quad (5.5)$$

Die Auflösungszeit der Koinzidenz ist $2 \cdot \tau$, die doppelte Breite der Einzelimpulse. Man sieht, dass sich bei gegebenen Zählraten in den beiden Zweigen, die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen nur durch Verkürzung der Auflösungszeit herabsetzen lässt.

Für eine dreifache Koinzidenz ist die entsprechende Formel

$$N_Z = 3 \cdot \tau^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \quad (5.6)$$

5.6.3.2 Die Zeitmessung

Zeitmessungen werden einerseits durchgeführt, um Flugzeiten von Teilchen zu bestimmen. In einer Anordnung, wie in Fig. 5.19, wird die Zeit gemessen, die das Teilchen benötigt, um den bekannten Weg zwischen zwei Detektoren zurückzulegen. Das Zeitsignal aus dem ersten Detektor ist dabei das Startsignal, das des zweiten das Stoppsignal für den Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter (TAC). Flugzeit und Flugweg ergeben die Geschwindigkeit des Teilchens, die zusätzliche Messung seiner kinetischen Energie ermöglicht die Identifizierung.

Andererseits werden Zeitmessungen auch durchgeführt, um die Lebensdauern von Teilchen oder Zuständen zu erhalten. Dazu ist es erforderlich, die Zeitdifferenz zwischen Ereignissen zu messen, die mit der Bildung und dem Zerfall der Teilchen oder Zustände verknüpft sind. Der Zerfall wird durch den Nachweis der Zerfallsprodukte festgestellt, d.h. es ist auch eine Identifizierung der beim Zerfall entstehenden Teilchen notwendig. Wenn die Bildung der Zustände mit der Emission von Teilchen verbunden ist, gilt dasselbe. In anderen Fällen müssen weitere Größen, z.B. die Koinzidenzen in einem Teleskop, zur Bestimmung des Referenzzeitpunkts herangezogen werden. Im Allgemeinen genügt es, den Zeitpunkt des Zerfalls zu messen in Bezug auf einen Zeitpunkt, an dem das Teilchen mit Sicherheit existierte.

5.6.4 Andere Methoden

Die bisher besprochenen Methoden zeichnen sich durch einen einfachen prinzipiellen Aufbau aus. Die zu untersuchende Strahlung wird in zeit- und energieempfindlichen Detektoren nachgewiesen. Die Information über Zeit und Energie wird durch elektronische Verarbeitung der Signale gewonnen.

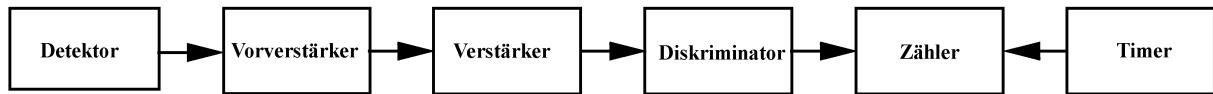


Abbildung 5.20: Zählen von ausgewählten Ereignissen.

Es gibt Experimente, die durch dieses einfache Schema nicht beschrieben werden können. Es mag sein, dass die so erreichte Information nicht genau genug oder nicht ausreichend ist, da auch andere Eigenschaften der Strahlung interessieren. Es tritt deshalb ein weiterer experimenteller Apparat hinzu, mit dem die Strahlung aufgrund ihrer Eigenschaften wechselwirkt, und der die Aufgabe hat, eben diese Eigenschaften zu untersuchen.

Das einfachste Beispiel hierfür wurde bereits erwähnt. Es ist ein Absorber, der in die Flugbahn der geladenen Teilchen gestellt wird. Durch die elektromagnetische Wechselwirkung, die eine von Ladung, Masse und Energie abhängige Abbremsung bewirkt, können die Teilchen hinsichtlich dieser Eigenschaften unterschieden werden. So sind Energie- und Teilchendiskriminierung möglich.

Ein weiteres Beispiel ist das magnetische Spektrometer, das nur Teilchen mit einer bestimmten Ladung und einem definierten Impuls durchlässt und deshalb zur Identifizierung und Energiedemessung geeignet ist.

Als letztes sei die Bestimmung der Polarisation von γ -Strahlen angeführt. Dazu werden die γ -Quanten vor ihrem Nachweis an polarisierten (d.h. mit dem Spin ausgerichteten) Elektronen gestreut. Der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung ist abhängig von der Stellung des Spins der γ -Quanten bezüglich des Elektronenspins. Wird die γ -Zählrate für entgegengesetzte Richtungen des Elektronenspins gemessen, wird eine Zählratendifferenz festgestellt, aus der die Polarisation des γ -Strahls bestimmt werden kann.

Zusammenfassend lässt sich folgendes sagen. Das Wichtigste in kernphysikalischen Experimenten ist die Messung der Energie und die Bestimmung des Zeitverhaltens der nachzuweisenden Strahlung, weil damit die wesentlichen Eigenschaften, nämlich die Identität und die Energie bestimmt werden können. In vielen Fällen genügt diese Information, um die Fragestellung des Experiments zu beantworten, und auch in solchen, in denen zusätzliche Eigenschaften untersucht werden sollen, stellen sie einen wesentlichen Bestandteil dar. Aus diesem Grund werden im nächsten Abschnitt die experimentellen Methoden der Energie- und Zeitmessung ausführlich behandelt.

5.7 Die Blockschaltbilder

Das Blockschaltbild eines Experiments ist in zweierlei Hinsicht nützlich. Einerseits vereinigt es die einzelnen, weiter oben besprochenen Funktionen für ein bestimmtes Experiment und stellt deshalb ein Schema der logischen Versuchsanordnung dar. Andererseits ist es gleichzeitig ein Abbild des tatsächlichen Aufbaus. Es gibt auch heute noch kommerziell erhältliche Nuklear-elektronik in der die einzelnen Funktionen in getrennten Einheiten verwirklicht sind, die nach den jeweiligen Erfordernissen geeignet zusammengestellt werden können. Mit dieser sogenannten Einschubtechnik lassen sich so standardisierte Anordnungen aufbauen, die im Weiteren in der Reihenfolge zunehmender Information, die sie über Energie- und Zeitverhalten zu geben vermögen, aufgeführt sind.

5.7.1 Bestimmung der Zählrate von ausgewählten Ereignissen

Das Signal aus dem Detektor gelangt über den Vorverstärker und den Spektroskopieverstärker zur Impulsformung zum Diskriminatator, der die Ereignisse bezüglich ihrer Energie auswählt. Bei

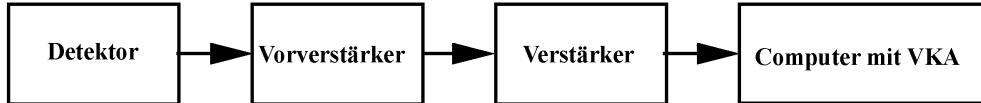


Abbildung 5.21: Energiemessung mit einem Vielkanalanalysator.

Szintillationsdetektoren ist der Vorverstärker meist schon im Spannungsteiler des Photovervielfachers integriert. Für jedes ausgewählte Ereignis wird im Diskriminator ein Normimpuls erzeugt, der zum Zähler weitergegeben wird. Durch eine einstellbare Uhr, den Timer, wird die Messzeit des Zählers vorgegeben. Diese Anordnung wird z.B. zur Teilchendiskriminierung verwendet, gegebenenfalls in Verbindung mit einem Absorber und zur Energiediskriminierung.

Als Diskriminator wird meist ein Einkanalanalysator verwendet. Damit wird zunächst das Energiespektrum aufgenommen und anschließend entweder eine Schwelle gesetzt, oberhalb der alle Ereignisse gezählt werden, oder ein Fenster so eingestellt, dass aus dem gesamten Spektrum nur ein Bereich, z.B. eine Linie aufgenommen wird. Die schrittweise Aufnahme des Energiespektrums ist zeitraubend, wenn eine gute Auflösung nötig ist, da viele Schritte mit kleinen Zählraten erforderlich sind. Heutzutage wird in der Regel ein ADC zur Energiemessung verwendet und der Diskriminator wird nur eingesetzt, um niederenergetische Rauschereignisse zu unterdrücken.

Die Anordnung vereinfacht sich, wenn überhaupt nur gezählt werden soll, wenn also Teilchen- und Energiediskriminierung entfallen, sei es weil sie unnötig sind wie bei der Dosimetrie, sei es weil sie außerhalb des Detektors vorgenommen werden. In solchen Fällen kann ein Auslösezähler verwendet werden, dessen Impulse energieunabhängig und so groß sind, dass sie ohne Verstärkung und Diskriminierung gezählt werden können.

5.7.2 Bestimmung des Energiespektrums mit einem Vielkanalanalysator

Diese Methode ist eine Erweiterung der oben beschriebenen. Hier wird auf ein Mal das gesamte Energiespektrum, d.h. die Zählrate als Funktion der Energie, aufgenommen. Sie ist die Standardmethode der Energiemessung.

Die Signalverarbeitung ist bis zur Verstärkungs-Formung die gleiche wie vorher. Danach werden die Impulse auf einen VKA gegeben, wo sie nach ihrer Höhe sortiert und abgespeichert werden. Nach Beendigung der Messung werden die Daten gedruckt oder auf einem Computer zur Weiterverarbeitung gespeichert. Das Spektrum kann während und nach der Messung auf dem Bildschirm am VKA (bzw. Computers) beobachtet werden.

5.7.3 Messung des Energiespektrums ausgewählter Ereignisse

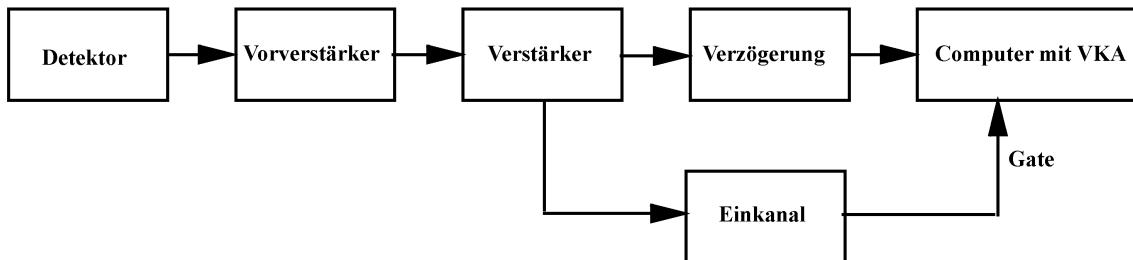


Abbildung 5.22: Energiemessung ausgewählter Ereignisse.

Bei dieser Meßmethode werden nur die Energien von solchen Ereignissen analysiert, die durch zusätzliche Bedingungen ausgewählt worden sind. Die Anordnung besteht aus einem Zweig zur

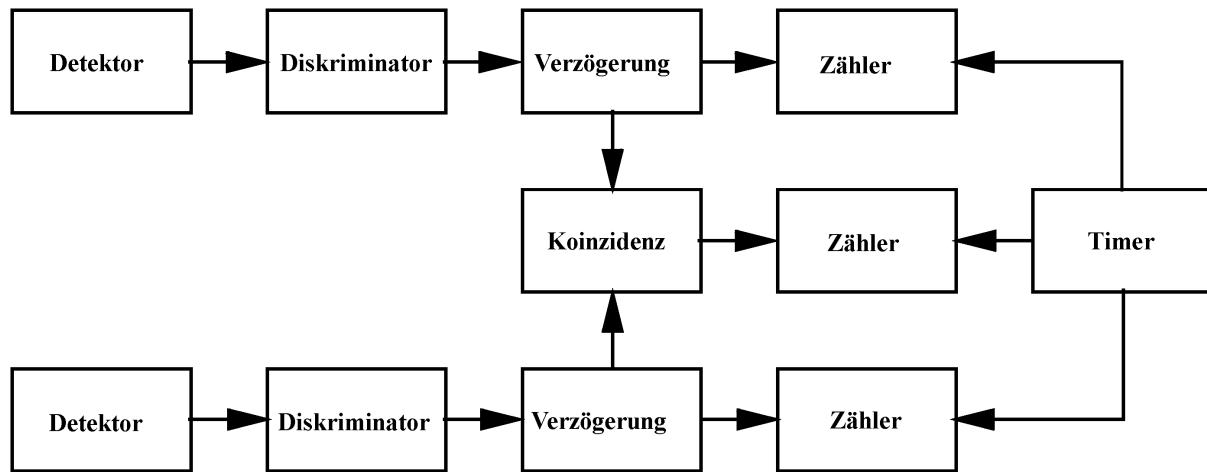


Abbildung 5.23: Koinzidenzmessung.

Energiemessung, wie er unter 5.7.2 beschrieben wurde. Die Auswahl geschieht durch einen digitalen Impuls aus einem EKA, der in dem hier skizzierten Beispiel an einen parallelen Ausgang des Verstärkers angeschlossen ist. Der EKA liefert nur für einstellbare Bereiche des Spektrums einen Normimpuls. Dieser Impuls öffnet am VKA ein Tor (Gate) für die am Eingang ankommenden analogen Impulse. Auf diese Weise gelangen nur diejenigen Impulse in den VKA, die aus dem ausgewählten Bereich stammen. Das analoge Signal läuft noch über eine Verzögerungseinheit, damit es erst *nach* dem Gate am VKA ankommt und diesen aufnahmefertig findet. Das Gate funktioniert nämlich wie ein Garagentor: es muss offen sein, wenn das Signal ankommt, und es muss geöffnet bleiben, während es anliegt. Konkret bedeutet dies, dass der Gateimpuls $0.5\text{-}1 \mu\text{s}$ früher als das Signal ankommen und $2\text{-}5 \mu\text{s}$ lang sein muss. Meist ist der Normimpuls aus dem EKA kürzer. Er wird darum durch eine weitere, hier nicht gezeichnete Einheit (Gate-Generator) verlängert.

Die beschriebene Schaltung ist ein Sonderfall einer Koinzidenz. Der VKA akzeptiert das Signal nur, wenn es innerhalb einer bestimmten Zeitspanne in dem durch den Gateimpuls bestimmten Zeitfenster ankommt. Diese Zeitspanne ist die Auflösungszeit der Koinzidenz.

Die Anordnung in der skizzierten Form wird zur schnellen und genauen Energieeichung des Diskriminators verwendet. Dazu wird das als geeicht vorausgesetzte Gesamtspektrum, das mit herabgesetzter Schwelle oder vollständig geöffnetem Fenster aufgenommen wird, mit dem Teilspektrum verglichen, das übrig bleibt, wenn der Diskriminator eingestellt ist. Die unter und obere Grenze des Teilspektrums sind die Energien der Schwellen.

5.7.4 Die Koinzidenzmessung

Das Blockschaltbild zeigt den typischen Aufbau eines Experiments zur Messung der Koinzidenz zweier Ereignisse in verschiedenen Detektoren. Vorverstärker und Verstärker sind weggelassen, was man immer tut, wenn Szintillatoren als Detektoren verwendet werden und es im Wesentlichen auf die Zeitinformation ankommt. Das Zeitsignal wird dann direkt von der Anode des Photovervielfachers abgenommen und ist sehr schnell. Das macht die Energieauflösung schlecht, aber auf die kommt es hier nicht an. Die Diskriminatoren werden nach der erforderlichen Zeitauflösung ausgesucht. Die Signale werden diskriminiert, die digitalen Impulse über Verzögerungseinheiten zur Koinzidenz geleitet. Die variablen Verzögerungen gleichen eventuell vorhandene Laufzeitdifferenzen in den beiden Zeigen aus, so dass die Signale physikalisch gleichzeitiger Ereignisse auch zur gleichen Zeit an die Koinzidenz gelangen. Sie werden außerdem gebraucht zur Bestimmung der Koinzidenzauflösungszeit.

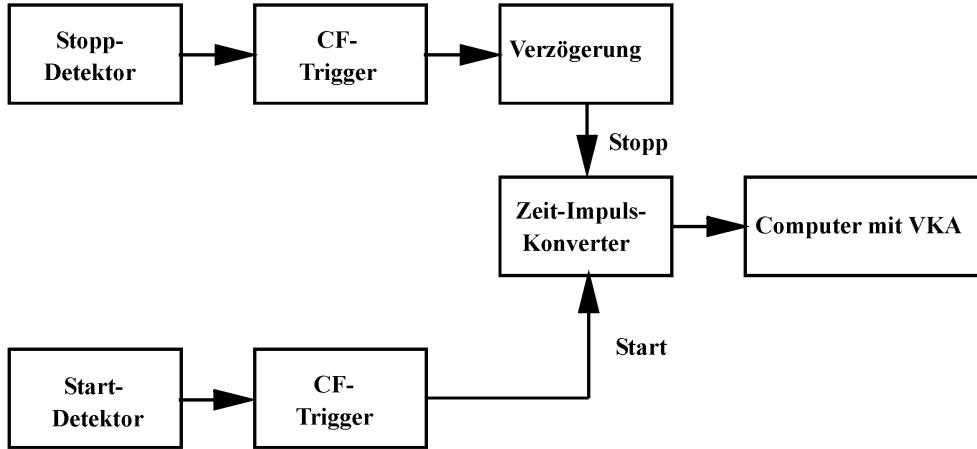


Abbildung 5.24: Zeitmessung.

Gemessen werden neben der Koinzidenzrate auch die Einzelzählraten der beiden Zweige, um damit die Rate der zufälligen Koinzidenzen abzuschätzen (siehe Gl. 5.5).

5.7.5 Die Zeitmessung

Auch in dieser Anordnung kommt man aus denselben Gründen wie bei der Koinzidenzmessung ohne Vorverstärker und Verstärker aus. Sollen Zeiten im Bereich von Nanosekunden gemessen werden, verwendet man als Diskriminatoren Constant-Fraction-Trigger. Die Signale gelangen zum TPC und erzeugen ein Impulsspektrum, das vom ADC analysiert wird. Das Stoppsignal läuft über ein variables Verzögerungsglied, das zwei Funktionen hat. Erstens kann der Stopp um eine bestimmte Zeit verzögert werden. Das ist notwendig, weil der TPC nach dem Start aus schaltungstechnischen Gründen einige Nanosekunden braucht, bis er einen Stopp verarbeiten kann. (Es gibt auch den logischen Grund: einen Impuls mit der Höhe null kann man nicht analysieren). Zweitens wird damit der TPC zeitlich geeicht. Dazu misst man echt koinzidente Ereignisse mit dem (physikalischen) Zeitunterschied null. Entsprechend der gewählten Verzögerung tritt dann nach dem TPC eine einzige Impulshöhe auf, die im ADC als eine Linie erscheint, die Promptkurve. Vergrößert man jetzt die Verzögerung um einen definierten Wert, so vergrößert sich die Impulshöhe des TPC, und es verschiebt sich die Promptkurve im ADC. Die Größe der Verschiebung entspricht der zusätzlichen Verzögerung.

Diese Eichmethode ist unabhängig von Laufzeitdifferenzen in den beiden Zweigen und wird deshalb angewendet bei der Messung sehr kleiner Zeiten (einige Nanosekunden). Bei großen Zeiten (Mikrosekunden) ist der Unterschied der Laufzeiten vernachlässigbar, und es kann eine einfache Methode angewendet werden. Die Eingänge des TPC werden direkt mit einem Impulsgenerator verbunden, der Impulspaare mit einstellbarem Abstand liefert.

Eine Zeitmessung verläuft dann wie folgt. Im Startzweig wird ein Ereignis ausgewählt, das mit dem Beginn der Zeitmessung verknüpft ist. Der Idealfall wäre, dass man im Stoppzweig so diskriminieren könnte, dass nur Signale auftreten, die das Ende der zu messenden Zeit bezeichnen und vom selben Ereignis wie der Start herstammen. Leider ist dies so nicht möglich, wie das folgende Beispiel verdeutlicht. Der Beginn der Lebenszeit eines Teilchens sei gekennzeichnet durch die Emission eines γ -Quants mit der Energie E_1 , das Ende durch das Auftreten eines zweiten Photons mit der Energie E_2 . Entsprechend wird der Startzweig auf E_1 , der Stoppzweig auf E_2 eingestellt. Nun wird der TPC durch ein Ereignis mit E_1 angeworfen, die Uhr läuft, und man weiß: das Teilchen, dessen Lebensdauer gemessen werden soll, existiert. Die Uhr wird angehalten durch das erste Signal mit E_2 im Stoppzweig. Kommt dieses Signal von demselben Teilchen, das auch den Start verursacht hat, dann wurde die Lebensdauer gemessen. Stammt es dagegen

von einem anderen Teilchen, dann hat man die Zeit zwischen zwei zeitlich nicht korrelierten Ereignissen bestimmt. In diesem Fall ist das Auftreten des Stopps zu jeder Zeit gleich wahrscheinlich, also zufällig. Im gemessenen Zeitspektrum sind deshalb nicht nur die erwünschten, echten, zeitlich korrelierten Ereignisse vorhanden, sondern auch ein zeitunabhängiger, konstanter Untergrund von zufälligen. Solange die zufälligen Koinzidenzen nicht überhand nehmen – sie lassen sich durch Begrenzung der Aktivität der Quelle niedrig halten –, können sie bei der Auswertung ohne Schaden abgetrennt werden.

Kapitel 6

Datenanalyse und Fehlerrechnung

In diesem Kapitel geht es um den letzten Schritt eines Experiments, die Angabe der Messergebnisse mit ihren Unsicherheiten und die Interpretation der Messergebnisse im Vergleich zu theoretischen Erwartungen.

Ausgehend von der Analyse der aufgezeichneten Detektorsignale werden typischerweise Modelle an die Messdaten angepasst und eine Bewertung der Anpassungsqualität vorgenommen. Dann erfolgt die Bestimmung der Unsicherheiten der in diesem Prozess der Parameterschätzung gewonnenen Modellparameter. Als wichtigster und letzter Schritt erfolgt die Interpretation als physikalisches Ergebnis.

6.1 Bedeutung der statistischen Datenauswertung und vorhandene Grundlagen

Schon in den Anfängerpraktika konnten Sie umfangreiche Erfahrungen zur Datenauswertung sammeln, auf denen Sie in den Fortgeschrittenenpraktika aufbauen können. Es existieren umfangreiche Dokumentationen, z.B. die Vorlesung „Computergestützte Datenauswertung (Cg-DA)“ und Zusammenfassungen des Inhalts [58], ein Skript zur Anpassung von Modellen an Messdaten [59] sowie Tutorials als Jupyter-Notebooks mit Erklärungen und Beispiel-Code in der Programmiersprache *Python* zu Statistik und Fehlerrechnung sowie zur Anpassung von Modellen an Messdaten [60]. In den Anfängerpraktika wurden meist Unsicherheiten vorausgesetzt, die einer Gauß-Verteilung unterliegen. Als Verfahren zu Anpassung von Modellen an Messdaten haben Sie die von Carl Friedrich Gauß vorgeschlagene Methode der „kleinsten Fehlerquadrate“ kennen gelernt und an vielen Stellen angewendet. Als angehende Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler müssen Sie diese Kenntnisse nun erweitern, um einerseits auch komplexere Anwendungsfälle behandeln zu können, und andererseits den sich ständig weiter entwickelnden wissenschaftlichen Standards bei der Dokumentation der Ergebnisse zu entsprechen.

Die Physik als „Theorie-geleitete Erfahrungswissenschaft“ lebt vom Zusammenspiel theoretischer Hypothesenbildung und deren stringenter Überprüfung im Experiment. Bei der Interpretation der von Ihnen aufgenommenen Messdaten kommt es also zunächst darauf an, ob sie einem erwarteten Modell entsprechen. Erst, wenn Sie diese Frage mit „ja“ beantworten können, ist die Extraktion vom Modellparametern überhaupt erst sinnvoll ¹.

Um diesen Herausforderungen gerecht zu werden, ist die Verwendung von eigenem Programmcode, idealerweise in der Programmiersprache *Python* in einem Jupyter-Notebook, unumgänglich, da die meisten mittels einer grafischen Oberfläche zu bedienenden Werkzeuge zur

¹Leider tragen die meisten der häufig verwendeten Werkzeuge in der Voreinstellung dieser Anforderung nicht Rechnung, sondern zielen auf eine möglichst genaue Parametrisierung der Daten ab. Bei Vorgabe von unpassenden Modellen werden dazu die Parameterfehler so weit vergrößert, dass die Parametrisierung möglichst genau passt

statistischen Datenauswertung den typischen Anforderungen in der Physik nicht oder nur zum Teil genügen. Als Vorbereitung und Hilfestellung zu den in den Fortgeschrittenenpraktika deutlich größeren Herausforderungen bei der statistischen Datenauswertung gibt es ein eigenes Tutorial, *advancedFitting.ipynb* [61] als Jupyter Notebook. Ein weiteres Grundlagentutorial führt in die Methode der Anpassung von Parametern mit der Maximum-Likelihood Methode [62] ein.

Wichtige Punkte zur Parameterbestimmung von Modellen sind:

- Alle Messunsicherheiten sollten direkt bei der Modellanpassung berücksichtigt und entsprechend modelliert werden, um sie vollständig und korrekt auf die Unsicherheiten der Parameter zu propagieren. Eine später von Hand durchgeführte Fehlerfortpflanzung ist aufwändig und funktioniert nur in einfachsten Fällen.

Die verwendeten Werkzeuge müssen dazu insbesondere auch Unsicherheiten in Abszissenrichtung zusätzlich zu Unsicherheiten in Ordinatenrichtung behandeln können. Die Unterstützung von korrelierten Unsicherheiten ist ebenfalls notwendig, um typische Unsicherheiten von Messgeräten - also unabhängige Digitalisierungsunsicherheiten und Rauschbeiträge sowie korrelierte Kalibrationsunsicherheiten - darstellen zu können.

- Häufig treten auch relative Unsicherheiten auf, z. B. bei Kalibrationsunsicherheiten, die als Bruchteil des wahren Messwertes auftreten. Wenn solche relative Unsicherheiten korrekt behandelt werden sollen, geht das mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate nur noch näherungsweise. Exakte Parameterschätzungen beruhen auf der Maximum-Likelihood-Methode („MLE“, Maximum Likelihood Estimation).
- In der Quanten-, Kern- und Teilchenphysik treten als Messgrößen Zählraten in Abhängigkeit von Energie, Streuwinkel oder anderen Größen auf, die üblicherweise als Häufigkeitsverteilung (Histogramm) dargestellt werden. Die Einträge in einem Intervall eines Histogramms (sog. „Bin“) sind aber nicht Gauß-, sondern Poisson-verteilt. Auch näherungsweise können Bins mit Null Einträgen mit einer - oft immer noch verwendeten - angepassten Methode der kleinsten Fehlerquadrate nicht berücksichtigt werden. Zur Anpassung von Modellen an Histogramme müssen also ebenfalls maximum-likelihood Methoden angewendet werden.
- Bei der Analyse von sehr kleinen Zählraten bei nur selten eintretenden Ereignissen kann schon die Notwendigkeit zur Aufteilung in Bins zu einem Informationsverlust und zu einer Verzerrung des Ergebnisses führen. In solchen Fällen sollte ein ungebinnter Maximum-Likelihood-Fit zur Anwendung kommen.

Leider gibt es kaum Anpassungswerkzeuge, die alle genannten Anforderungen gleichzeitig erfüllen. Deshalb wurde am ETP in zahlreichen Bachelor-Arbeiten ein quelloffenes Anpassungswerkzeug, *kafe* bzw. *kafe2* [63] in der neuesten Version entwickelt, das die genannten Aspekte abdeckt. Das Paket *PhyPraKit.phyFit* [64] enthält ein sehr schlankes Python-Interface zur Anpassung mit dem Werkzeug *iminuit* [65], das fortgeschrittene Methoden zur Parameteranpassung und zu Analyse der Unsicherheiten bietet.

Beispiele als Grundlage zu eigenen Anwendungen werden im oben genannten Jupyter-Tutorial dargestellt. Zur Einführung in die Funktionen des mittlerweile sehr mächtigen Werkzeugs *kafe2* gibt es ein eigenes Jupyter-Tutorial sowie eine umfangreiche Sammlung an Beispielen, die zusammen mit dem *kafe2*-Paket ausgeliefert werden².

²*kafe2* befindet sich in ständiger Weiterentwicklung. Sollten Sie Fehler feststellen, Verbesserungs- oder Erweiterungsvorschläge haben, nutzen Sie die in der Referenz angegebene offizielle Web-Seite und tragen einen „Issue“ ein!

6.2 Theoretische Grundlagen

Anders als in den bisherigen Kursen beginnen wir an dieser Stelle mit einem Top-Down-Ansatz. Ausgehend vom Maximum-Likelihood-Prinzip stellen wir die Verbindung zu altbekannten Methoden her. In der konkreten Anwendung muss dann überlegt werden, welche Vereinfachungen für eine gegeben Problemstellung möglich sind.

Ausgangspunkt ist der Formalismus zur Parameterschätzung von Verteilungsdichten, die Messergebnissen zu Grunde liegen. Manchmal sind die Parameter der Verteilungsdichte selbst interessant, z. B. bei der Lebensdauerverteilung von quantenmechanischen Zuständen oder von (Elementar-)Teilchen. Häufig treten Parameter von Verteilungsdichten aber auch nur als „Störparameter“ auf, die statistische Fluktuationen um einen angenommenen wahren Wert beschreiben. Die Behandlung von Messunsicherheiten ist dafür ein Beispiel.

6.2.1 Grundlagen des Maximum-Likelihood Verfahrens: Schätzung der Parameter einer Verteilungsdichte

Wir gehen von einer Verteilungsdichte $\text{pdf}(x, \vec{p})$ aus, die von einer Anzahl von Parametern p_j abhängt. Ein Datensatz \vec{x} besteht aus n_d voneinander unabhängigen Einzelmessungen x_i . Nach dem Maximum Likelihood-Prinzip ist der beste Schätzwert der Parameter, $\hat{\vec{p}}$, gegeben durch die Werte, die die sog. „Likelihood“, das Produkt der Werte der pdf für die Einzelmessungen, $\text{pdf}(x_i, \vec{p})$, maximieren:

$$\mathcal{L}(\vec{x}, \vec{p}) = \prod_{i=1}^{n_d} \text{pdf}(x_i, \vec{p}). \quad (6.1)$$

Um unhandlich kleine Werte des Produkts zu vermeiden, aus Gründen der numerischen Stabilität und auch aus mathematischen Gründen (s. „Fisher-Information“) verwendet man den negativen Logarithmus von \mathcal{L} , die „negative log-Likelihood“ $nl\mathcal{L}$, gegeben durch

$$nl\mathcal{L}(\vec{x}, \vec{p}) = - \sum_{i=1}^{n_d} \ln(\text{pdf}(x_i, \vec{p})). \quad (6.2)$$

Die negative log-Likelihood-Funktion wird dann als Funktion der Parameter aufgefasst und bezüglich der Parameter minimiert. Üblicherweise verwendet man sie als Kostenfunktion in numerischen Optimierungsverfahren.

Es lässt sich zeigen, dass das log-Likelihood-Verfahren unter allen Verfahren zur Parameterschätzung asymptotisch optimal ist, also für im Grenzfall unendlich große Stichproben die kleinstmögliche Varianz der Parameterwerte liefert. Für spezielle Klassen von Verteilungen, der Exponentialfamilie (zu der auch die Binomial-, Poisson- und Gaußverteilung gehören) gilt dieses optimale Verhalten auch für kleine Stichproben. Auch dies ist ein Grund, dem Likelihood-Verfahren den Vorzug zu geben, wenn man maximalen Informationsgewinn aus bisweilen extrem aufwändigen und daher nicht beliebig wiederholbaren Experimenten ziehen möchte.

6.2.2 Bestimmung der Parameterunsicherheiten und Intervallschätzung

Neben den besten Werten aller Parameter sind ebenso deren Unsicherheiten bedeutsam. Die Varianz der Parameter, oder besser die Kovarianzmatrix der Unsicherheiten aller Parameter, lässt sich aus dem Verlauf der log-Likelihood am Minimum bestimmen. Anschaulich ist ein Parameter um so genauer bestimmt, je „schärfer“ das Minimum ausgeprägt ist; dies kann über die zweiten Ableitungen der log-Likelihood nach den Parametern quantifiziert werden:

$$V_{ij}^{-1} = \left. \frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(\cdot)}{\partial p_i \partial p_j} \right|_{\hat{p}_i \hat{p}_j}. \quad (6.3)$$

Korrelationen zwischen den Parametern sind auch bei unkorrelierten Messwerten sehr häufig. Wenn Korrelationen besonders groß sind, weist dies auf einen ungeschickte Parametrisierung des Problems hin. Bei Korrelationen größer als 10 % sollten die als Teil des Ergebnisses kommuniziert werden, weil die Form der innerhalb eines vorgegebenen Konfidenzniveaus noch zulässigen Parameterbereiche davon abhängt.

Bei nichtlinearen Problemstellungen, die schon bei der Berücksichtigung von Unsicherheiten in Abszissenrichtung oder von modellbezogenen relativen Unsicherheiten auftreten, ist der Verlauf der log-Likelihood am Minimum nicht parabolisch. In solchen Fällen ist die Angabe eines symmetrischen Intervalls für die Unsicherheiten nicht korrekt. Zur Einschätzung möglicher Probleme sollte auf jeden Fall eine grafische Darstellung des Verlaufs der Likelihood am Minimum betrachtet werden.

Als Größe dafür bietet sich die Profile-Likelihood an; bei diesem Verfahren wird für jeden Parameter eine Anzahl von Punkten in der Nähe des Minimums betrachtet und die log-Likelihood bezüglich aller anderen Parameter minimiert - auf diese Weise werden Korrelationen mit anderen Parametern berücksichtigt. Das Vertrauensintervall, das dem Bereich plus-minus einer Standardabweichung einer Gaußverteilung um den Parameterwert, also einem Konfidenzniveau von 68.3 % entspricht, erhält man an den Stellen, an denen die log-Likelihood um den Wert $\frac{1}{2}$ größer ist als am Minimum. Für nicht-parabolische Verläufe ergibt sich aus der Analyse der Profile-Likelihood ein asymmetrisches Konfidenzintervall um den Parameterwert am Minimum, das in solchen Fällen an Stelle der aus den zweiten Ableitungen bestimmten Standardabweichungen der Parameter angegeben werden sollte.

Das Verfahren der Profile-Likelihood lässt sich auch in zwei Dimensionen, also für Paare von Parametern durchführen. Man erhält dann Konturlinien, die Konfidenzbereiche analog zu ein- oder auch zwei-sigma-Konturen von Gauß-förmigen Verteilungen entsprechen. Bei starker Abweichung der Konturen von der Ellipsenform sollten sie zusammen mit dem Ergebnis berichtet werden, weil der noch zulässige Parameterbereich natürlich von deren Form abhängt.

Profile-Likelihood-Kurven und Konfidenzkonturen lassen sich mit den oben erwähnten Paketen *kafe2* bzw. *phyFit* auf Wunsch leicht erzeugen.

Ein Beispiel ist in Abb. 6.1 und 6.2 gezeigt. Es ist dem jupyter-Tutorial *advancedFitting.ipynb* entnommen (Beispiel 4.2). Die Daten sind Lebensdauern von gestoppten kosmischen Myonen, die in einem Wasser-Cherenkov-Detektor (in diesem Fall einer Kaffeekanne mit Photomultiplier) nachgewiesen wurden. Beim Durchgang durch das Wasser erzeugen die Myonen ein Lichtsignal; wenn sie im Wasser oder im Boden darunter gestoppt werden, können Elektronen aus den zerfallenden Myonen wieder in den Detektor gelangen und nachgewiesen werden. Die Daten entsprechen den Zeitdifferenzen (in μs) solcher Doppelpulse. Zufällig eintreffende Myonen und Detektoruntergrund erzeugen zufällige Doppelpulse, die im Gegensatz zu den Lebensdauern aber flach verteilt sind.

6.2.3 Anpassung von Verteilungsdichten an Histogramme

Ein weiteres typisches Beispiel für die Anwendung der log-Likelihood-Methode ist die Behandlung von Problemen, bei denen Poisson-verteilte Größen auftreten. Dies sind z. B. die Anzahlen von Einträgen in einzelnen Intervallen von Häufigkeitsverteilungen (Histogramme).

Die Poissonverteilung von Anzahlen n_i mit Erwartungswerten μ_i ist gegeben durch

$$P(n_i; \mu_i) = \frac{\mu_i^{n_i}}{n_i!} e^{-\mu_i}. \quad (6.4)$$

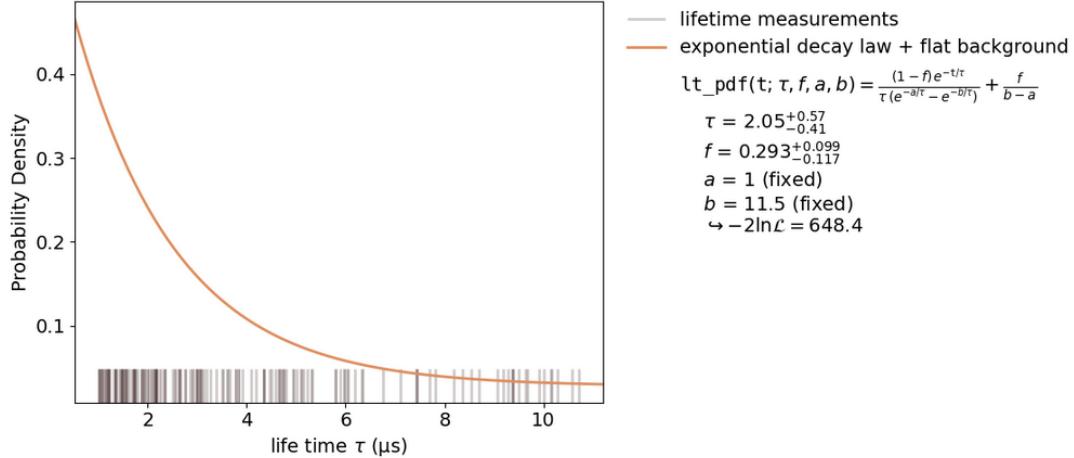


Abbildung 6.1: Ergebnis der Anpassung einer Exponentialfunktion mit flachem Untergrund an Messungen von Myon-Lebensdauern, erzeugt mit dem Programm paket *kafel2*.

Durch Bilden des Produkts über alle (als statistisch unabhängig angenommenen) Bins eines Histogramms erhält man die Likelihood

$$\mathcal{L}_{Poisson} = \prod_{i=1}^N P(n_i; \mu_i(\vec{p})) , \quad (6.5)$$

und schließlich durch Logarithmieren die log-Likelihood der Poisson-verteilten Anzahlen der Einträge in den Bins eines Histogramms

$$nl\mathcal{L}_{Poisson} = -\ln \mathcal{L}_{Poisson} = \sum_{i=1}^N -n_i \cdot \ln(\mu_i(\vec{p})) + \mu_i(\vec{p}) . \quad (6.6)$$

Bei Verwendung dieser Kostenfunktion im Minimierungsprozess können also Anpassungen von Verteilungsdichten an Histogramme ganz analog wie bei der Verwendung der oben bereits diskutierten Likelihood-Funktion zur Anpassung von Verteilungsdichten an Messdaten durchgeführt werden, die in diesem Fall aber als Histogramm vorliegen. Der Rechenaufwand hängt in diesem Beispiel von der Zahl der Bins und nicht - wie im ersten Beispiel - von der Größe des Datensatzes ab.

6.2.4 Maximum-Likelihood und Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate zur Anpassung von Modellen ist ein Spezialfall des maximum-Likelihood Verfahrens.

Leiten wir zunächst ein auf der log-Likelihood basierendes Anpassungsverfahren für Modellfunktionen an Messdaten her. Wir bezeichnen die zufällige Abweichung eines Messwertes vom wahren Wert mit dem Buchstaben z , die durch eine Verteilungsdichte f_z beschrieben wird. Im Falle von Messunsicherheiten ist f_z häufig die Normalverteilung $\mathcal{N}(z; \sigma)$ mit Erwartungswert Null und Standardabweichung σ . Im mehrdimensionalen Fall für n_d nicht notwendigerweise unabhängige Datenpunkte ist die multivariate Gaußverteilung $\mathcal{N}(\vec{z}; V)$ mit der Kovarianzmatrix V relevant,

$$\mathcal{N}(\vec{z}, V)) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_d} \det(V)}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\vec{z}^T V^{-1} \vec{z}\right) . \quad (6.7)$$

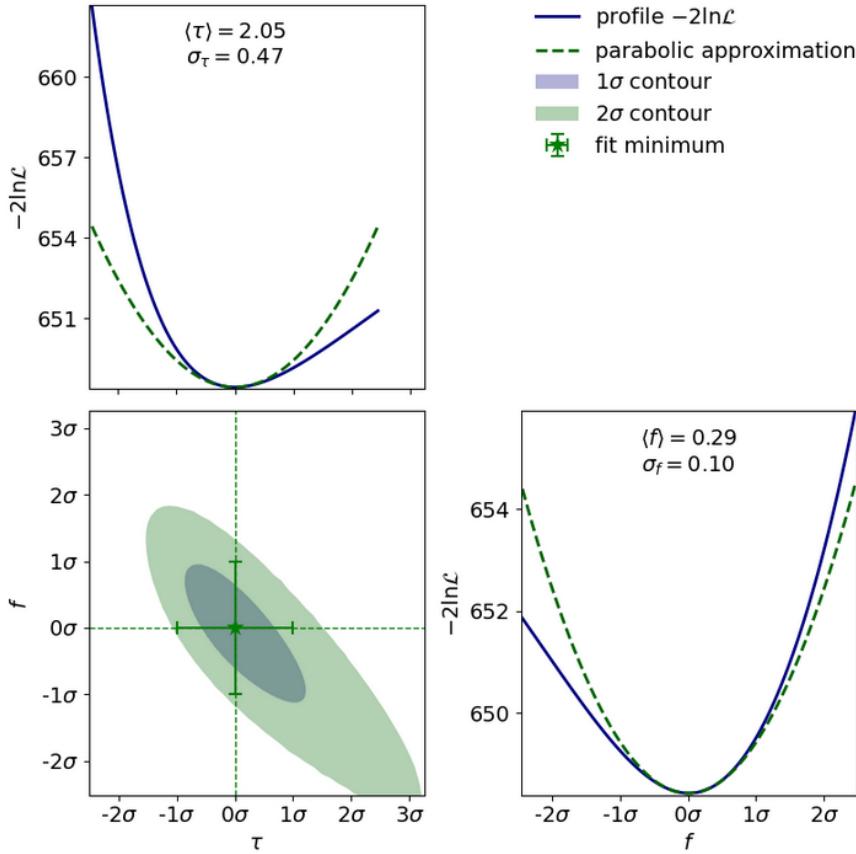


Abbildung 6.2: Profile-Likelihood und Konfidenzkonturen der Anpassung aus Abb. 6.1.

Die Zufallsgröße z entspricht den Fluktuationen um den wahren Wert; wenn es dafür eine exakte theoretische Erwartung in Form eines parameterbehafteten Modells $f_i(\vec{p})$ mit einem Satz an Parametern \vec{p} gibt, lässt sich ein Messwert y_i schreiben als

$$y_i = f_i(\vec{p}) + z_i. \quad (6.8)$$

Üblicherweise führt man zum Test von parameterbehafteten, durch Funktionen beschriebenen Modellen mehrere Messungen an verschiedenen Stützstellen x_i durch, man betrachtet also eine Modellfunktion $f(\vec{x}; \vec{p})$. Die Verteilungsdichte, die alle Messungen beschreibt, sieht dann so aus:

$$\mathcal{N}(\vec{y}, V, f(\vec{x}, \vec{p})) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{nd} \det(V)}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{y} - \vec{f})^T V^{-1} (\vec{y} - \vec{f})\right). \quad (6.9)$$

Nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip ist der beste Parametersatz durch den Punkt $\hat{\vec{p}}$ im Parameterraum gegeben, für den die Likelihood maximal wird. Wie schon oben verwendet man den negativen natürlichen Logarithmus der Likelihood, $nl\mathcal{L}_{Gauss}$, der dann minimiert wird.

$$-2 \ln \mathcal{L}_{Gauss} \left(\vec{y}, V, f(\vec{x}, \vec{p}) \right) = \left(\vec{y} - \vec{f}(\vec{x}; \vec{p}) \right)^T V^{-1} \left(\vec{y} - \vec{f}(\vec{x}; \vec{p}) \right) + \ln(\det(V)) + n_d \ln(2\pi). \quad (6.10)$$

Für die Bestimmung des Minimums von $nl\mathcal{L}_{Gauss}$ sind bzgl. der Parameter konstante Terme nicht relevant, man kann sie daher weglassen. Wenn die Normierung der Gaußverteilung, also der Term $\det(V)$, nicht von den Parametern abhängt, vereinfacht sich der Ausdruck in ?? bis

auf einen Faktor Zwei zum altbekannten Ausdruck für die quadratische Residuensumme mit Kovarianzmatrix, S , die schon aus den Anfängerpraktika bekannt ist:

$$S(\vec{y}, V, \vec{f}(\vec{x}, \vec{p})) = (\vec{y} - \vec{f}(\vec{x}; \vec{p}))^T V^{-1} (\vec{y} - \vec{f}(\vec{x}; \vec{p})) + \ln(\det(V)) + d \ln(2\pi). \quad (6.11)$$

Unter ganz speziellen Bedingungen sind also die Minimierung der Log-Likelihood und der quadratischen Summe der Residuen, S , äquivalent. Dieser einfache Fall ist aber nicht mehr gegeben, wenn relative, auf den Modellwert bezogene Unsicherheiten auftreten, oder wenn Unsicherheiten in Abszissen-Richtung behandelt werden sollen, die mit Hilfe einer Taylor-Entwicklung erster Ordnung von der Abszisse auf die Ordinate übertragen und damit von der Ableitung des Modells nach x und so auch von den Parameterwerten abhängen. Die praktische Regel lautet daher, möglichst immer die Likelihood zu verwenden, und nur in gut begründeten, berechtigten Fällen auf die Methode der kleinsten Fehlerquadrate zurück zu greifen. Allerdings ist man bei der Wahl der verfügbaren numerischen Werkzeuge stark eingeschränkt, wenn man diese Empfehlung umsetzen möchte.

Sollen Problemstellungen mit nicht Gauß-förmigen Verteilungen behandelt werden, ist die Verwendung von log-Likelihoodverfahren unumgänglich. Das Aufstellen entsprechender Likelihood-Funktionen zur Behandlung spezieller Problemstellungen gehört in der wissenschaftlichen Praxis heute zum Standard. Dank sehr leistungsfähiger Algorithmen zur numerischen Minimierung in hoch-dimensionalen Parameterräumen und auch Dank moderner Computertechnik stellt die Verwendung korrekter Likelihood-Verfahren kein unüberwindliches Problem mehr dar.

6.3 Praktische Hinweise

In der Praxis sind die oben beschriebenen Verfahren nur in Kombination mit numerischen Verfahren zur Minimierung von skalaren Funktionen in mehr- oder sogar hoch-dimensionalen Räumen und Programmcode zur Verwaltung der Daten und ihrer Unsicherheiten durchführbar. Obwohl in seltenen Fällen auch analytische Lösungen existieren, nutzt man in der Praxis fast ausschließlich Programmpakete zur Durchführung von Anpassungen; analytische (Teil-)Lösungen müssen nur eingesetzt werden, wenn es um zeitkritische Problemstellungen geht.

6.3.1 Konstruktion der Kovarianzmatrix

Die Kovarianzmatrix der Daten bildet die Unsicherheiten der Eingabedaten vollständig ab. Wird sie bei der Anpassung berücksichtigt, werden alle zwischen den Daten unabhängigen und korrelierten Unsicherheiten in das Endergebnis propagierte - eine klassische Fehlerrechnung von Hand ist dann nicht mehr notwendig.

Fassen wir zunächst kurz die wesentlichen Eigenschaften der Kovarianzmatrix \mathbf{V} zusammen:

- $\mathbf{V} = (V_{ij})$ ist eine symmetrische Matrix;
- sie hat die Dimension n_d , die der Anzahl der Messwerte entspricht;
- für unabhängige Messwerte ist die Matrix diagonal;
- die Nebendiagonalelemente V_{ij} , $i \neq j$ lassen sich verstehen als das Produkt der gemeinsamen Unsicherheiten σ_i^g und σ_j^g der Messungen i und j ;
- die Kovarianzmatrix-Elemente für voneinander unabhängige Unsicherheiten werden addiert.

Gerade der letzte Punkt ist von entscheidender Bedeutung, denn er erlaubt es, die vollständige Kovarianzmatrix sukzessive aus einzelnen Beiträgen zur Unsicherheit aufzubauen, mit der Konstruktionsvorschrift:

- Unsicherheiten der Messwerte werden nach verschiedenen, unabhängigen Quellen aufgeschlüsselt.
- Unabhängige Unsicherheiten jeder einzelnen Messung werden quadratisch in den Diagonalelementen aufaddiert.
- Allen Messwerten oder Gruppen von Messungen gemeinsame absolute oder relative Unsicherheiten werden quadratisch in den betreffenden Diagonal- und Nebendiagonalelementen V_{ii} , V_{ji} und V_{ij} aufaddiert.

Unsicherheiten in Abszissenrichtung, gegeben durch eine Kovarianzmatrix \mathbf{V}^x , können berücksichtigt werden, in dem man mit sie Hilfe der Modellvorhersage $f(\vec{x}, \vec{p})$ per Taylor-Entwicklung in erster Ordnung in y-Richtung transformiert und dann zur Kovarianz-Matrix der Datenpunkte in y-Richtung, \mathbf{V}^y , addiert:

$$V_{ij} = (V^y)_{ij} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} (V^x)_{ij} \quad (6.12)$$

Insgesamt ergeben sich so acht Arten von Unsicherheiten, nämlich unabhängige und / oder korrelierte absolute und / oder relative Unsicherheiten in x- und / oder y-Richtung.

Zum Bau der Kovarianzmatrix setzt man idealerweise Programmcode ein. Die wenigsten gängigen Anpassungsprogramme bringen dafür direkt Optionen mit, sondern es muss die vollständige Kovarianzmatrix als Parameter übergeben werden. Das Paket *kafe2* enthält die Methode

```
add_error(err_val, axis=?, correlation=?, relative=?, reference=?)
```

mit deren Hilfe einzelne Komponenten der Unsicherheit hinzugefügt werden können. Die Interfaces zu verschiedenen Anpassungsprogrammen im Paket *PhyPraKit* sehen ebenfalls die Angabe einzelner Komponenten der Unsicherheit als Parameter vor, wenn die entsprechenden Anpassungspakete dies unterstützen. Alle acht Arten von Unsicherheiten können direkt nur mit *kafe2* und *PhyPraKit.phyFit* behandelt werden.

6.3.2 Berücksichtigung externer und eingeschränkter Parameter

Häufig hängen Modelfunktionen von externen, mit Unsicherheiten behafteten Parametern ab, die z. B. in einer Hilfsmessung bestimmt wurden oder aus der Literatur stammen. Dies können die Ergebnisse von Kalibrationsmessungen sein, oder auch Natur- oder Apparatekonstanten. Statt die Effekte der Parameterunsicherheiten mit Hilfe einer händischen Fehlerrechnung auf das Endergebnis zu propagieren, können sie auch als eingeschränkte Parameter („constrained parameter“), direkt in der Anpassung berücksichtigt werden. Dazu werden solche Parameter gleichzeitig als freie Parameter in der Anpassung und als Messgrößen eingeführt - d. h. ein entsprechender Term zur log-Likelihood hinzugefügt. Das Paket *kafe2* enthält dazu die Methode

```
add_parameter_constraint(name, value, uncertainty, relative=False).
```

Es gibt auch die Methode

`fix_parameter(name, value=None)` mit deren Hilfe Parameter auf feste Werte fixiert werden können. Der Einfluss externer Parameter kann damit auch untersucht werden, indem man sie nacheinander auf ihren Erwartungswert und die jeweiligen oberen bzw. unteren Grenzen ihres Konfidenzbereichs fixiert und die Veränderungen des Anpassungsergebnisses beobachtet.

Das temporäre Fixieren und wieder frei geben von Parametern mittels der Methode

```
release_parameter(name)
```

kann auch hilfreich sein, wenn eine komplexe Anpassung nicht zum globalen Minimum konvergiert. Man kann dann einen oder einige Parameter in der Nähe des erwarteten Wertes fixieren

und eine Minimierung bezüglich der übrigen Parameter vornehmen. Wenn man dann an diesem temporären Minimum die fixierten Parameter wieder frei gibt, sollte die Anpassung zum passenden Minimum konvergieren.

Ein Problem während des Anpassungsprozesses stellen bisweilen Parameter dar, die temporär Werte in mathematisch nicht definierten Wertebereichen oder in unphysikalischen Bereichen annehmen (negative Werte unter Wurzeln, negative Massen etc.). Mit der Methode

```
limit_parameter(name, lower=None, upper=None)
```

können solche Parameterbereiche ausgeschlossen werden.

Bei nichtlinearen Problemstellungen gibt es häufig neben dem globalen Minimum weitere Nebenminima - oder sogar mehrere oder viele gleichwertige Lösungen. In solchen Fällen werden Startwerte für die Parameter benötigt in der Nähe einer „vernünftigen“ Lösung benötigt. *kafe2* bietet dafür die Funktion

```
set_parameter_values(name1=val1, ...).
```

Da im Laufe des besseren Verständnisses aus manchem einfachen Problem später nichtlineare Probleme werden, ist es eine gute Angewohnheit, grundsätzlich immer Startwerte zu setzen. Wenn keine Startwerte vom Nutzer vorgegeben sind, verwendet *kafe2* übrigens die Voreinstellungen der Parameter in der Modellfunktion; diese sollten bei der Definition des Modells also auch - mit Bedacht - gesetzt werden.

6.3.3 Bestimmung von Ausschlussgrenzen und Signifikanzniveaus

Eine weitere Anwendung der Profile-Likelihood ist die Bestimmung der Signifikanz eines nur leicht von Null verschiedenen Parameters oder die Bestimmung einer Obergrenze für einen Parameterwert bei vorgegebenem Signifikanzniveau. In diesem Fall interessiert nicht der Zentralbereich der Profile-Likelihood in der Nähe des Minimums, sondern die Ränder.

Ein oft anzutreffendes Beispiel ist die Suche nach einem Signal-Peak über einem Untergrund oder die Existenz einer zusätzlichen Signaleigenschaft wie einer schwachen periodischen Modulation eines glatten Verlaufs. Dazu wählt man eine Parametrisierung der Modellfunktion, bei der ein zusätzlicher Parameter s die Größe des gesuchten Signals festlegt. Für $s = 0$ geht das Modell dann in eines über, bei dem kein Signal vorhanden ist. Letztlich handelt es sich also bei dieser Fragestellung um einen Hypothesentest, bei dem der Wert von s zwischen der Null-Hypothese und der Alternative unterscheidet. Bei kleineren Signalen lässt sich so die Frage klären, ob sie überhaupt „signifikant“ sind oder nicht lediglich aus einer Fluktuation der Null-Hypothese resultieren könnten.

Ein häufig verwendetes Maß für die Signifikanz S einer Signalstärke s ist der auf seine Unsicherheit σ_s normierte Abstand des Signalparameters von Null - das entspricht der Aussage: „Wir haben ein Signal mit einer Signifikanz von z Sigma beobachtet“. Je größer dieser Abstand, desto unwahrscheinlicher ist eine statistische Fluktuation des Untergrunds als Ursache für einen als Signal fehlinterpretierten, von Null verschiedenen Wert von s . Wenn allerdings der Verlauf des negativen Logarithmus der Likelihood am Minimum stark von der Parabelform abweicht ist das kein gutes Maß mehr.

In der mathematischen Stochastik gibt es in Form des „Neyman-Pearson-Lemmas“ eine klare Aussage über die optimale zu verwendenden Teststatistik, wenn keine weiteren Parameter als s eine Rolle spielen (sog. „einfacher Hypothesentest“); in diesem Fall ist das Verhältnis $Q = \frac{\mathcal{L}(s=\hat{s})}{\mathcal{L}(s)}$ der Likelihood-Funktionen oder, äquivalent, die negative Differenz der Logarithmen der Likelihood, $-\ln Q$, die optimale Teststatistik. Wenn weitere Parameter vorhanden sind, verwendet man die Profile-Likelihood $\mathcal{L}_p(s)$ bezüglich s . Wegen des Zusammenhangs zwischen χ^2 und Likelihood wählt man in der Praxis häufig auch $-2 \ln Q = -2(\ln \mathcal{L}_p(0) - \ln \mathcal{L}_p(\hat{s}))$ als Maß für den Unterschied zwischen Null- und Alternativ-Hypothese, wobei \hat{s} den optimalen, in der Anpassung gefundenen Wert von s am Minimum darstellt.

Die Wurzel aus $-2 \ln Q$ stellt den sogenannten z -Wert dar, den wir schon oben eingeführt hatten und der die äquivalente Anzahl an Standardabweichungen einer Gaußverteilung ausdrückt, um die der Erwartungswert von Null abweicht. Es gilt

$$z^2 = -2 \ln Q = (-2 \ln \mathcal{L}_p(s=0)) - (-2 \ln \mathcal{L}_p(s=\hat{s})) \quad (6.13)$$

$S = z$ ist dann die Signifikanz in „Anzahl σs “, wie wir es oben etwas unpräzise ausgedrückt hatten. Der Term $-2 \ln \mathcal{L}_p$ ist die in Anpassungsprogrammen häufig verwendete Kostenfunktion und entspricht in manchen einfachen Fällen dem χ^2 -Wert.

Besser und allgemeiner verständlich ist es, wenn man statt des z -Werts den entsprechenden p -Wert angibt, den man durch Berechnung des entsprechenden Wertes der kumulativen Verteilungsdichte der Standardnormalverteilung, $\mathcal{N}(x) = 1/\sqrt{2\pi} \cdot \exp(-x^2/2)$ erhält: $p_s = \text{scipy.stats.norm.cdf}(z)$. Üblicherweise wählt man den p -Wert bzgl. der Nullhypothese, $p_0 = 1 - p_s$, der die Übereinstimmung der Beobachtung mit der Null-Hypothese quantifiziert. Je kleiner der Wert von p_0 , desto schlechter passt die Null-Hypothese und desto gesicherter ist damit die Existenz der beobachteten, als Signal bezeichneten Abweichung.

Wenn das Signal nicht hinreichend signifikant ist, sollte man eine Obergrenze für die Signallgröße angeben; üblich ist hier eine Ausschlussgrenze mit einem Konfidenzniveau von $cl = 95\%$. Übersetzt in eine Änderung der Profile-Likelihood relativ zu ihrem Wert am Optimum wird diese Grenze wieder durch die Verwendung des entsprechenden Quantils der Standardnormalverteilung bestimmt, das über die Funktion $z_{cl} = \text{scipy.statsnorm.ppf}(cl)$ (ppf = percent point function, die Inverse der kumulativen Verteilungsfunktion cdf) berechnet werden kann. Die zugehörige Änderung des Logarithmus der Profile-Likelihood ist z_{cl}^2 und entspricht für $cl = 95\%$ dem Wert 2.71.

In Abbildung 6.3 sind die beschriebenen Zusammenhänge grafisch dargestellt. Der Signalanteil s hat in dem gezeigten Beispiel eine Signifikanz von $z = \sqrt{4.58} = 2.14$, was einem p -Wert von 0.016 entspricht. Das Signal ist bei einem Konfidenz-Niveau von 95 % kleiner als 0.19.

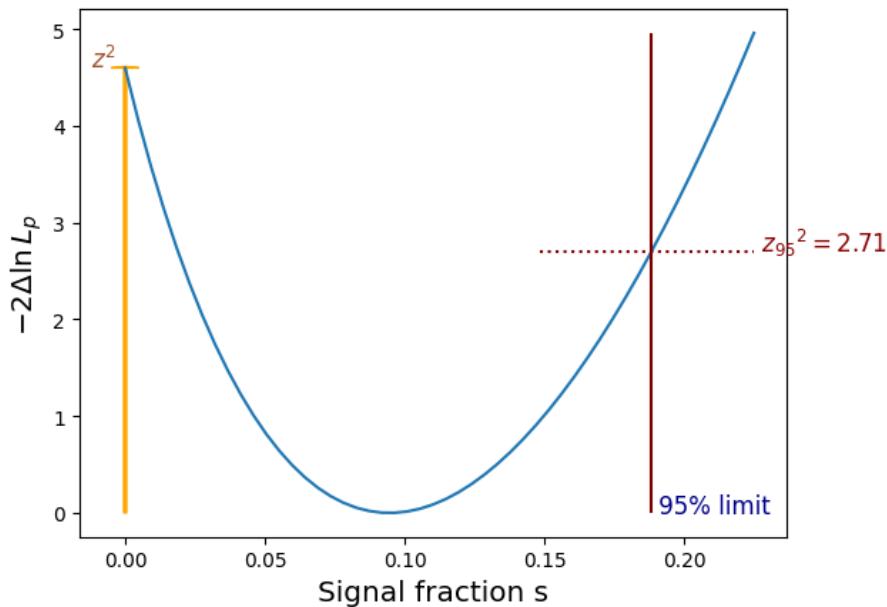


Abbildung 6.3: Auswertung der Profile-Likelihood zur Berechnung von Ausschlussgrenzen und Signifikanzniveaus.

Kapitel 7

Die Versuche

Die Beschreibung der Versuche in den nachfolgenden Kapiteln ist nicht vollständig. Sie setzt die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Grundlagen voraus, die ebenfalls durchgearbeitet werden sollten. Einige Tabellen und Grafiken (z.B. die Zerfallsschemata der verwendeten radioaktiven Isotope) befinden sich im Anhang und werden für die Vorbereitung und Analyse einiger Versuche gebraucht. Ein Praktikumsversuch gliedert sich in drei Teile:

Vorbereitung: Vor dem Versuch sollen die zum Verständnis des Versuchs notwendigen theoretischen Grundlagen und die zum Erreichen des Versuchsziels notwendigen Messverfahren ausgearbeitet werden. Die schriftliche Vorbereitung ist Teil des Versuchsprotokolls.

Messung: Zu den Messungen am Versuchstag wird ein Messprotokoll angefertigt. Es enthält die eigentlichen Messdaten, eine Skizze des Versuchsaufbaus und eine stichwortartige Protokollierung des Versuchsablaufs, einschließlich der eingestellten Parameter an der Messapparatur. Das Messprotokoll wird entweder handschriftlich oder direkt als Text im Laptop geschrieben.

Auswertung: Die Auswertung der Messdaten umfaßt die Datenanalyse einschließlich Fehlerrechnung. Alle Analyseschritte werden mit den zugehörigen Formeln beschrieben, so dass die Zwischenergebnisse und Endresultate mit Hilfe der Daten im Messprotokoll und der Beschreibung nachvollzogen werden können. Die Ergebnisse und zugehörigen Fehler werden diskutiert.

Vor jedem Versuch findet ein Gespräch des jeweiligen Betreuers mit der Gruppe statt. Ziel ist es festzustellen, ob die Gruppe ausreichend vorbereitet ist, also über die notwendigen Kenntnisse der Grundlagen zur Durchführung des Versuchs verfügt.

Das Versuchsprotokoll soll wie folgt gegliedert sein:

1. Deckblatt mit Versuch, Name, Gruppennummer und Datum
2. Ziel des Versuchs, theoretische Grundlagen
3. experimenteller Aufbau
4. Durchführung des Versuchs
5. Auswertung mit Formeln, Fehlerrechnung, Diskussion der Messergebnisse
6. Original-Messprotokoll

Nicht gefordert sind Formelherleitungen sowie Auszüge aus der Literatur. Falls jedoch Texte und Grafiken aus Lehrbüchern oder dem Internet verwendet werden, müssen diese ausreichend kenntlich gemacht und mit Quellenangabe zitiert werden. Auch Musterprotokolle, die als Grundlage des eigenen Protokolls verwendet wurden, müssen zitiert werden.

7.1 Versuch (B): Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen

7.1.1 Aufgaben

1. Messung der Driftgeschwindigkeiten dreier verschiedener Argon-Methan-Mischungen (darunter Argon-Methan 90:10)
2. Bestätigung der E/p-Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit bei drei verschiedenen Drücken mit reinem Methan.
3. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den theoretisch berechneten Werten.

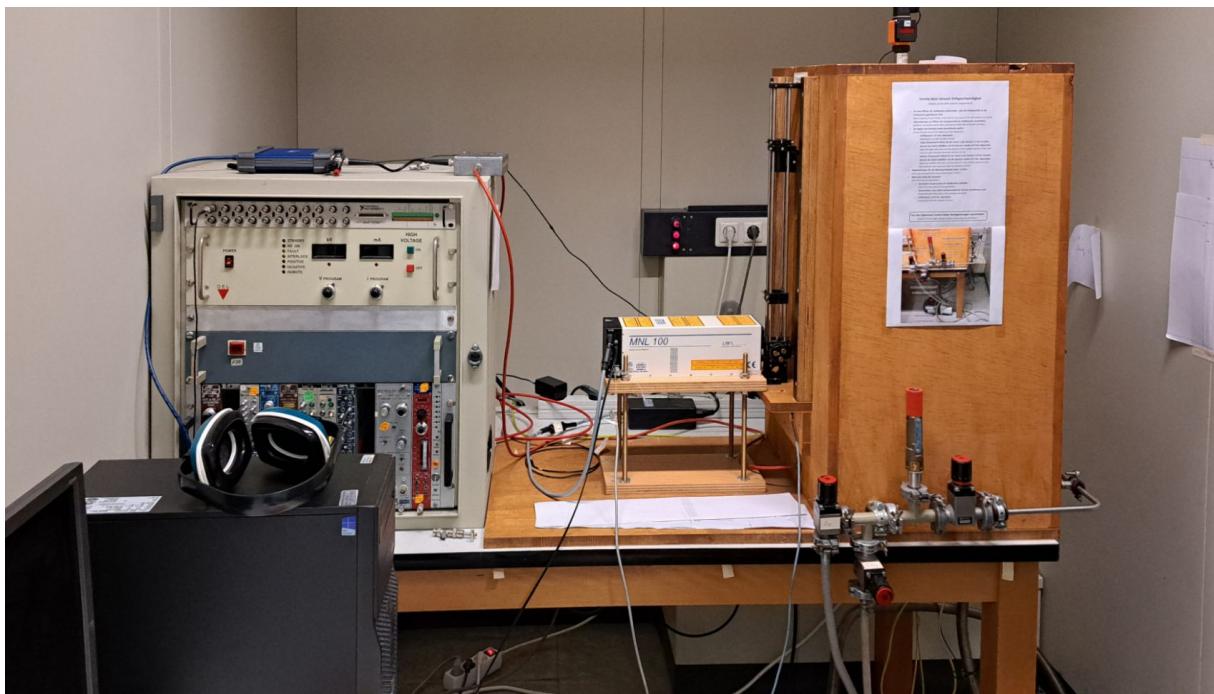


Abbildung 7.1: Aufbau des Driftgeschwindigkeitsexperiments.

7.1.2 Einführung

In diesem Versuch sollen die Transportprozesse von Elektronen in Gasen genauer untersucht werden. Der Transport von Elektronen in einem Gas unter Einfluß eines elektrischen Feldes ist ein überlagerter Prozess aus ungerichteter Diffusionsbewegung und gerichteter Bewegung entlang der Feldlinien. In einem homogenen elektrischen Feld ergibt sich eine konstante Driftgeschwindigkeit, deren Wert stark von der Gaszusammensetzung abhängt. Die Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit von verschiedenen Parametern wie z.B. Druck, Feldstärke und Löschgasanteil soll genauer untersucht werden.

7.1.2.1 Diffusion

Elektronen in einem Gas der Temperatur T , welche z.B. beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch das Gas oder Ionisation durch einen hochenergetischen Laserstrahl erzeugt wurden, verlieren durch Stoßprozesse mit den sie umgebenden Gasmolekülen rasch einen Teil ihrer

Energie, bis sie thermalisiert sind. Die Energie der Elektronen kann in diesem Fall durch eine Maxwell-Boltzmann'sche Verteilungsfunktion $F(\varepsilon)$ beschrieben werden:

$$F(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = C \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\varepsilon/kT} \cdot d\varepsilon \quad (7.1)$$

Daraus ergibt sich eine mittlere kinetische Energie („thermische Energie“) von

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon \cdot F(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \quad (7.2)$$

was dem Gleichverteilungssatz zufolge gerade einer Energie von $(3/2) kT$ entspricht. Bei Raumtemperatur wären das etwa 40 meV.

Aufgrund dieser ungerichteten Bewegung, der „Brown'schen Molekularbewegung“, diffundiert nun eine Ladungsverteilung in den sie umgebenden Raum, wobei ihr Ladungsschwerpunkt erhalten bleibt.

Die Anzahldichte N der Ladungsträger wird durch eine zerfließende Gaußverteilung beschrieben, welche in eindimensionaler Darstellung zum Zeitpunkt t von folgender Gestalt ist:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi \cdot D \cdot t}} \cdot e^{-x^2/4D t} \quad (7.3)$$

N_0 bezeichnet hierbei die Gesamtzahl an Ladungsträgern, x den Abstand vom Ursprung und D den sogenannten *Diffusionskoeffizienten*. Dieser hängt mit der mittleren freien Weglänge λ und der mittleren thermischen Teilchengeschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$ über

$$D = \frac{1}{3} \cdot \lambda \cdot \bar{v} \quad (7.4)$$

zusammen. Die mittlere freie Weglänge kann man hierbei als Radius einer Kugel interpretieren, auf deren Oberfläche die Teilchen nach ihrer Erzeugung im Mittel zum ersten Mal mit einem Gasmolekül zusammenstoßen. Für Elektronen ist die mittlere freie Weglänge etwa vier mal so groß wie für Ionen. Sie hängt außerdem vom Streuquerschnitt $\sigma(\varepsilon)$ der betreffenden Teilchen, der im Allgemeinen energieabhängig ist, und der Anzahldichte N_g der Gasmoleküle in dem betreffenden Volumen ab:

$$\lambda(\varepsilon) = \frac{1}{N_g \cdot \sigma(\varepsilon)}, \quad N_g = \frac{N_L \cdot \rho}{A} \quad (7.5)$$

Hierbei steht N_L für die Loschmidtzahl, A für die Molmasse und ρ für die Dichte des betreffenden Gases. Für Edelgase bei Normalbedingungen ist $N_g = 2,69 \cdot 10^{19}$ Moleküle/cm³.

7.1.2.2 Ramsauereffekt

Der Streuquerschnitt für Stöße zwischen Elektronen und Edelgasatomen liegt je nach Elektronenergie weit unter dem klassisch erwarteten gaskinetischen Wert. Dies beruht darauf, daß bei bestimmten Elektronenenergien die Wellenlänge der Elektronen im Bereich der Abmessungen des Atompotentials liegt, und die Atome dadurch beruhend auf einem quantenmechanischen Interferenzeffekt für die stoßenden Elektronen praktisch „durchsichtig“ werden. Der Streuquerschnitt sinkt infolgedessen um bis zu zwei Größenordnungen ab. Der Effekt heißt nach seinem Entdecker, der dies 1921 zum ersten mal durch Streuung langsamer Elektronen an Edelgasatomen nachwies, *Ramsauereffekt*. Abb. 7.2 zeigt den Verlauf des elastischen Streuquerschnitts von Elektronen für die drei Edelgase Helium, Argon und Xenon als Funktion ihrer kinetischen Energie. Wie man erkennen kann, besitzt Helium im gezeigten Energiedurchgang kein Ramsauerminimum, während die beiden Minima für Argon und Xenon gut zu erkennen sind.

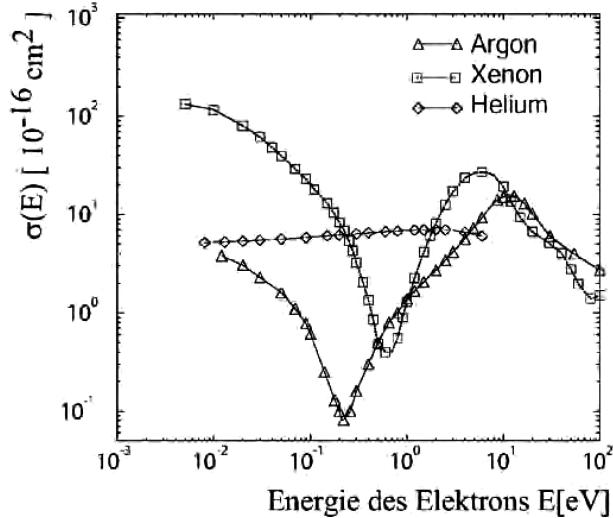


Abbildung 7.2: Abhängigkeit des elastischen Streuquerschnitts von der kinetischen Energie der Elektronen für die drei Edelgase Helium, Argon und Xenon.

7.1.2.3 Drift und Beweglichkeit

Unter dem Einfluß elektrischer Felder ergibt sich eine Superposition von ungeordneter Diffusionsbewegung und geordneter Bewegung in Richtung des angelegten Feldes (bzw. entgegengesetzt, je nach Vorzeichen der Ladung). Die folgenden Überlegungen beziehen sich alle auf Elektronen, können aber ohne weiteres auch auf Ionen übertragen werden.

In einem einfachen Modell und ohne Vorhandensein eines äußeren magnetischen Feldes kann man die Anzahl der Kollisionen dn , welche ein Elektron beim Zurücklegen der Strecke dx erleidet, beschreiben durch

$$dn = \frac{1}{\bar{v}_D \cdot \tau} \cdot dx \quad (7.6)$$

wobei \bar{v}_D die mittlere Driftgeschwindigkeit und τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen bezeichnet. Die sogenannte Kollisionsrate $1/\tau$ ist mit der Teilchenzahldichte N_g , dem Streuquerschnitt σ und der momentanen Elektronengeschwindigkeit ω über folgende Relation verknüpft:

$$\frac{1}{\tau} = N_g \cdot \sigma \cdot \omega \quad (7.7)$$

Die differenzielle Wahrscheinlichkeit dP , daß ein Elektron seine nächste Kollision im Zeitintervall zwischen t und $t + dt$ erleidet, ist definiert als

$$dP = \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt \quad (7.8)$$

Das Elektron wird nun zwischen zwei Stößen gemäß der Bewegungsgleichung

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = e \cdot E \quad (7.9)$$

durch das elektrische Feld E beschleunigt. Die mittlere zurückgelegte Wegstrecke erhält man somit durch Mittelung von $x(t)$ über die Zeit und unter Verwendung der Kollisionswahrscheinlichkeit (Gl. 7.8) zu

$$\langle x \rangle = \frac{e}{2m} \cdot E \cdot \int_0^\infty \frac{t^2}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt = \frac{e}{m} \cdot E \cdot \tau^2 \quad (7.10)$$

Die gemittelte Driftgeschwindigkeit ist dann

$$\bar{v}_D = \frac{\langle x \rangle}{\tau} = \frac{e}{m} \cdot E \cdot \tau = \mu \cdot E \quad (7.11)$$

wobei μ für die Beweglichkeit der Elektronen steht. Weil τ umgekehrt proportional zur Dichte des Gases ist, gilt somit für die Driftgeschwindigkeit:

$$\bar{v}_D \propto \frac{E}{N_g} \quad \text{bzw.} \quad \bar{v}_D \propto \frac{E}{p} \quad \text{für } T = \text{konst.} \quad (7.12)$$

mit dem Druck p . Die Driftgeschwindigkeit wird daher oft gegen das sogenannte „reduzierte elektrische Feld“ E/p (Einheit: $\text{V cm}^{-1} \text{ hPa}^{-1}$) oder auch gegen E/N_g (Einheit: 1 Td (Townsend) = 10^{-17} V cm^2) aufgetragen, da sie mit diesen Größen skaliert. Die Gesamtenergie ε eines Elektrons, die von der momentanen Elektronengeschwindigkeit ω abhängt, setzt sich zusammen aus dessen thermischer Energie und dem Energiegewinn ε_E im elektrischen Feld:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 = \varepsilon_E + \frac{3}{2} \cdot k T \quad (7.13)$$

Stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Energieverlust der Elektronen durch Stöße mit den Gasatomen und ihrem Energiegewinn im elektrischen Feld ein, so ergibt sich, bei konstanter Feldstärke und Druck, eine konstante Driftgeschwindigkeit.

7.1.2.4 Zählgase und Quencher

Die chemische Zusammensetzung eines Gases entscheidet über seine Verwendbarkeit als Zählgas. Üblicherweise verwendete Gemische bestehen aus einem einatomigen Edelgas und einem Zusatz eines mehratomigen organischen Gases aus der Kohlenwasserstoffgruppe wie z.B. CH_4 , C_3H_8 , C_4H_{10} (Isobutan) oder auch C_2H_6 . Der Edelgasanteil sorgt hierbei überwiegend für die Ladungsvervielfachung, wohingegen der organische Anteil durch seine über einen weiten Energiebereich vorhandenen nichtradiativen Rotations- und Vibrationsniveaus Photonen aus dem Gasverstärkungsprozeß absorbiert, welche ansonsten zur Sekundäremission von Elektronen und somit zur permanenten Gasentladung führen könnten. Man bezeichnet diese vielatomige Komponente des Gasgemisches deshalb auch als Löschgas oder Quencher. Der organische Zusatz sollte hierbei möglichst unpolar sein, damit keine Elektronen durch Einfangprozesse verlorengehen. Schon ein geringer Anteil eines solchen Gases verändert das Verhalten des Detektors entscheidend. Ein mit reinem Argon betriebenes Zählrohr erlaubt z.B. nur Gasverstärkungen von ca. 10^3 bis 10^4 bevor es zur permanenten Entladung kommt, setzt man diesem jedoch einen etwa zehnprozentigen Anteil Methan zu, so können Verstärkungen von 10^6 und darüber erreicht werden.

7.1.2.5 Einfluß des Löschgasanteils auf die Driftgeschwindigkeit

Der Zusatz eines Löschgases wirkt sich aber natürlich auch auf die Driftgeschwindigkeit der Elektronen aus, welche dadurch erheblich gesteigert werden kann. Abb. 7.3(Rechts) zeigt z.B. die Driftgeschwindigkeiten verschiedener Argon-Methan Mischungen. Wie man sieht, besitzt reines Argon über den gesamten angegebenen Bereich des reduzierten Feldes eine sehr niedrige Driftgeschwindigkeit. Dies beruht darauf, daß bei Argon schon bei Werten von $E/p > 0,2 \text{ V cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$ die mittleren Elektronenenergien über 2 eV liegen (Abb. 7.3, Links) und somit die Wirkungsquerschnitte, wenn man den Wert mit Abb. 7.2 vergleicht, nicht im Ramsauerminimum des Edelgases liegen. Die Elektronen stoßen daher mit den Argonatomen rein elastisch, wodurch sie ihre hohe Energie beibehalten und daraus wiederum die niedrige Driftgeschwindigkeit resultiert. Durch Zugabe eines molekularen Gases wie etwa CH_4 , CO_2 , CF_4 oder N_2 , welche über einen größeren

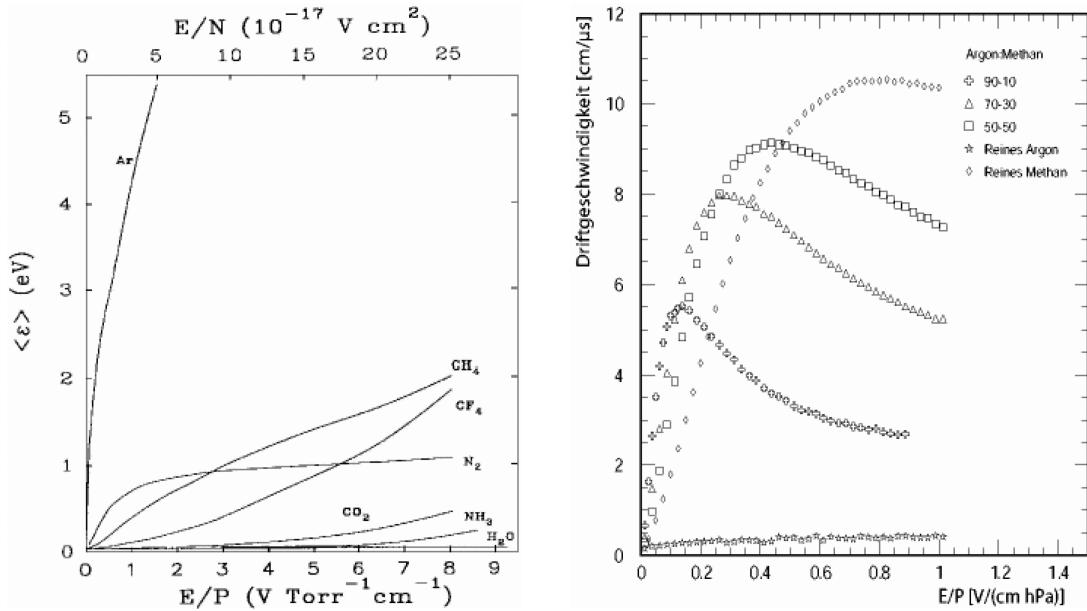


Abbildung 7.3: Links: Mittlere Elektronenenergie einiger Gase in Abhängigkeit vom reduzierten Feld. Rechts: Änderung des Driftgeschwindigkeitsverlaufs in einer Argon-Methan-Mischung mit zunehmendem Methananteil.

Feldstärkebereich geringere mittlere Elektronenenergien als Argon bewirken, ändert sich dieser Verlauf der Driftgeschwindigkeit nun dramatisch. Die Elektronen stoßen mit den Gasmolekülen inelastisch, wobei sie einen großen Teil ihrer kinetischen Energie verlieren. Diese wird von den Molekülen in Rotations- und Vibrationsenergie umgesetzt. Dadurch verringert sich die mittlere Elektronenenergie soweit, daß man in den Bereich des Ramsauermimums des jeweiligen Edelgases gelangt. Aufgrund des bei diesen Elektronenenergien viel kleineren Streuquerschnitts erhält man nun eine viel höhere Driftgeschwindigkeit. Der Absolutwert der Driftgeschwindigkeit hängt zudem noch von der Stärke des elektrischen Feldes, durch welches die Elektronen beschleunigt werden, ab. Je höher die elektrische Feldstärke, desto höher ist auch die kinetische Energie der Elektronen. Bei niedrigen Feldstärken von etwa 0,4 kV/cm ist die mittlere Elektronenenergie im Bereich des Ramsauermimums von Argon angesiedelt, woraus ein Maximum der Driftgeschwindigkeit resultiert. Mit zunehmender Feldstärke verschiebt sich die Energieverteilung der driftenden Elektronen hin zu höheren Energien, welche einem höheren inelastischen Wirkungsquerschnitt von Argon entsprechen. Aus diesem Grund sinkt die Driftgeschwindigkeit trotz des stärkeren, die Elektronen beschleunigenden, elektrischen Feldes.

Bei Argon spricht man auch von einem „heissen Gas“, weil hier die zugehörige Elektronenergie vom elektrischen Feld dominiert wird ($\varepsilon \approx \varepsilon_E \gg 3/2 \cdot kT$), während z.B. CO₂ ein „kaltes Gas“ ist ($\varepsilon \approx 3/2 \cdot kT$).

7.1.3 Prinzip der Messung

Die Messung der Driftgeschwindigkeit der Elektronen erfolgt bei diesem Versuch durch die Messung der Differenz der Driftzeiten zweier Ladungswolken, die an unterschiedlichen Stellen in einer Driftkammer erzeugt wurden. Die Erzeugung der freien Ladungsträger erfolgt durch Ionisation des sich in der Driftkammer befindenden Gases mittels eines gepulsten Stickstoff-UV-Lasers ($\lambda = 337,1$ nm, Pulsdauer = 500 ps). Die Quantenenergie des Lasers ist jedoch wesentlich geringer als die Ionisationsenergien typischer Zählgasatome bzw. -moleküle, welche bei etwa 20-30 eV liegen. Verschiedene Untersuchungen haben gezeigt, dass vornehmlich Verunreinigungen im Gas-

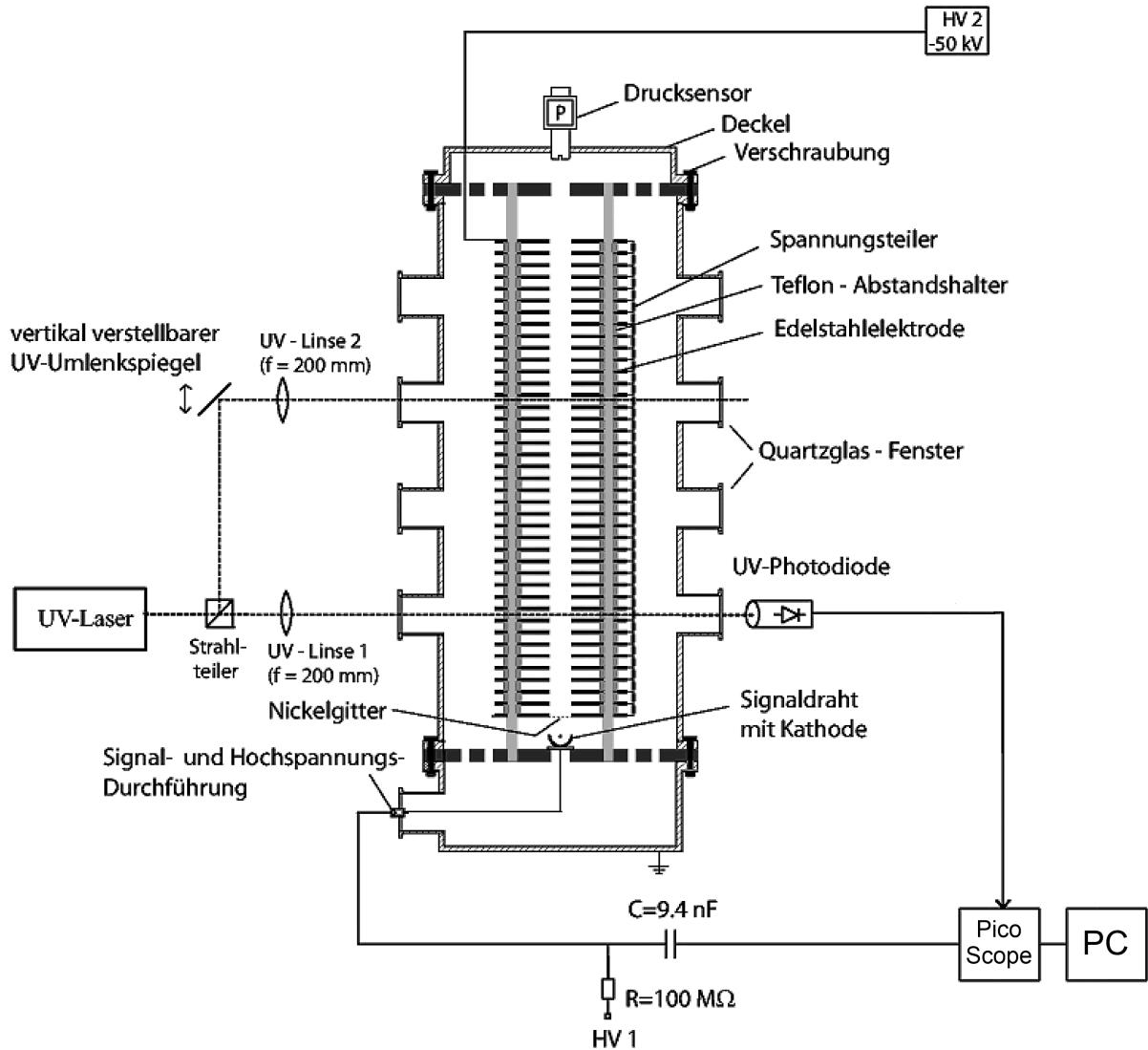


Abbildung 7.4: Schematischer Versuchsaufbau.

gemisch, die von Ausgasen der Kammermaterialien oder Beimischungen in den Zählgasen selber herrühren, ionisiert werden. Gerade bei den üblicherweise verwendeten organischen Quenchern wie Methan, Ethan oder Isobutan sind Verunreinigungen mit fremden Kohlenwasserstoffen oft unvermeidbar. Diese Beimischungen besitzen zum Teil Ionisationsenergien im Bereich von 7 eV, womit sie über sogenannte Zweiphotonenprozesse ionisiert werden können. Hierbei wird das Molekül von einem Photon angeregt und von einem zweiten, welches innerhalb der Lebensdauer des angeregten Zustandes auf das Molekül treffen muss, ionisiert. Zur Einkopplung des Laserstrahls in die Kammer wird dieser mittels eines Strahlteilerwürfels in zwei etwa gleich intensive Strahlen aufgeteilt. Der eine Teilstrahl wird direkt, der andere nach einer Umlenkung über einen UV-Spiegel, mittels zweier UV-Linsen mit einer Brennweite von 200 mm in die Mitte der Driftkammer fokussiert. Am untersten Austrittsfenster der Kammer ist eine UV-empfindliche Photodiode angebracht, die zur Triggerung der Datennahme dient. Die Erzeugung des Driftfeldes erfolgt durch insgesamt 40 Edelstahlelektroden mit einem Durchmesser von 120 mm und einer Dicke von 3 mm. Diese besitzen in ihrer Mitte eine Bohrung mit einem Durchmesser von 25 mm, durch welche die Elektronen zu einer Proportionalkammer am Ende der Driftstrecke driften und dort nachgewiesen werden. Die Isolation der Elektroden untereinander erfolgt durch Teflonrin-

ge, welche zusätzlich für einen konstanten Abstand der Plattenpaare von $10 \pm 0,1$ mm sorgen. An die oberste Elektrode ist die Zuführung für Hochspannung angelötet, die unterste Elektrode liegt auf Masse. Die Elektroden sind über einen Präzisions-Spannungsteiler miteinander verbunden, um ein homogenes Driftfeld zu erreichen. Die Hochspannungsversorgung erfolgt über ein Netzgerät der Firma *Del Electronics*, welches eine maximale Ausgangsspannung von 50 kV liefert. Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen bei einem festen Feldstärkewert kann aufgrund des homogenen Feldes als konstant angenommen werden. Sie kann daher direkt als Quotient des Abstandes Δx der beiden Laserteilstrahlen, also der effektiven Driftstrecke, und der Zeitdifferenz Δt der beiden am Anodendraht ankommenden Ladungswolken bestimmt werden:

$$\bar{v}_D = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (7.14)$$

Die Pulse der beiden Elektronenwolken werden außerhalb der Kammer über ein RC-Glied von der Hochspannungsversorgung des Signaldrahtes ausgetrennt. In der ursprünglichen Version des Versuchs durchliefen sie dann einen Spektroskopieverstärker zur Pulsformung und Verstärkung und danach einen Diskriminator, um logische Pulse für die sich daran anschließende Logikeinheit zu erzeugen. Diese dienten dazu, unvermeidliche Fehltrigger zu reduzieren. Nachdem beide Pulse die Logikeinheit passiert hatten, startete der erste Puls einen Zeit-zu-Amplituden-Konverter (TAC), der zweite stoppte diesen. Der TAC lieferte dann an seinem Ausgang ein analoges Rechtecksignal, dessen Amplitude proportional der Zeitspanne zwischen Start- und Stopp-Puls war. Die Amplitude wurde anschließend von einem Analog-Digital-Konverter (ADC) in einem PC ausgelesen und digitalisiert und in eine Differenzzeit umgerechnet. Die Auslesesoftware mittelte über 100 Laserpulse und berechnete die mittlere Driftzeit sowie die Standardabweichung des Mittelwertes aus. Die Elektronik mit dem notwendigen Modulrahmen und Netzteil (NIM-Crate) wog 20 – 30 kg und kostete einen fünfstelligen Betrag.

Inzwischen wird die Datenaufnahme über ein USB-Oszilloskop (Picoscope 3404D) durchgeführt, das die Pulse vom Zähldraht der Proportionalkammer digitalisiert und auf den Analyse-PC (Linux) überträgt. Die Pulsform wird von einem Python-Programm auf dem PC parallel zur laufenden Messung analysiert und die Zeitdifferenz der beiden Signale bestimmt. Die Software wird ihnen vor Ort vom Betreuer des Versuches erklärt. Aus einer Vielzahl von Laserpulsen wird auch hier wieder der Mittelwert und die Standardabweichung vom Mittelwert bestimmt. Im Gegensatz zur ursprünglichen Elektronik wiegt das USB-Oszilloskop nur wenige hundert Gramm, kostet einen Bruchteil der NIM-Elektronik und verbraucht kaum Strom im Vergleich zu einem 2 kW NIM-Crate.

7.1.4 Durchführung des Versuchs

Der Versuch besteht aus der Messung der Driftgeschwindigkeiten von mindestens drei verschiedenen Argon-Methan-Mischungen sowie reinem Methan und des Weiteren aus der Bestätigung der E/P-Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit anhand Messungen einer Mischung bei verschiedenen Drücken. Die Mischung Ar-CH₄ 90-10 (10 Vol% Methan) sollte in jedem Fall gemessen werden, die beiden anderen Mischungen sind in 10%-Methananteil-Schritten frei wählbar. Die verschiedenen Mischungen werden direkt in der Driftkammer erzeugt. Hierzu stehen zwei Flaschen mit den reinen Gasen Methan und Argon zur Verfügung. Unter der Annahme, daß diese sich wie ideale Gase verhalten, kann man anhand der idealen Gasgleichung ($pV = nRT$) die Partialdrücke der beiden Komponenten verwenden, um ein bestimmtes Mischungsverhältnis herzustellen. Berechnen Sie die Partialdrücke für die von Ihnen gewählten Mischungsverhältnisse. Hierbei soll ein Absolutdruck in der Kammer von 1500 hPa nicht überschritten werden.

Bevor die erste Gasmischung erzeugt wird, müssen die Zuleitungsschläuche gespült werden, um sicher zu gehen, dass tatsächlich das gewünschte Gas aus den Flaschen in der Kammer ist. Dazu wird die Kammer evakuiert und danach bis zu einem Druck von etwa 400 mbar mit dem

ersten Gas (z.B. Ar) gefüllt. Danach wird wieder evakuiert und mit dem zweiten Gas bis 400 mbar gefüllt. Nach dem erneuten Evakuieren wird nun das gewünschte Gasgemisch angesetzt. Für alle weiteren Gasgemische reicht es, die Kammer vollständig zu Evakuieren und die neue Mischung anzusetzen. Die Schläuche müssen für den Rest des Tages nicht mehr gespült werden.

Die positive Hochspannung (Abb. 7.4, HV 1) für die Proportionalkammer wird so eingestellt, dass die Pulshöhe der Kammersignale auf dem USB-Oszilloskop gut erkennbar sind. Benutzen Sie hierzu das Photodiodensignal als Trigger für das Oszilloskop und stellen Sie auf dem anderen Kanal das kapazitiv ausgekoppelte Signal des Zähldrahtes dar. Da die Zeitkonstante des RC-Gliedes, mit dem das Signal ausgekoppelt wird, sehr viel größer ist als die Pulslänge und der Abstand der beiden Pulse, sieht man auf dem Oszilloskop keine Pulse, sondern Stufen, deren Höhe der aufintegrierten Ladung der Pulse auf dem Kondensator und somit der Pulshöhe entspricht. Der zeitliche Abstand der beiden Stufen entspricht somit der Laufzeitdifferenz der beiden Ladungswolken. Beobachten Sie die relative Lage der beiden Kammerpulse bei langsam Erhöhung der Driftspannung (HV 2).

Messen Sie die Driftzeiten für die jeweilige Gasmischung für beide zur Verfügung stehenden Driftstrecken (24 cm und 36 cm). Vor der ersten Messung muss die Parallelität der Laserstrahlen mit den Elektroden in der Kammer überprüft und die Optik bei Bedarf nachjustiert werden. Die genaue Länge der Driftstrecken wird ebenfalls vermessen. Hierzu wird der Laser auf Dauerpulsbetrieb geschaltet (Wiederholrate 10 Hz) und die Schutzabdeckung (Interlock-Brücke in Laser stecken) entfernt. **Achtung, bei offener Laser-Abdeckung eine Laser-Schutzbrille tragen!**

Für die Messung einer Driftzeit werden typischerweise 100 Laserpulse bei festem Wert des reduzierten Feldes E/P gemittelt. Der Laser wird dazu auf Pulsbetrieb mit vorgegebener Anzahl von Schüssen (i.d.R. 200) gestellt. Der Druck in der Kammer und die Zähldrahtspannung bleiben hierbei konstant. Die Variation von E/P erfolgt durch Änderung der Beschleunigungsspannung HV 2. Die Schrittweite des reduzierten Feldes sollte ungefähr $0.02 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{hPa})$ betragen. Bei einem Gesamtdruck von 1000 mbar entspricht das einer Erhöhung der Driftspannung in 1 kV Schritten von 1 kV bis 21 kV.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den theoretischen Werten für die jeweilige Mischung aus Tabelle 7.1.

Messen Sie anschließend die Driftgeschwindigkeiten einer Argon-Methan-Mischung mit beiden Driftstrecken bei mindestens drei verschiedenen Drücken. Diese sollten sich in etwa im Bereich von 500-1500 hPa bewegen. Passen Sie die Partialdrücke der Gase und die Schrittweite der Hochspannungsversorgung für das Driftfeld entsprechend an, um gleiche Werte für das reduzierte Feld zu erhalten.

ACHTUNG! SICHERHEITSHINWEISE BEACHTEN!

- Es sind die am Versuchsort ausliegenden Sicherheitshinweise zum Umgang mit einem UV-Laser der Klasse 3b zu beachten!
- Ein Maximalstrom von 0,15 mA (21 kV) am Hochspannungsnetzgerät soll generell nicht überschritten werden, da es sonst zur permanenten Gasentladung in der Driftkammer kommen kann, was zu Beschädigungen der Apparatur führen könnte!
- Bei offenem Strahlengang des Lasers sind die am Versuchsort ausliegenden Laserschutzbrillen zu tragen und der Vorhang des Versuchsräumes zu schließen! Die Öffnung des Strahlengangs erfolgt nur in Absprache mit dem zuständigen Betreuer!
- Zur Erzeugung des Driftfeldes werden gefährliche Hochspannungen bis zu 50 000 V verwendet!
- Es dürfen keine Veränderungen an der Versuchsapparatur vorgenommen werden!

7.1.5 Literatur

Elektronendrift: [6], [7], [8], [9]

Tabelle 7.1: Driftgeschwindigkeit v (cm/ μ s) als Funktion des reduzierten elektrischen Feldes E/p (V/(cm·hPa)) für verschiedene Argon-Methan-Mischungen bei $T = 20^\circ\text{C}$.

E / p	v (Ar:CH₄)									
	0:100	10:90	20:80	30:70	40:60	50:50	60:40	70:30	80:20	90:10
0.025	0.348	0.384	0.418	0.467	0.525	0.627	0.712	0.899	1.166	1.583
0.050	0.772	0.838	0.936	1.063	1.199	1.448	1.692	2.164	2.816	3.417
0.075	1.248	1.387	1.543	1.754	2.025	2.410	2.839	3.548	4.375	4.639
0.100	1.794	1.982	2.225	2.534	2.917	3.431	3.990	4.819	5.546	5.247
0.125	2.365	2.622	2.951	3.335	3.803	4.428	5.013	5.849	6.300	5.472
0.150	2.992	3.319	3.683	4.132	4.667	5.361	5.923	6.636	6.745	5.454
0.175	3.617	3.994	4.403	4.934	5.492	6.189	6.652	7.191	6.968	5.356
0.200	4.256	4.648	5.110	5.619	6.202	6.882	7.247	7.571	7.047	5.188
0.225	4.847	5.267	5.767	6.304	6.820	7.459	7.682	7.806	7.041	4.989
0.250	5.452	5.882	6.426	6.922	7.348	7.932	8.053	7.937	6.965	4.822
0.275	6.010	6.482	7.007	7.432	7.853	8.303	8.285	7.995	6.857	4.614
0.300	6.529	6.982	7.446	7.866	8.251	8.591	8.453	7.995	6.726	4.428
0.325	7.025	7.481	7.869	8.269	8.603	8.811	8.548	7.949	6.581	4.287
0.350	7.455	7.880	8.287	8.624	8.855	8.964	8.551	7.880	6.429	4.113
0.375	7.902	8.251	8.648	8.911	9.060	9.073	8.615	7.789	6.275	3.983
0.400	8.243	8.630	8.928	9.127	9.193	9.140	8.584	7.681	6.124	3.840
0.425	8.550	8.902	9.160	9.340	9.322	9.176	8.535	7.566	5.976	3.707
0.450	8.899	9.151	9.413	9.465	9.417	9.177	8.478	7.441	5.832	3.635
0.475	9.132	9.441	9.566	9.568	9.461	9.160	8.377	7.316	5.687	3.555
0.500	9.395	9.569	9.700	9.687	9.513	9.124	8.275	7.190	5.556	3.439
0.525	9.568	9.769	9.840	9.769	9.484	9.075	8.179	7.063	5.435	3.307
0.550	9.780	9.884	9.892	9.790	9.488	9.012	8.083	6.939	5.307	3.261
0.575	9.921	9.981	9.957	9.782	9.490	8.939	7.987	6.812	5.195	3.170
0.600	10.049	10.058	10.044	9.826	9.392	8.862	7.850	6.691	5.082	3.109
0.625	10.155	10.175	10.056	9.775	9.361	8.777	7.758	6.572	4.982	3.075
0.650	10.253	10.200	10.089	9.771	9.304	8.687	7.645	6.456	4.884	2.994
0.675	10.323	10.252	10.087	9.778	9.231	8.599	7.517	6.346	4.787	2.946
0.700	10.445	10.283	10.101	9.697	9.142	8.502	7.444	6.238	4.697	2.890
0.725	10.495	10.350	10.038	9.652	9.075	8.407	7.343	6.135	4.613	2.827
0.750	10.504	10.354	10.014	9.615	8.984	8.310	7.203	6.036	4.534	2.859
0.775	10.498	10.299	10.002	9.543	8.904	8.211	7.089	5.939	4.457	2.798
0.800	10.509	10.296	9.952	9.457	8.822	8.118	6.980	5.846	4.395	2.789
0.825	10.532	10.249	9.954	9.368	8.735	8.018	6.907	5.754	4.323	2.745
0.850	10.486	10.246	9.835	9.341	8.656	7.926	6.864	5.673	4.258	2.703
0.875	10.510	10.209	9.790	9.241	8.567	7.832	6.713	5.589	4.194	2.656
0.900	10.436	10.114	9.758	9.136	8.485	7.738	6.634	5.505	4.137	2.644
0.925	10.459	10.102	9.664	9.089	8.375	7.648	6.560	5.429	4.083	2.657
0.950	10.380	10.075	9.618	9.058	8.328	7.557	6.479	5.360	4.031	2.616
0.975	10.369	10.011	9.536	8.982	8.227	7.469	6.410	5.291	3.986	2.581
1.000	10.354	9.919	9.483	8.852	8.150	7.384	6.345	5.221	3.934	2.561

7.2 Versuch (B): Paritätsverletzung beim β -Zerfall

7.2.1 Aufgaben

1. Energiekalibration mit einer ^{22}Na -Quelle.
2. Bestätigung der Paritätsverletzung beim β -Zerfall.
3. Abschätzung des Polarisationsgrades der von den β -Teilchen erzeugten Bremsstrahlung.
4. Abschätzung der longitudinalen Polarisation der beim β -Zerfall emittierten Elektronen.

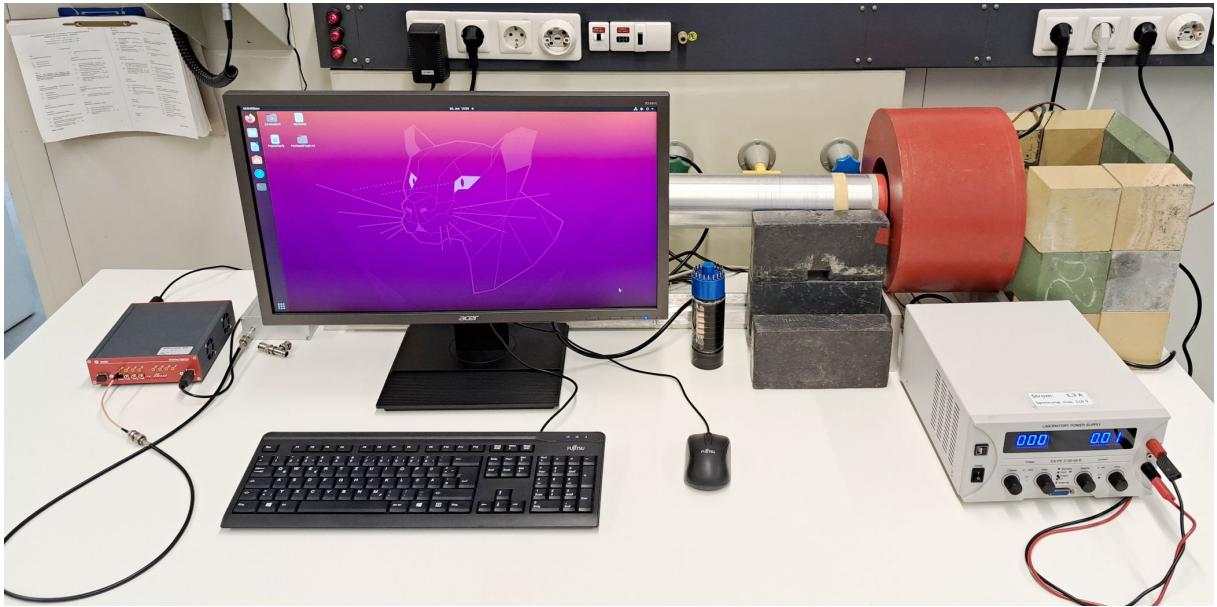


Abbildung 7.5: Aufbau des Paritätsverletzungsexperiments.

7.2.2 Einführung

Bei diesem Versuch wird mit einfachsten Mitteln ein wichtiger Erhaltungssatz getestet. Vor dem Experiment ist allerdings einige theoretische Anstrengung notwendig. Es muss nämlich aus der gemessenen zirkularen Polarisation der γ -Quanten eindeutig auf die longitudinale der Elektronen geschlossen werden. Dazu ist es erforderlich, die entsprechenden Feynman-Diagramme zu rechnen. Es zeigt sich, dass die Eindeutigkeit nur für große Energien gegeben ist. Aus diesem Grund werden nur Bremsquanten mit Energien größer als 1 MeV gezählt. Im Prinzip noch einfacher ist das Wu-Experiment, weil der Rückgriff auf die Theorie nicht notwendig ist. Die Paritätsverletzung folgt unmittelbar aus der gemessenen Asymmetrie der Elektronen. Das Experiment selbst erfordert aber etwas mehr Aufwand wegen der tiefen Temperaturen und der hohen Magnetfelder.

7.2.2.1 Die Parität

Die Paritätsoperation ist die Inversion der Koordinaten. Für einen Zustand mit der Wellenfunktion $\Psi(\vec{r})$ in der Ortsdarstellung gilt

$$P \cdot \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \quad (7.15)$$

Die Paritätsoperation ist der räumlichen Spiegelung in einer Ebene äquivalent, da sie als das Produkt dieser Spiegelung S und einer nachfolgenden Drehung um 180° , $D(180^\circ)$, dargestellt werden kann.

$$P = S \cdot D(180^\circ) \quad (7.16)$$

Die Äquivalenz ist eine Folge der Invarianz der quantenmechanischen Erwartungswerte bei Drehungen (Drehimpulserhaltung).

Für einen beliebigen Zustand $|a\rangle$ mit definierter Parität ist die Eigenwertgleichung

$$P|a\rangle = \pi_a |a\rangle \quad (7.17)$$

und, da die zweimalige Inversion zum Anfangszustand zurückführt

$$P^2|a\rangle = |a\rangle \quad (7.18)$$

Deshalb gilt

$$P^2 = 1, \quad P = P^{-1}, \quad \pi_a = \pm 1 \quad (7.19)$$

Die Eigenwerte des Paritätsoperators sind +1 und -1. In ersten Fall spricht man von gerader Parität oder symmetrischen Zustand, im zweiten von ungerader Parität oder unsymmetrischem Zustand.

Der Erwartungswert eines Operators mit definierter Parität transformiert sich unter der Paritätsoperation wie folgt

$$POP^{-1} = \pi_0 O \quad (7.20)$$

Beispiele dafür sind die Operatoren des Orts \vec{r} , des Impulses \vec{p} , des Spins $\vec{\sigma}$ und des Drehimpulses $\vec{\ell}$

$$\begin{aligned} P\vec{r}P^{-1} &= -\vec{r} \\ P\vec{p}P^{-1} &= -\vec{p} \\ P\vec{\sigma}P^{-1} &= +\vec{\sigma} \\ P\vec{\ell}P^{-1} &= +\vec{\ell} \end{aligned} \quad (7.21)$$

Hier sieht man, dass es Operatoren gibt, die unter der Paritätstransformation ihr Vorzeichen ändern.

Ein Operator ist invariant unter einer Transformation, wenn sich sein Erwartungswert nicht ändert. Ist ein Operator invariant, gehorcht die physikalische Größe, für die er steht, einem Erhaltungssatz. Beispiele dafür sind der Impuls-erhaltungssatz, der aus der Invarianz gegenüber Translationen, und der Drehimpulserhaltungssatz, der aus der Invarianz gegenüber Raumdrehungen folgt. In gleicher Weise sagt man, dass die Parität erhalten ist, wenn der Erwartungswert eines Operators invariant gegen Raumspiegelungen ist.

Will man prüfen, ob eine Theorie paritätserhaltend ist, muss man die Erwartungswerte solcher Operatoren messen, die auf die Spiegelung empfindlich sind: das sind die sog. Pseudoskalare. Es sind Größen, die zwar skalar, also drehinvariant sind, bei Spiegelung aber das Vorzeichen wechseln. Nach Gl. 7.21 lassen sich solche Größen als das Skalarprodukt eines polaren und eines axialen Vektors bilden. Genau solche Erwartungswerte, die Produkte aus einem Impuls und einem Drehimpuls, hat man gemessen, als die Paritätserhaltung bei der schwachen Wechselwirkung geprüft werden sollte. Pseudoskalare müssen in einer paritätserhaltenden Theorie notwendig null

sein. Umgekehrt ist die Beobachtung eines von null verschiedenen Erwartungswerts hinreichend für die Verletzung der Parität.

Im Experiment von Wu wurde die β^- -Emission von polarisierten ^{60}Co -Kernen gemessen. Das ^{60}Co wurde durch Abkühlen auf sehr tiefe Temperaturen in einem starken Magnetfeld ausgerichtet. Dadurch wird erreicht, dass die Energiedifferenz von Zuständen mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen groß wird gegenüber der Energie der Wärmebewegung. Deshalb sind nur die unteren Zustände besetzt, die große magnetische Quantenzahlen haben und Kerne beschreiben, die in Richtung des Magnetfelds ausgerichtet sind. Im Idealfall ($T = 0$ oder $B = \infty$) befinden sich alle Kerne im untersten Zustand, was vollständiger Polarisation entspricht. Das Ergebnis der Messung von Wu war: der β -Zerfall von polarisierten Kernen ist nicht isotrop, die β^- -Teilchen werden bevorzugt *antiparallel* zum Kernspin (der parallel zum Magnetfeld ist) des ^{60}Co emittiert.

Dieses Ergebnis ist mit einer paritätserhaltenden Theorie, in der die Welt spiegelinviant ist, nicht vereinbar. In ihr hätten genau so viele Teilchen parallel zum Feld emittiert werden müssen. Aus der Theorie hat man für die Winkelverteilung des Elektrons

$$W(\vec{p}_e, \vec{J}) = 1 + \frac{v}{c} \cdot P \cdot A \cdot \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{J}}{|\vec{p}_e| \cdot |\vec{J}|} \quad (7.22)$$

P ist der Polarisationsgrad des ^{60}Co , A der Asymmetrieparameter, der die Matrix-Elemente und die Kopplungskonstanten der schwachen Wechselwirkung enthält, \vec{p}_e ist der Impuls des Elektrons und \vec{J} der Spin des Kerns. Wie man sieht ist für das Auftreten einer Asymmetrie der Pseudoskalar $(\vec{p}_e \cdot \vec{J})$ verantwortlich. Bemerkt sei noch, dass in einer paritätserhaltenden Theorie die Winkelverteilung *notwendig* isotrop sein muss. *Hinreichend* ist diese Bedingung aber nicht, denn der Asymmetrieparameter A kann zufällig null sein.

In diesem Versuch wird ein anderer, ebenso einfacher, Pseudoskalar gemessen, das Skalarprodukt aus dem Spin und Impuls des β -Teilchens.

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} \quad (7.23)$$

Das ist die Projektion des Elektronenspins auf die Flugrichtung und wird longitudinale Polarisierung oder Helizität genannt. Wird für die Helizität eines β -Teilchens ein endlicher Wert gemessen, ist die Parität verletzt.

7.2.2.2 Die Polarisation von Teilchen und Photonen

Für ein Teilchen mit dem Spin \vec{S} ist die Polarisation P bezüglich einer ausgezeichneten Richtung (z-Achse) definiert als das Verhältnis des Erwartungswertes des Spinoperators längs dieser Richtung zum Betrag des Spins

$$P = \frac{\langle \vec{S}_z \rangle}{S} \quad (7.24)$$

Darin ist \vec{S}_z die z-Komponente des Spinoperators \vec{S} . Der Spinraum eines Teilchens mit dem Spin S hat $2S+1$ Dimensionen. Als Basisvektoren in diesem Raum können die $2S+1$ orthonormierten Zustände $|S, S_z\rangle$ gewählt werden, die gleichzeitig Eigenzustände von \vec{S}^2 und \vec{S}_z sind, für die also gilt

$$\begin{aligned} \vec{S}^2 |S, S_z\rangle &= S(S+1) |S, S_z\rangle \\ \vec{S}_z |S, S_z\rangle &= S_z |S, S_z\rangle \\ -S \leq S_z \leq +S \end{aligned} \quad (7.25)$$

Für ein Teilchen mit $S = 1/2$ ist die Darstellung des Spinoperators \vec{S} durch die Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}$ gebräuchlich. Es ist

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{\sigma} = \frac{1}{2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (7.26)$$

mit

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7.27)$$

In dieser Darstellung sind die Basiszustände $|S, S_z\rangle$

$$|1/2, +1/2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } |1/2, -1/2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.28)$$

Diese Zustände beschreiben die Ausrichtung parallel bzw. antiparallel zur z-Achse. Der allgemeine Zustand ist eine Überlagerung der beiden Basiszustände

$$\Psi = \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix} = a_+ \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_- \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad a_+^2 + a_-^2 = 1 \quad (7.29)$$

a_+^2, a_-^2 sind die Wahrscheinlichkeiten der Zustände mit paralleler oder antiparalleler Ausrichtung. Die Polarisation dieses Zustandes ist

$$P = \frac{\langle S_z \rangle}{S} = \langle \sigma_z \rangle = \langle \Psi | \sigma_z | \Psi \rangle = a_+^2 - a_-^2 \quad \text{mit} \quad -1 \leq P \leq +1 \quad (7.30)$$

Die Maximalwerte gehören zu paralleler ($a_- = 0, P = +1$) bzw. antiparalleler ($a_+ = 0, P = -1$) Einstellung zur z-Achse. Dies sind die Fälle vollständiger Polarisation *bezüglich der z-Achse*. Für jeden beliebigen *anderen* Zustand lässt sich eine Richtung finden, in der das Teilchen vollständig polarisiert ist.

Dies gilt für *ein* Teilchen. Für eine Gesamtheit von *vielen* Teilchen, z.B. einen Teilchenstrahl, ist die Polarisation nach wie vor durch die Gl. 7.24 definiert, doch geht jetzt die Mittelung auch über die Gesamtzahl aller Teilchen. In diesem Fall liegt kein reiner Zustand mehr vor, weshalb der Erwartungswert nicht mehr durch Gl. 7.30 gegeben ist, sondern durch

$$P = \langle \bar{\sigma}_z \rangle \sum_{S_z=-1/2}^{S_z=+1/2} p_{S_z} \langle S, S_z | \sigma_z | S, S_z \rangle \quad (7.31)$$

Darin ist p_{S_z} die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines reinen Zustandes mit einem bestimmten S_z und es gilt

$$p_{+1/2} + p_{-1/2} \equiv p_+ + p_- = 1 \quad (7.32)$$

Setzt man Gl. 7.27 und Gl. 7.28 ein, erhält man für die Polarisation

$$p = p_+ - p_- \quad (7.33)$$

Die Wahrscheinlichkeiten p_+ und p_- können bestimmt werden, indem man die relative Anzahl der Teilchen N_+ bzw. N_- in den reinen Zuständen misst. Dann hat man für die Polarisation endlich

$$P = \frac{N_+}{N_+ + N_-} - \frac{N_-}{N_+ + N_-} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (7.34)$$

Vollständige Polarisation liegt vor, wenn alle Teilchen parallel ($N_- = 0, P = +1$) oder anti-parallel ($N_+ = 0, P = -1$) zur z-Achse ausgerichtet sind. Die Polarisation verschwindet, wenn gleich viele in jede Richtung zeigen ($N_+ = N_-$). Wenn sie nicht vollständig ist ($|P| < 1$), lässt sich i.A. auch keine andere Richtung finden, bezüglich der die Polarisation vollständig ist.

Diese Überlegungen gelten im nichtrelativistischen Bereich, in dem die Richtung des Impulses und die Richtung des Spins nicht gekoppelt sind. Die z-Richtung kann deshalb hinsichtlich der Impulsrichtung beliebig gewählt werden, so dass sowohl für das einzelne Elektron als auch für eine Gesamtheit eine rein transversale Polarisation möglich ist. In der relativistischen Dirac-Theorie dagegen, hat das Elektron immer eine Spinkomponente in Richtung des Impulses, d.h. longitudinale Polarisation, deren Größe von der Geschwindigkeit abhängt. Sie geht mit der Geschwindigkeit gegen null und wird vollständig, wenn sich die Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit nähert.

Etwas anders liegen die Verhältnisse beim γ -Quant, das den Spin 1 hat. Im Allgemeinen sind für ein solches Teilchen nach Gl. 7.25 drei Zustände zur Beschreibung der Polarisation notwendig. In der gewählten Darstellung sind es die mit den Projektionen $S_z = -1, 0, +1$ längs der z-Achse. Für das γ -Quant, das die Ruhemasse null hat und sich deswegen mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, gilt das nicht. Hier gibt es keinen transversalen Spin, es gibt nur zwei Einstellmöglichkeiten, entweder in Richtung des Impulses oder entgegengesetzt. Diese Einstellungen entsprechen der zirkularen Polarisation in der klassischen Optik. Ein *einzelnes* γ -Quant ist immer vollständig zirkular polarisiert. Wenn der Spin in Impulsrichtung steht, ist die Polarisation rechtszirkular.

Zur Beschreibung der zirkularen Polarisation einer *Gesamtheit* von γ -Quanten z.B. eines Strahls, genügt es deshalb, die Wahrscheinlichkeiten anzugeben, mit denen die reinen Zustände vorliegen, was in Analogie zur Gl. 7.34 zur Polarisation P_C führt.

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (7.35)$$

N_+ und N_- sind die Anzahlen der rechts- bzw. linkszirkular polarisierten Quanten im Strahl. $P_C = 1$ heißt, dass alle Quanten rechtszirkular polarisiert sind.

Lineare Polarisation eines *einzelnen* γ -Quants gibt es nicht. Für eine *Gesamtheit* allerdings ist sie möglich, wenn zwischen den Zirkularpolarisationen der Quanten feste Phasenbeziehungen bestehen. Auch das ist eine Analogie zur klassischen Optik.

7.2.3 Prinzip der Messung

7.2.3.1 Die Polarisation der Bremsstrahlung

In diesem Versuch wird die longitudinale Polarisation der beim β -Zerfall emittierten Elektronen durch die Messung der Polarisation der Bremsstrahlung bestimmt, die bei der Abbremsung der Elektronen in Materie entsteht. Dabei wird die Polarisation der Elektronen teilweise auf die Photonen übertragen, und der Polarisationszustand der Bremsstrahlung ist durch die Elektronen bestimmt. Es sind drei Fälle zu unterscheiden.

- a) **Die Elektronen sind unpolarisiert:** Dann ist die Bremsstrahlung linear polarisiert. Die Polarisation ist am größten am niederenergetischen Ende des Bremsstrahlungsspektrums. Mit zunehmender Energie nimmt die Linearpolarisation ab, am oberen Ende verschwindet sie.
- b) **Die Elektronen sind transversal polarisiert:** In diesem Fall ist die Polarisation elliptisch, da zum linearen noch ein zirkularer Anteil hinzutritt. Dieser ist ebenfalls energieabhängig und am größten bei kleinen Energien. Er geht gegen null, wenn die Photonenenergie gegen die Grenzenergie geht.

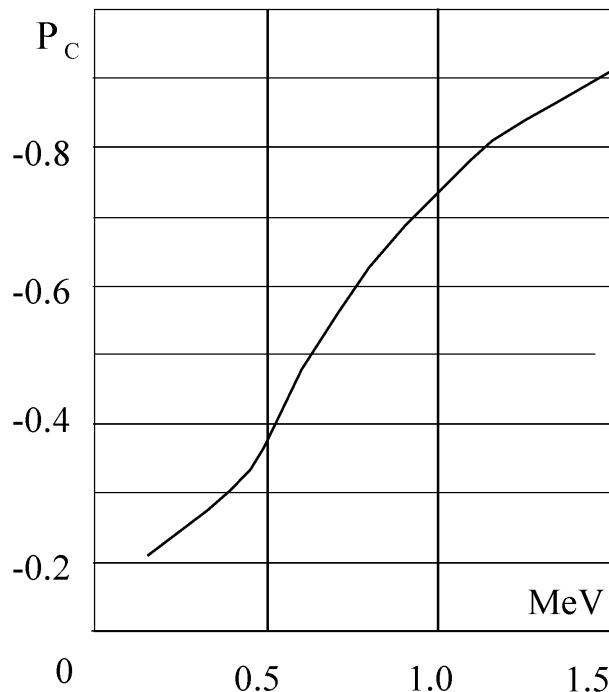


Abbildung 7.6: Die Zirkularpolarisation der Bremsstrahlung von ^{90}Y .

- c) **Die Elektronen sind longitudinal polarisiert:** Die Bremsstrahlung ist zirkular polarisiert. Die Polarisation ist immer größer als die in b) und zeigt das entgegen gesetzte Verhalten. Sie steigt mit zunehmender Energie der Photonen stark an, und nimmt die höchsten Werte bei der Grenzenergie an. Das ist in Abb. 7.6 für die Bremsstrahlung der von ^{90}Y emittierten Elektronen dargestellt. Bei der Grenzenergie ist die Bremsstrahlung praktisch vollständig polarisiert.

Die Zirkularpolarisation hat dasselbe Vorzeichen wie die Helizität. Für β^- -Teilchen, die negative Helizität haben, ist also die Bremsstrahlung linkszirkular polarisiert. Das lässt darauf schließen, dass bei der Abbremsung Helizität übertragen wird. Die Größe des Übertrags hängt nur wenig von der Energie des Elektrons, aber stark von der Energie des γ -Quants ab, wie man der Abb. 7.7 entnehmen kann. Es ist der Übertrag als Funktion der relativen Photonenergie für zwei sehr verschiedene Elektronenergien aufgetragen. Die beiden Kurven unterscheiden sich nicht sehr, beide steigen aber stark mit der Photonenergie an. Am oberen Ende des Bremsstrahlungsspektrums ist der Übertrag vollständig.

Der Grund dafür ist die Erhaltung des Drehimpulses. Bei Energien im Bereich von einigen 100 keV steht der Spin des Elektrons vor dem Stoß ganz entgegengesetzt zum Impuls. An der Grenzenergie wird das Bremsquant bevorzugt nach vorne in der Impulsrichtung emittiert, wobei das Elektron zur Ruhe kommt und den Spin umklappt. Der Drehimpuls ändert sich dabei um eine ganze Einheit. Diesen Drehimpuls nimmt das Photon mit.

Eine Gesamtheit von β -Teilchen, die in einen bestimmten Raumwinkel emittiert wird, kann nicht transversal polarisiert sein. Zwar hat jedes einzelne Elektron eine transversale Komponente (nur im extrem relativistischen Fall nicht), die Richtungen sind jedoch im Raum statistisch verteilt, so dass die resultierende aller Elektronen verschwindet. Das gilt nicht für die longitudinale Komponente, für die sich in einem begrenzten Raumwinkel immer ein endlicher Wert ergibt.

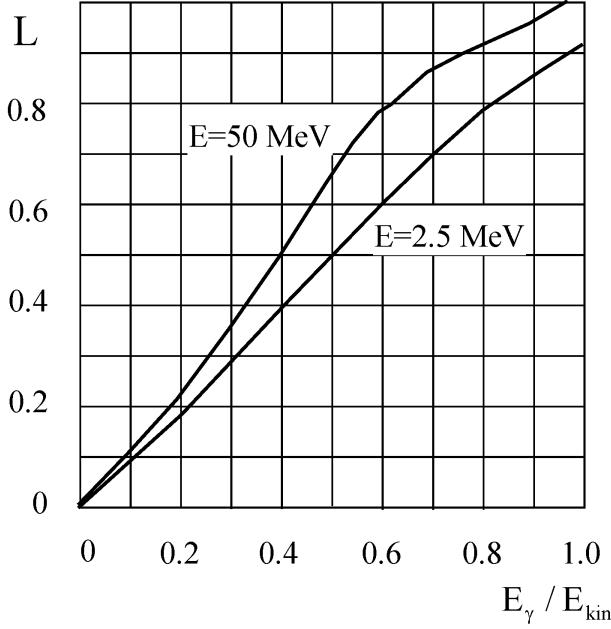


Abbildung 7.7: Helizitätsübertrag als Funktion der Photonenergie.

7.2.3.2 Die Messung der Zirkularpolarisation von γ -Quanten

Die longitudinale Polarisation der γ -Quanten wird experimentell bestimmt durch Comptonstreuung an polarisierten Elektronen. Das ist möglich, weil der Wirkungsquerschnitt einen Term enthält, der von der Einstellung der Spins der streuenden Teilchen abhängt. Der polarisationsabhängige Compton-Querschnitt ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot \frac{k^2}{k_0^2} \cdot (\Phi_0 + f \cdot P_C \cdot \Phi_C) \quad (7.36)$$

r_0 ist der klassische Elektronenradius, k_0 der Impuls des einfallenden und k der des gestreuten Photons, P_C die Zirkularpolarisation und f der Polarisationsgrad der Elektronen. Im Versuch wird als Streuer magnetisiertes Eisen verwendet. Dann ist f der Anteil der ausgerichteten an der Gesamtzahl der Elektronen ($f = 2/26$).

$$\Phi_0 = 1 + \cos^2 \theta + (k_0 - k) \cdot (1 - \cos \theta) \quad (7.37)$$

enthält die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel θ ohne Berücksichtigung der Spins und führt zur Klein-Nishima-Formel.

$$\Phi_C = -(1 - \cos \theta) \cdot [(k_0 + k) \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi + k \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \cdot \cos \phi] \quad (7.38)$$

ist der polarisationsabhängige Teil. Darin sind ψ der Winkel zwischen \vec{k}_0 und dem Elektronenspin \vec{S} und ϕ zwischen der $(\vec{k}_0 \cdot \vec{S})$ -Ebene und der $(\vec{k}_0 \cdot \vec{k})$ -Ebene.

Man sieht, dass Φ_C das Vorzeichen ändert, wenn der Elektronenspin umklappt, da dann ψ übergeht in $\psi + \pi$. Im Versuch kehrt man dazu die Magnetisierungsrichtung des Streumagneten um (Umpolen). Es sei N_+ die Anzahl der gestreuten Photonen, wenn der Elektronenspin ungefähr parallel zum einfallenden Quant steht ($0 \leq \psi < \pi/2$), N_- die entsprechende Anzahl für antiparallele Einstellung ($\pi \leq \psi < 3\pi/2$), dann ist die relative Zählratendifferenz bei der Umkehrung des Spins

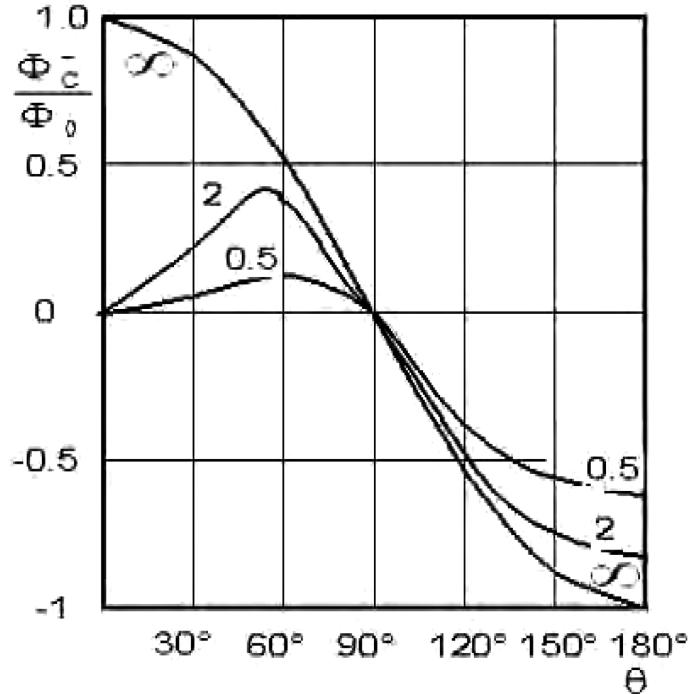


Abbildung 7.8: Φ_C^-/Φ_0 als Funktion des Streuwinkels für verschiedene Photonenergien.

$$E = \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+} = f \cdot P_C \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} \quad (7.39)$$

Φ_C^- ist darin Φ_C für ($\pi \leq \psi < 3\pi/2$). Eine Asymmetrie E tritt nur auf, wenn sowohl die Elektronenpolarisation als auch zirkulare Polarisation der Photonen von null verschieden sind. Der Faktor Φ_C^-/Φ_0 hängt von der Photonenergie und von der Geometrie der Anordnung ab und kann deshalb durch geschickte Anordnung groß gemacht werden.

In Abb. 7.8 ist Φ_C^-/Φ_0 in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ für verschiedene γ -Energien aufgetragen (in Einheiten der Elektronenruhemasse). Die Kurven gelten für $\psi = 0$. Man sieht, dass der Betrag von Φ_C^-/Ψ_0 mit der Photonenergie zunimmt. Darum ist es günstig, nur den hochenergetischen Teil des Spektrums zu verwenden. Bei dem im Versuch verwendeten Präparat $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ ist das der Bereich über 1 MeV ($k_\gamma = 2$). Bei dieser Energie ist Φ_C^-/Φ_0 am größten für Rückwärtsstreuung ($\theta \rightarrow 180^\circ$) und in Vorwärtsstreuung in der Gegend von $\theta = 60^\circ$. Die Rückwärtsstreuung scheidet aus, weil sie einen zu kleinen Wirkungsquerschnitt hat. Hinsichtlich des Winkels ψ braucht nicht optimiert zu werden, da sein Einfluss auf die Größe von Φ_C^-/Φ_0 nur gering ist.

Der optimale Streuwinkel θ als Funktion der Photonenergie (in Elektronenruhemassen) ist in Abb. 7.9 gezeichnet zusammen mit den zugehörigen maximalen Werten von Φ_C^-/Φ_0 . Im Versuch ist der mittlere Streuwinkel 60° . Der entsprechende Wert von Φ_C^-/Φ_0 ist

$$\Phi_C^-/\Phi_0 = 0,52 \pm 0,05 \quad \text{bei} \quad \theta = 60^\circ \quad (7.40)$$

Mit der Asymmetrie E in Gl. 7.39 lässt sich die Zirkularpolarisation einschließlich des Vorzeichens bestimmen. Da Φ_C^-/Φ_0 für Vorwärtsstreuung positiv ist, hat P_C dasselbe Vorzeichen wie E . Die Asymmetrie ist positiv, wenn bei den meisten Streuungen der Elektronenspin entgegen der Einfallsrichtung der Photonen steht, also zur Quelle zeigt. Da das Eisen ein negatives magnetisches Moment hat, ist in diesem Fall das Magnetfeld von der Quelle weg gerichtet.

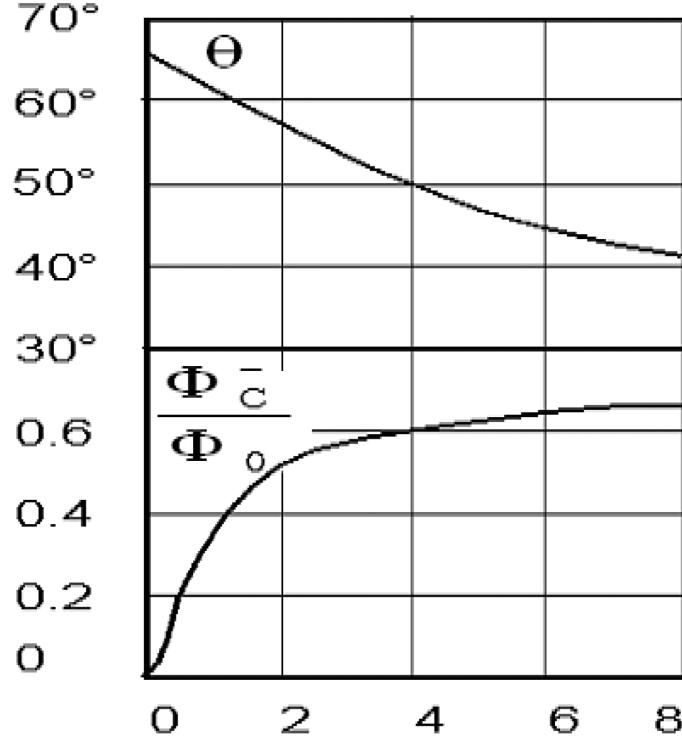


Abbildung 7.9: Der optimale Streuwinkel und das entsprechende Verhältnis Φ_C^-/Φ_0 .

7.2.4 Aufbau und Durchführung

In Abb. 7.10 ist ein Schnitt längs der Symmetriearchse der Apparatur gelegt. Die von einer $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ Quelle emittierten Elektronen erzeugen in einer Pb-Schicht unmittelbar vor der Quelle Bremsstrahlungsquanten. Diese werden am Eisenkern eines zylindrischen Magneten, dessen Achse in Richtung Quelle-Detektor liegt, gestreut und gelangen in den NaJ-Detektor. Der Kristall ist über einen langen Lichtleiter mit dem Photomultiplier verbunden, damit der außerhalb des Magnetfeldes steht. Dadurch werden falsche Asymmetrien vermieden, die durch den Einfluss der entgegen gesetzten Magnetfelder auf die Impulshöhen entstehen können. In der Mitte des Magneten ist ein Absorber aus Blei aufgestellt, der verhindert, dass ungestreute Quanten auf direktem Weg von der Quelle zum Detektor gelangen. Die Geometrie ist so gewählt, dass der mittlere Streuwinkel 60° ist. Das Photomultipliersignal wird von einem schnellen ADC (CAEN Digitizer DT5725, 8x 250 MSPS) digitalisiert. Die Daten der einzelnen Ereignisse (Events) werden auf einen PC (Linux) übertragen und in einem File abgespeichert. Anschließend werden die Pulse mit Hilfe von Python analysiert und die Pulshöhe bestimmt. Die Pulshöhe wird über eine Energiekalibration in Energieeinheiten umgerechnet. Der Python-Code wird in einem Jupyter-Notebook ausgeführt.

Bei der Diskussion der Kurven zur Optimierung von Φ_C^-/Φ_0 ist man von einer idealen Geometrie ausgegangen, bei der die endlichen Ausdehnungen von Quelle, Magnet und Kristall vernachlässigt wurden. In Wirklichkeit kann man nicht mit festen Werten für die Winkel rechnen, sondern muss über endliche Bereiche mitteln. Deshalb ist der angegebene Wert für Φ_C^-/Φ_0 nur eine Näherung. Für den *Nachweis* der Paritätsverletzung ist das aber ohne Bedeutung, nur die *Größe* der gemessenen Polarisation wird dadurch beeinflusst.

Die Messmethode ist das Zählen ausgewählter Ereignisse (5.7.1). Es sollen nur Bremsstrahlungsquanten gezählt werden, deren ursprüngliche Energie vor der Comptonstreuung größer als 1 MeV ist. Deshalb ist zunächst eine Energieeichung des Messsystems durchzuführen. Dafür steht

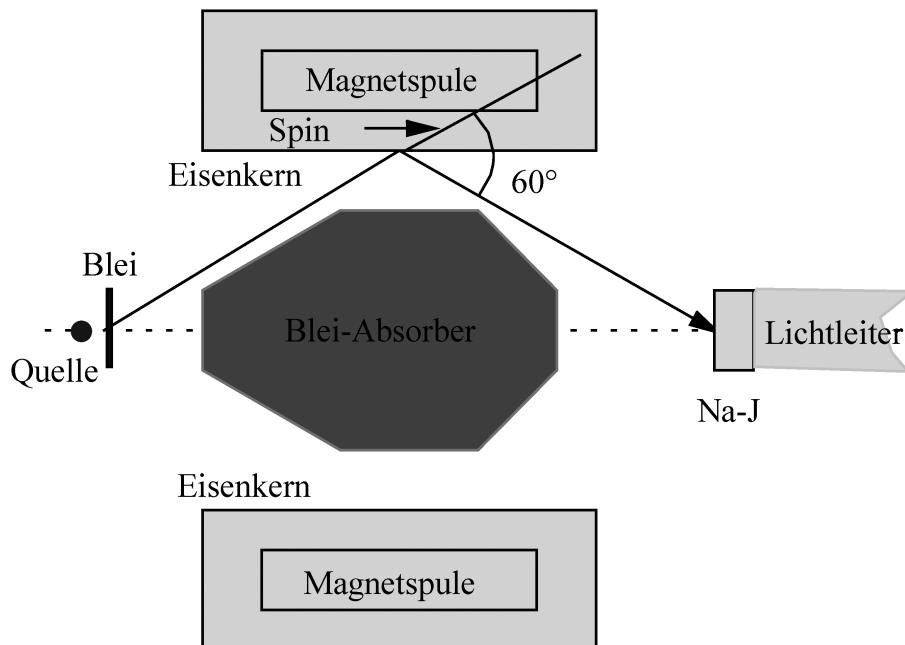


Abbildung 7.10: Skizze der Apparatur.

ein ^{22}Na -Präparat zu Verfügung. Gemessen wird die Anzahl der gestreuten Quanten für die beiden Polungen des Magnetfeldes. Man misst dabei mit kurzen Messzeiten zusammengehörende Wertepaare und wiederholt die Messungen oft. Auf diese Weise bemerkt man eventuelle Schwankungen. Die Messzeit pro Punkt sollte mindestens 30 s sein. Es sollten mindestens 30 Wertepaare gemessen werden.

VORSICHT: Vor dem Umpolen des Magnetfeldes durch Vertauschen der Bananestecker muss der Spulenstrom unbedingt auf Null geregelt werden.

7.2.5 Auswertung und Fehlerrechnung

Alle zu einer Magnetfeldeinstellung gehörenden Messwerte werden addiert. Mit den Summen wird die Asymmetrie berechnet. Der Fehler der Asymmetrie wird durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt. Als Fehler der Summen wird die Wurzel aus den Summen eingesetzt. Diese Methode liefert den rein statistischen Fehler.

Zunächst wird für jedes Wertepaar die Asymmetrie berechnet. Dann wird gemittelt und die Standardabweichung bestimmt. Diese gibt den mittleren Fehler einer *Einzelmessung*. Der mittlere Fehler des *Mittelwertes* ergibt sich durch Division mit der Wurzel aus der Anzahl der Einzelmessungen.

7.2.6 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

β -Zerfall: [1], [11], [27], [28], [40]

Polarisation: [41], [42]

Detektoren: [19]

Elektronik: [21], [22]

7.3 Versuch (B): Der Comptoneffekt

7.3.1 Aufgaben

1. Energieeichung des Datenaufnahmesystems und Bestimmung der Nachweiseffizienz des Detektors
2. Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Comptonstreuung von γ -Quanten an Elektronen in Abhängigkeit vom Streuwinkel.
3. Messung der Energieverschiebung der gestreuten γ -Quanten als Funktion des Streuwinkels und Abschätzung der Ruheenergie des Elektrons
4. Messung der Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts der Comptonstreuung von der Ordnungszahl des Streuers

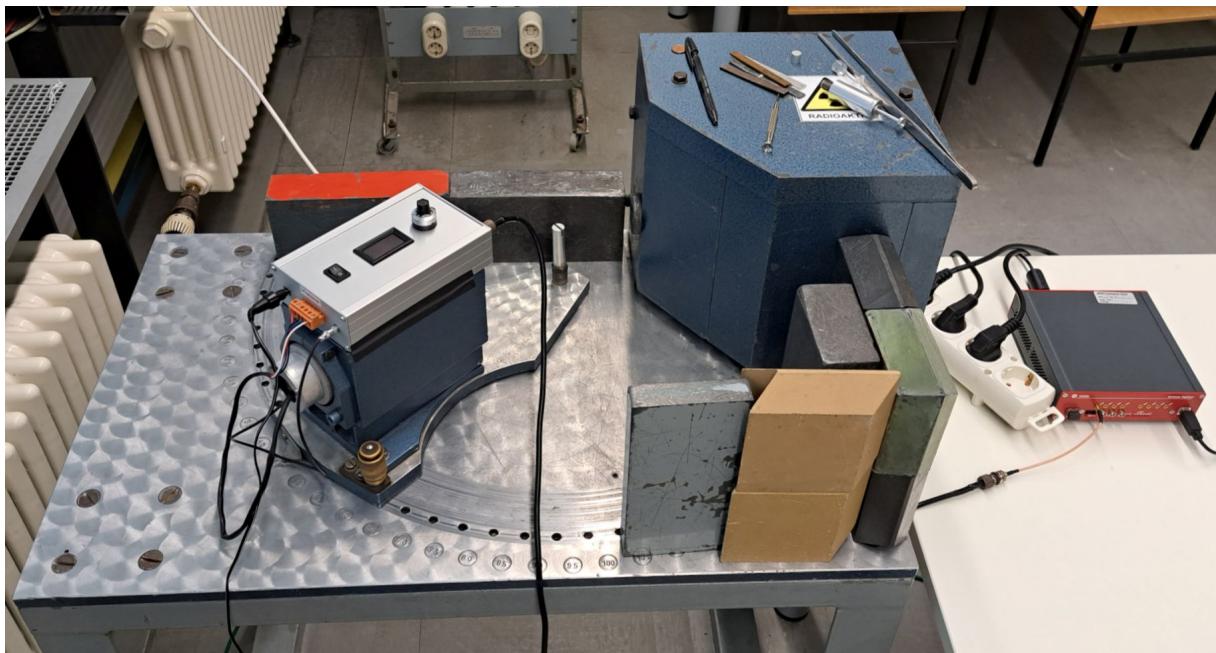
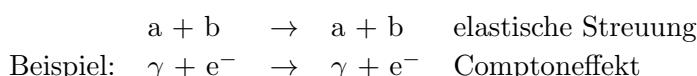


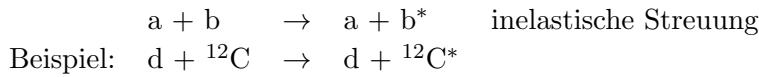
Abbildung 7.11: Aufbau des Comptoneffekt-Experiments. Links ist der NaJ-Detektor zu sehen, der drehbar um das Streutarget gelagert ist. Rechts in der blauen Abschirmung befindet sich die ^{137}Cs -Quelle.

7.3.2 Einführung

Dieser Versuch ist ein Beispiel für die häufigsten in der Kernphysik durchgeführten Experimente, den Streuexperimenten. Das Ziel dabei ist, die Wechselwirkung von Teilchen und Photonen untereinander zu erforschen. Es gibt dabei bestimmte Typen von Reaktionen. Trifft im Eingangskanal ein Geschossteilchen a auf ein (meist) ruhendes Targetteilchen b, dann ist der einfachste Fall derjenige, bei dem auch im Ausgangskanal dieselben Teilchen vorliegen.

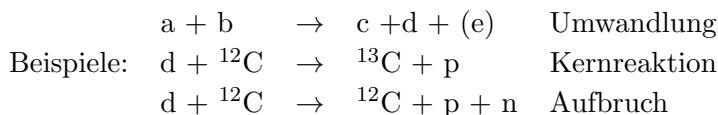


Es handelt sich um eine elastische Streuung, wenn sich der innere Zustand der beteiligten Teilchen nicht ändert. Nimmt ein Teilchen, z.B. b, Anregungsenergie auf,



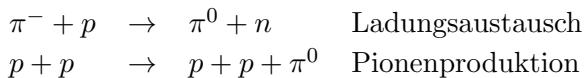
dann spricht man von inelastischer Streuung. In diesem Fall ist der Kohlenstoff von Deuteronen angeregt worden. Er gibt seine Anregungsenergie durch Aussendung anderer Teilchen oder γ -Quanten wieder ab.

Beim allgemeisten Typ der Reaktionen sind die Teilchen im Ausgangskanal nicht mehr dieselben wie in Eingangskanal.



In diese Gruppe gehören die eigentlichen Kernreaktionen, bei denen durch Umlagerung von Nukleonen neuen Kerne entstehen, oder die Aufbruchsreaktionen, bei denen Teilchen in leichtere zerfallen. Wird z.B. ein Deutron mit einigen MeV Energie auf ${}^{12}\text{C}$ geschossen, dann besteht neben der elastischen Streuung auch die Möglichkeit, dass sich das Neutron aus dem Deutron an den Kern ${}^{12}\text{C}$ anlagert, der dabei in das Isotop ${}^{13}\text{C}$ übergeht, während das Proton allein weiterfliegt. Es kann aber auch das Deutron aufgebrochen werden, so dass im Ausgangskanal drei Teilchen auftreten.

Umwandlungsreaktionen, die zur Entstehung neuer, nicht im Eingangskanal vorhandener Teilchen führen,



sind ebenfalls möglich. So kann bei der Streuung von Pionen an Nukleonen Ladung ausgetauscht werden. Dabei ändert sich der Ladungszustand sowohl des Pions als auch des Nukleons. Die Gesamtzahl der Ladung im Ein- und Ausgangskanal bleibt dabei erhalten (Gesetz von der Erhaltung der Ladung), ebenso wie die Anzahl der Nukleonen (Gesetz von der Erhaltung der Baryonen). Bei der Streuung zweier Protonen mit hinreichend hoher Energie kann ein Pion produziert werden. Wegen der Baryonenerhaltung treten im Ausgangskanal nur zwei Protonen auf, wegen der Ladungserhaltung ist das Pion ungeladen.

Die Wahrscheinlichkeit, mit der bei gegebenem Eingangskanal in einer Reaktion ein bestimmter Ausgangskanal auftritt, ist durch den Wirkungsquerschnitt gegeben, dessen Bestimmung deshalb eine der wesentlichen Aufgaben in kern-physikalische Experimenten ist. Die Messgröße ist dabei die Häufigkeit, mit der ein bestimmtes Teilchen im Ausgangskanal auftritt. Zur Trennung der verschiedenen Reaktionskanäle ist Energie- und Teilchendiskriminierung erforderlich.

7.3.3 Der Wirkungsquerschnitt

Bei allen Stoßprozessen, nicht nur in der Kernphysik, wird die Wahrscheinlichkeit des Auftretens durch den Wirkungsquerschnitt beschrieben. Er ist eine hypothetische Fläche σ , die mit dem Targetteilchen senkrecht zur Flugrichtung des Geschossteilchens verbunden ist (siehe Abb. 7.12). Trifft das Geschoss diese Fläche, findet die Reaktion statt, andernfalls nicht. Durchfliegt ein Geschossteilchen senkrecht eine makroskopische Fläche F , in der sich das Targetteilchen befindet, ist die Wahrscheinlichkeit P_1 für das Eintreten der Reaktion gegeben durch

$$P_1 = \frac{\sigma}{F} \quad (7.41)$$

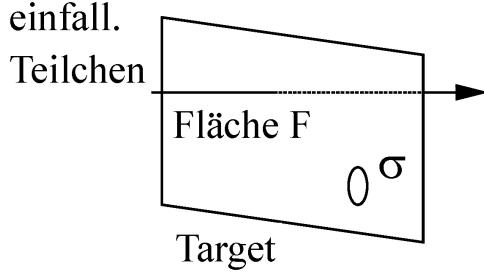


Abbildung 7.12: Zur Definition des Wirkungsquerschnitts.

Gibt es innerhalb der Fläche n Targetteilchen, ist die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß

$$P_n = \sigma \cdot \frac{n}{F} \quad (7.42)$$

Sie kann durch die Beobachtung der Häufigkeit der Reaktion bestimmt werden, wenn sehr viele Geschossteilchen die Fläche statistisch verteilt durchsetzen. Wenn Φ_0 der Fluss der Geschosse ist - der Strahl enthält dann Φ_0 Teilchen pro Flächeneinheit und pro Zeiteinheit - dann ist die Rate der die Fläche durchfliegenden Geschosse $\Phi_0 F$. Die Rate R der insgesamt stattfindenden Reaktionen ist die Wahrscheinlichkeit für *ein* Ereignis mal die Anzahl der Versuche pro Zeiteinheit, das ist

$$R = P_n \cdot \Phi_0 \cdot F \quad (7.43)$$

woraus sich mit den Gleichungen 7.42 und 7.43 der Wirkungsquerschnitt ergibt.

$$\sigma = \frac{R}{n \cdot \Phi_0} \quad (7.44)$$

Es gibt eine Reihe anderer Schreibweisen für diese Formel. So kann die Rate R durch den Fluss Φ_R , um den der einfallende Fluss kleiner geworden ist

$$\sigma = \frac{\Phi_R \cdot F}{\Phi_0 \cdot n} = \frac{\Phi_R}{\Phi_0} \cdot \frac{1}{n/F} \quad (7.45)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist F wiederum die makroskopische Fläche, in der die getroffenen Targetteilchen liegen. Ist der Strahl räumlich ausgedehnter als das Target, dann ist F die Targetfläche, ist das Target größer, dann ist F der Strahlquerschnitt.

Der Wirkungsquerschnitt ist hier ausgedrückt als das Verhältnis von Teilchenflüssen. Allgemeiner kann er dargestellt werden als das Verhältnis der einlaufenden und absorbierten Energieflüsse. Er beschreibt dann auch solche Reaktionen, bei denen die ein- und auslaufenden Strahlungen im Wellenbild gegeben sind. Die allgemeine Definition ist

$$\sigma = \frac{\text{Energie-(Teilchen-)Fluss,}}{\text{einfallender Energie-(Teilchen-)Fluss}} \cdot \frac{\text{um den sich der einfallende Fluss vermindert}}{\otimes \text{Anzahl der Targetteilchen pro Flächeneinheit}} \quad (7.46)$$

Gemeint ist hier der *totale* Wirkungsquerschnitt, der *alle* Reaktionen eines bestimmten Ausgangskanals berücksichtigt, unabhängig von der Richtungen der auslaufenden Reaktionsprodukte. Er wird oft gemessen in barn (Scheunentor). Ein barn ist 10^{-28} m^2 .

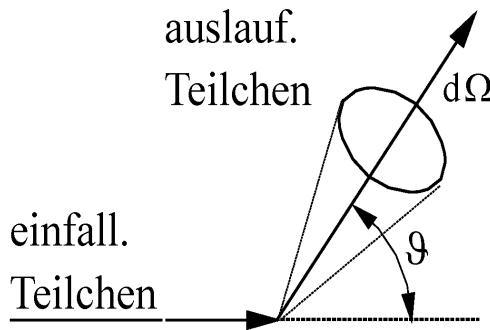


Abbildung 7.13: Zur Definition des differentiellen Wirkungsquerschnitts.

Mehr Information über eine Reaktion erhält man, wenn nicht nur festgestellt wird, dass sie überhaupt stattgefunden hat, sondern auch noch die Richtung der auslaufenden Reaktionsprodukte bezüglich der einlaufenden Strahlung gemessen wird. Es wird zu diesem Zweck analog zur Gl. 7.46 der differentielle Wirkungsquerschnitt definiert.

$$\sigma = \frac{\text{Energie-(Teilchen-)Fluss pro Raumwinkel } d\Omega \text{ um den sich der einfallende Energie-(Teilchen-)} \\ \text{Fluss durch solche Produkte vermindert, die in } d\Omega \text{ fallen}}{\text{einfallender Energie-(Teilchen-)Fluss} \otimes \text{Anzahl der Targetteilchen pro Flächeneinheit}} \quad (7.47)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt hängt außer von der Energie des einlaufenden Teilchens auch vom Streuwinkel ϑ ab (siehe Abb. 7.13). Wird er über den gesamten Raum integriert, erhält man mit der meist zutreffenden Annahme, dass $d\sigma/d\Omega$ unabhängig vom Azimutwinkel φ ist, was bedeutet, dass die Reaktion rotationssymmetrisch um die Einfallsrichtung ist, den totalen Wirkungsquerschnitt.

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^\pi \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta = 2\pi \cdot \int_0^\pi \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} \cdot d(\cos \vartheta) \quad (7.48)$$

In der Definition des differentiellen Wirkungsquerschnitts ist das Raumwinkelement eine differentielle Größe, während bei der tatsächlichen Messung der Raumwinkel durch den Öffnungswinkel $\Delta\Omega$ des Detektors gegeben ist. Damit der Wirkungsquerschnitt in $\Delta\Omega$ als konstant angesehen werden kann, muss man den Detektor oder die Raumwinkel bestimmende Blende hinreichend klein machen.

7.3.4 Aufbau und Durchführung

Der Detektor besteht aus einem Photomultiplier und einem CeBr_3 -Szintillator¹ in einem drehbar gelagerten Gehäuse. Die Drehachse ist gleichzeitig die Halterung für das Aluminium-Streutarget. Die Pulsform des Photomultipliersignals wird mit einem schnellen ADC (CAEN Digitizer DT5725, 8x 250 MSPS) digitalisiert. Die Daten der einzelnen Ereignisse (Events) werden auf einen PC (Linux) übertragen und in einem File abgespeichert. Anschließend werden die Pulse mit Hilfe von Python analysiert und die Pulshöhe bestimmt. Die Pulshöhe wird über eine Energiekalibrierung in Energieeinheiten umgerechnet. Der Python-Code wird in einem Jupyter-Notebook ausgeführt.

¹Dieser neue anorganische Szintillatorkristall ersetzt den früher verwendeten NaJ-Kristall, der häufig in Szintillationsdetektoren eingesetzt wird. Der neue Kristall hat im Vergleich zu NaJ eine bessere Energieauflösung und eine ca. 10-fach kürzere Pulslänge, wodurch er einen Vorteil bei hohen Zählraten und genauen Zeitmessungen hat.

Nach der Energie- und Effizienzkalibration des Messaufbaus werden für Aufgabe 1 die monoenergetischen γ -Quanten einer ^{137}Cs -Quelle an den Elektronen eines zylinderförmigen Al-Targets gestreut. Der Detektor ist ein der vom Target aus unter dem Raumwinkel $\Delta\Omega$ gesehen wird bei einem mittleren Streuwinkel ϑ . Er lässt sich auf einer Kreisbahn um das Target bei festen Winkeln ϑ in 5° -Schritten fixieren. Messgröße ist die Rate $R(\Delta\Omega, \vartheta)$ der im Kristall nachgewiesenen Quanten. Für jeden Streuwinkel werden zwei Messwerte aufgenommen: i) die Rate $R_T(\Delta\Omega, \vartheta)$ mit dem Aluminiumtarget vor der Quelle und ii) die Untergrundrate $R_B(\Delta\Omega, \vartheta)$ ohne Al-Target. Die tatsächlich im Al-Target gestreute Rate ist $R_{\text{Al}}(\Delta\Omega, \vartheta) = R_T(\Delta\Omega, \vartheta) - R_B(\Delta\Omega, \vartheta)$. Mit dem Fluss der ^{137}Cs -Quanten Φ_0 , der Anzahl der Elektronen des Targets n folgt mit Gl. 7.47

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R(\Delta\Omega)}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\Phi_0 \cdot n} \cdot \frac{1}{\epsilon} \quad (7.49)$$

Dabei ist die Gl. 7.44 berücksichtigt worden, die entsprechend auch für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gültig ist. Die rechte Seite dieser Gleichung enthält die dimensionslose Größe ϵ , die Empfindlichkeit des Detektors für den Nachweis der γ -Quanten, im Nenner als Korrektur. Auf diese Weise wird berücksichtigt, dass die Rate der *nachgewiesenen* Quanten nicht mit der gesuchten Größe, nämlich der Rate der *in den Detektor gestreuten* Quanten übereinstimmt, da ein Teil der in den Detektor gelangenden Quanten diesen wieder ohne Wechselwirkung verlässt. Die Empfindlichkeit, das ist das Verhältnis der nachgewiesenen zu den ankommenden Quanten, kann entweder durch quantitative Einbeziehung der einzelnen Wechselwirkungsprozesse berechnet, oder durch Eichung experimentell bestimmt werden. Sie hängt von der Energie der γ -Quanten und natürlich von der Art und Geometrie des Detektors ab. Sie ist für den hier verwendeten Kristall mit Hilfe von Testquellen zu messen, deren Aktivität bekannt ist. Da die Empfindlichkeit oder Nachweiseffizienz eines Detektors energieabhängig ist, werden mehrere verschiedene radioaktive Isotope verwendet. Beschränken Sie sich bei der Bestimmung der Empfindlichkeit für γ -Quanten auf den Photopeak.

Der Raumwinkel $\Delta\Omega$ wird mit den Angaben zur Versuchsgeometrie berechnet. Die Anzahl n der Elektronen erhält man aus den Abmessungen des Al-Targets.

$$n = \frac{N_A}{A} \cdot Z \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l \quad (7.50)$$

Darin ist die Avogadrokonstante N_A , das Atomgewicht A , die Ordnungszahl Z , die Dichte ρ , der Durchmesser d und die Länge l .

Für Aufgabe 3 gibt Gl. 3.23 die Energie E' eines γ -Quants nach der Comptonstreuung als Funktion des Streuwinkels, wenn seine Anfangsenergie E ist. Sie kann umgeschrieben werden in die Form,

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \vartheta) \quad (7.51)$$

aus der man sieht, dass die reziproke Energie E' aufgetragen über $(1 - \cos \vartheta)$ eine Gerade ist. Bestimmen Sie die Ruhemasse des Elektrons aus der Steigung. Die Energie E' wird über den Photopeak im Energiespektrum bei verschiedenen Streuwinkeln gemessen. Vorher wird das Datenaufnahmesystem geeicht, in dem man die bekannten Photolinien von ^{22}Na , ^{57}Co , ^{60}Co und ^{137}Cs aufnimmt.

Für Aufgabe 4 bezieht sich der Wirkungsquerschnitt in Gl. 3.26 und Gl. 7.49 auf *ein Elektron*, das als frei und ruhend angenommen wird. Beim Vergleich verschiedener Stoffe untereinander ist jedoch der Wirkungsquerschnitt bezogen auf *ein Atom* von Interesse. Wenn alle Elektronen im Atom unabhängig sind und die γ -Energie groß gegenüber den Bindungsenergien ist, sollte gelten

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_a = Z \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_e \quad (7.52)$$

wobei a und e für Atom bzw. Elektron steht. Mit den Gl. 7.49 und Gl. 7.50 wird daraus

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_e = C \cdot R \frac{A}{\rho \cdot Z} \quad (7.53)$$

Alle vom Targetmaterial unabhängigen Größen sind in der Konstanten C zusammengefasst. Diese Gleichung lässt sich nachprüfen, wenn man die Rate der gestreuten Quanten für Targets aus verschiedenen Stoffen aber gleicher Größe bei einem festen Streuwinkel misst. Wenn die Voraussetzungen für Gl. 7.53 zutreffen, sollte die Größe $R \cdot A/\rho$, über der Ordnungszahl aufgetragen, eine Gerade sein. Gleichwertig, aber empfindlicher für das Erkennen von Abweichungen ist das Auftragen von $(R \cdot A)/(\rho \cdot Z)$ über Z , was eine Gerade parallel zur Abszisse ergeben sollte.

7.3.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Grundlagen: [1], [26]

Detektoren: [18], [19]

Elektronik: [18], [21], [22]

7.3.6 Angaben zum Versuch

- Der Fluss der γ -Quanten aus der ^{137}Cs -Quelle ($t_{1/2} = 30,0$ a) wurde im Juni 1971 gemessen. Er war am Ort des Targets $\Phi_0 = (1,54 \pm 0,09) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.
- Geometrie:
Abstand Quelle-Target: 23,9 cm
Abstand Target-Kristall: 21,5 cm
Durchmesser Kristall und Länge: 2,54 cm

7.3.6.1 Wirkungsquerschnitt für den Comptoneffekt nach Klein-Nishina

ϑ	$1 - \cos\vartheta$	$d\sigma/d\Omega \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-2}$
0	0	0,795239
5	0,004	0,784509
10	0,015	0,753576
15	0,034	0,705922
20	0,060	0,646470
25	0,094	0,580592
30	0,134	0,513243
35	0,181	0,448381
40	0,234	0,388742
45	0,293	0,335885
50	0,357	0,290415
55	0,426	0,255242
60	0,5	0,220845
65	0,577	0,195463
70	0,658	0,175277
75	0,741	0,159444
80	0,826	0,147208
85	0,913	0,137893
90	1	0,130924
95	1,087	0,125817
100	1,174	0,122173
105	1,259	0,119966
110	1,342	0,118033
115	1,432	0,117062
120	1,5	0,116583
125	1,574	0,116463
130	1,643	0,116595
135	1,707	0,116893
140	1,766	0,117291
145	1,819	0,117737
150	1,866	0,118190
155	1,906	0,118619
160	1,940	0,118998
165	1,966	0,119310
170	1,985	0,119542
175	1,996	0,119685

7.4 Versuch (B): Die Lebensdauer des Positroniums

7.4.1 Aufgaben

1. Aufnahme des Energiespektrums von ^{22}Na (siehe Kapitel 5.7.3).
2. Zeiteichung der Messanordnung und Bestimmung des zeitlichen Auflösungsvermögens (siehe Kapitel 5.7.5).
3. Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Positronium in Plexiglas
4. Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

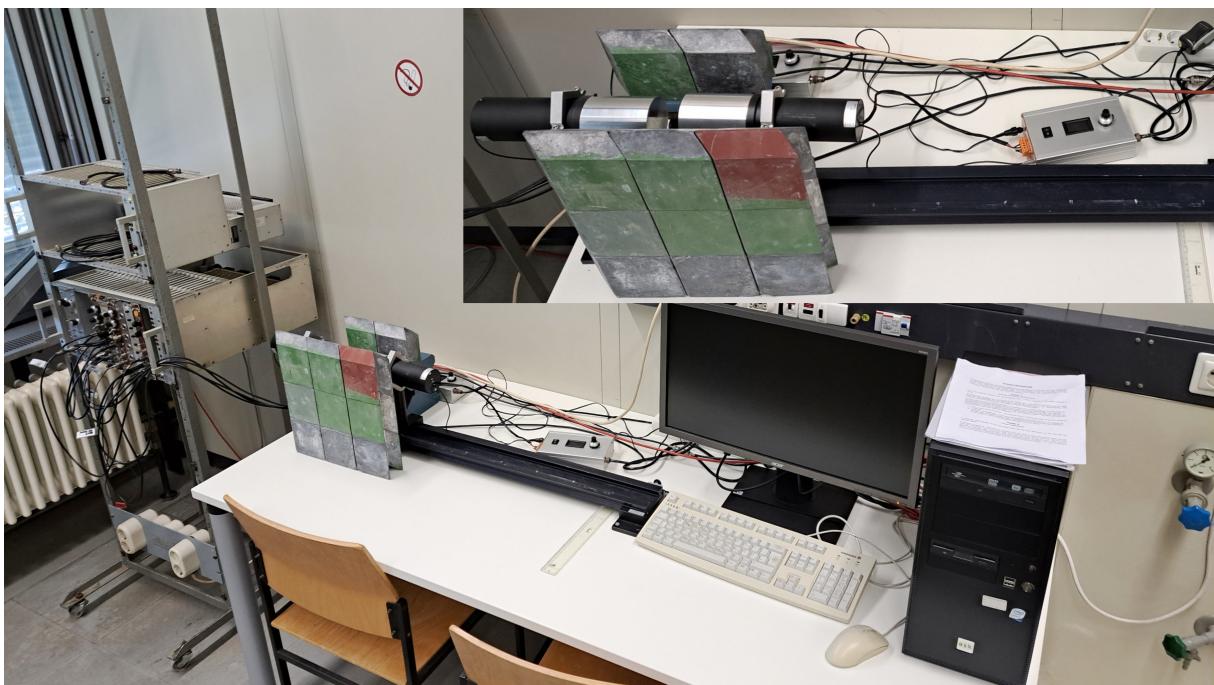


Abbildung 7.14: Aufbau des Positronium Versuchs. In der rechten oberen Ecke sind die beiden Photomultiplier zu sehen.

7.4.2 Einführung

7.4.2.1 Paarvernichtung

Ein Positron kann zusammen mit einem Elektron in ein oder mehrere γ -Quanten zerstrahlen (siehe Abschnitt 3.2.2.3). Die Einquantenzerstrahlung ist nur in Materie möglich, in der durch Impulsübertragung auf einen Stoßpartner die Energie- und Impulsbilanz erfüllt werden kann. Dagegen ist die Paarvernichtung in zwei oder mehr Quanten immer erlaubt. Beim Zweiquantenzfall werden, sofern Elektron und Positron in Ruhe sind, die Quanten mit je der Energie einer Elektronenruhemasse ($511 \text{ keV}/c^2$) genau entgegengesetzt emittiert. Beim Dreiquantenzfall sind alle Emissionswinkel in einer Ebene und es ist eine beliebige Verteilung der Zerfallsenergie auf die einzelnen Quanten möglich. Der Zerfall in *ein* Quant in Materie hat einen wesentlich kleineren Wirkungsquerschnitt als der in zwei, weshalb er vernachlässigt wird.

Die bisherige Diskussion der Paarvernichtung ist unvollständig, da der Spin der Leptonen nicht einbezogen worden ist. Die Leptonen haben den Spin $S = 1/2$. Das System Elektron-Positron kann deshalb (ohne Bahndrehimpuls) in zwei Zuständen mit dem Gesamtspin $I = 0$ und

$I = 1$ vorliegen. Beim ersten sind die Spins der Leptonen entgegengesetzt zueinander gerichtet. Er ist einfach und heißt deshalb Singulettzustand. Beim zweiten stehen die Spins der Leptonen parallel zueinander. Er ist wegen der drei Einstellmöglichkeiten bezüglich einer Vorzugsrichtung dreifach entartet und heißt Triplettzustand.

Befinden sich die Leptonen vor der Zerstrahlung in Ruhe, oder haben sie nur eine kleine Relativgeschwindigkeit, dann hat die Relativbewegung den Bahndrehimpuls Null, so dass der Gesamtdrehimpuls des Paars nur durch den Gesamtspin gegeben ist. Da neben Energie und Impuls auch der Gesamtdrehimpuls bei der Zerstrahlung erhalten bleibt, muß bei der Singulettzerstrahlung von den γ -Quanten der Drehimpuls null, bei der Triplettzerstrahlung der Drehimpuls eins mitgeführt werden. Nun hat ein Photon den Spin $I = 1$, der sich parallel oder antiparallel zur Flugrichtung einstellt. Zwei entgegengesetzt emittierte Quanten können deshalb nur den Spin null oder zwei mitnehmen. Dies bedeutet, dass der Singulettzustand in zwei Quanten zerfallen kann, nicht aber der Triplettzustand. Dieser zerfällt in mindestens drei Photonen. Der Triplettzerfall ist ein Prozeß höherer Ordnung als der Singulettzerfall und ist deshalb unwahrscheinlicher.

Quantitativ sieht das so aus. Der Wirkungsquerschnitt für den Zweiquantenzerofall ist aus der Elektrodynamik bekannt.

$$\sigma_{2\gamma} = \pi \cdot r_0^2 \cdot \frac{c}{v} \quad (7.54)$$

r_0 ist darin der klassische Elektronenradius $r_0 = e^2/m_0 c^2$, c die Lichtgeschwindigkeit und v die Relativgeschwindigkeit der Leptonen. Er zeigt das typische $1/v$ -Gesetz langsamer Stoßprozesse, steigt also mit abnehmender Geschwindigkeit stark an. Die Gleichung gilt in der Näherung kleiner Geschwindigkeit $v \ll c$.

Damit erhält man für die Zerfallswahrscheinlichkeit,

$$\lambda_{2\gamma} = \sigma_{2\gamma} \cdot v \cdot N \quad (7.55)$$

wenn N die Elektronendichte im Medium ist, in dem der Zerfall stattfindet. Wegen $N = \rho \cdot Z/A$ hat man dann

$$\lambda_{2\gamma} = \pi \cdot r_0^2 \cdot c \cdot \frac{\rho \cdot Z}{A} = \frac{1}{\tau_{2\gamma}} \quad (7.56)$$

Setzt man hier die Werte für Plexiglas ein, ergibt sich für die mittlere Lebensdauer $\tau_{2\gamma}$ der Wert von $4 \cdot 10^{-10}$ s. Er ist nur näherungsweise richtig, da in Gl. 7.54 nicht die Coulombwechselwirkung zwischen den Teilchen berücksichtigt ist. Es lässt sich aber doch erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit für die Positronenzerstrahlung größer (oder die mittlere Lebensdauer kleiner) ist als die für die optischen Übergänge im Atom, die in der Größenordnung von 10^7 pro s liegt. Sie ist proportional zur Elektronendichte der umgebenden Materie. Das ist eine wichtige Eigenschaft, da sie gestattet, den Zerfall freier Positronen, von dem des Positroniums, der unabhängig von der Dichte ist, zu unterscheiden.

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts Gl. 7.54 wurde über die anfänglichen Spin-zustände gemittelt. Da es insgesamt vier Spinzustände gibt, die Triplettzustände aber nicht in zwei Quanten zerfallen können, ergibt sich für den Singulettquerschnitt ${}^1\sigma_{2\gamma}$, die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten und mittleren Lebensdauern

$${}^1\sigma_{2\gamma} = 4 \cdot \sigma_{2\gamma} \quad {}^1\lambda_{2\gamma} = 4 \cdot \lambda_{2\gamma} \quad {}^1\tau_{2\gamma} = \frac{1}{4} \cdot \tau_{2\gamma} \quad (7.57)$$

Aus der Elektrodynamik weiß man, dass der Querschnitt für den Triplettzerfall um die Größenordnung der Feinstrukturkonstanten α ($\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$) kleiner ist als der Singulettquerschnitts,

da die Wahrscheinlichkeit für die Emission oder Absorption *eines* Photons durch α , der Kopp lungskonstanten der elektromagnetischen Wechselwirkung, gegeben ist. Die genaue Rechnung ergibt

$${}^3\sigma_{3\gamma} = \frac{\alpha}{8} \cdot {}^1\sigma_{2\gamma} \quad (7.58)$$

Damit lässt sich das beobachtbare Verhältnis der beiden Zerfallsmöglichkeiten angeben

$$\frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{3/4 \cdot {}^3\sigma_{3\gamma}}{1/4 \cdot {}^1\sigma_{2\gamma}} = \frac{3}{8}\alpha = \frac{1}{372} \quad (7.59)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Tripletzzerfalls ist also sehr viel kleiner als für den Singulettzerfall, sofern, wie bisher angenommen worden ist, das Leptonenpaar frei zerstrahlt, sich also kein Positronium gebildet hat.

7.4.2.2 Bildung von Positronium

Der freie Zerfall ist nicht die einzige denkbare Möglichkeit der Wechselwirkung eines Leptonen paares. Es kann sich auch eine wasserstoffähnliche Struktur, das Positronium, bilden, in der ein Positron den Wasserstoffkern ersetzt. Die Energiezustände berechnen sich in gleicher Weise wie für das Wasserstoffatom. Es tritt an die Stelle der reduzierten Masse des Atoms, die (beinahe) gleich der Ruhemasse des Elektrons ist, die reduzierte Masse des Positroniums, die genau gleich der halben Ruhemasse des Elektrons ist. Die Bindungsenergie ist dann 6.8 eV, (ungefähr) halb so groß wie beim Wasserstoff.

Wie für ein freies Elektron-Positron-Paar gibt es auch für das Positronium zwei Spinzustände, den Singulettzustand und den Tripletzustand. Im ersten heißt es Parapositronium, im zweiten Orthopositronium. Die mittleren Lebensdauern dieser beiden Zustände können wie für den freien Zerfall, ausgehend von Gl. 7.54, berechnet werden. In Gl. 7.55 ist aber statt der Elektronendichte N der Materie die Dichte des Elektrons am Ort des Kerns einzusetzen. Diese ist vom Wasser stoffatom her bekannt.

$$|\Psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2 \cdot n \cdot a_0} \right)^3 \quad (7.60)$$

Dabei ist a_0 der erste Bohrsche Radius und n die Hauptquantenzahl. Für die Lebensdauer des Singulettzustands hat man dann

$${}^1\tau_{2\gamma} = 2 \cdot \frac{r_0}{c \cdot \alpha^6} \cdot n^3 \quad (7.61)$$

Im Grundzustand sind das $1,25 \cdot 10^{-10}$ s, fast der gleiche Wert wie für die freie Zerstrahlung. Die mittlere Lebensdauer des Orthopositroniums ist wesentlich länger. Sie errechnet sich aus Gl. 7.58 und Gl. 7.61 zu $1,4 \cdot 10^{-7}$ s, ein Wert, der vergleichbar ist mit den Lebensdauern von angeregten Atomzuständen. Im Gegensatz zum Parapositronium zerfällt Orthopositronium deshalb fast nicht aus angeregten Zuständen, denn es lebt so lange, dass diese vor dem Zerfall in den Grundzustand übergehen.

Die genaue experimentelle Untersuchung des Positroniumzerfalls hat zu folgenden Vorstellungen über die Bildung von Positronium in Materie geführt. Zunächst wird das energiereiche Positron durch überwiegend inelastische Stöße mit den Elektronen abgebremst, genau so wie es auch bei schnellen Elektronen der Fall ist. Die Positronen sind nach dem $1/v$ -Gesetz noch zu schnell, um zu zerstrahlen. Viel wahrscheinlicher sind Anregung und Ionisierung der Atome. Die Abbremsung ist sehr schnell, sie dauert in Festkörpern ca. 10^{-12} s. Nach dieser Zeit hat das Positron Energien im eV-Bereich, in dem die Zerstrahlung und die Bildung von Positronium sich bemerkbar machen. Es gibt einen Energiebereich, in dem außer der Bildung von Positronium

keine weiteren inelastischen Prozesse stattfinden können. Die minimale Energie, die ein Positron haben muß, um aus einem Atom ein Elektron freisetzen zu können, ist $E_{\text{kin}} = V - 6.8 \text{ eV}$, wobei V die Ionisierungsenergie des Atoms und 6.8 eV die Bindungsenergie des Positroniums ist, die bei dessen Bildung ja frei wird. Die maximale Energie dieses Bereichs ist $E_{\text{max}} = E_a$, die niedrigste Anregungsenergie des Atoms (oder Moleküls). Somit ist:

$$\Delta E = E_{\text{max}} - E_{\text{min}} = E_a - (V - 6.8 \text{ eV}) \quad (7.62)$$

Diese Energie heißt nach ihrem skandinavischen Erfinder Ore-Gap.

7.4.2.3 Nachweis von Positronium

Zum Nachweis des Positroniums genügt es nicht, den Zwei- oder Dreiquantenzerrfall festzustellen. Selbst wenn sie die oben angegebenen Lebensdauern haben, können sie auch vom freien Zerfall kommen. Es gibt zwei Möglichkeiten. Erstens kann man das Verhältnis der Intensitäten der beiden Zerfälle bestimmen, also Verhältnis der kurz- und langlebigen Komponente des γ -Spektrums. Für die freie Zerstrahlung ist es durch die Gl. 7.59 gegeben. Wird dagegen Positronium gebildet, ist es durch die Wahrscheinlichkeiten der Bildung der einzelnen Zustände bestimmt, und das ist

$$\frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{3/4}{1/4} = 3 \quad (7.63)$$

Das Orthopositronium hat drei Spinzustände und wird deshalb dreimal häufiger gebildet als das Parapositronium, entsprechend werden auch dreimal mehr Zerfälle registriert. In Wirklichkeit findet sich der Dreiquantenzerrfall nicht so oft, wie es die Gl. 7.63 angibt, da die Bildung von Positronium immer von freier Zerstrahlung begleitet ist und da noch zu besprechende Wechselwirkungen mit der Umgebung während der langen Lebensdauer das Orthopositronium in Parapositronium umzuwandeln vermögen.

Zweitens kann im Falle der Zerstrahlung in Gasen die Druckabhängigkeit der Lebensdauern gemessen werden. Man findet in Gasen eine langlebige Komponente mit einer mittleren Lebensdauer von ungefähr 10^{-7} s und eine kurzlebige mit 10^{-10} s . Wird der Gasdruck geändert, bleibt die Intensität der langlebigen Komponente konstant, während die der kurzlebigen mit steigendem Druck abnimmt. Dieses Verhalten ist in Gl. 7.56 ausgedrückt, welche die freie Zerstrahlung beschreibt. Die langlebige Komponente dagegen kommt vom Orthopositronium, dessen Zerfalls-wahrscheinlichkeit nach Gl. 7.58 und Gl. 7.61 unabhängig vom Druck ist.

7.4.2.4 Positronium in Festkörpern

Bald nach der Entdeckung des Positroniums in Gasen wurde festgestellt, dass es auch in einigen Festkörpern, wie z.B. molekularen Substanzen, vorkommen kann. So wurde in Polymeren eine langlebige Komponente mit einer mittleren Lebensdauer zwischen 2-4 ns festgestellt, deren Intensität 10-30% aller Vernichtungen beträgt (Orthopositronium). Außerdem wurden zwei kurzlebige Anteile gefunden. Der erste, intensive (60-80%), hat eine mittlere Lebensdauer von ca. 0,5 ns und wird dem freien Zerfall zugeschrieben. Der zweite, schwächste (10%), hat eine noch kürzere Lebensdauer, die in den ersten Messungen noch nicht aufgelöst werden konnte, heute aber als der Zerfall von Parapositronium mit einer mittleren Lebensdauer von 0.12 ns identifiziert ist.

Der bemerkenswerte Unterschied im Vergleich mit den Gasen ist, dass die langlebige Komponente in Festkörpern wesentlich schneller zerfällt, und dass dabei *zwei* und nicht wie erwartet *drei* Quanten emittiert werden. Demnach finden im Festkörper Prozesse statt, die das ursprünglich gebildete Orthopositronium entweder vernichten oder in Parapositronium umwandeln und dadurch die Lebensdauer verkürzen.

Die Vernichtung geht über die sog. Pick-off-Prozesse, bei denen das Positronium mit den Elektronen der Moleküle oder mit innermolekularen Magnetfeldern wechselwirkt. In diesen Fällen ist ein Stoßpartner vorhanden, der Impuls und Drehimpuls aufnehmen kann, so dass auch für den Tripletzustand der sehr viel wahrscheinlichere Dreiquantenzellerfall möglich wird. Das Spektrum der Quanten ist kontinuierlich bis zu einer Maximalenergie von 0,511 MeV.

Die Umwandlung oder Konversion wird durch Elektronenaustausch des Positroniums mit Elektronen der Materie bewirkt. Dabei geht der Tripletzustand in den Singulettzustand über. Auch der umgekehrte Übergang findet statt, sogar mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Da diese aber kleiner ist als die Zerfallswahrscheinlichkeit des Singulett- und größer als die des Triplettzustandes, wird durch die Konversion mehr Orthopositronium vernichtet als erzeugt. Die Drehimpulserhaltung verlangt eine der Spinänderung des Positroniums entgegengesetzte Drehimpulsänderung des Stoßpartners. Hierbei entstehen also im Gegensatz zu den Pick-Off-Prozessen γ -Quanten mit einer festen Energie von 511 keV.

Die verkürzte mittlere Lebensdauer vom Orthopositronium hat die Form

$$\frac{1}{\tau_{Ortho}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_K} \quad (7.64)$$

τ_0 ist die ungestörte mittlere Lebensdauer, wie man sie in Abwesenheit der Wechselwirkungen mit der Materie messen würde. Die Wahrscheinlichkeiten $1/\tau_P$ und $1/\tau_K$ beschreiben die Stärke der Pick-off- und der Konversionsprozesse. Sie können mit geeigneten Modellvorstellungen berechnet werden und sind durch die Eigenschaften des Festkörpers bestimmt. Die Messung von τ_{Ortho} erlaubt die Prüfung der zugrundeliegenden Vorstellungen und bietet damit einen Zugang zur Festkörperphysik.

7.4.3 Prinzip der Messung

Zur Messung der mittleren Lebensdauer müssen Ereignisse herangezogen werden, die zeitlich mit der Bildung oder dem Zerfall von Positronen oder Positronium verknüpft sind. In molekularen Substanzen tritt nach dem oben Gesagten (fast) kein Dreiquantenzellerfall auf. Bei der Vernichtung der Positronen erscheinen deshalb entweder Quanten mit der festen Energie von 0,511 MeV, die von den Singulettzuständen stammen, oder solche mit kontinuierlichem Spektrum bis zu dieser Maximalenergie, die von den Pick-off-Prozessen stammen.

Der Zeitpunkt der Entstehung eines Positrons ist nicht ohne weiteres festzustellen. Er wird erst dann, wenn gleichzeitig mit dem β^+ -Zerfall eines Kerns auch ein γ -Quant emittiert wird. Dies ist bei ^{22}Na der Fall. Hier geht der β^+ -Übergang bevorzugt zu einem angeregten Zustand des Tochterkerns ^{22}Ne , dessen mittlere Lebensdauer ungefähr 10^{-13} s ist, und der deshalb, innerhalb der Meßgenauigkeit für die Zeit sofort, in den Grundzustand übergeht. Dabei wird ein γ^+ -Quant mit 1,276 MeV ausgesandt. Das Auftreten dieses Quants kennzeichnet also den Zeitpunkt der Erscheinung des Positrons und darüber hinaus, da dessen Bremszeit in Materie ebenfalls sehr kurz ist, nämlich ca. 10^{-12} s, auch den Zeitpunkt der Entstehung des eventuell gebildeten Positroniums.

7.4.4 Aufbau und Durchführung

Der Versuch besteht aus einer Zeitmessung zwischen zwei ausgewählten Ereignissen (siehe Kapitel 5.7.5), die den Beginn und das Ende des Positrons oder des Positroniums kennzeichnen. Als Positronenquelle wird ^{22}Na verwendet. Das Startsignal für den TPC (oder TAC = Time to Pulsheight Converter) wird vom 1.276 MeV γ -Quant des ^{22}Ne abgeleitet, das nach der in Kapitel 5.7.3 beschriebenen Methode mit einem Diskriminatator ausgewählt wird. Als Stoppsignal würde man am liebsten die Vernichtungsstrahlung mit Energien kleiner oder gleich 0,511 MeV verwenden. Dieser Bereich ist aber aus dem Gesamtspektrum der Quelle nicht ohne weiteres

herauszuschneiden. Man stoppt deshalb mit dem gesamten Spektrum und nimmt dabei eine höhere Rate von zufälligen Koinzidenzen in Kauf, als sie sich im idealen Fall ergeben würde. Natürlich muß man dabei sicherstellen, dass die zufälligen Koinzidenzen nicht überhandnehmen. Im Stoppzweig wird also nur das eventuell auftretende elektronische Rauschen am unteren Ende des Spektrums abgeschnitten.

Als Detektoren werden schnelle Plastiksintillatoren zusammen mit Photomultipliern (PMT) verwendet, die durch ihre niedrige mittlere Kernladungszahl die γ -Quanten im wesentlichen über den *Compton-Effekt* nachweisen (siehe Kapitel und 4.2).

Zur Zeiteichung der Anordnung kann zum Beispiel ein ^{60}Co -Präparat verwendet werden, das gleichzeitig zwei γ -Quanten mit 1.173 MeV und 1.332 MeV emittiert, die beide über der eingestellten Startschwelle liegen. Der TPC liefert dann ein Impulshöhenspektrum, die sog. Promptkurve, mit einer Gaußverteilung, die genau gleichzeitigen Ereignissen entspricht und deren Halbwertsbreite ein Maß für die Zeitauflösung der Anordnung ist. Durch Zuschalten von verschiedenen Verzögerungen im Stoppzweig wird die Laufzeit des Stoppsignals um bekannte Werte verlängert und die Promptkurve entsprechend verschoben. Die Größe der Verschiebung über der Differenz der Laufzeiten aufgetragen ergibt die Eichkurve.

Wenn die beiden Detektoren nicht beliebig aufgestellt werden, sondern so, dass die Start- und Stoppquanten unter einem Winkel von 180° auseinanderfliegen, braucht das ^{22}Na -Präparat nicht durch ^{60}Co ersetzt zu werden. Es kann dann mit der Vernichtungsstrahlung von ^{22}Na geeicht werden. Dazu muss lediglich die Startschwelle entsprechend herabgesetzt werden, so dass sie auf möglichst viele Ereignisse aus dem Comptonspektrum des zweiten 511 keV Gammas triggert, aber das Rauschen bei niedrigen Energien noch herausschneidet. Diese Methode hat sogar den Vorteil, dass sich die Promptkurve - fast - mit der Schnelligkeit einer *Einzelzählrate* aufbaut, da die beiden Annihilationsgammas in entgegengesetzter Richtung auseinander fliegen, im Gegensatz zu den (nahezu) unkorrelierten Richtungen der Gammas aus dem ^{60}Co -Präparat. Dagegen fallen die, natürlich auch vorhandenen, durch die mittleren Lebensdauern verzögerten Ereignisse, die mit der Rate einer *Koinzidenz* auftreten, nicht ins Gewicht, da die prompten Gammas in beliebiger Richtung emittiert werden.

Zu beachten ist, dass der TPC nur einwandfrei arbeitet, wenn der Stopp einige Nanosekunden nach dem Start eintrifft. Deswegen wird bei allen Messungen eine feste Verzögerung (etwa 2 ns) eingeschaltet. Dies entspricht der Verzögerung in der Delay-Einheit, wenn alle Schalter auf 0 stehen.

Aufgrund der guten Zeitauflösung des TPC lässt sich mit dem Aufbau auf einfache Weise die Lichtgeschwindigkeit bestimmen, mit der sich die Gammaquanten ausbreiten. Dazu wird der Detektor für das Stopp-Signal auf der Aluminiumschiene, auf der die PMT-Halterungen fixiert sind, in verschiedenen Abständen x ($0 \dots 60\text{ cm}$) vom Start-Detektor aufgestellt und das Zeitspektrum $\Delta t(x)$ aufgenommen. Am besten wird diese Messung mit der erniedrigten Startschwelle gemacht, die auch für die Zeitkalibration verwendet wird. Die Steigung der linearen Kurve $\Delta t(x)$ über x liefert dann die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gammaquanten.

Für einen effektiven Messablauf wird folgende Reihenfolge empfohlen:

1. Das Energiespektrum des Start-Detektors aufnehmen mit niedriger Diskriminatorschwelle. Dazu wird das ADC Kabel in den Unipolar-Ausgang des Spektroskopieverstärkers gesteckt und die untere Schwelle des CF-Diskriminators auf den kleinsten Wert gestellt. Diskutieren Sie das beobachtete Energiespektrum.
2. Unter Beobachtung des Energiespektrums (Überlagerung von den Comptonspektren der beiden Gammaenergien) wird nun die Diskriminatorschwelle langsam erhöht, bis das Comptonspektrum der 511 keV Gammas komplett abgeschnitten wird, so dass nur noch 1.276 keV Gammas ein Startsignal auslösen.

3. Nun wird das ADC-Kabel auf den Ausgang des TPC umgesteckt, um das Differenzzeit-spektrum aufzunehmen (Messdauer ca. 1 h).
4. Für die Zeitkalibration und die Messung der Lichtgeschwindigkeit wird danach die Start-schwelle wieder erniedrigt, so dass der Diskriminator auf möglichst viele 511 keV Gammas triggert, aber noch Rauschsignale noch unterdrückt werden. Tipp: wenn im Zeitspektrum Doppelpeaks auftreten, ist die Triggerschwelle zu niedrig eingestellt.
5. Zur Zeitkalibration können bei verschiedenen Verzögerungszeiten der Delay-Box Zeitspek-tren aufgenommen werden. Die Werte sollten zwischen 0 und 32 ns mit 4 ns Abstand auf-genommen werden. Bei 4 ns ist der Überlapp der einzelnen Zeitpeaks groß genug, um alle Peaks in einem einzigen Spektrum aufzuzeichnen. Als Nullpunkt der Kalibrationsgeraden kann der Mittelwert den Peaks bei 0 ns Verzögerung verwendet werden, bei dem auch das Lebensdauerspektrum gemessen wurde.
6. Für die Messung der Lichtgeschwindigkeit werden bei 0 ns Verzögerung die Zeitpeaks bei verschiedenen Abständen des rechten Detektors von der Quelle (0 – 60 cm) aufgenommen. Jedes Zeitspektrum sollte in einem eigenen Histogramm ausgezeichnet werden, da sich sonst die Peaks zu sehr überlappen würden.

7.4.5 Auswertung

Das gemessene Zeitspektrum besteht theoretisch aus der Überlagerung von drei Zerfällen. Die Zeitauflösung reicht jedoch nicht aus, um die beiden schnellen Zerfälle der freien Vernichtung und des Parapositroniums zu trennen, so dass nur zwei Komponenten zu berücksichtigen sind. Das Spektrum hat dann die Form

$$N(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} + C \quad (7.65)$$

C ist eine konstanter, von der Zeit unabhängiger Sockel, dem die Exponentialfunktionen überlagert sind. Das sind die zufälligen Koinzidenzen. Zufällig heißt ja: zu jeder Zeit gleich wahrscheinlich. Die Höhe des Sockels wird bei hinreichend großen Zeiten sichtbar, bei denen die e-Funktionen abgeklungen sind. Wenn wie im vorliegenden Fall die mittleren Lebensdauern beträchtlich voneinander verschieden sind, kann man sie am einfachsten graphisch erkennen, in dem man den Logarithmus der Zählraten über der Zeit aufträgt. Bei hinreichend großen Zeiten ist die kurzlebige Komponente abgeklungen und trägt nichts mehr zur Summe bei. In diesem Bereich ist die Kurve eine Gerade, aus deren Steigung sich die mittlere Lebensdauer der langlebigen Komponente ergibt. Mit modernen Fitmethoden können die freien Parameter A , B , C , τ_1 und τ_2 in Gl. 7.65, sowie deren jeweiligen Fehler, direkt bestimmt werden, zum Beispiel mit entsprechenden Python Libraries. Die Intensitäten A und B entsprechen den Achsenabschnitten der beiden Exponentialkurven bei $t = 0$ (per Definition die Position der unverzögerten Promptkurve im Zeitspektrum). Das Verhältnis der beiden Komponenten ergibt sich damit durch Integration über die Zeit von Null bis unendlich als $\tau_1 A / \tau_2 B$.

Als Zeit $\Delta t(x)$ sowohl für die Kalibrierung, als auch für die Lichtgeschwindigkeitsmessung, sollte das Maximum des jeweiligen Zeitspektrums verwendet werden. Die Lage des Maximums kann mit einem Gaussfit an die Zeitverteilung bestimmt werden.

7.4.6 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Positronen, Positronium: [1], [13], [23], [24], [25]

Elektronik: [18], [21], [22]

Detektoren: [18], [19]

7.5 Versuch (B): Neutronendiffusion

7.5.1 Aufgaben

1. Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen in Wasser
2. Bestimmung der Diffusionslänge thermischer Neutronen in Wasser



Abbildung 7.15: Aufbau des Neutronendiffusionsexperiments. Auf der rechten Seite ist der Wassertank zu sehen, in dem die Quelle und der Detektor hängen.

7.5.2 Einführung

7.5.2.1 Definition des Neutronenfluxes

Ein Neutronenfeld wird beschrieben durch die differentielle Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$, die definiert ist als die Anzahl der Neutronen an der Stelle \vec{r} , mit Energien im Einheitsenergieintervall um die Energie E und mit Richtungen im Einheitsraumwinkel um die Richtung $\vec{\Omega}$. Dann ist $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)dVd\Omega dE$ die Anzahl der Neutronen im Volumenelement dV mit Energien zwischen E und $E + dE$, die im differentiellen Raumwinkel $d\Omega$ um $\vec{\Omega}$ liegen.

Die Integration über alle Neutronenenergien liefert die Anzahl der Neutronen im Volumenelement mit der Flugrichtung $\vec{\Omega}$

$$n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cdot dV \cdot d\Omega = \int_E n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot dV \cdot d\Omega \quad (7.66)$$

$n(\vec{r}, \vec{\Omega})$ ist die Vektordichte. Wird auch über alle Raumrichtungen integriert, ergibt sich die Anzahl aller Neutronen im Volumenelement gleich welcher Energie und Richtung

$$n(\vec{r}) \cdot dV = \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cdot dV \cdot d\Omega = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot dV \cdot d\Omega \quad (7.67)$$

Darin ist $n(\vec{r})$ die Neutronendichte.

Eine weitere, besonders für den Neutronentransport wichtige Größe ist der Neutronenfluss $\Phi(\vec{r})$, der definiert ist als

$$\Phi(\vec{r}) = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot v(E) \cdot dE \cdot d\Omega. \quad (7.68)$$

$v(E)$ ist der Betrag der Geschwindigkeit der Neutronen, der natürlich von der Energie abhängt. Der Integrand gibt die Anzahl der Neutronen an, welche die Einheitsfläche senkrecht zu $\vec{\Omega}$ in der Zeiteinheit durchfliegen, die Energien zwischen E und $E + dE$ haben und deren Flugrichtungen im differentiellen Winkel um $d\Omega$ liegen. Es lässt sich durch

$$\bar{v} = \frac{\int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot v(E) \cdot dE \cdot d\Omega}{\int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot d\Omega} \quad (7.69)$$

eine mittlere Geschwindigkeit \bar{v} definieren. Mit ihr und Gl. 7.67 und Gl. 7.68 kann der Fluss auch geschrieben werden

$$\Phi(r) = n(r) \cdot \bar{v} \quad (7.70)$$

Er hat die Dimension pro Fläche und pro Zeit. Für Neutronen mit einheitlicher Flugrichtung, einen Strahl, gibt er die Anzahl der Neutronen an, die in der Zeiteinheit die Einheitsfläche durchfliegen. Bei isotropen (und nahezu isotropen) Neutronenfeldern ist die Anzahl der Neutronen, die pro Zeiteinheit die Einheitsfläche *aus allen Richtungen* durchsetzen, gleich $\Phi/2$. Der Faktor 2 ergibt sich aus der Integration über all Raumrichtungen [33].

7.5.2.2 Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie

Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie hat große Ähnlichkeit mit dem Transport von γ -Quanten. Als ungeladene Teilchen verlieren sie ihre Energie nicht kontinuierlich, sondern in einzelnen elementaren Prozessen, hauptsächlich in Reaktionen mit den Kernen. Die häufigsten sind:

Die elastische Streuung: Hier ist die Summe der Energien der Stoßpartner konstant. Da die Kerne jedoch vor dem Stoß in Ruhe sind, verlieren die Neutronen dabei Energie. Außerdem werden sie aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Der Energieübertrag beim Stoß (Gl. 3.16) hängt von der Masse des Kerns ab und ist am größten für das Proton. Der Wirkungsquerschnitt für elastische Stöße steigt mit abnehmender Neutronenenergie stark an.

Die Absorption: Das Neutron wird vom Kern aufgenommen, der dabei γ -Quanten oder andere Teilchen emittiert. Beispiele sind die Reaktionen Gl. 3.18 und Gl. 3.19. Auch für die Absorption sind die Wirkungsquerschnitte bei kleinen Energien am größten.

Die inelastische Streuung: Dabei wird dem Kern Anregungsenergie übertragen. Die Neutronen verlieren deshalb mehr Energie als beim elastischen Stoß. Die Wirkungsquerschnitte sind jedoch kleiner.

Die räumliche Flussverteilung der von einer punktförmigen Quelle emittierten Neutronen wird genau so hergeleitet wie die Intensitätsverteilung von γ -Quanten (Gl. 3.23, Gl. 3.43). Ist die Quelle punktförmig, ergibt sich für den Fluss

$$\Phi(r) = \frac{Q_0}{4\pi \cdot r^2} \cdot \exp(-\Sigma_t \cdot r) \quad (7.71)$$

Dabei ist Q_0 die Anzahl der von der Quelle pro Zeiteinheit emittierten Neutronen, die Quellstärke. Der Abfall mit $1/r^2$ ist die übliche Intensitätsverteilung um eine punktförmige Quelle in einem nicht absorbierenden Medium, die daraus folgt, dass die Rate der Teilchen, die eine beliebige geschlossene Fläche um die Quelle durchsetzen, gleich der Rate der von dieser emittierten Teilchen ist. In einem Medium mit Absorption ist dieser Verteilung ein exponentieller Abfall überlagert. Die e-Funktion ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron die Strecke r ohne eine Reaktion mit der Materie zurücklegt.

Die Größe Σ_t mit der Dimension einer reziproken Länge ist der totale lineare Absorptionskoeffizient, der sich aus den Anteilen der möglichen Prozesse zusammensetzt,

$$\Sigma_t = \Sigma_{el} + \Sigma_a = N \cdot \sigma_t = N \cdot (\sigma_{el} + \sigma_a) \quad (7.72)$$

in diesem Fall der elastischen Streuung und der Absorption. Er ist mit den betreffenden Wirkungsquerschnitten σ verknüpft, wobei N die Dichte der Kerne ist. Die Größe

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma_t} \quad (7.73)$$

mit der Dimension einer Länge heißt **Relaxationslänge** und ist der mittlere Weg, den die Neutronen in Materie zurücklegen, bevor sie gestreut oder absorbiert werden.

Der Fluss in Gl. 7.71 gibt die Verteilung derjenigen Neutronen an, die noch keine Reaktion gemacht haben und deshalb noch die ursprüngliche Energie haben. Man nennt sie Primärneutronen. Der tatsächlich an der Stelle r herrschende Fluss enthält aber auch die Sekundärneutronen, die bereits Energie verloren haben und weicht deshalb i.A. von der angegebenen Form ab.

Eine Abweichung ist auch dann zu erwarten, wenn die Quelle nicht monochromatisch ist, sondern ein kontinuierliches Spektrum hat, da der totale lineare Absorptionskoeffizient energieabhängig ist.

7.5.2.3 Die Thermalisierung der Neutronen

Solange die kinetische Energie der Neutronen größer ist als die der Stoßpartner, geben sie bei der Wechselwirkung mit den Kernen der Materie Energie ab. Deshalb ist die überschüssige kinetische Energie nach einer Reihe von Stößen völlig auf die Materie übergegangen. Die Neutronen befinden sich dann im thermischen Gleichgewicht mit ihrer Umgebung; man sagt sie sind thermalisiert. Ihre Geschwindigkeiten gehorchen dann der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung bei der Umgebungstemperatur T . Schaut man genauer hin, stimmt das nicht ganz, da bei der Thermalisierung Neutronen durch Absorption verloren gehen und andere den Bereich der Wechselwirkung verlassen. Die Abweichungen sind jedoch unbeträchtlich.

Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Maxwell-Verteilung ist (m ist die Masse des Neutrons, k ist die Boltzmann-Konstante)

$$v_T = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}} \quad (7.74)$$

Die entsprechende Energie der Neutronen ist

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_T^2 = k \cdot T \quad (7.75)$$

Bei Zimmertemperatur ($T=273\text{ K}$) sind dies 0,025 eV.

7.5.2.4 Ausbreitung thermischer Neutronen: Diffusionstheorie

Das Ziel der Neutronentransporttheorie ist es, für eine vorgegebene Anordnung von Quelle und Materie die energetische und räumliche Verteilung der Neutronen zu finden. Gesucht ist die differentielle Neutronendichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ aus der sich die weiteren Größen, beispielsweise der Fluss ableiten lassen. Gelöst wird diese Aufgabe durch die Transport- oder Boltzmann-Gleichung. Sie ist nichts anderes als eine Kontinuitätsgleichung, welche die Neutronenbilanz für die differentielle Neutronendichte ausdrückt. Diese nimmt zu durch Emission der Quelle und durch Einstreuung von anderen (höheren) Energien und Richtungen, sie nimmt ab durch Absorption und Ausstreuung zu niedrigeren Energien und anderen Winkeln hin. Die Boltzmann-Gleichung ist eine Integro-Differential-Gleichung, die i.A. keine geschlossene Lösung hat. Es gibt verschiedene Näherungslösungen, die alle von vereinfachenden Voraussetzungen ausgehen. Eine davon führt zur elementaren Diffusionstheorie.

In dieser Theorie werden stationäre d.h. zeitunabhängige Lösungen gesucht, die nicht von der Energie abhängen. Es sind nur Absorption und Streuung zugelassen. Die Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse, Σ_a der Absorptionsquerschnitt, und Σ_s , der Streuquerschnitt, werden als energieunabhängig angenommen. Es ist klar, dass eine solche Theorie nicht den Prozess der Thermalisierung selbst beschreiben kann, der ja gerade dadurch gekennzeichnet ist, dass die Neutronen ihre Energie ändern. Sie beschreibt solche Systeme, in denen keine Energie mehr ausgetauscht wird, also monoenergetische Gruppen. Deshalb kann die Diffusionstheorie auf thermische Neutronen angewendet werden.

Unter diesen Voraussetzungen und der zusätzlichen Bedingung schwacher Absorption ($\Sigma_a \ll \Sigma_s$), reduziert sich die Boltzmann-Gleichung für eine punktförmige Quelle auf die elementare Diffusionsgleichung

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r) - \Sigma_a \Phi(r) + S(r) = 0 \quad (7.76)$$

Dabei ist

$$D = \frac{1}{3 \cdot \Sigma_s} \quad (7.77)$$

die Diffusionskonstante und $S(r)$ die Quelldichte der Neutronen, das ist die Anzahl der an der Stelle r pro Volumen- und Zeiteinheit emittierten Neutronen. Durch Einführen der Länge L

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} \quad (7.78)$$

lässt sich diese Gleichung auch schreiben

$$\nabla^2 \Phi(r) - \frac{1}{L^2} \Phi(r) + \frac{S(r)}{D} = 0 \quad (7.79)$$

Der erste Term beschreibt die Änderung des Flusses durch Diffusion oder Streuung, der zweite die Abnahme durch Absorption und der dritte die Zunahme durch Emission aus der Quelle. Diese Gleichung gilt exakt nur für ein homogenes unendlich ausgedehntes Medium und nicht in der Nähe der Quelle. Sie ist jedoch eine sehr gute Näherung auch für endliche Medien in solchen Bereichen, die mehr als zwei freie Weglängen von der Begrenzung und von der Quelle entfernt sind.

Unter der Randbedingung, dass der Fluss im Unendlichen verschwindet, ist die allgemeine Lösung

$$\Phi(r) = A \cdot \frac{e^{-r/L}}{r} \quad (7.80)$$

Mit der weiteren Bedingung, dass die Gesamtzahl der pro Zeiteinheit emittierten Neutronen, die gegeben ist durch die Quellstärke Q , im stationären Zustand in derselben Zeit irgendwo im Medium absorbiert werden muss

$$Q = \int_V \Sigma_a \Phi(r) \cdot dV = 4\pi \cdot A \cdot \Sigma_a L^2 \quad (7.81)$$

lässt sich die Konstante A bestimmen, und man hat schließlich

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi \cdot D} \cdot \frac{e^{-r/L}}{r} \quad (7.82)$$

Der wesentliche Unterschied zur Gl. 7.71, die den Transport schneller Neutronen beschreibt, ist der Abfall mit $1/r$, der charakteristisch ist für Diffusionsfelder. Der Fluss thermischer Neutronen fällt langsamer mit der Entfernung von der Quelle ab, als der Fluss der schnellen. Die in Gl. 7.78 eingeführte Länge L heißt **Diffusionslänge**. Sie beschreibt das Absorptionsverhalten des Mediums und hat eine anschauliche physikalische Bedeutung. Sie ist ein Maß für die mittlere Entfernung \bar{r} von der Quelle, in der ein Neutron absorbiert wird.

$$\bar{r} = \frac{\int_0^\infty r \cdot \Sigma_a \Phi(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr}{\int_0^\infty \Sigma_a \Phi(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr} = 2L \quad (7.83)$$

Diese mittlere Entfernung ist nicht zu verwechseln mit dem Weg, den ein thermisches Neutron zwischen Entstehung und Absorption tatsächlich zurücklegt. Dieser ist wegen der Zick-Zack-Bewegung länger.

7.5.3 Prinzip der Messung

7.5.3.1 Relaxationslänge

Eine Messvorschrift für die Relaxationslänge ergibt sich unmittelbar aus Gl. 7.71. Man misst den Fluss einer monochromatischen Neutronenquelle als Funktion des Abstands von der Quelle und trägt ihn in der Form

$$\ln [r^2 \cdot \Phi(r)] = -\frac{r}{\lambda} + \text{konst.} \quad (7.84)$$

auf, die man durch logarithmieren der Gl. 7.71 erhält. Das ist eine Gerade mit der Steigung der reziproken Relaxationslänge. Dabei dürfen nur die Primärneutronen nachgewiesen werden. Diese Messmethode ist aus zwei Gründen nicht anwendbar:

1. Es ist schwierig, die primären Neutronen von den sekundären zu trennen, deren Energien ja kontinuierlich verteilt sind bis zum Maximalwert der Primärenergie. Wenn z.B. mit einem Protonenrückstoßdetektor gemessen wird, kann nur das hochenergetische Ende des Spektrums verwendet werden (siehe Fig. 3.7). Da das Spektrum am oberen Ende abnimmt, hat man kleine Zählraten und kann nur ungenau messen.
2. Es gibt im Labor keine Quelle monoenergetischer Neutronen. Diese können nur in Kernreaktionen an einem Beschleuniger erzeugt werden.

Im vorliegenden Versuch wird eine Am-Be-Quelle mit kontinuierlichem Spektrum verwendet (siehe Abschnitt 2.5). Nachgewiesen werden die Neutronen mit der ^{10}B -Reaktion (Gl. 3.17), die nur für thermische und langsame Neutronen empfindlich ist. Deshalb ist nicht zu erwarten, dass der Fluss einen Verlauf wie in Gl. 7.84 hat.

So ist die experimentelle Tatsache zunächst verwunderlich, dass der unter diesen Bedingungen in Wasser gemessene Fluss dieser Gleichung gehorcht. Die Verteilung der langsam

und thermischen Neutronen folgt also der Verteilung der schnellen Primärneutronen. Es lässt sich dafür eine physikalische Begründung angeben. Die Neutronen werden hauptsächlich an den Protonen des Wassers gestreut. Der Wirkungsquerschnitt steigt mit abnehmender Neutronenenergie stark an (siehe Abschnitt 3.2.1.1). Da der Energieübertrag pro Stoß groß ist, befinden sich die Neutronen bald im Bereich hohen Wirkungsquerschnitts und damit kleiner mittlerer freier Weglänge. Sie werden also nahe am Ort des ersten Stoßes thermalisiert. Auch als thermische Neutronen entfernen sie sich im Mittel nicht weit. Eine Abschätzung mit Hilfe von Gl. 7.80 zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für thermische Neutronen in Wasser, sich mehr als 3 cm vom Ort ihrer Entstehung zu entfernen weniger als 10% beträgt. Es ist deshalb eine hinnehmbare Näherung, zur Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen in Wasser, nur den thermischen Fluss zu messen.

Trotzdem kann die Beziehung Gl. 7.80 nur als eine phänomenologische Interpretation der durch die speziellen Versuchsbedingungen bestimmten Messdaten gewertet werden. Die daraus gewonnene Relaxationslänge hat nicht die exakte Bedeutung der Definition. Sie ändert sich mit dem Spektrum der Quelle, der spektralen Empfindlichkeit des Detektors und mit der Geometrie der Versuchsanordnung. Dennoch ist sie nützlich, weil sie den Verlauf des Flusses mehr oder wenig zufällig gut beschreibt. Eine gewisse Bedeutung hat sie, weil sich mit ihrer Kenntnis die erforderliche Dicke der Abschirmungen gegen schnelle Neutronen abschätzen lässt.

7.5.3.2 Diffusionslänge. Die Cd-Differenzmethode

Nach Gl. 7.82 kann die Diffusionslänge wie folgt bestimmt werden: man nehme eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen, messe den Fluss als Funktion des Abstands von der Quelle, trage die Messwerte in der Form

$$\ln [r \cdot \Phi(r)] = -\frac{r}{L} + \text{konst.} \quad (7.85)$$

auf und bestimme aus der Steigung L . So kann man nicht vorgehen, weil es eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen nicht gibt. Die Quelle liefert schnelle Neutronen, und die werden an allen Orten im Wasser thermalisiert. Die Verteilung der thermischen Neutronen ist deshalb alles andere als punktförmig.

Trotzdem lässt sich eine thermische Quelle durch einen experimentellen Trick, die Cd-Differenzmethode, realisieren. In einer ersten Messung wird der Fluss $\Phi_0(r)$, den die schnellen Neutronen aus der Quelle verursachen, als Funktion des Abstandes von der Quelle gemessen. Da das Zählrohr nur bis zu einigen 100 keV empfindlich ist, sind darin nicht alle Neutronen enthalten, die emittiert werden, sondern nur solche, die schon einige Energie durch Stöße verloren haben, darunter auch die, die irgendwo im Wasser thermalisiert worden sind und in das Zählrohr diffundieren. Aus der Quelle selbst kommen keine thermischen Neutronen. Nun wird um die Quelle eine Kugelschale aus Cadmium mit einigen Zentimetern Durchmesser und 1 mm Dicke gelegt. Cd hat die Eigenschaft, thermische und langsame Neutronen bis zu etwa 0,5 eV stark zu absorbieren. Aus Fig. 7.16, in der der Absorptionsquerschnitt als Funktion der Energie aufgetragen ist, ersieht man, dass der Querschnitt für thermische Neutronen ca. $2,5 \cdot 10^3$ barn beträgt. Die Wahrscheinlichkeit für diese Neutronen, eine Cd-Schicht von 1 mm Dicke zu durchdringen ist 10^{-6} , also praktisch gleich null. Wird jetzt in einer zweiten Messung der Fluss $\Phi_m(r)$ mit Cd bestimmt, dann tragen wie in der ersten Messung die schnellen Neutronen unverändert bei. Es fehlen aber diejenigen, die innerhalb der Abschirmung auf Energien unterhalb 0,5 eV abgebremst worden sind, also die thermischen und epithermischen (zwischen denen man jetzt nicht mehr unterscheidet). Bildet man die Differenz der beiden Messungen, erhält man den Fluss der Neutronen, die in der Cd-Kugel thermalisiert worden sind und hat damit eine virtuelle Quelle thermischer Neutronen, die man in hinreichendem Abstand als punktförmig ansieht. Dieser Fluss wird nun nach Gl. 7.85 aufgetragen und so die Diffusionslänge bestimmt.

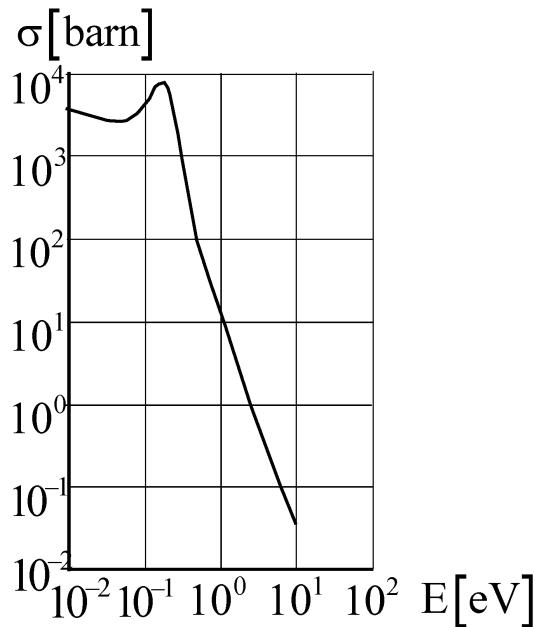


Abbildung 7.16: Absorptionsquerschnitt von Cadmium.

7.5.4 Aufbau und Durchführung

Die Am-Be-Quelle befindet sich in der Mitte eines zylinderförmigen Wassertanks mit 100 cm Durchmesser und 80 cm Höhe. Das BF_3 -Zählrohr ist in radialer Richtung verschiebbar. Gemessen wird die Zählrate mit und ohne Cd-Abschirmung bei verschiedenen Abständen. Aus den Werten ohne Abschirmung wird die Relaxationslänge, aus der Differenz der Messungen die Diffusionslänge bestimmt. Wegen der Näherung einer punktförmigen Quelle ist es nicht sinnvoll, bei Abständen kleiner als 14 cm zu messen.

Im Spektrum des Zählrohrs muss am niederenergetischen Ende eine Schwelle gesetzt werden, um das elektronische Rauschen und den trotz der kleinen Empfindlichkeit noch merklichen Anteil von γ -Quanten aus der Quelle abzuschneiden. Die Messmethode ist deshalb das Zählen ausgewählter Ereignisse. Dabei wird das Spektrum mit einem Vielkanalanalysator bestimmt.

7.5.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Neutronenphysik: [1], [33], [34]

Detektoren: [18]

Elektronik: [21], [22]

7.6 Versuch (B): Messung der Winkelkorrelation von γ -Strahlung

7.6.1 Aufgabe

1. Messung der γ - γ -Korrelation von ^{60}Ni .
2. Bestimmung der Anisotropie und der Korrelationsfunktion
3. Bestimmung der Auflösungszeit der Koinzidenz.

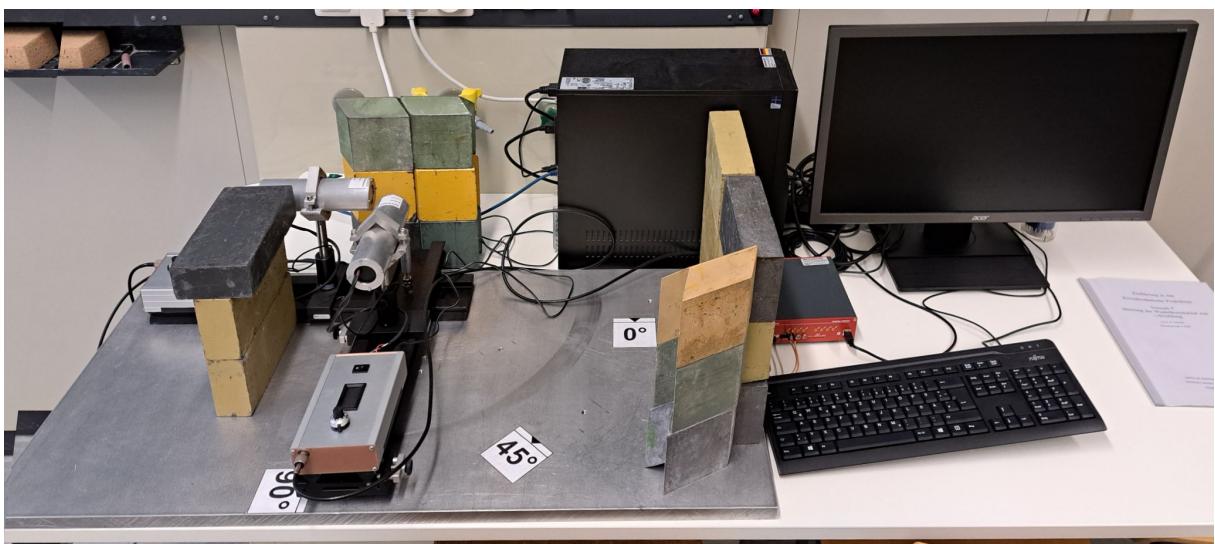


Abbildung 7.17: Aufbau des Winkelkorrelationsversuchs. Links im Bild sind die beiden PMTs mit NaJ Szintillationsdetektoren zu sehen. Der vordere Detector kann um die vertikale Achse zwischen den beiden Detektoren gedreht werden auf der auch die ^{60}Co Quelle plaziert wird.

7.6.2 Einführung

Die Strahlung eines elektromagnetischen Übergangs zwischen einem Zustand mit dem Spin J_1 und einem Zustand mit dem Spin J_2 ist isotrop, d.h. die Intensität ist unabhängig vom Emissionswinkel bezüglich einer ausgezeichneten Richtung, unter zwei Bedingungen:

- die $2J_1 + 1$ Unterzustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen sind gleich besetzt,
- alle zwischen den Zuständen J_1, m_1 und J_2, m_2 möglichen Übergänge werden beobachtet.

Dies soll an einem einfachen Beispiel genauer erklärt werden. Betrachtet wird der Übergang zwischen einem Zustand mit $J_1 = 1$ und dem Grundzustand mit $J_2 = 0$. Der obere Zustand ist dreifach entartet, er besitzt die magnetischen Quantenzahlen $m_1 = +1, 0, -1$, der untere Zustand ist einfach mit $m_2 = 0$. Es gibt dann drei mögliche Dipolübergänge mit

$$\Delta m = m_1 - m_2 = +1, 0, -1 \quad (7.86)$$

Aus der Optik kennt man die Wahrscheinlichkeiten für diese Übergänge

$$\begin{aligned}
 W_+ \cdot d\Omega &= \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \cdot d\Omega \\
 W_0 \cdot d\Omega &= \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \sin^2 \theta \cdot d\Omega \\
 W_- \cdot d\Omega &= \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \cdot d\Omega
 \end{aligned} \tag{7.87}$$

θ ist der Winkel zwischen der Emissionsrichtung und der z-Achse, die als Quantisierungsachse gewählt ist.

Die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Komponenten sind nicht isotrop, so ist z.B. $W_0 = 0$ für $\theta = 0$. Nur die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist isotrop

$$W_{Ges} = \sum_i W_i \cdot d\Omega = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot d\Omega \tag{7.88}$$

Im Experiment wird die Intensität I_{Ges} der von einer Gesamtheit sehr vieler Teilchen emittierten Strahlung gemessen, die sich in den Zuständen J_1, m_i befinden. Diese Intensität hängt auch von den Besetzungszahlen N_i dieser Zustände ab.

$$I_{Ges} \cdot d\Omega = \sum_i N_i \cdot W_i \cdot d\Omega = (N_+ \cdot W_+ + N_0 \cdot W_0 + N_- \cdot W_-) \cdot d\Omega \tag{7.89}$$

Durch Einsetzen von Gl. 7.87 ergibt sich als hinreichende Bedingung für die Isotropie, dass alle Zustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen gleich besetzt sind: $N_+ = N_0 = N_-$. Notwendig ist dabei, dass alle Übergänge gemeinsam beobachtet werden, und nicht einer durch besondere Maßnahmen herausgehoben wird.

In der Atomphysik sind solche selektiven Beobachtungen beim Zeeman-Effekt bekannt. Die drei Zustände J_1, m_i sind in einem Magnetfeld infolge der Wechselwirkung des mit dem Spin verbundenen magnetischen Moments mit dem Feld energetisch aufgespalten. Die Übergänge in Gl. 7.87 haben deshalb verschiedene Frequenzen. Außerdem hat jeder Übergang eine bestimmte Polarisation: Licht mit $\Delta m = +1$ bzw. $\Delta m = -1$ ist rechts- bzw. linkszirkular polarisiert, mit $\Delta m = 0$ ist es linear parallel zum Magnetfeld polarisiert. Werden polarisationsempfindliche Detektoren verwendet oder wird die Intensität bei einer bestimmten Frequenz gemessen, lassen sich die Komponenten von Gl. 7.89 einzeln bestimmen. Man hat dann immer eine Anisotropie. So ist z.B. die parallel zum Feld polarisierte Komponente bei longitudinaler Beobachtung ($\theta = 0$) nicht vorhanden.

Bei der Beobachtung der Winkelverteilung von γ -Quanten sind die einzelnen Komponenten wegen der unzureichenden Energieauflösung der Detektoren nicht auflösbar, so dass immer die Gesamtintensität aller Übergänge gemessen wird. Eine Anisotropie kann dann nur durch verschiedene Besetzungszahlen der emittierenden Zustände entstehen. Es gibt zwei Methoden solche Besetzungsunterschiede zu erzeugen: erstens die Polarisation der Kerne (über Polarisation siehe V10 Paritätsverletzung), zweitens durch die Methode der Winkelkorrelation.

Ein Beispiel für die Polarisation ist das berühmte Experiment von Wu [28], [40] zum Nachweis der Paritätsverletzung beim β -Zerfall. Dazu wird ^{60}Co mit dem Kernspin $J = 5$ in einem Magnetfeld polarisiert. Durch einen β^- -Zerfall wird der angeregte Zustand des ^{60}Ni besetzt, der ebenfalls polarisiert ist. Wenn er durch γ -Emission zerfällt, ist die Strahlung anisotrop. Die Anisotropie ist ein Maß für die Polarisation der ^{60}Co -Kerne.

Die Polarisation eines Kerns mit dem Spin J in einem Magnetfeld B kommt zustande, weil die Entartung der $2J + 1$ Unterzustände aufgehoben wird. Die Aufspaltungsenergien sind

$$\Delta E_i = -\frac{m_i}{J} \cdot \mu \cdot B \quad (7.90)$$

μ ist das magnetische Moment des Kerns und m_i seine magnetische Quantenzahl. Wenn sich die Gesamtheit der Kerne bei einer Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befindet, dann gehorchen die Besetzungszahlen N_i der Unterzustände der Boltzmann-Verteilung

$$N_i \approx \exp\left(-\frac{\Delta E_i}{k \cdot T}\right) = \exp\left(\frac{m_i \cdot \mu \cdot B}{J \cdot k \cdot T}\right) \quad (7.91)$$

mit k der Boltzmann-Konstanten. Das Niveau mit der niedrigsten Energie hat $m_i = -J$, darüber liegen in jeweils gleichen Abständen die Zustände mit $m_i = -(J-1), -(J-2), \dots, +J$. Die relative Besetzungszahl eines höheren zum darunterliegenden Zustand ist

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \exp\left(-\frac{1}{J} \cdot \frac{\mu \cdot B}{k \cdot T}\right) \quad (7.92)$$

Unter normalen Umständen, d.h. bei kleinen Magnetfeldern und bei Zimmertemperatur, ist der Exponent praktisch gleich null. Die Besetzungszahlen sind dann unabhängig von den magnetischen Quantenzahlen für alle Zustände gleich. Unter diesen Bedingungen ist deshalb die γ -Strahlung isotrop. Bei hohen Feldern und extrem niedrigen Temperaturen ($T = 0.01$ K) nimmt der Exponent beträchtliche Werte an. Dann sind nur die tiefsten Zustände, im Grenzfall nur der Zustand mit $m_i = -J$ merklich besetzt. Fast alle Kerne sind parallel zum Magnetfeld ausgerichtet, sie sind stark, im Grenzfall vollständig polarisiert.

Die Anisotropie bei diesem Verfahren entsteht, weil der Gesamtheit der emittierenden Kerne von außen durch das Feld und die tiefe Temperatur ein Ordnungszustand aufgezwungen wird. Das ist ein Unterschied zu den Korrelationsexperimenten. Hier entsteht die Anisotropie bei anfänglicher Gleichverteilung durch *gleichzeitige* Messung von *zwei* Übergängen. Das können sein: ein β -Teilchen und ein nachfolgendes γ -Quant des Tochterkerns oder zwei γ -Quanten, wenn bei diesem der Übergang in den Grundzustand über ein oder mehrere Zwischenzustände erfolgt. Durch die *gleichzeitige* Beobachtung von zwei Übergängen wird die Gleichbesetzung bezüglich einer beliebigen Quantisierungsachse aufgehoben.

Auch hier am besten ein Beispiel. Angenommen man beobachte eine Kaskade mit $J_1 = 0, J_2 = 1$ und J_3 beliebig. Für den ersten Übergang gelten dann die Wahrscheinlichkeiten der Gl. 7.89. Da die Wahl der Quantisierungsachse wegen der Rotationsinvarianz beliebig ist, legen wir sie in die Emissionsrichtung des ersten Quants, also $\theta = 0$. Dann gilt

$$\begin{aligned} W_+ \cdot d\Omega &= W_- \cdot d\Omega = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot d\Omega \\ W_0 \cdot d\Omega &= 0 \end{aligned} \quad (7.93)$$

Für alle Kerne, deren *erstes* Quant nachgewiesen wurde, ist der Zwischenzustand $J_2 = 1, m_2 = 0$ nicht besetzt, und deshalb die Isotropie für das *zweite* Quant derselben Kaskade aufgehoben. Die Größe der Anisotropie hängt natürlich vom Spin J_3 ab. Durch die koinzidente Messung beider Übergänge tragen sozusagen nicht mehr alle Zwischenzustände mit gleichem Gewicht bei, sondern es werden einige davon definiert ausgewählt.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die gleichzeitige Emission zweier γ -Quanten einer Kaskade in Abhängigkeit des Winkels θ zwischen den Emissionsrichtungen ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{i=1}^{i_{\max}} A_{2i} \cdot P_{2i}(\cos \theta) \quad i_{\max} = \text{Min}(L_1, L_2, J_2) \quad (7.94)$$

wenn es sich um reine Strahlung und keine Multipolmischung handelt. P_{2i} sind die Legendre-Polynome der Ordnung $2i$. Die Koeffizienten A_{2i} können berechnet werden; in ihnen stecken die Übergangsmatrixelemente, die Spins der Zustände, zwischen denen die Übergänge stattfinden und die Multipolordnungen der γ -Strahlungen. Da die Parität bei elektromagnetischen Übergängen erhalten ist, treten nur gerade Ordnungen der Legendre-Polynome auf. Die Summation läuft bis zu einem Maximalwert i_{\max} , dem kleinsten Wert der Drehimpulse der Strahlungen und des Spins J_2 des Zwischenzustandes.

Die Größe des Wirkungsquerschnitts wird bestimmt durch den Koeffizienten A_0 . In ihm und in den höheren Koeffizienten sind als Faktor die Matrixelemente der Übergänge enthalten. Um sie zu eliminieren wird die Korrelationsfunktion $K(\theta)$ eingeführt.

$$K(\theta) = \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} / \frac{d(90^\circ)}{d\Omega} \quad (7.95)$$

Sie kann auch geschrieben werden

$$K(\theta) = 1 + \sum_{i=1}^{i_{\max}} a_{2i} \cdot \cos^{2i} \theta \quad (7.96)$$

Die Koeffizienten a_{2i} sind jetzt nur noch durch die Drehimpulse gegeben. Werden sie gemessen und mit den für bestimmte Drehimpulse berechneten Werten verglichen, können die Multipolordnungen der Strahlung und die Spins der Kernzustände bestimmt werden.

Die γ -Strahlung von ^{60}Co ist elektrische Quadrupolstrahlung ($L_1 = 2, L_2 = 2$) und der Spin des Zwischenzustands ist $J_2 = 2$, so dass $i_{\max} = 2$. Damit hat man

$$K(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2 \theta + a_4 \cdot \cos^4 \theta \quad (7.97)$$

mit den theoretischen Werten $a_2 = 1/8$ und $a_4 = 1/24$.

Die Abweichung einer Winkelkorrelation von einer isotropen Verteilung ist die Anisotropie

$$An = \frac{d\sigma(180)/d\Omega - d\sigma(90)/d\Omega}{d\sigma(90)/d\Omega} = \frac{K(180) - K(90)}{K(90)} = K(180) - 1 \quad (7.98)$$

7.6.3 Aufbau und Durchführung

Die Meßmethode ist eine Koinzidenzmessung wie in Kapitel 5.7.4 beschrieben. Als Detektoren werden NaJ-Szintillatoren mit Photomultipliern verwendet. Die Pulsform der Photomultiplier-signale wird mit einem schnellen ADC (CAEN Digitizer DT5725, 8x 250 MSPS) digitalisiert. Die Daten der einzelnen Ereignisse (Events) werden auf einen PC (Linux) übertragen und in einem File abgespeichert. Anschließend werden die Pulse mit Hilfe von Python analysiert und die Pulshöhe bestimmt. Die Pulshöhe wird über eine Energiekalibration in Energieeinheiten umgerechnet. Nach dem Energieschnitt auf Einzelpulse, wird die Koinzidenzbedingung geprüft und die entsprechenden Zählvariablen für PMT1, PMT2 und die Koinzidenz hochgezählt. Der Python-Code wird in einem Jupyter-Notebook ausgeführt.

Da die zu messende Anisotropie klein ist, kommt man in Versuchung, ein Präparat mit großer Aktivität zu verwenden, um Meßzeit zu sparen. Das kann man aber nicht beliebig weit treiben, da man sonst zu viele zufällige Koinzidenzen erhält. Die echten Koinzidenzen hängen linear von der Aktivität ab

$$N_k = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A \cdot f(\Theta) \quad (7.99)$$

A ist die Aktivität. Die ϵ_i sind die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Detektoren einschließlich des Geometriefaktors. Die Funktion $f(\Theta)$ beschreibt die Winkelabhängigkeit der Koinzidenzen und ist nahe 1. Die Rate der zufälligen Koinzidenzen (Gl. 5.5)

$$N_Z = \tau_A \cdot N_1 \cdot N_2 = \tau_A \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A^2 \quad (7.100)$$

steigt aber quadratisch mit A an, so dass sich für das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen ergibt

$$\frac{N_K}{N_Z} \approx \frac{1}{\tau_A \cdot A} \quad (7.101)$$

Aus dieser Gleichung kann der maximale Wert entnommen werden, den A annehmen darf, wenn ein vorgegebenes Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen eingehalten werden soll. Die Auflösungszeit τ_A wird immer möglichst niedrig gewählt.

Der Versuch wird deshalb mit einer möglichst kurzen Koinzidenzzeit durchgeführt. Zur Bestimmung der Korrelationsfunktion genügt es, die Koinzidenzen bei drei Winkeln zu messen. Dann ergeben sich für die Berechnung von a_2 und a_4 zwei unabhängige Gleichungen.

Bei der Messung bleibt ein Detektor in einer festen Position. Der andere kann bei den Emissionswinkeln 180° , 135° und 90° aufgestellt werden. Es werden NaJ-Szintillationsdetektoren verwendet, deren Zeitauflösung zwar schlechter als die von Plastikscintillatoren ist, aber trotzdem ausreicht. Sie haben aber den Vorteil, dass ein großer Teil der γ -Quanten durch Photoeffekt nachgewiesen wird. Durch Comptonstreuung an den Detektoren und Halterungen werden falsche Koinzidenzen erzeugt, d.h. die nachgewiesenen Quanten sind nicht unmittelbar von der Quelle in die Detektoren gelangt, sondern sind ursprünglich in andere Richtungen emittiert worden. Da die Quanten bei der Streuung Energie verlieren, könnten diese Ereignisse vollständig unterdrückt werden, wenn nur der Photopeak zur Auswertung herangezogen werden würde. Wegen der schlechten Statistik kann man sich dies nicht leisten. Die Abhilfe, ein stärkeres Präparat zu verwenden, ist wegen der radioaktiven Belastung im Praktikum nicht möglich. Als Kompromiß wird die Schwelle bei 60-70% des Photopeaks eingestellt.

Zur quantitativen Erfassung der zufälligen Koinzidenzen muss die Auflösungszeit der Koinzidenz bestimmt werden. Dies geschieht durch Messung der Differenzzeitverteilung der Koinzidenzereignisse. Aus der Breite des Auflösungskurven wird der Zeitschnitt für die Auswahl von echten Koinzidenzen bestimmt. Zufällige Koinzidenzen kann man suchen, indem man Koinzidenzen außerhalb des Zeitfensters der echten Koinzidenzen sucht. Überprüfen Sie, ob die zeitliche Länge der digitalisierten Pulse für diese Suche ausreicht, oder ob Sie einen schmaleren Zeitbereich nehmen müssen, dessen Rate Sie dann auf die Breite des Koinzidenzzeitfensters hochskalieren. Falls nötig, kann auch die Länge des Zeitfensters, in dem die Pulsform digitalisiert wird, vor oder nach dem Trigger vergrößert werden.

Im Hinblick auf die Auswertung ist es erforderlich, mindestens drei Messreihen aufzunehmen. Innerhalb einer Reihe sollte zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit bei jedem Winkel unmittelbar hintereinander zweimal gemessen werden. Die Messzeit pro Punkt sollte mindestens 400 s betragen.

7.6.4 Auswertung

Die Koinzidenzraten sind durch das Produkt der zugehörigen Einzelraten zu dividieren. Damit wird erreicht, dass Fehler durch eventuell wandernde Schwellen, mangelhafte Justierung, unterschiedliche Raumwinkel, bei den verschiedenen Einstellungen herabgesetzt oder vermieden werden. Nach Abzug der zufälligen Koinzidenzen werden die Daten auf zwei Methoden ausgewertet.

- Erfassung des statistischen Fehlers. Alle zu einem Winkel gehörenden Koinzidenzraten werden addiert und mit den Summen die Koeffizienten a_2 , a_4 und die Anisotropie bestimmt. Die Fehler für diese Größen berechnen sich unter der Annahme von Poissonstatistik für

die Zählraten mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Sie sind rein statistischer Natur.

2. Erfassung des gesamten Fehlers. Die Meßreihen werden als unabhängig angesehen und getrennt ausgewertet. Am Ende wird gemittelt, der Fehler eines Mittelwertes ist die Standardabweichung dividiert durch die Wurzel aus der Anzahl der Messungen.

Der Vergleich der Fehler gibt einen Hinweis, ob man nur länger messen oder sich eine neue, genauere Apparatur braucht.

7.6.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Winkelkorrelation [1], [26]

Detektoren [18], [19], [26]

Elektronik [21], [22]

7.7 Versuch (M): Eigenschaften von Silizium-Streifendetektoren

7.7.1 Aufgabe

Dieser Versuch ist ein Teil des zweiteiligen CMS-Versuches. Im ersten Teil werden die Eigenschaften eines Si-Streifendetektors, ähnlich dem im Tracking Detektor von CMS eingesetzten Detektortyp, untersucht. Im zweiten Teil werden in Originaldaten des CMS Experimentes am LHC die Signaturen verschiedener Teilchenarten identifiziert. In diesem Versuch geht es um den ersten Teil. An einem anderen Praktikumstag bearbeiten Sie den zweiten Teil.

1. Untersuchen Sie die Eigenschaften eines Si-Streifendetektors mit Hilfe des AliBaVa Systems.

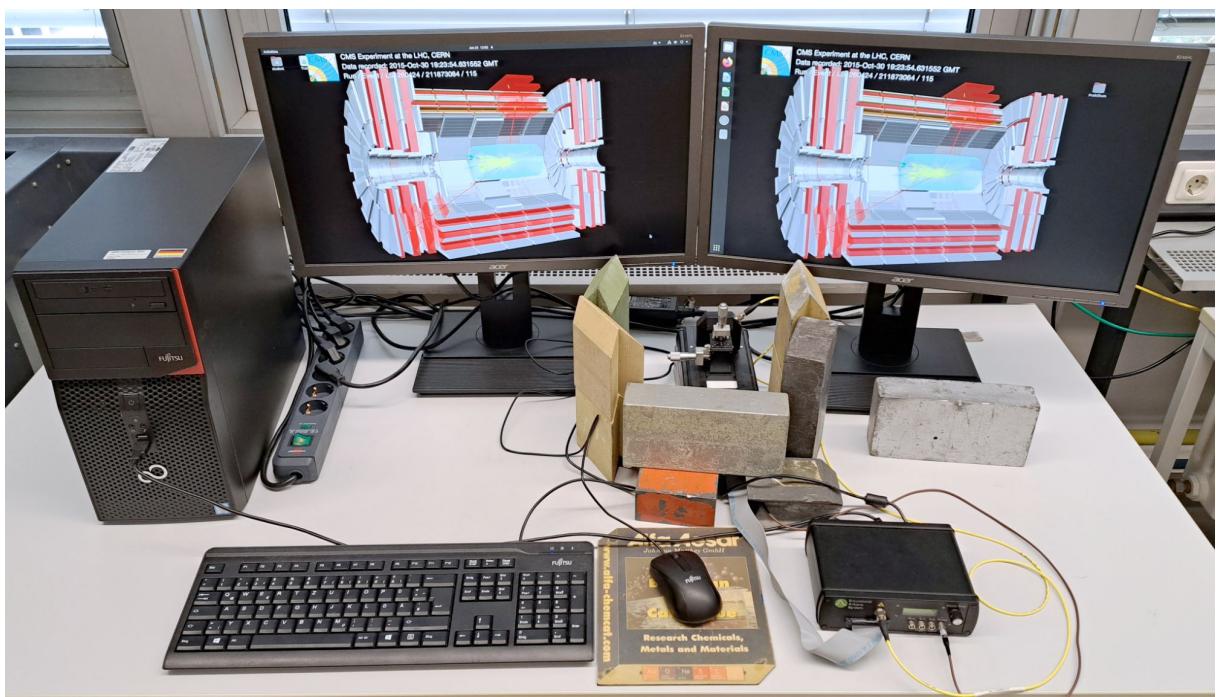


Abbildung 7.18: Der Si-Streifendetektor, der in diesem Versuch untersucht wird, befindet sich in dem schwarzen Gehäuse hinter der Bleiabschirmung.

7.7.2 Einführung

Grundlage für die Teilchenphysik-Versuche ist das Standardmodell der Teilchenphysik, das in Kapitel 2.6 eingeführt wird. Elementarteilchen und Wechselwirkungen des Standardmodells der Teilchenphysik lassen sich sehr gut in Collider-Experiment untersuchen. Hierbei gibt es zwei Typen von Beschleunigern. Der Linear-Beschleuniger wird aufgrund seiner geringen Energieverluste durch Synchrotronstrahlung vor allem für Elektronen und Positronen eingesetzt. Dagegen wird der Ringbeschleuniger gerne für die Beschleunigung von Protonen und Ionen verwendet. Um die hohen Strahlenergien zu erreichen, wird üblicherweise eine ganze Kette von Vorbeschleunigern vor dem eigentlichen Speicherring installiert. Dort werden die beschleunigten Teilchen in bestimmten Interaktions-Punkten zur Kollision gebracht.

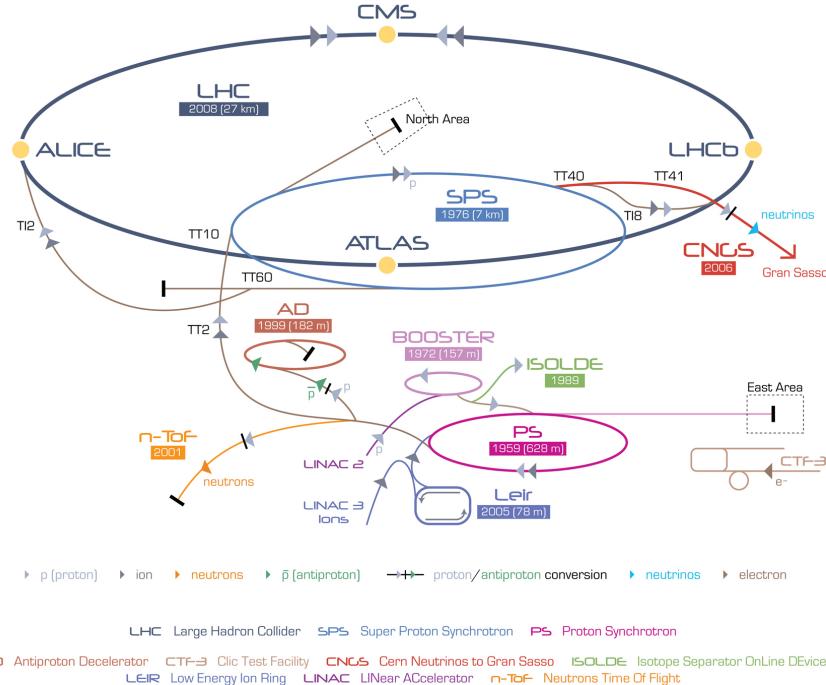


Abbildung 7.19: Der LHC Beschleunigungs-Apparat schematisch dargestellt.

Am derzeit größten Ringbeschleuniger, dem Large Hadron Collider (LHC) Experiment² am CERN³ bei Genf, beschleunigen eine ganze Reihe von Vorbeschleunigern inklusive dem Speicher-Ring mit 27km Umfang die Proton-Pakete mit etwa $1,15 \cdot 10^{11}$ Protonen auf 7 bis 13 TeV Schwerpunktssnergie. Die komplette Beschleunigungskette inklusive Experimenten ist in Abb. 7.19 dargestellt. Der Hauptvorteil der Protonen- statt Elektronen-Beschleunigung sind die wesentlich geringeren Energieverluste durch Synchrotronstrahlung, welche bei der Ablenkung von geladenen Teilchen in Magnetfeldern entsteht. Außerdem kann bei einem Proton-Ringbeschleuniger bei hohen Kollisionsraten der Strahl wieder verwendet werden.

Der Beschleuniger an sich besteht aus Beschleunigerstrecken, Dipol- und Quadrupolmagneten, die entlang einer kreisförmigen Bahn angeordnet sind. Die vertikalen Magnetfelder der Dipole sorgen dafür, dass sich die beschleunigten Teilchen in entgegengesetzte Richtungen auf Kreisbahnen bewegen und bei jedem Umlauf durch die Beschleunigungsstrecken kinetische Energie gewinnen. Dies geschieht auch nach dem Erreichen der maximalen Energie um Verluste durch Synchrotronstrahlung auszugleichen. Durch Fokussierung und Ablenkung mithilfe von Quadrupolmagneten können die Strahlen Vorbereitet und zur Kollision gebracht werden.

Dies geschieht beim LHC an 4 Kollisionspunkten an denen die Teilchen-Detektoren Compact Muon Solenoid (CMS), A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS), Large Hadron Collider beauty (LHCb) und A Large Ion Collider Experiment (ALICE) zur Vermessung der Kollisionen bereit stehen.

In einer Kollision wechselwirken Quarks und Gluonen aus zwei gegenläufigen Protonen miteinander, was aufgrund der Menge an Protonen pro Paket auch massiv parallel geschieht. Abhängig von der invarianten Masse der Interaktion können in verschiedenen Prozessen neue Teilchen entstehen. Wie oft Kollisionen vorkommen, wird durch die instantane Luminosität \mathcal{L} bestimmt, die definiert ist als:

²The CERN accelerator complex [I]

³Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.

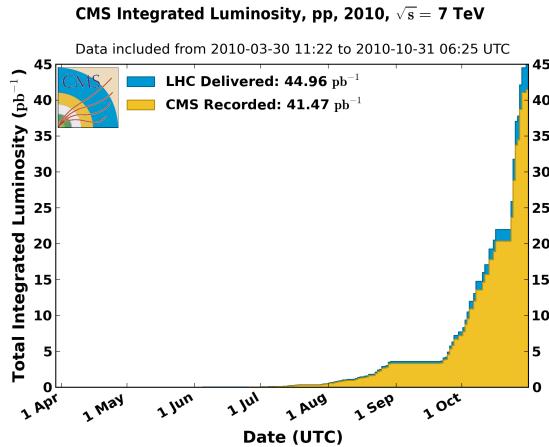


Abbildung 7.20: Integrierte Luminosität bereitgestellt vom LHC und aufgenommen vom CMS Experiment kumuliert über Run 1 im Jahr 2010.

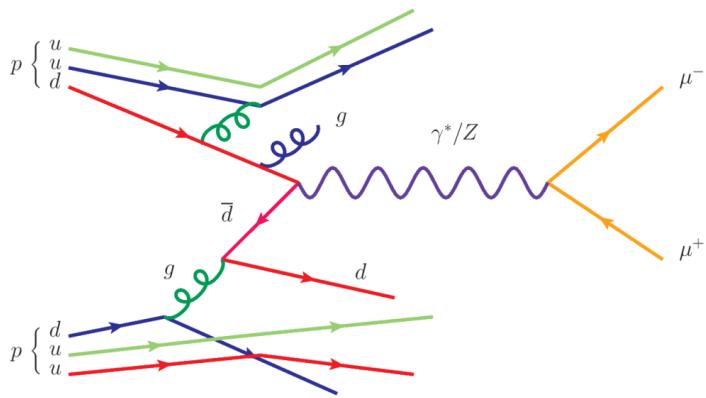


Abbildung 7.21: Feynman-Graph einer Proton-Proton Kollision, bei der ein virtuelles Z -Boson entsteht, das in ein Myon-Paar zerfällt.

$$\mathcal{L} = \frac{\text{Anzahl der einlaufenden Teilchen}}{\text{Zeiteinheit} \times \text{Fläche}}. \quad (7.102)$$

Sie ist eine vom Speicherring vorgegebene Größe und wird typischerweise in der Einheit barn $1\text{b} = 10^{-24}\text{cm}^2$ angegeben. Dabei erreichte der LHC eine instantane Luminosität von $\mathcal{L} = 1,75 \cdot 10^{34}\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Summiert man die Werte über einen bestimmten Zeitraum auf, so erhält man die integrierte Luminosität L_{int} , welche als Maß für die Anzahl der Kollisionen verwendet wird. In Abb. 7.20 werden die integrierten Luminositäten summiert über den ganzen LHC Run 1 für 2010 dargestellt, dessen Daten für diesen Versuch verwendet werden. Die Anzahl der Kollisionen (Events) N , die man im Detektor nachweisen kann, wird bestimmt durch:

$$N = L_{int} \cdot \sigma, \quad (7.103)$$

wobei $L_{int} = \int \mathcal{L} \cdot dt$ die über die Zeit integrierte Luminosität und σ den Wirkungsquerschnitt darstellt.

Der Wirkungsquerschnitt bestimmt die Kollisions- und Zerfallswahrscheinlichkeiten, welche aus den Feynmanregeln des Standardmodells berechnet werden können.

Diese Kollisionsprozesse kann man anhand von Feynman-Diagrammen anschaulich darstellen (siehe Abb. 7.107). Die übliche Konvention für Feynman-Diagramme ist, dass die Zeitachse

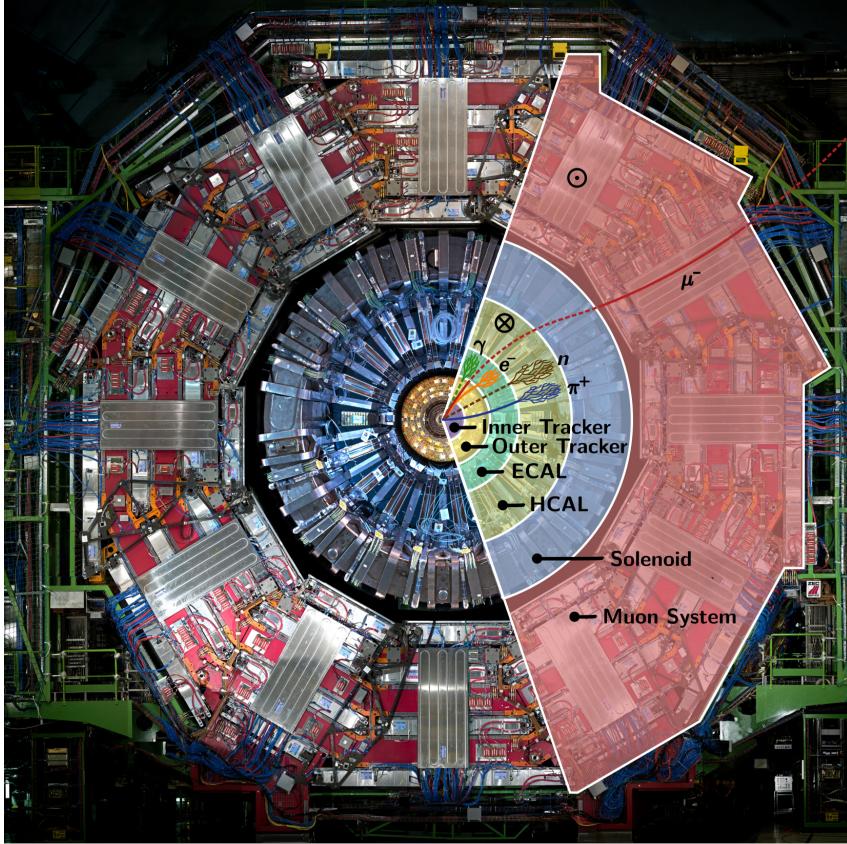


Abbildung 7.22: Ein Querschnitt durch den CMS Detektor zeigt die unterschiedlichen Subsysteme inklusive der jeweils nachweisbaren Teilchen.

nach rechts aufgetragen wird. Stehen die Pfeile dann in positive Zeitrichtung, so repräsentieren sie Teilchen, in negative Zeitrichtung Antiteilchen. Die Punkte stellen Wechselwirkungspunkte (Vertizes) dar. Innere Linien (solche die innerhalb des Diagramms beginnen und enden) stehen für virtuelle Teilchen, die nicht beobachtet werden können. Nur äußere Linien (solche die in den Prozess hinein- oder aus ihm herausragen) stehen für reale (beobachtbare) Teilchen. Die realen Teilchen gehorchen der Gleichung $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, wobei E die gesamte Energie, p der Impuls und m die Ruhemasse des Teilchens ist. Die virtuellen Teilchen hingegen existieren nur sehr kurz und fallen somit in den Bereich der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar/2$. Die Werte von E , p und m müssen also nicht die obige Gleichung erfüllen.

Die stabileren Teilchen, wie zum Beispiel Myonen, Photonen oder Pionen erreichen den Detektor und werden dort registriert. Dabei werden unterschiedliche Teilchen und deren unterschiedliche Eigenschaften wie Impuls und Energie mithilfe von verschiedenen zwiebelschalig angeordneten Subdetektoren vermessen. Abb. 7.22 zeigt ein Querschnitt-Foto des CMS Detektors mit einer Einteilung der unterschiedlichen Subsysteme. Hierbei wird auch gezeigt, welche Teilchen in welcher Detektorschicht nachgewiesen werden können.

Beim CMS Detektor sind das von innen nach außen folgende Systeme⁴:

- **Silizium-basierter Spurdetektor**⁵: Direkt um das Strahlrohr herum befinden sich als erstes Pixel- und Streifendetektor. Zusammen bezeichnet man die beiden als Tracking-Detektor, bzw. Tracker. Aufgabe des Trackers ist die Bestimmung der Teilchenimpulse aufgrund der im Magnetfeld gekrümmten Trajektorien von geladenen Objekten. Und auch

⁴Für weitere Details, siehe: [CMS Detektor \[II\]](#)

⁵[Spur-Detektor](#)

das Ladungsvorzeichen kann durch die Richtung der Ablenkung bestimmt werden, was zur Teilchenidentifikation beiträgt. Zusätzlich werden durch den Traking-Detektor die Ursprungsorte der Teilchen, sogenannte Vertizes, bestimmt. Dadurch kann jedes Teilchen einer bestimmten Kollision zugeordnet werden. Erst die hohe Genauigkeit des (zum Teil in Karlsruhe entwickelten und gefertigten) Tracking-Detektors ermöglicht also die Rekonstruktion verschiedener Ereignisse, die sich zum Teil 100-fach Überlagern.

- **Elektromagnetisches Kalorimeter⁶:** Dieses System vermisst die Energien von Elektronen und Photonen durch elektromagnetische Schauerbildung. Dies wird oftmals mit dem (stark vereinfachenden) Heitler-Modell beschrieben. Dabei erzeugt das Primärteilchen durch Paarbildung und Bremsstrahlung eine Kaskade von Sekundärteilchen. Durch Compton-Streuung und photoelektrischen Effekt wird die komplette Energie des Primärteilchens im Szintillationsmaterial des Kalorimeters deponiert und mithilfe von Photomultipliern (PMTs) gemessen. Dadurch wird – unter Voraussetzung, dass ein Schauer komplett im Kalorimeter enthalten ist – eine Messung der Energie der Primärteilchen möglich. Für Hadronen ist diese Voraussetzung in der Regel nicht erfüllt, da das elektromagnetische Kalorimeter nicht genug Wechselwirkungslängen an Material bereit stellt. Daher wird es von einem zweiten Kalorimeter umschlossen.
- **Hadronisches Kalorimeter:** Das hadronische Kalorimeter arbeitet nach dem selben Prinzip. Die hadronische Schauerbildung ist jedoch bei weitem komplizierter zu beschreiben. Im Gegensatz zum elektromagnetischen Kalorimeter besteht es aus mehreren alternierenden Schichten Absorber- und Szintillator-Material und ist nicht homogen. Diese Bauweise wird oft als Sandwich-Kalorimeter bezeichnet. Durch Kernprozesse im Absorbermaterial werden Sekundärteilchen produziert, welche sowohl eine hadronische als auch elektromagnetische Kaskade auslösen. Im dahinterliegenden Szintillationsmaterial entsteht analog Szintillationslicht, das von PMTs aufgefangen wird. Auf diese Weise wird die Energie von Hadronen analog zum elektromagnetischen Kalorimeter bestimmt. Dieser Prozess wiederholt sich in den darauffolgenden Schichten solange, bis idealer Weise alle Energie deponiert und erfasst wurde.
- **Solenoid-Magnet:** Ein supraleitender Solenoid-Magnet erzeugt ein homogenes Magnetfeld von 4T Stärke im Inneren des Detektors um Teilchenbahnen für die Impulsmessung zu krümmen. Über außen liegende Rückführjochs wird auch außen ein etwas schwächeres homogenes Magnetfeld in umgekehrter Richtung erzeugt.
- **Myonenkammern⁷:** Da Myonen minimal-ionisierende Teilchen (MIPs) sind, passieren sie die Detektorschichten ohne gestoppt zu werden. Um trotzdem ihre Energie und ihren Impuls genau zu vermessen, sind zwischen den Eisenschichten des Rückführjochs Gasdetektoren (sogenannte Drift-Tubes und Resistiv Plate Chambers) zur Spur-Vermessung und zum Triggern eingebaut, da viele (Higgs-)Analysen auf den Myonen-Kanal bauen. In Kombination mit dem inneren Spurdetektor können die Myon-Eigenschaften aus der S-förmig gekrümmten Trajektorie genau bestimmt werden.

Alle Subsysteme des CMS Detektors erzeugen zusammen 1.5MB Daten pro Kollision von zwei Proton-Paketen, welche alle 50ns auftreten. Eine Aufzeichnung der Daten ist nur möglich, wenn ein entsprechendes Trigger-System interessante Ereignisse in Echtzeit herausfiltert und für die Rekonstruktion ins Rechenzentrum weiterleitet. Dafür sind vor allem ein schneller Level 1 Trigger und ein software-basierter High Level Trigger für eine Reduktion der Datenrate verantwortlich, damit diese gespeichert und rekonstruiert werden kann.

⁶Kalorimeter

⁷Myonen-Detektor

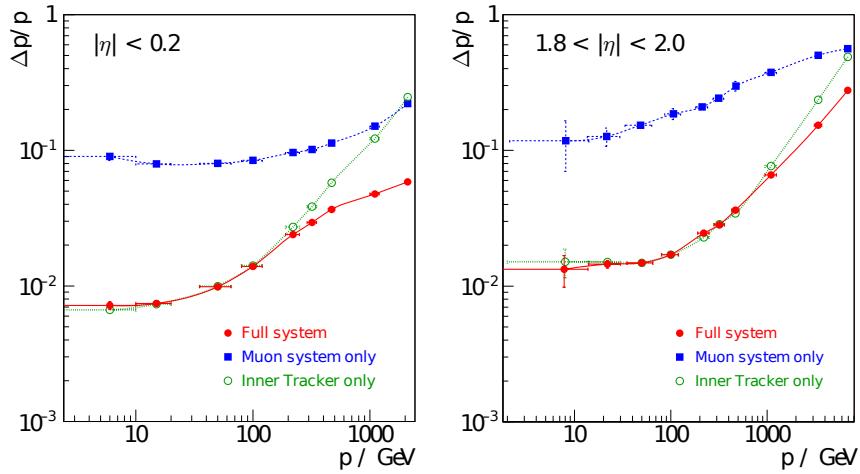


Abbildung 7.23: Impulsauflösung der Myonen, welche im Zentralbereich (links) und in den Endkappen (rechts) rekonstruiert wurden.

Für die Rekonstruktion des Ereignisses wird beim CMS Detektor eine sogenannte Particle-Flow Methode verwendet. Diese vereinigt die Information möglichst aller Subdetektorsysteme um eine präzise Bestimmung der Teilchen zu ermöglichen. Von den Energiedepositionen in den Kalorimetern und den Spuren im Tracker und den Myonkammern werden geladene und neutrale Teilchen rekonstruiert. Diese beinhalten Myonen, Elektronen, Photonen, geladene und neutrale Hadronen, welche Particle-Flow Kandidaten darstellen. Aufgrund der Berechnung ihres Ursprungs (Vertex) werden sie unterschiedlichen Kollisionen zugeordnet.

Myonen passieren aufgrund ihrer minimal-ionisierende Eigenschaft nahezu ungehindert die gesamte Detektormaterie. Daher werden bei der Rekonstruktion ihre Spureinträge aus dem inneren Spurdetektor und dem äußeren Myonsystem für die Rekonstruktion kombiniert. Dabei bekommt man eine transversale Impulsauflösung abhängig von der Detektorgeometrie, wie sie in Abb. 7.23 gezeigt ist.

Für die Elektronen-Rekonstruktion werden dagegen die Informationen aus Spurdetektor und elektromagnetischem Kalorimeter kombiniert. Diese wird aufgrund von Bremsstrahlungseffekten durch die gekrümmten Teilchenbahnen verkompliziert, da hier zusätzliche Teilchen entstehen die bei der Rekonstruktion eventuell nicht berücksichtigt werden und sich durch den Energieverlust auch die Spuren verändern.

Quarks und Gluonen können aufgrund des Confinement-Effekts nicht frei existieren. Da die anziehende Kraft zwischen ihnen mit dem Abstand anwächst, entsteht durch das Auseinanderlaufen der Quarks eine so hohe Energiedichte, dass neue Quarks entstehen. Diese bilden dann (farbneutrale) hadronische Bindungszustände aus 2 (Mesonen) oder 3 Quarks (Baryonen). Erkennbar ist dies an der Besonderheit der Kopplungskonstanten der starken WW, siehe Tabelle 2. Die neu entstandenen Hadronen sind allerdings meist nicht stabil und zerfallen sofort in einen ganzen Schauer von Sekundärteilchen, welche vom Wechselwirkungspunkt in einer Kegelform wegfliegen. Vermisst man diese sogenannten Jets im Detektor, kann man Rückschlüsse auf das originale Quark bzw. Gluon ziehen.

Bei der Rekonstruktion muss nun unterschieden werden, welche Particle-Flow Kandidaten einem Jet zugeordnet werden müssen und welche freie Teilchen sind. Dazu wird auf alle Particle-Flow Kandidaten ein Jet Clustering Algorithmus (i.d.R. ein sogenannter Anti- k_T Algorithmus) losgelassen, welcher sequenziell Teilchen kombiniert, die bestimmte Kriterien abhängig von der räumlichen Trennung und dem Transversalimpuls erfüllen. Isolierte Teilchen bleiben dabei übrig und stellen freie Teilchen dar.

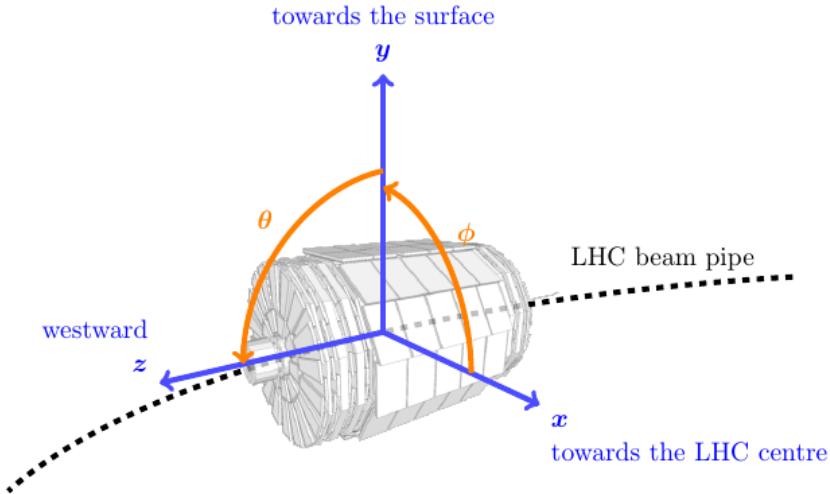


Abbildung 7.24: Koordinatensystem des CMS Detektors.

Für die räumliche Vermessung von Teilchenbahnen wurde beim CMS Experiment das Kartesische Koordinatensystem mit folgender Konfiguration gewählt, welche auch in Abb. 7.24 ersichtlich ist.

- Die x-Achse liegt horizontal und zeigt auf das Zentrum des LHC-Rings.
- Die y-Achse ist vertikal und zeigt an die Oberfläche.
- Die z-Achse zeigt entlang der Strahlachse in Richtung Westen.

Da sowohl die Kollisionen, als auch der Aufbau des CMS Detektors symmetrisch bezüglich der Strahlachse sind, benutzen Analysen gerne spezielle Zylinderkoordinaten. Dabei lässt sich ausgehend von der x-Achse der Azimutalwinkel ϕ berechnen, welcher in der x-y-Ebene agiert. Der Polarwinkel Θ beschreibt ausgehend von der z-Achse die y-z-Ebene. Basierend auf diesen Definitionen werden für CMS Physik-Analysen die Größen Rapidity y und die Pseudorapidität η berechnet. Die Rapidity y eines Teilchens wird wie folgt definiert:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (7.104)$$

Mit dieser Variablen lässt sich die Kinematik von Teilchen oft gut beschreiben. Der Hauptvorteil der Rapidity ist ihre Invarianz unter Lorentz-Transformationen entlang der z-Achse. Zusätzlich ist der Teilchenfluss eines Hadronkolliders als Funktion der Rapidity nahezu konstant. Die Pseudorapidität η ist definiert als:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right). \quad (7.105)$$

Für hochenergetische Teilchen ($p \rightarrow E$) lässt sich dies umformen zu:

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\Theta}{2} \right). \quad (7.106)$$

Vorteil dieser Größe ist die Unabhängigkeit von der Teilchenmasse. Die räumliche Distanz ΔR zwischen zwei Objekten kann daher mithilfe von:

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2} \quad (7.107)$$

ausgedrückt werden.

Für die initialen Proton-Proton Kollisionen ist der transversale Impuls senkrecht zur Strahlachse vernachlässigbar. Daher muss der transversale Impuls p_T eines Kollisionsereignisses erhalten sein. Aufgrund der Tatsache, dass Protonen zusammengesetzte Objekte sind, lässt sich der longitudinale Impuls der Ereignisse jedoch nicht bestimmen. Daher werden aus einer Kollision produzierte Teilchen üblicherweise mit den Observablen p_T , η (oder y) und ϕ beschrieben. Rekonstruiert man aus Zerfallsprodukten wieder das ursprüngliche Teilchen, so kann man auch die Invariante Masse berechnen, welche unveränderlich unter Lorentz-Transformationen ist. Diese lässt sich mithilfe der Vierervektoren der Zerfallsprodukte durch:

$$M = \sqrt{\sum_i P_i} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (p_{x,1} + p_{x,2})^2 - (p_{y,1} + p_{y,2})^2 - (p_{z,1} + p_{z,2})^2}, \quad (7.108)$$

im Fall von 2 Zerfallsprodukten, berechnen. Über diese Variable lassen sich z.B. Aussagen bezüglich der Teilchenmasse oder Zerfallsbreite treffen.

7.7.3 Experimentelles Setup und Vorbereitung

Diese Übungen sollen Sie mit den gängigen Verfahren zur Charakterisierung von Silizium-Streifendetektoren vertraut machen. Am ETP werden die elektrischen Eigenschaften der Detektoren üblicherweise an sogenannten *Probe-Stationen* untersucht, während die Ladungssammlungseigenschaften mit dem **ALiBaVa** Setup bestimmt werden. Diese *Probe-Stationen* bestehen aus metallischen Messtischen, die mit der Massenrückseite des Sensors verbunden sind, während die Kontaktierung der Streifen über Nadeln erfolgt. Über die Nadeln kann der Sensor dann vermessen und auch eine Vorspannung angelegt werden. In diesem Versuch, allerdings, legen wir den Fokus auf das **ALiBaVa** Setup, bzw. genauer auf das **Educational Alibava System (EASY)**. Das echte **ALiBaVa** Setup ist in einem Tisch-großen Aluminiumgehäuse untergebracht, um es vor Licht und elektromagnetischer Strahlung zu schützen und eine definierte Temperatur zu gewährleisten. Eine 3-Wege Schrittmotorbühne wird verwendet, um eine Strahlungsquelle über dem zu untersuchenden Sensor zu positionieren, während über eine Masseverbindung und Streifenbonds der Sensor vorgespannt wird. Das EASY, welches wir verwenden werden, benötigt allerdings weder eine Kühlung (Warum? Wenn Sie es nicht wissen, achten Sie genau auf die Streifensor-Sektion.) noch eine Schrittmotorbühne und wird mit einem kleineren Aluminiumgehäuse, welches fast in Ihre Hosentasche passt, vor Licht geschützt. Dies ermöglicht uns die Messungen durchzuführen, die wir benötigen, um uns mit dem Thema vertraut zu machen. Die Messungen, die wir durchführen werden, sind sehr gängig und werden auch bei echten Detektoren wie dem CMS Tracker durchgeführt.

7.7.3.1 Das EASY

Das EASY besteht aus zwei Einheiten: der Kontrolleinheit und der Sensoreinheit (siehe fig. 7.25 und fig. 7.26). Daten werden zwischen diesen beiden Einheiten über ein Flachbandkabel übertragen, welches in (2) der Kontrolleinheit und (3) der Sensoreinheit eingesteckt wird (achten Sie auf den Verriegelungsmechanismus!). Eine optische Fiber (gelbes Kabel) wird in (1) der Kontrolleinheit und den oberen Anschluss der Sensoreinheit eingesteckt (wieder, achten Sie auf den Verriegelungsmechanismus). In diesen Übungen werden wir den Diodentrigger verwenden, indem wir ein LEMO-Kabel in die Buchsen (7) der Kontrolleinheit und (2) der Sensoreinheit einstecken. Der Diodentrigger verwendet eine Diode, die direkt unter dem Sensor platziert ist. Wenn ein

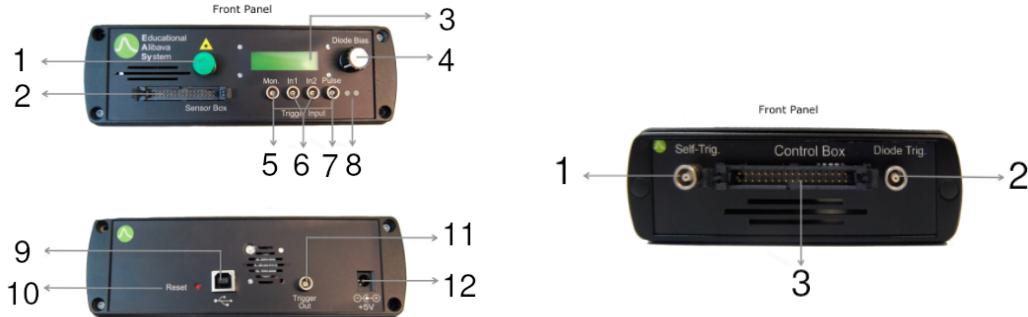


Figure 1.4.- Front and Rear Control Unit panels.

Abbildung 7.25: Vorder- und Rückseite der Kontrolleinheit [57].

Abbildung 7.26: Rückseite der Sensoreinheit [57].

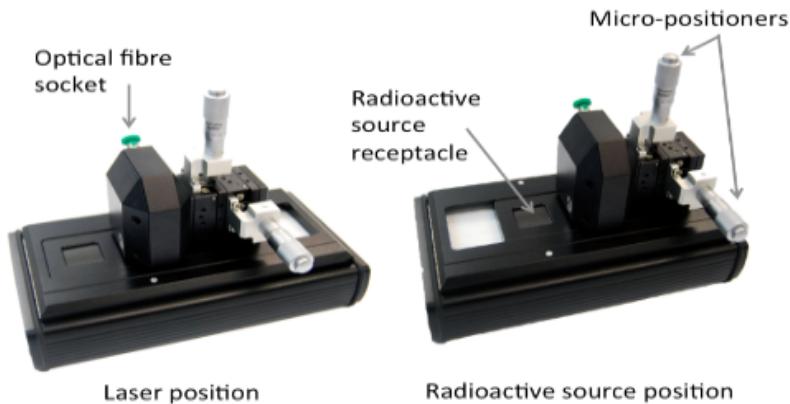


Abbildung 7.27: Positionen der Sensoreinheit [57].

Teilchen den Sensor von oben durchquert, trifft es automatisch auf die Diode darunter und ein Triggersignal wird an die Kontrolleinheit gesendet. Nachdem Sie das USB-Kabel an (9) der Kontrolleinheit und an einen PC angeschlossen und an (12) Strom angeschlossen haben, sollten Sie bereit sein. Der Knopf (4) auf der Kontrolleinheit stellt die Vorspannung des Sensors ein. fig. 7.27 veranschaulicht zwei Positionen, in die die Sensoreinheit geschoben werden kann. Stellen Sie sicher, dass Sie für jede Messung die richtige Position auswählen.

Die Sensoreinheit verfügt über eine Platine, auf welcher sich der BEETLE Auslesechip befindet. Er wurde ursprünglich für den LHCb Tracker am CERN entwickelt. Der Chip bietet 128 analoge Eingangskanäle, die mit einer getakteten analogen Pipeline mit einer Frequenz von 40 MHz verbunden sind (wie die LHC Bunch Crossing Rate!).

Latenz Die Pipeline-Struktur der Auslesekanäle ermöglicht es uns, die Latenzzeit zu korrigieren. Angenommen, ein Teilchen durchquert den Sensor und löst eine Auslese aus, indem es die Diode darunter trifft. Diodentriggerung, elektrische Verarbeitung und andere geringfügige Effekte führen zu Latzenzen im System, die durch Angabe einer Auslese-Latzenzeit korrigiert werden können. Die Latenzzeit sollte so gewählt werden, dass das Signal bei seinem zeitlichen Maximum abgetastet wird.

7.7.3.2 Siliziumstreifensensoren

p-in-n Design Die Wechselwirkung von geladenen Teilchen mit Materie wird durch die Bethe-Formel [55] beschrieben:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{\beta A} \left(\frac{1}{2} \log \left[\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} \right] - \beta^2 \right), \quad (7.109)$$

mit der Sie bereits in der Vorlesung konfrontiert wurden. Ein p-in-n Siliziumstreifensor besteht aus p-dotierten Siliziumstreifenimplantaten, die in einen n-dotierten Siliziumsubstrat eingebettet sind. Deshalb wird er auch p-in-n Sensor oder **n-Typ** Sensor genannt. Die LHC Experimente werden in Zukunft n-in-p Sensoren verwenden, die Grundfunktionalität bleibt jedoch gleich. Die Vorspannung muss jedoch umgekehrt werden. Im p-in-n Fall legen wir den Bias-Ring auf Masse, während wir eine positive Spannung auf der Rückseite anlegen.

fig. 7.29 zeigt eine schematische Darstellung eines n-Typ Streifensors wie den, den wir für diese Übung verwenden werden. Die Streifen auf dem Sensor, den wir untersuchen werden, haben einen Abstand von 160 µm. Dieser Abstand wird auch als Pitch bezeichnet. Die aktive Sensordicke beträgt 300 µm.

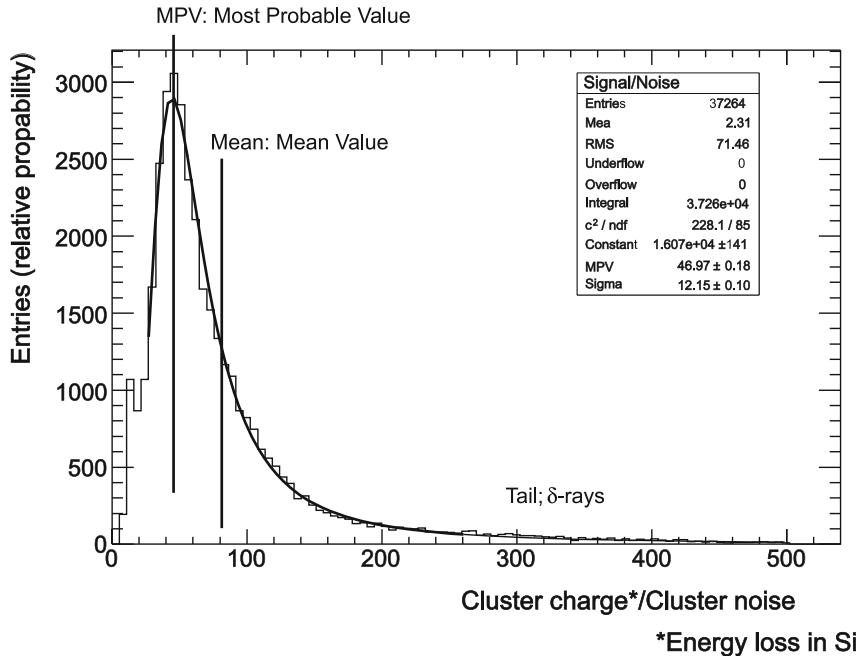


Abbildung 7.28: Eine Landau-Verteilung. Es ist leicht zu erkennen, dass der MPV bei einem niedrigeren Signal liegt als der Mittelwert. Dies wird durch den asymmetrischen Ausläufer verursacht [55].

Die Bethe-Formel in eq. (7.109) beschreibt nur den *mittleren* Energieverlust geladener Teilchen in Materie. Fluktuationen des Energieverlustes um den Mittelwert, die durch Fluktuationen der übertragenen kinetischen Energie verursacht werden, werden durch die sogenannte Landau-Verteilung beschrieben. Diese spezielle Verteilung berücksichtigt sogenannte δ -Elektronen. Diese Elektronen interagieren mit Atomen im Inneren der Materie frontal, daher ist die übertragene Energie höher als üblich. Dieser Einfluss verursacht den asymmetrischen Ausläufer, der in fig. 7.28 zu sehen ist.

Wenn geladene Teilchen durch den Sensor fliegen, ionisieren sie das Sensormaterial und erzeugen Elektron-Loch-Paare. Für Silizium liegt die mittlere Energie, die benötigt wird, um ein Elektron-Loch-Paar zu erzeugen, bei 3.6 eV mit einer mittleren Energieverlustrate von $390 \text{ eV } \mu\text{m}^{-1}$.

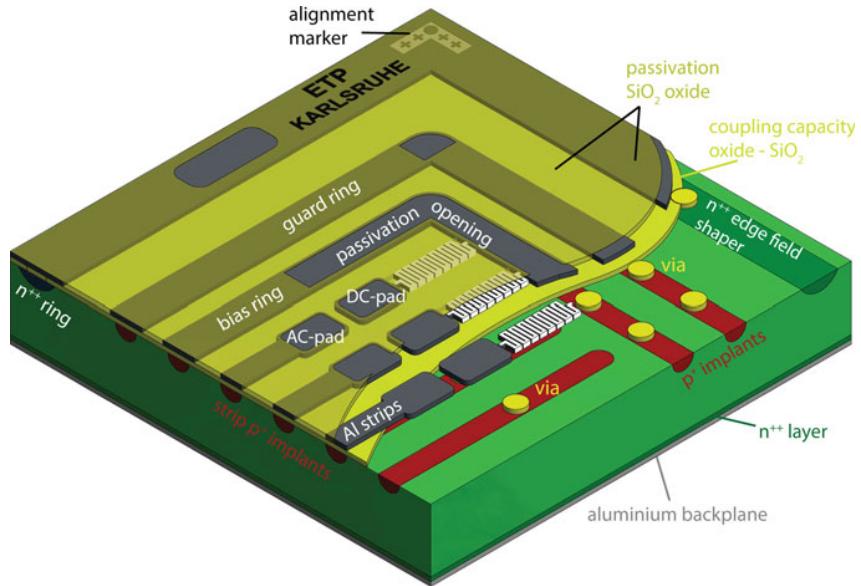


Abbildung 7.29: Ein p-in-n Streifensor [55].

Das bedeutet, dass pro $1 \mu\text{m}$ Silizium 108 Elektron-Loch-Paare erzeugt werden. Diese Elektron-Loch-Paare werden durch das elektrische Feld, das durch die Vorspannung erzeugt wird, getrennt, und driften zu der Anode (Rückseite) bzw. Kathode (Streifen). Durch Segmentierung des Sensors in Streifen erhalten wir eine 1D-Information darüber, wo das geladene Teilchen den Sensor durchquert hat.

Wenn ein *minimizationisierendes Teilchen* (Teilchen mit $\beta\gamma \approx 3$) den Detektor der Dicke $300 \mu\text{m}$ durchquert, werden

$$N = \frac{dE}{dx} \cdot \frac{d}{I} \cdot \sigma_L = 22451 \quad (7.110)$$

Elektron-Loch-Paare erzeugt, wobei $\sigma_L = 0.7$ der Korrekturfaktor für die Umrechnung von Mittelwert zu MPV durch Landau ist. Allerdings wird schnell klar, warum wir den Sensor in Sperrrichtung betreiben müssen, wenn wir die Anzahl der thermisch angeregten Ladungsträger im Bulk betrachten:

$$N_{\text{th}} = d \cdot n_i \approx 421 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}, \quad (7.111)$$

Der vollständigen Verarmung des Sensors kommt also eine entscheidende Rolle zu. Nur so ist es uns überhaupt möglich, eine so geringe Anzahl an Elektron-Loch-Paaren zu detektieren.

Leckstrom Wie zuvor beschrieben ist es wichtig, dass das Sensormaterial vollständig verarmt ist. Allerdings ist es unmöglich, einen Sensor vollständig zu verarmen. Ein realer Sensor hat immer eine gewisse Anzahl von thermisch angeregten Ladungsträgern im Bulk, die durch Fehlstellen im Kristallgitter verursacht werden. Diese Ladungsträger sind die Ursache für den sogenannten Leckstrom. Da der Strom durch einen Halbleiter exponentiell mit der Temperatur ansteigt und die Temperatur mit dem Strom ansteigt, ist es wichtig, den Leckstromverlauf in Abhängigkeit der Vorspannung gut zu verstehen. Vollständige IV-Charakterisierungen sind daher ein wichtiger Bestandteil der Sensorcharakterisierung.

Die Temperaturabhängigkeit des Leckstroms kann durch die Gleichung

$$I(T) = I_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \cdot \exp \left[-\frac{E_{\text{eff}}}{2k_B} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (7.112)$$

beschrieben werden, wenn wir den Leckstrom I_0 bei einer Referenztemperatur T_0 kennen.

Strahlenschäden Geladene Teilchen wechselwirken nicht nur mit den Hüllenelektronen der Substratatome, sondern auch mit den Atomkernen selbst. Bei diesem Prozess werden Substratome innerhalb des Kristallgitters verschoben oder sogar aus dem Gitter geschlagen, wodurch Fehlstellen entstehen. Dadurch steigt der Leckstrom im Sensor wie

$$\frac{\Delta I}{V} = \alpha \cdot \phi_{\text{rad}}, \quad (7.113)$$

wobei ΔI der Anstieg des Leckstroms, α die sogenannte Schadensrate und ϕ_{rad} die Bestrahlungsfluenz ist. Der Kristall wird durch die Bestrahlung also beschädigt und verliert nach und nach seine Fähigkeit effizient Teilchen nachzuweisen.

Ladungssammlungseffizienz Wie zuvor beschrieben wird die maximale Signalamplitude detektiert, wenn das Sensorvolumen vollständig verarmt ist. Nennen wir diese Ladung n_{dep} . Wenn wir nun den Sensor unterhalb der Vollverarmungsspannung V_{dep} unterverarmen, rekombinieren Ladungsträger im nicht verarmten Bereich des Sensors. Dieser Teil des Signals kann nicht wiederhergestellt werden und geht verloren. Nur die Elektron-Loch-Paare innerhalb der Verarmungszone tragen zum Signal bei. Nennen wir diese Ladung n . Dann ist die CCE definiert als

$$\text{CCE} = \frac{n}{n_{\text{dep}}}.$$

7.7.4 Datenauslese

Um die Daten auszulesen, verwenden wir das `alibava-gui` Programm, welches eine grafische Benutzeroberfläche für die Datenaufnahme und -auslese bietet. Nachdem wir die Daten mit dem Programm aufgenommen haben, werden sie mit dem `alibava-analysis` Paket analysiert.

7.7.4.1 alibava-gui

`alibava-gui` bietet verschiedene Tabs, die verschiedene Ansichten anzeigen, z.B. Rohdaten, Rauschgraphen usw. Wir starten es, indem wir in das entsprechende Verzeichnis wechseln (`~/alibava/src/`) und

```
./alibava-gui
```

ausführen, was das Programm startet. Der Tutor sollte die Pulsrekonstruktion einschalten. Wir kümmern uns vorerst nicht um spezielle Kommandozeilenargumente, alles, was wir brauchen, ist in der GUI sichtbar. Sie sollten nun in der Lage sein, ein Fenster wie in fig. 7.30 zu sehen.

WICHTIG: Wenn Sie einen Lauf speichern möchten, müssen Sie einen Dateinamen mit "Log Data" angeben **bevor** Sie den Lauf starten! Vergessen Sie nicht, `.hdf5` an den Dateinamen anzuhängen.

7.7.4.2 Chip Front-End

Jeder Auslesechip, der mit einem Sensor verbunden ist, kann als Analogverstärker mit multiplen Kanälen betrachtet werden. Für jedes Triggersignal, das der Chip empfängt, werden die verstärkten Spannungen aller Kanäle vom Puffer gelesen und als ADC-Werte gespeichert.

7.7.4.3 Pedestal

Pedestals sind die ADC-Werte, die aufgezeichnet werden, wenn kein Signal anliegt. Dafür messen wir das Signal zu zufälligen Zeiten aus, während kein Signal eingespeist wird. Der Pedestal-Wert jedes einzelnen Auslesekanals ist ein effektiver Signaloffset.

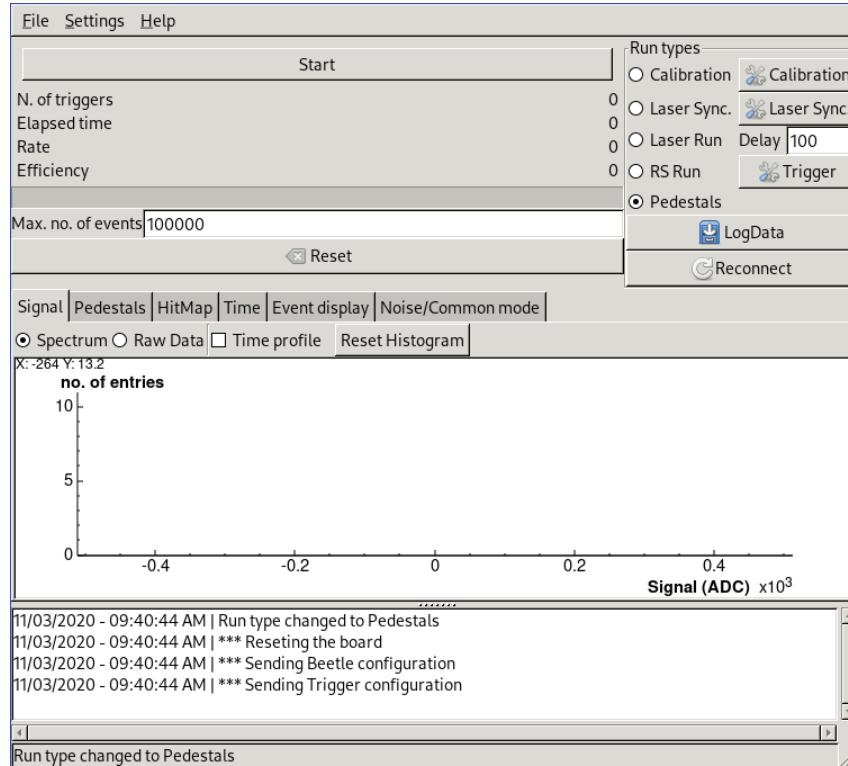


Abbildung 7.30: Das alibava-gui Interface.

Das *Gleichaktrauschen* (CM) ist Rauschen, das alle Kanäle gleichermaßen und gleichzeitig beeinflusst und wird durch externe Einflüsse wie z.B. elektromagnetische Strahlung verursacht. Es kann dadurch per Definition nicht von Kanal zu Kanal variieren, sondern nur von Ereignis zu Ereignis. Wenn ein tatsächliches geladenes Teilchen durch den Detektor fliegt, kann das entsprechende Signal in verschiedene Teile unterteilt werden:

$$ADC(i, k) = P(i, k) + D(k) + S(i, k),$$

wobei $ADC(i, k)$ die Gesamtzahl der Signale in ADC-Werten ist, die von Kanal i und Ereignis k abhängt. Wie bereits erklärt, hängt der CM $D(k)$ nur von der Ereignisnummer k ab, während Pedestal P und Signal S natürlich auch von Kanal zu Kanal variieren können.

Das gesamte Rauschen wird definiert als die RMS-Werte der um das CM bereinigten Pedestal-Werte

$$N(i) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (P_c(i) - \bar{P}_c(i))^2},$$

wobei $P_c(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N ADC(i, k) - D(k)$.

Das Analyseskript nutzt diese einfachen Konzepte um das Signal $S(i, k)$ zu extrahieren und Rauschverteilungen zu analysieren.

7.7.4.4 Latenz

Die Latenzzeit für die Kalibrationsläufe muss auf 128 eingestellt werden, damit der Kalibrationsignalpuls innerhalb des Zeitfensters liegt.

7.7.4.5 Kalibration

Um die ADC-Werte in Elektronen umzuwandeln, müssen wir eine Kalibrationskurve aufnehmen. Dazu wird ein Kalibrationssignal in den Chip eingespeist und die ADC-Werte werden aufgezeichnet. Die Kalibrationskurve wird dann durch eine Polynomfunktion an die Daten angepasst. Der Kalibrationsfaktor ist dann der Wert des Maximums der Kurve. Dieser Faktor wird auch als *Gain* bezeichnet.

7.7.4.6 Strahlungsquellenlauf

Um echte LHC MIPs zu simulieren, verwenden wir eine Teststrahlungsquelle. Die Quelle, die in diesem Kurs verwendet wird, ist Sr-90. Sr-90 zerfällt durch β -Zerfall mit einer Halbwertszeit von 29 Jahren in Y-90. Das kurzlebige Tochternuklid zerfällt mit einer Endpunktsenergie von 2.2 MeV und kann daher als MIP-Quelle verwendet werden.

Um einen Strahlungsquellenlauf durchzuführen, muss die Latenzzeit wie zuvor beschrieben eingestellt werden. In aller Regel, ist das in diesem Kurs nicht nötig.

7.7.4.7 Clustering

Wenn ein geladenes Teilchen durch den Sensor fliegt, werden natürlich nicht alle Elektron-Loch-Paare in einem einzigen Streifen gesammelt, sondern in mehreren benachbarten Streifen. Die Menge der Streifen, die ein Signal haben, wird als Cluster bezeichnet. Das Hauptziel der Analyse ist es, solche Cluster und ihre Eigenschaften zu erkennen. Der Clustering-Algorithmus von `alibava-analysis` ist ein sogenannter *Seeding*-Algorithmus, was bedeutet, dass innerhalb eines Clusters Streifen mit Signalen über einem bestimmten Schwellenwert (*Seed Cut*) definiert sind, ein sogenanntes *Seed* zu sein. Nachbarstreifen werden als Streifen definiert, deren Signale über dem *Nachbar-Cut* liegen, die aber keine Seeds sind. Streifen, die weder ein Seed noch ein Nachbar sind, werden verworfen (Warum?).

7.7.4.8 Lasersynchronisation

Das EASy kann einen internen Puls senden, um das Lasersystem auszulösen. Bevor ein Laser-Lauf durchgeführt werden kann, müssen die Systemausgabe und der Triggerpuls synchronisiert werden. Um das zu tun, wählen Sie *Laser sync* aus dem Hauptfenster (rechte Radiobutton-Liste) aus. Die Standardeinstellungen sollten in Ordnung sein. Drücken Sie OK und starten Sie den Lauf. Beobachten Sie das Signal-Spektrum. Sie sollten einen Peak sehen können. Die Latenz auf der x-Achse ist die Verzögerung, die Sie für Laserläufe verwenden sollten (siehe Eingabefeld neben *Laser Run*).

7.7.4.9 Laser-Lauf

Nachdem das Lasersystem synchronisiert wurde, können wir einen Lauf durchführen. In einem Laser-Lauf wird Ladung durch einen gepulsten Laser in den Sensor injiziert. Dieser Laserpuls wird von der Kontrolleinheit gesendet.

Um den Laserpuls in seiner maximalen Energie zu injizieren, muss der Laser fokussiert werden. Um den Laser zu fokussieren, muss ein Laserlauf gestartet werden. Die Signaldeposition sollte im Event-Display beobachtet werden. Bewegen Sie die Strahlposition, indem Sie die Mikrometerschrauben einstellen. Bewegen Sie nach oben/unten, bis Sie ein größeres Signal beobachten. Bewegen Sie dann senkrecht zur Streifenrichtung, bis Sie nur noch ein Signal auf einem Streifen beobachten. Als nächstes bewegen Sie den Laser genau zwischen zwei Streifen und stellen nach oben/unten ein, bis Sie kein Signal mehr beobachten. Wiederholen Sie diese Schritte, bis Sie das beobachten, was beschrieben wird.

7.7.4.10 Dateiformat

Die Ausgabe des `alibava-gui` Programms ist eine `.hdf5`-Datei. Die Dateien enthalten im Wesentlichen eine Tabelle, wobei jede Zeile ein Ereignis darstellt und die Spalten den ausgelesenen ADC-Werten für jeden Kanal entsprechen.

7.7.4.11 alibava-analysis

Um die digital erfassten Daten zu analysieren, benötigen wir ein Analyseprogramm. Glücklicherweise gibt es bereits ein Analyse-Skript (Framework) namens `alibava-analysis`.

Sobald Sie Kalibrations-, Pedestal- und Signal-`.hdf5`-Dateien gesammelt haben, können wir sie in das Programm eingeben. Für weitere Hilfe zur Verwendung des Skripts führen Sie

```
./alibava-analysis/main.py -h.
```

aus, um zu sehen welche Optionen verfügbar sind.

7.7.5 Experimenteller Ablauf

7.7.5.1 Das Setup kennenlernen

In den folgenden Übungen werden wir das EASY Setup verwenden, um einen n-Typ Siliziumstreifensor zu charakterisieren. Diese Art der elektrischen und Ladungssammlungscharakterisierung ist ein gängiges Verfahren, um sich auf den Einsatz in einem echten Detektor wie CMS vorzubereiten. Lassen Sie uns zunächst das Setup kennenlernen, bevor wir Messungen durchführen.

- Beschreiben Sie das Setup. Aus welchen Komponenten besteht es?
- Was ist ein n-Typ Siliziumstreifensor?
- Wie wird das Signal an den Auslesekanälen gebildet? Wie wird die Auslese getriggert?
- Welche Quellen von Rauschen sind dieser Art von Triggerung ausgesetzt?
- Was sind die Eigenschaften des Sensors, der in diesem Setup verwendet wird?

Aber warum sollten Sie uns einfach so glauben? Messen Sie den Pitch mit dem eingebauten Laser selbst!

Übung Stellen Sie die Vorspannung auf 110 V. Synchronisieren Sie den Laser und stellen Sie die Laser-Verzögerung ein. Starten Sie einen Laserlauf und fokussieren Sie den Laser. Nehmen Sie mehrere Laserläufe auf (vergessen Sie nicht, vor jedem Lauf eine Datei zu speichern), indem Sie den Laser 10 μm senkrecht zur Streifenrichtung bewegen. Decken Sie eine Strecke von mindestens 320 μm ab, was dem doppelten Detektorpitch entspricht. Lesen Sie das Signal entweder aus einem eigenen Analyse-Skript oder aus dem Histogramm selbst aus und plotten Sie die Ladung als Funktion der Laserposition. Es gibt ein Python-Skelett, das darauf wartet, mit Ihrem Code gefüllt zu werden, das `pitch.py` heißt.

7.7.5.2 Elektrische Charakterisierung

Als nächstes wollen wir den Sensor elektrisch charakterisieren. Gängige Verfahren sind die Aufnahme einer IV- und CV-Kurve.

- Warum interessieren wir uns für die IV-Eigenschaften eines Sensors? Was ist der Zweck einer CV-Kurve?

- Können Sie sich eine Eigenschaft vorstellen, die hier nicht erwähnt wurde, aber auch wichtig ist?

Übung Rampen Sie die Spannung von 0 V bis 110 V in 10 V-Schritten und zeichnen Sie für jeden Schritt den Bias-Strom auf. Plotten Sie das Ergebnis und diskutieren Sie die Form. Wie würde sich die Kurve ändern, wenn der Sensor bestrahlt worden wäre?

7.7.5.3 Rauschen

Wie bei jeder Messung, die Sie jemals durchführen werden, gibt es Quellen von Rauschen. In dieser Übung werden wir die verschiedenen Rauschquellen im System diskutieren und wie wir damit umgehen.

- Was ist Pedestal? Wie gehen wir damit um? Was passiert in einem Pedestal-Lauf?
- Was ist Gleichtaktrauschen? Wie werden wir es los?
- Wie wird der RMS-Wert des Rauschens berechnet?
- Hat die Sensorvorspannung einen Einfluss auf das Rauschen?
- Werfen Sie einen Blick in `alibava-analysis/analysis/signal.py`. Wie wird das Rauschen behandelt?

Übung Rampen Sie die Vorspannung von 0 V bis 110 V in 10 V-Schritten und speichern Sie für jeden Spannungsschritt einen Pedestal-Lauf mit $n_{\text{trig}} = 5000$. Benennen Sie jede Datei wie `noise_Spannungswert.hdf5`. Berechnen Sie das mittlere Rauschen für jeden Spannungsschritt mit dem vorgeschriebenen Hilfsskript `noise.py` (sehen Sie sich den Code an, um zu verstehen, wie es funktioniert). Das Skript erzeugt auch ein Ausgabediagramm. Diskutieren Sie es.

7.7.5.4 Kalibration

Als nächstes wollen wir das Setup für zukünftige Messungen der Ladungssammlungssignale kalibrieren. Dazu nehmen wir eine Kalibrationskurve auf.

- Wofür brauchen wir eine Kalibration?
- Wie erhalten wir eine Kalibrationskurve genau? Was sind Fehlerquellen?
- Werfen Sie einen Blick in `alibava-analysis/analysis/gain.py`. Wie wird der Gain aus den Kalibrationskurven erhalten?

Übung Stellen Sie die Vorspannung auf 110 V. Nehmen Sie einen Kalibrationslauf auf und speichern Sie ihn in einer Datei. Wir werden sie später brauchen.

7.7.5.5 Clustering

Wir werden das Clustering nicht in aller Tiefe diskutieren. Für ein gründliches Verständnis der Signalbildung ist jedoch ein allgemeines Verständnis des Clusterings von größter Bedeutung.

- Was ist ein Cluster? Was ist ein Seed? Was definiert einen Seed/Nachbarn?
- Was ist das sinnvollere Maß für das Signal? Seed oder Cluster Signal? Wann würden Sie was verwenden?

- Angenommen, wir haben einen Cluster mit einer großen Clustergröße (> 3). Was ist passiert?
- Wie würden Sie in Daten nach Clustern suchen? (Halten Sie es einfach)

7.7.5.6 Vollständiger Lauf

Wir werden nun einen vollständigen Lauf aufzeichnen und damit einen Standard-Charakterisierungsprozess abschließen. Wie üblich in dieser Art von Setups werden wir Sr-90 als Teilchenquelle verwenden.

- Warum Sr-90?
- Welche einzelnen Läufe benötigen wir, um die Ladungssammlung in Elektronen zu analysieren?
- Was ist Latenz und wie wählen wir sie aus?

Übung Stellen Sie die Vorspannung auf 110 V und nehmen Sie einen vollständigen Lauf auf, indem Sie ihn in einer Datei speichern. Wir werden sie später brauchen.

7.7.5.7 Ladungssammlung

Wir haben nun alle Läufe, die wir für die Ladungssammlung benötigen. Wir können nun die Ladungssammlung in Elektronen analysieren.

- Wie wird die CCE berechnet? Wie können wir es benutzen, um die Verarmungsspannung zu bestimmen?

Übung Rampen Sie die Vorspannung von 0 V bis 110 V in 10 V-Schritten und schreiben Sie für jeden Spannungsschritt den MPV auf, indem Sie ihn aus dem alibava-gui-Histogramm ablesen. Plotten Sie das Ergebnis und bestimmen Sie V_{dep} . Wie würde sich das Diagramm ändern, wenn der Sensor bestrahlt worden wäre?

7.7.5.8 Themen für die Vorbereitung:

Experiment: LHC + CMS, Detektion von Myonen, Interaktion der Teilchen mit verschiedenen Detektoren

Links

- I <https://cds.cern.ch/record/1260465?ln=de>, aufgerufen: 13.04.2021
- II <https://cms.cern/detector/>, aufgerufen: 13.04.2021
- III <https://opendata.cern.ch/visualise/events/cms>: Event-Display, aufgerufen: 05.05.2021

7.8 Versuch (M): Eigenschaften der Elementarteilchen

7.8.1 Aufgabe

In diesem Versuch werden Originaldaten des CMS Experimentes am LHC zu verschiedenen physikalischen Fragestellungen analysiert. Im ersten Schritt lernen Sie die Signaturen verschiedener Teilchenarten in dem komplexen Detektorsystem kennen. Danach werden mit Hilfe von Software, die Sie in der Programmiersprache Python in einer Jupyter-Notebook Umgebung anpassen und ausführen, Parameter verschiedener Teilchensorten bestimmt und daraus weitere physikalische Parameter abgeleitet.

1. Betrachten Sie eine Auswahl von Ereignisbildern und entscheiden Sie, ob es sich bei diesen um den Zerfall eines Z-Boson-Kandidaten oder eines J/Ψ -Meson-Kandidaten handelt.
2. Berechnen Sie invariante Masse, Transversalimpuls, Azimutalwinkel, Pseudorapidität und räumliche Trennung (ΔR) der Ereignisse im vorliegenden Datensatz und betrachten Sie deren Verteilungen.
3. Bestimmen Sie die Masse M_Z und die Zerfallsbreite Γ_Z des Z-Bosons aus dessen Resonanz im Massenspektrum von Dimytonpaaren. Finden Sie dazu eine geeignete Untergrundparametrisierung und schätzen Sie die Detektorauflösung σ_Z ab.
4. Bestimmen Sie die Lebensdauer τ_Z des Z-Bosons und schätzen Sie den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu}$ für dessen Zerfall in ein Myonenpaar ab.

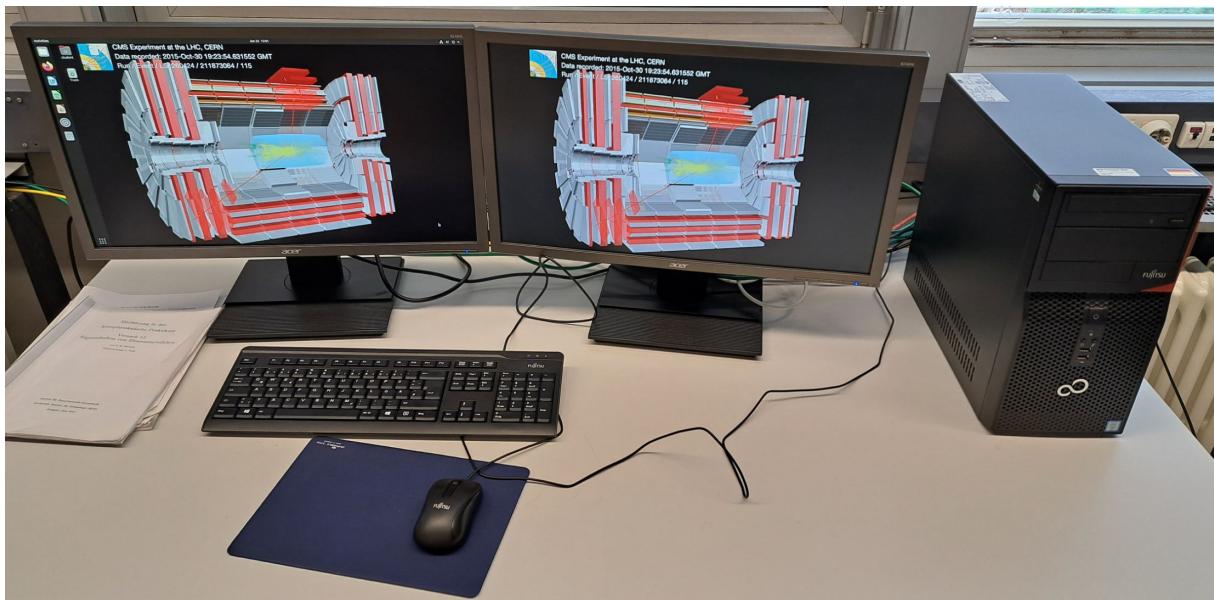


Abbildung 7.31: Im Versuch Teilchenphysik werden im wesentlichen Daten des CMS Experiments am Computer analysiert.

7.8.2 Einführung

→ Bitte lesen Sie die Einführung zu den Teilchenphysik-Versuchen in Kapitel 7.7.2.

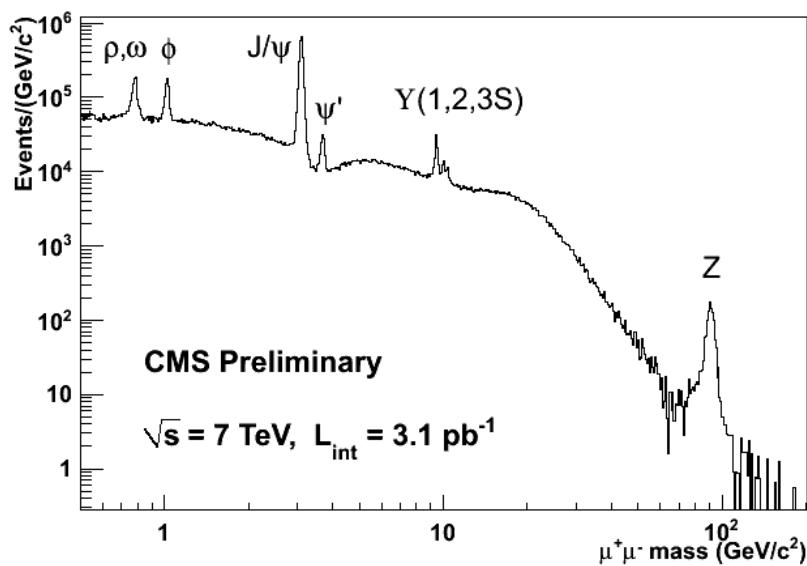


Abbildung 7.32: Massenspektrum von Dimyonpaaren, aufgenommen vom CMS-Detektor bei $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$. Die Resonanzen sind in der Abbildung gekennzeichnet und verschiedenen Mesonen sowie dem Z-Boson zuzuordnen.

7.8.3 Grundlagen

7.8.3.1 Das Dimyonspektrum

In diesem Praktikumsversuch sollen Prozesse betrachtet werden, deren Endzustände aus Myonen bestehen. Die Beobachtung von Zerfällen in Myonenendzustände bietet sich an, da bei diesen, im Gegensatz zu Zerfällen in hadronische Endzustände, nur einzelne Myonen und keine komplexeren Objekte wie Jets, entstehen.

Zerfällt ein Objekt in ein Myon und ein Antimyon, werden diese im Folgenden als Dimyonpaar bezeichnet. Gemäß der in den Einleitungskapiteln eingeführten invarianten Masse kann aus den Energien und Impulsen der Myonenendzustände die Masse des zerfallenen Objektes rekonstruiert werden.

Die charakteristische Verteilung der invarianten Masse von Dimyonpaaren wird Dimyonspektrum genannt und ist in fig. 7.32 zu sehen. Die Daten, mit denen der Plot erstellt wurde, stammen dabei aus dem Jahr 2010, in dem die Experimente am LHC-Beschleuniger ihre Datennahme begannen. Für ein Dimyonspektrum ist, abgesehen von der gezeigten Auftragung der Anzahl der Ereignisse über die invariante Masse, auch eine Auftragung des Wirkungsquerschnittes über der invarianten Masse denkbar.

Im vorliegenden Plot sind mehrere Resonanzen zu erkennen. Diese können verschiedenen Mesonen und dem Z-Boson zugeordnet werden und haben theoretisch die Form von Breit-Wigner-Verteilungen mit charakteristischen Massen und Zerfallsbreiten. Da diese Resonanzen bereits mehrere Jahrzehnte vor Beginn des LHC-Experimentes sehr genau vermessen wurden, können sie zur Kalibration der Detektoren verwendet werden und werden in Anlehnung an die Astronomie auch als 'Standardkerzen' bezeichnet.

7.8.3.2 Der Drell-Yan-Prozess

Physikalisch haben die Resonanzen ihre Ursache im Drell-Yan-Prozess [43]. Der Drell-Yan-Prozess beschreibt die Annihilation eines Quarks mit seinem Antiquark, bei der ein virtuel-

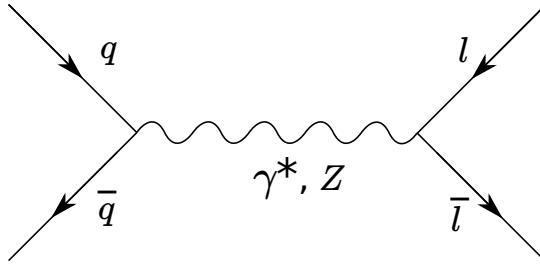


Abbildung 7.33: Feynman-Diagramm zum Drell-Yan-Prozess. Dieser beschreibt die Annihilation eines Quarks mit seinem Antiquark, bei der ein virtuelles Photon oder ein Z-Boson entsteht, welches anschließend durch Paarbildung in ein Lepton-Antilepton-Paar zerfällt.

les Photon oder ein Z-Boson entsteht, welches anschließend durch Paarbildung in ein Lepton-Antilepton-Paar zerfällt. Die Existenz von Z-Bosonen im Dimyonspektrum folgt damit direkt aus dem Drell-Yan-Prozess.

Auch das Auftreten von Meson-Resonanzen ist mit diesem Prozess zu erklären, da es sich bei Mesonen um gebundene Zustände von Quark-Antiquark-Paaren handelt. Entsprechend können diese ebenfalls über einen Drell-Yan-Prozess zu einem Myon-Antimyon-Paar zerfallen. Der Anteil der Zerfälle in zwei Myonen an den Zerfällen von Mesonen liegt typischer Weise im Bereich von einigen Prozent [44]. Konkrete Werte für die im späteren Versuchsverlauf untersuchten Resonanzen sind in den zugehörigen Abschnitten aufgeführt.

Über Drell-Yan-Prozesse annihilierende Quark-Antiquark-Paare, die über ein virtuelles Photon zerfallen, bilden den Großteil des Untergrundes des Spektrums. Dazu gehören Meson-Resonanzen und ein kontinuierliches Spektrum, wie es in fig. 7.32 ersichtlich ist. Weitere Untergrundprozesse sind durch Prozesse, die ohne direktes Stattfinden eines Drell-Yan-Prozesses ein Myon-Antimyon-Paar erzeugen, gegeben. Ein Beispiel dafür sind paarbildende Photonen, die aus anderen Prozessen stammen. Zusätzliche Beiträge liefern Prozesse, bei denen ein Myon und ein Antimyon unabhängig voneinander erzeugt und als Dimyonpaar rekonstruiert wird. Dies kann unter anderem bei einem gleichzeitigen Zerfall eines τ und eines Anti- τ oder verschieden geladener W-Bosonen der Fall sein.

Basierend auf dem Dimyonspektrum können verschiedene Analysen durchgeführt werden. Zentral sind dabei die Größen, die direkt aus dem Spektrum bestimmt werden können, wie die Massen der Teilchen oder ihre Zerfallsbreiten.

7.8.3.3 Zerfallsbreite und Lebensdauer

Die Peaks im Massenspektrum sind Resonanzen mit einer Zerfallsbreite Γ und einer bestimmten Lebensdauer τ , die durch Breit-Wigner-Verteilungen beschrieben werden können. Die Zerfallsbreite ist dabei durch die Halbwertsbreite der Resonanz gegeben. Die Lebensdauer eines Teilchens ist definiert als die Zeit, die vergeht, bis die Teilchenzahl eines Systems aus den zu untersuchenden Teilchen auf $\frac{1}{e}$ seiner ursprünglichen Größe abgefallen ist. Γ und τ sind verknüpft gemäß der Energieunschärferelation:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (7.114)$$

wobei sich in natürlichen Einheiten die Relation

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} \quad (7.115)$$

ergibt. Da die Lebensdauer der hier untersuchten Teilchen so klein ist, dass sie nicht mehr direkt gemessen werden kann, wird dieser Zusammenhang benutzt, um die Lebensdauer zu bestimmen. Die Zerfallsbreite wird dazu durch Fits an die Resonanzen bestimmt [45, 46].

7.8.3.4 Abweichungen der Form der Resonanzen von der erwarteten Form

Bei genauer Betrachtung der Resonanzen in einem realen Spektrum, wie es in fig. 7.35 zu sehen ist, folgen diese nicht vollkommen einer Breit-Wigner-Verteilung. Ein Grund dafür ist der Einfluss der endlichen Detektorauflösung auf die Energien und Impulse und somit die invarianten Massen der Teilchen. Ein weiterer Einfluss auf die Form des Spektrums ist die 'Final State Radiation', die zu Ausläufern und Verschiebungen der Resonanzen zu niedrigeren Energien, führt.

Das Voigt-Profil

Die Breit-Wigner-Verteilung, der die Resonanzen des Spektrums folgen, ist gegeben durch:

$$B(m) = \frac{\frac{\Gamma}{2}}{\pi \left((m - M)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \right)}, \quad (7.116)$$

wobei Γ die Halbwertsbreite und M der Mittelwert der Verteilung ist. Diese Verteilung ist auch unter dem Namen Lorentz- oder Cauchy-Verteilung bekannt.

In einem realen, von einem Detektor mit endlicher Massenauflösung aufgenommenen Spektrum dieser Art folgen die Resonanzen wegen des Einflusses der begrenzten Auflösung keinen perfekten Breit-Wigner-Verteilungen mehr. Die Detektorauflösung folgt einer Gaußverteilung:

$$G(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{1}{2} \frac{(m - M)^2}{\sigma^2}, \quad (7.117)$$

wobei σ die Standardabweichung und M der Schwerpunkt der Verteilung ist. Die endliche Detektorauflösung muss bezüglich der Form der Resonanz berücksichtigt werden.

Die resultierende Verteilung wird Voigtverteilung genannt und ist durch die Faltung einer Breit-Wigner- und einer Gaußverteilung gegeben:

$$V(m) = (G * B)(m). \quad (7.118)$$

Sie ist in fig. 7.34 zu sehen. Für diese Verteilung kann keine geschlossene Darstellung gefunden werden, es existieren allerdings verschiedene Näherungsmethoden.

Final State Radiation

Strahlt ein Endzustand eines Prozesses ein Photon ab, so wird dieser Prozess als Final State Radiation bezeichnet. Dies führt, wie oben bereits erwähnt, zu Abweichungen bei der Rekonstruktion der invarianten Masse des zerfallenen Teilchens hin zu niedrigeren Energien. Grund ist, dass das entstehende Photon dem Prozess nicht mehr eindeutig zuzuordnen ist und somit bei der Rekonstruktion nicht direkt erkannt werden kann, bei welchen Ereignissen Final State Radiation aufgetreten ist.

Die durch Final State Radiation hervorgerufenen Ausläufer im Dimyonmassenspektrum können durch Simulation oder verschiedene Approximationen berücksichtigt werden. Diese Ansätze und Methoden sind für die folgende Analyse und einen Praktikumsversuch zu komplex und werden nicht weiter verfolgt.

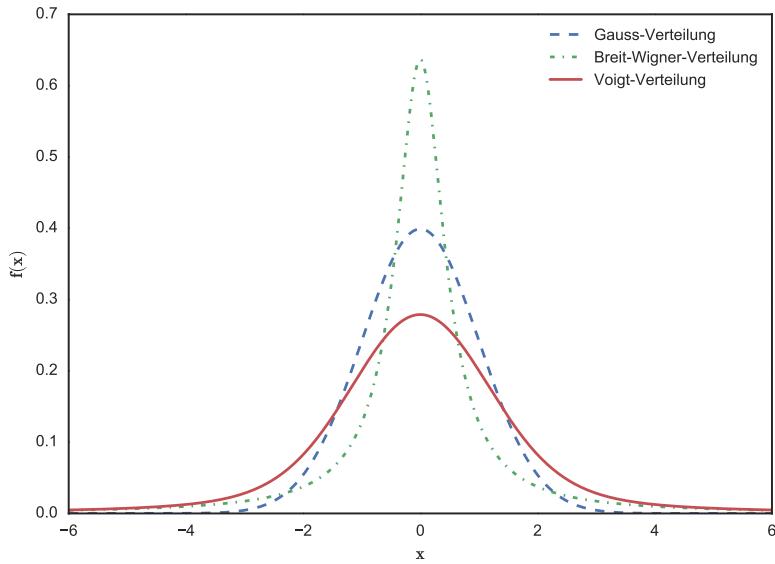


Abbildung 7.34: Darstellung einer normierten Breit-Wigner-Verteilung mit $\Gamma = 1$ und $M = 0$ und einer normierten Gaußverteilung mit $\sigma = 1$ und $M = 0$, sowie einer normierten Voigtverteilung mit denselben Parametern.

7.8.3.5 Spezielle Resonanzen im Dimyonspektrum

Zwei Resonanzen im Dimyonspektrum sollen im Hinblick auf diesen Versuch genauer betrachtet werden.

Das Z-Boson

Das Z-Boson ist ein Eichboson – ein Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung – und ein Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik. Es trägt keine Ladung, hat Spin 1 und ist sein eigenes Antiteilchen. Entdeckt wurde das Z-Boson 1983 am Sp \bar{p} S-Speicherring am CERN. Seine Entdeckung bestätigte die Theorie einer Vereinheitlichung der elektromagnetischen und schwachen zur elektroschwachen Wechselwirkung und wurde 1984 mit dem Nobelpreis in Physik geehrt. Die Masse und die Zerfallsbreite des Z-Bosons sind heute mit hoher Präzision bekannt [44]:

$$\begin{aligned} M_Z &= 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}, \\ \Gamma_Z &= 2,4952 \pm 0,0023 \text{ GeV}. \end{aligned} \tag{7.119}$$

Erzeugt werden Z-Bosonen bei der Reaktion von Quark-Antiquark- oder Lepton-Antileptonpaaren, deren invariante Masse mindestens der Z-Masse entspricht. Das Z-Boson zerfällt zu etwa 70% hadronisch, zu 20% in Neutrinos und zu etwa 10% in geladene Leptonen, wobei sich die Zerfallswahrscheinlichkeiten unter Elektronen, Myonen und Tauonen gleich verteilen. Für Myonen beträgt das Verzweigungsverhältnis $(3,366 \pm 0,007)\%$ [44, 47, 48]. Die Lebensdauer des Z-Bosons beträgt $\tau_{Z,\text{Lit}} = 2,6379 \pm 0,0024 \times 10^{-25} \text{ s}$ [44], der Wirkungsquerschnitt für den Zerfall in Myonen ist gegeben durch [49]:

$$\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu, \text{Lit}} = 0,968 \pm 0,008(\text{stat.}) \pm 0,007(\text{syst.}) \pm 0,018(\text{th.}) \pm 0,039(\text{lumi.}) \text{ nb.}$$

Das J/ Ψ -Meson

Das J/ Ψ -Meson ist der gebundene Zustand aus einem Charm- und einem Anticharm-Quark mit der niedrigsten Energie und wird Charmonium genannt. Dieses Meson wurde 1974 von zwei Arbeitsgruppen parallel entdeckt, die ihre Ergebnisse am selben Tag publizierten, was zur Doppelbezeichnung des Teilchens führte. Die Entdeckung war experimentell bedeutend, da sie die Existenz des Charm-Quarks belegte. Deshalb wurden die beiden Entdecker 1976 mit dem Nobelpreis für Physik geehrt. Die Masse des J/ Ψ -Mesons liegt bei:

$$M_{J/\Psi} = 3096,900 \pm 0.006 \text{ MeV}. \quad (7.120)$$

Charakteristisch für das J/ Ψ -Meson ist seine, mit

$$\Gamma_{J/\Psi} = 92,9 \pm 2.8 \text{ keV} \quad (7.121)$$

außerordentlich geringe Breite im Vergleich zu anderen Mesonen mit vergleichbaren Massen. Diese Eigenschaft macht die Resonanz des J/ Ψ -Mesons zu einer wichtigen “Standardkerze“. Das J/ Ψ -Meson zerfällt in 87,7% der Fälle hadronisch und zu jeweils etwa 6% in ein Dimuon- oder Dimyonpaar[44, 48].

Unterscheidung von Z-Boson und J/ Ψ -Meson

Zum Verständnis der Unterschiede zwischen Zerfällen von Z-Bosonen und J/ Ψ -Mesonen in Dimuonpaare soll die Kinematik der kollidierenden Teilchen betrachtet werden.

Wird einem Proton durch Beschleunigung Energie zugeführt, so verteilt sich diese nicht gleichmäßig auf alle seine Bestandteile, Partonen genannt, sondern folgt bestimmten Verteilungen, den Partondichtefunktionen (PDFs). Werden zwei Protonen zur Kollision gebracht, so kollidieren effektiv einzelne Partonen mit verschiedenen Impulsen. Bilden zwei kollidierende Partonen mit unterschiedlichem Impuls ein Teilchen, so ist dies, gemäß der Impulserhaltung, in eine bestimmte Richtung beschleunigt. Da die Protonen entlang der Strahlachse beschleunigt wurden, sind die Kollisionsprodukte ebenfalls entlang dieser Richtung beschleunigt.

Entsprechend können Teilchen mit geringerer Masse, wie beispielsweise das J/ Ψ -Meson, von Partonen mit sehr unterschiedlichen Impulsen gebildet werden. Sie sind entlang der Strahlachse beschleunigt. Ihre Zerfallsprodukte weisen kleinere Öffnungswinkel auf als Zerfallsprodukte von Teilchen, die weniger beschleunigt wurden und werden häufiger in die Endkappen des CMS-Detektors gestreut.

Das Z-Boson besitzt mit etwa 90 GeV hingegen eine deutlich größere Masse und kann nur von zwei Partonen mit hoher Energie gebildet werden. Da alle Partondichtefunktionen zu hohen Energien hin abnehmen, haben zwei Partonen mit hoher Energie eine deutlich geringere Impulsdifferenz als Partonen, die leichtere Teilchen bilden. Entsprechend sind Z-Bosonen deutlich weniger entlang der Strahlachse beschleunigt als J/ Ψ -Mesonen. Deshalb ist der Öffnungswinkel zwischen den Zerfallsprodukten des Z-Bosons größer als beim J/ Ψ -Meson und die räumliche Verteilung der Zerfallsprodukte ist homogener.

Des Weiteren wird beim Zerfall eines J/ Ψ -Mesons weniger Ruheenergie des ursprünglichen Teilchens auf die Zerfallsprodukte verteilt als beim Zerfall eines Z-Bosons. Entsprechend haben die Zerfallsprodukte eines J/ Ψ -Myons deutlich niedrigere Impulse bzw. Transversalimpulse als die Zerfallsprodukte eines Z-Bosons. Teilweise sind die Impulse der Zerfallsprodukte eines J/ Ψ -Mesons so gering, dass sie nur im Tracker und nicht im Myonensystem detektiert werden. Bei diesen Myonen kann die Krümmung ihrer Bahn durch das Magnetfeld deutlich erkannt werden.

7.8.4 Versuchsablauf

7.8.4.1 Datensatz und Software

Im vorliegenden Versuch werden Daten verwendet, die dem Datensatz mit allen 2010 detektierten Myonereignissen entnommen sind. Dieser Datensatz ist auf dem CERN Open Data Portal veröffentlicht⁸. Auf diesem Portal stellen die Kollaborationen der vier großen Experimente am LHC Teile der von ihnen genommenen Daten inklusive der zu deren Auswertung benötigten Software zur Verfügung.

Um die Ereignisse des in diesem Versuch verwendeten Datensatz mit Dimyonereignissen zu erhalten, wurden die Ereignisse herausgefiltert, bei denen sich genau zwei Myonen mit entgegengesetzten Vorzeichen im Endzustand befinden. Für diese Ereignisse sind Energie, Impuls in kartesischen Koordinaten, Ladung und Typ der beiden Myonen im .csv-Format abgespeichert. Das Einlesen dieser Größen ist in der für den Versuch verwendeten Programmvorlage bereits enthalten. Insgesamt umfasst der verwendete Datensatz 1281652 Ereignisse mit invarianten Massen zwischen 2 und 110 GeV. Der Datensatz entspricht einer Luminosität von 33.02 pb^{-1} [50].

Zur Analyse wird Python 3⁹ mit den Paketen numpy¹⁰ und matplotlib¹¹ sowie dem Fittingtool kafe¹² verwendet. Diese sollten aus den Vorlesungen und Praktika der vorangegangenen Semester bekannt sein. Falls nicht, finden sich unter den angegebenen Links Einführungen und Tutorials. Weiterhin können die Quellen [58, 59, 60, 61, ?] hilfreich sein (siehe Literaturverzeichnis).

7.8.4.2 Betrachten von Ereignissen im Event-Display

Als erster Teil des Versuchs sollen einige Ereignisse visuell betrachtet und ausgewertet werden, um sich mit dem Detektor und den möglichen Signaturen der unterschiedlichen Teilchen vertraut zu machen. Dabei geht es vor allem darum zu lernen, wie J/ Ψ - und Z-Kandidaten voneinander unterschieden werden können.

Von den verfügbaren Ereignissen soll jeweils ein J/ Ψ - und Z-Kandidat ausgewählt und in der Versuchsausarbeitung beschrieben werden.

7.8.4.3 Klassifizierung der Myonen

Innerhalb der Daten eines Ereignisses sind die Myonen nach Transversalimpuls p_T sortiert. Das Myon mit höherem p_T ist entsprechend als erstes aufgeführt und wird als leading muon bezeichnet. Das zweite Myon wird folglich second leading muon genannt.

Des Weiteren sind die Myonen nach Typ klassifiziert. 'Globales Myon' ist hierbei die Bezeichnung für ein Myon, das sowohl aus Spuren im Tracker, als auch aus Spuren im Myonensystem des Detektors rekonstruiert werden konnte. Bei solchen Myonen ist die Wahrscheinlichkeit einer Fehlrekonstruktion eines anderen Teilchens als Myon sehr gering. Wird ein Myon hingegen nur im Myonensystem rekonstruiert, so wird dieses als Standalone Myon bezeichnet. Finden sich nur im Tracker Spuren eines Myons wird dieses Trackermyon genannt. Bei Trackermionen ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein anderes Teilchen fälschlich als Myon rekonstruiert wird, am größten. Im vorliegenden Datensatz sind nur globale Myonen enthalten.

⁸ Mu primary dataset in AOD format from RunB of 2010: [OPENDATA](#) [I]

⁹ [Python Tutorial](#) [II]

¹⁰ [Numpy Tutorial](#) [III]

¹¹ [Matplotlib - Einführung in pyplot](#) [IV]

¹² [Karlsruhe Fitting Environment](#) [V]

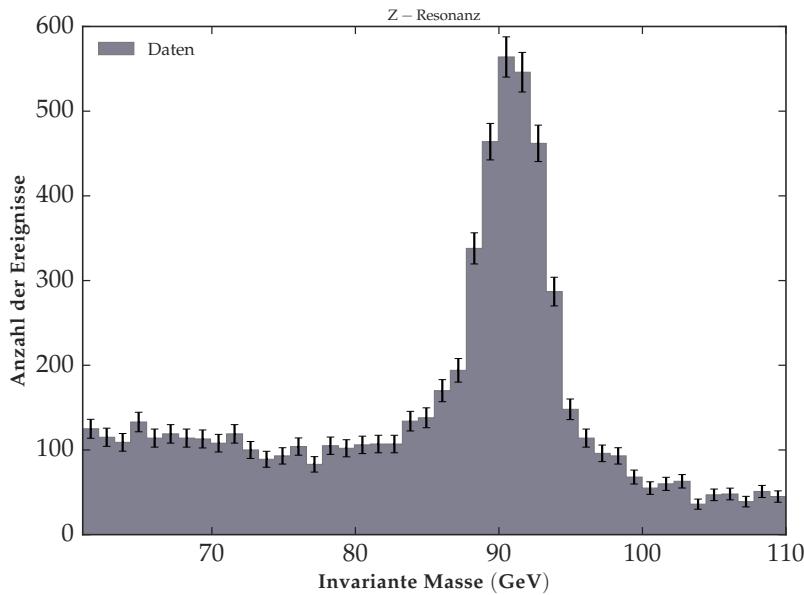


Abbildung 7.35: Z-Resonanz im Dimyonspektrum zwischen 61 und 110 GeV. Die eingezeichneten Fehlerbalken entsprechen den Poissonfehlern der Einträge.

7.8.4.4 Analyse der Z-Resonanz

Die Analyse der Resonanz des Z-Bosons im Dimyonspektrum soll anhand eines Fits erfolgen, der Signal und Untergrund im Bereich von etwa 60 bis 110 GeV berücksichtigt (siehe fig. 7.35). Dazu sind allerdings einige vorbereitende Schritte notwendig, die im Folgenden beschrieben werden. Die Parametrisierung des Untergrundes wird zunächst durch eine Untergrundstudie bestimmt. Darüber hinaus muss die Impuls- und Massenauflösung des Detektors bestimmt werden. Die Parametrisierungen von Signal und Untergrund sollen dann summiert an die oben beschriebene Voigt-Verteilung gefittet und so die Masse des Z-Bosons M_Z sowie dessen Zerfallsbreite Γ_Z bestimmt werden.

7.8.4.5 Bestimmung einer Untergrundparametrisierung

Da die Konvergenz von Fits mit vielen Parametern stark von den gewählten Anfangswerten abhängt, ist es sinnvoll bei einem Multiparameterfit möglichst viele der Parameter im Voraus abzuschätzen und als 'constraints' in den Fit einzufügen zu lassen. Dies bedeutet, dass dem Fitprogramm für entsprechende Parameter ein Wert sowie eine Eingrenzung übergeben wird. Dadurch kann dieser Parameter beim Fitten nur auf einen Wert in dem dadurch festgelegten Intervall angepasst werden.

Um den Untergrund unter dem Signal zu bestimmen sollen die Bereiche der Verteilung in denen das Signal bereits stark abgefallen ist verwendet werden. Diese Bereiche werden Seitenbänder genannt, in welchen die Verteilung meist flach verläuft. Es liegt nahe anzunehmen, dass der Untergrund im Bereich der Z-Resonanz ebenso verläuft, wie in den Seitenbändern. Um diese Vermutung zu überprüfen und die Wahl einer flachen Parametrisierung zu begründen, soll an dieser Stelle eine Untergrundstudie durchgeführt werden. Dazu wird eine Entwicklung um den Massenschwerpunkt \bar{m} des Histogramms durchgeführt und anschließend überprüft, bei welcher Ordnung die Anpassung optimal ist. Konkret ist eine Anpassung an Polynome vom Grad 0 bis 4 durchzuführen.

Die Güte einer Anpassung lässt sich anhand des Quotienten von χ^2 der Anpassung über der Anzahl ihrer Freiheitsgrade ndf quantifizieren. Gilt $\chi^2/ndf \approx 1$, so ist die Anpassung optimal. Die statistischen Fluktuationen liegen im Bereich der Unsicherheit der Anpassung. Ein kleineres χ^2/ndf könnte bedeuten, dass statistische Fluktuation in der Anpassung berücksichtigt wurden. Ist $\chi^2/ndf > 1$, so ist die Anpassung umso schlechter, je größer χ^2/ndf wird. Entsprechend soll für den Untergrund die Parametrisierung gewählt werden, bei der $|\chi^2/ndf - 1|$ minimal wird. Des Weiteren soll als Parametrisierung ein orthogonales Polynom das um \bar{m} , den Mittelwerte der Verteilung entlang der Massen-Achse, zentriert ist, verwendet werden.

Für die Versuchsauswertung soll das Vorgehen beschrieben und die Auswahl eines Grades erläutert werden, inklusive des Plots der gewählten Untergrundparametrisierung.

7.8.4.6 Abschätzung der Detektorauflösung

Der nächste Schritt, der notwendig ist, um verlässliche Ergebnisse zu erhalten, ist die Abschätzung der Detektorauflösung. Beim Fit einer Voigtverteilung an das Signal kann aus den Fitparametern der beiden Breiten Γ_Z und σ_Z noch keine Information über die Zerfallsbreite des Z-Bosons gewonnen werden. Dies resultiert aus der Tatsache, dass die die Breite bestimmenden Parameter hoch korreliert sind. Deshalb würde sich bei einem Fit der Anteil der Zerfallsbreite an der Breite der Resonanz nicht nur in Γ_Z und die Anteile der Detektorauflösung nicht nur in σ_Z niederschlagen. Entsprechend muss einer dieser Parameter zuvor abgeschätzt werden und analog zum Vorgehen beim Untergrund als constraint in den Fit eingebracht werden. Da Γ_Z zu bestimmen ist, muss eine Abschätzung von σ_Z erfolgen. Diese Detektorauflösung entspricht dabei im vorliegenden Fall der Massenauflösung ΔM . Für diese soll im Folgenden anhand der J/Ψ -Resonanz im Massenspektrum ein Zusammenhang gefunden werden, aus dem die Massenauflösung für die Z-Resonanz bestimmt werden kann. Um einen solchen Zusammenhang zu finden, wird die transversale Masse M_T betrachtet. Diese ist gemäß

$$M_T^2 = 2p_{T,1}p_{T,2}(1 - \cos \theta) \quad (7.122)$$

vom transversalen Impuls und dem Winkel θ zwischen den Impulsen der Myonen abhängig. Für die Untersuchung der Massenauflösung ist die Verwendung der invarianten Masse im untersuchten Fall näherungsweise äquivalent zur Verwendung der transversalen Masse. Im Folgenden wird zur Vereinfachung angenommen, dass die Transversalimpulse der beiden Myonen gemäß $p_{T,1} \approx p_{T,2} \approx \frac{p_{T,1} + p_{T,2}}{2} =: p_T$ durch einen mittleren Transversalimpuls angenähert werden können.

Um einen Zusammenhang zwischen der Unsicherheit ΔM auf die Masse und der Unsicherheit Δp_T auf den Transversalimpuls zu erhalten, werden diese Unsicherheiten in eq. (7.122) fortgepflanzt. Entsprechend ergibt sich:

$$\Delta M^2 = 2M\Delta M = 4p_T\Delta p_T(1 - \cos \theta) \quad (7.123)$$

und

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta p_T}{p_T} \quad (7.124)$$

für die relativen Unsicherheiten. Damit kann die Massenauflösung der Z-Resonanz abgeschätzt werden:

$$\Delta M_Z = M_Z \frac{\Delta p_T}{p_T} |_{p_{T,Z}}. \quad (7.125)$$

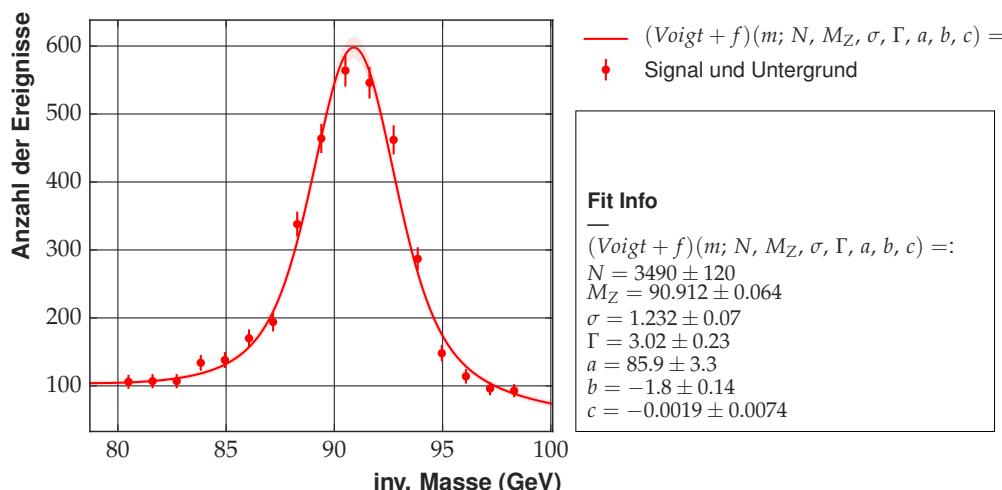


Abbildung 7.36: Fit einer Voigtverteilung und der Untergrundparametrisierung an die Z-Resonanz. Zum Fit wurden constraints auf die Detektorauflösung und die Untergrundparameter verwendet.

Um die Impulsaufklärung p_T zu bestimmen, wird die Massenaufklärung ΔM der gewählten Resonanz für feste Bereichen von p_T bestimmt und mit eq. (7.124) in die Impulsaufklärung umgerechnet. Die Bereiche von p_T werden im Folgenden als Bins bezeichnet. Es ist sinnvoll die J/Ψ -Resonanz für diese Untersuchung zu verwenden, da sie über viel Statistik und ein möglichst breites p_T -Spektrum verfügt. Außerdem ist sie im Spektrum isoliert, sodass der Untergrund im Bereich der Resonanz durch Fit der Seitenbänder bestimmen werden kann. Vor allem aber hat die Resonanz eine vernachlässigbare natürliche Breite. Die Zerfallsbreite kann so gegenüber der Massenaufklärung vernachlässigt werden.

Die Ergebnisse sollen in die Auswertung aufgenommen und ihr Zustandekommen erläutert werden.

7.8.4.7 Fit der Z-Resonanz

Ist eine Untergrundparametrisierung gefunden und die Detektoraufklärung abgeschätzt kann eine Anpassung an die Z-Resonanz vorgenommen werden. Ein mögliches Ergebnis ist in fig. 7.36 dargestellt.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Literaturwerten in section 7.8.3.5. Können Ihre Ergebnisse für M_Z und Γ_Z optimiert werden? Woran liegt das? Diskutiere.

7.8.4.8 Themen für die Vorbereitung:

Experiment: LHC + CMS, Detektion von Myonen, Dimyonspektrum + Drell-Yan-Prozess, Form der Resonanzen, Z-Boson, J/Ψ -Meson, erwartete Unterschiede bzgl. Transversalimpuls, Pseudorapidität und ΔR , Gang der Analyse zur Bestimmung von M_Z , Γ_Z , τ_Z , $\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu}$, Fehlerfortpflanzung, Güte eines Fits/ Chi-square

Links

I <http://opendata.cern.ch/record/14>, aufgerufen am: 28.05.2017

II https://www.python-kurs.eu/python3_kurs.php, 13.04.2021

III <https://numpy.org/doc/stable/user/quickstart.html>, 13.04.2021

IV <https://matplotlib.org/stable/tutorials/introductory/pyplot.html>, 13.04.2021

V <http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~quast/kafe/html/doc/>, 13.04.2021

7.9 Versuch 3: γ -Koinzidenzspektroskopie

7.9.1 Aufgaben

1. Messung des γ -Spektrums von ^{22}Na , ^{137}Cs und ^{57}Co mit beiden Detektoren (NaJ-Detektor und Ge-Detektor). Energiekalibration mit Hilfe der Photopeaks.
2. Zeitkalibration mit einer ^{22}Na Quelle und einer verstellbaren Verzögerungseinheit.
3. Messung des γ -Spektrums von ^{60}Co mit beiden Detektoren. Bestimmung der Energie der Photolinien und Comptonkanten und Interpretation des Spektrums.
4. Koinzidenzanalyse von ^{60}Co mit unterschiedlichen Zeitschnitten. Welches Termschema beschreibt den Zerfall? Gibt es noch andere Koinzidenzen?
5. Analyse der Abhängigkeit der Energieauflösung des Ge-Detektors und des NaJ-Detektors von der Energie. Wie lässt sich der Unterschied erklären?

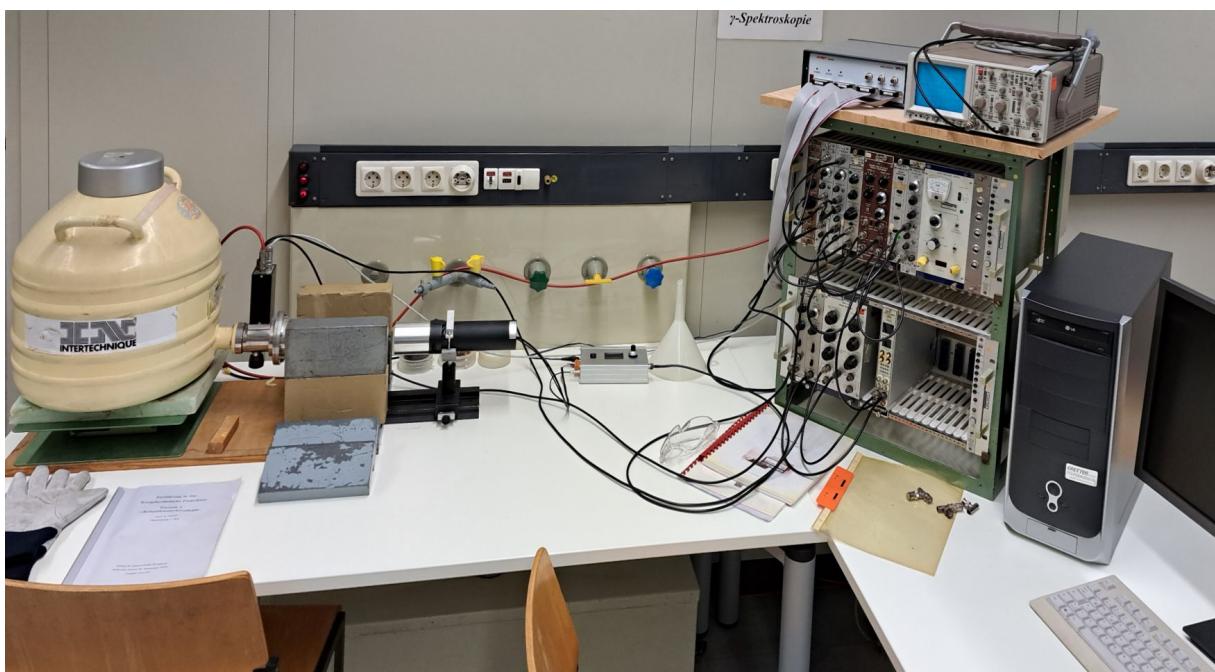


Abbildung 7.37: Aufbau des γ -Spektroskopieexperiments. Von links nach rechts sieht man den Ge-Detektor mit dem Flüssigstickstoff-Dewar, dem NaJ-Detektor, der Datenaufnahmeelektronik und dem Analyserechner.

7.9.2 Einführung

Ein Kern emittiert γ -Quanten, wenn er sich nach vorausgegangenem α oder β -Zerfall oder infolge einer Kernreaktion in einem angeregten Zustand befindet. Der Übergang in den Grundzustand kann dabei in einem Schritt und/oder stufenweise erfolgen. In diesem Fall spricht man von γ -Kaskaden. Bei hoch angeregten Kernen sind i.a. mehrere Wege zum Grundzustand möglich. Die relative Häufigkeit eines bestimmten Weges hängt von den Quantenzahlen der Spins der beteiligten Zustände und deren Parität ab und wird durch das sog. Verzweigungsverhältnis ausgedrückt. Ziel der γ -Spektroskopie ist es, die Energie und die Quantenzahlen der Zustände zu bestimmen.

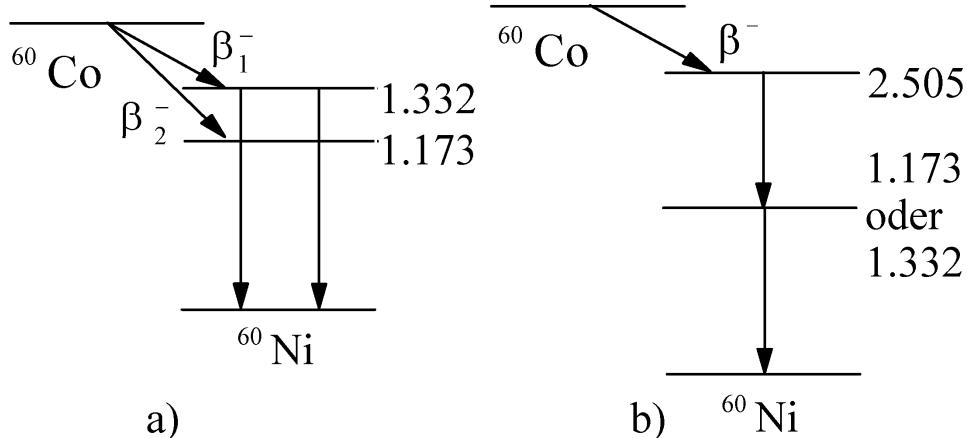


Abbildung 7.38: Mögliche Termschemata für den Zweiquantenzerverfall.

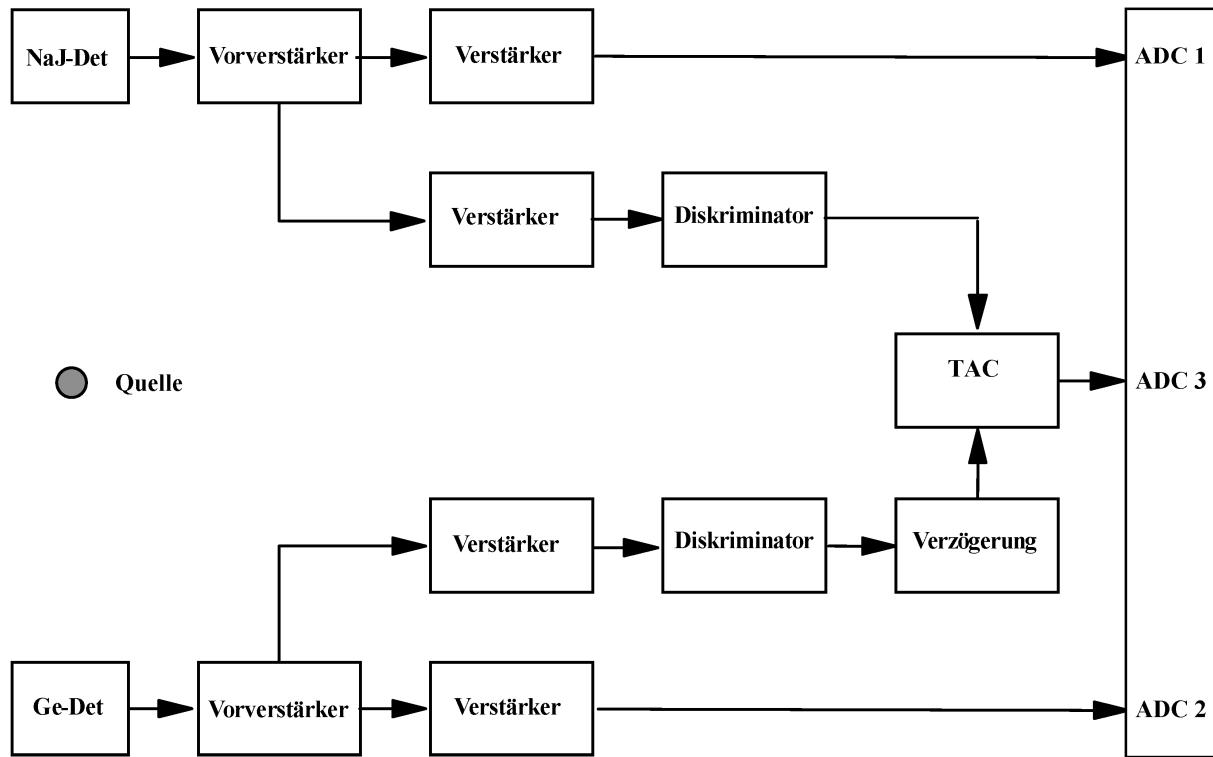
In diesem Versuch wird eine Methode vorgestellt, die ein erster Schritt zur Festlegung des Termschemas von Kernen ist, die Koinzidenzspektroskopie. Sie ist auch ein wesentlicher Bestandteil von weiterführenden Experimenten zur Bestimmung der Quantenzahlen, wie z.B. der Messung der Winkelkorrelation.

7.9.3 Prinzip der Messung

Der Versuchsaufbau besteht aus zwei γ -Detektoren (NaJ-Szintillator und Ge-Halbleiterzähler), deren Energiesignale über zwei ADCs ausgelesen werden. Treten beide Signale innerhalb eines Zeitfensters von ca. $\pm 2 \mu\text{s}$ auf, wird zusätzlich die Zeitdifferenz von einem TAC (Time-to-Analog Converter) in ein Analogsignal umgewandelt, das von einem dritten ADC aufgenommen wird. Ein γ -Ereignis besteht somit entweder aus einem ADC-Wert, wenn nur ein Detektor angesprochen hat, oder aus drei Werten, wenn beide Detektoren innerhalb der Koinzidenzzeit von $\pm 2 \mu\text{s}$ angesprochen haben. Die ADC-Werte werden von einem Computer sequentiell gespeichert. Aufgrund der längeren Konversionszeit des TAC werden zuerst die beiden Energiewerte und anschließend der Zeitwert gespeichert. Nach dem Ende der Datenaufnahme wird das Datenfile in das Format des Analyseprogramms ROOT (<http://root.cern.ch>) konvertiert. Das Konversionsprogramm fasst die Daten in sogenannten *Events* (engl. Ereignisse) zusammen. Jedes Event besitzt einen Eintrag für die Messzeit sowie drei Werte, die den drei ADCs zugeordnet sind. Wird im sequentiellen Datenstrom des *Rohdatenfiles* ein Eintrag des dritten ADCs (Zeitdifferenz) gefunden, so werden die beiden vorangehenden Energiewerte dem gleichen Event (Koinzidenz-Event) zugeordnet. Alle anderen Energiewerte werden als Einzel-Events abgespeichert, wobei nur ein Energie-ADC einen Eintrag enthält, während die beiden anderen ADCs-Werte auf 0 gesetzt werden.

Mit ROOT können nun neben Einzelspektren auch Koinzidenzeignisse analysiert werden, indem nach Events gesucht wird, die ein Signal in beiden Detektoren innerhalb eines bestimmten Zeitfensters hatten. Eine kurze Einführung in die Bedienung von ROOT gibt es am Versuchstag anhand einiger einfacher Beispiele.

Im ersten Schritt werden mit bekannten Eichquellen die Energieskalen und die Zeitskala der ADCs kalibriert. Danach werden die γ -Einzelspektren und die Differenzzeitverteilung einer „unbekannten“ Quelle gemessen und damit die Anzahl und die Energien der Übergänge bestimmt. Anschließend wird in einer Koinzidenzanalyse geprüft, ob und gegebenenfalls welche Übergänge zu einer Kaskade gehören. Am Beispiel des ^{60}Co soll das Messprinzip genauer erklärt werden.

Abbildung 7.39: Blockschaltbild der γ -Spektroskopie mit drei ADCs.

^{60}Co ist ein β^- -Strahler mit zwei γ -Übergängen (1,173 MeV und 1,332 MeV), wie man aus den Einzelspektren entnimmt. Für das Termschema gibt es damit prinzipiell die zwei in Fig. 7.38 dargestellten Möglichkeiten. In Fall a) werden die angeregten Zustände durch zwei unabhängige β -Übergänge besetzt. Deshalb werden auch die γ -Quanten zeitlich unabhängig voneinander emittiert. Anders der Fall b). Dort gibt es nur einen β -Zerfall zum höchsten angeregten Zustand, und die folgenden γ -Quanten bilden den einfachsten Fall einer Kaskade. Wenn der Zwischenzustand hinreichend kurzlebig ist, bei ^{60}Co ist das mit 10^{-12} s der Fall, treten die beiden Quanten praktisch gleichzeitig auf. Durch ein Koinzidenzexperiment, bei dem die Gleichzeitigkeit der Zerfälle geprüft wird, kann man zwischen den beiden Möglichkeiten unterscheiden. Man bestimmt das γ -Spektrum in einem Detektor unter der zusätzlichen Bedingung, dass im zweiten Detektor ein bestimmtes der beiden Photonen *zur selben Zeit* nachgewiesen wird. Wenn die Quanten zu einer Kaskade gehören, sieht der erste Detektor nur das *andere* Quant: das Spektrum enthält *einen* Übergang. Im Fall a) dagegen besteht das Spektrum im ersten Detektor aus denjenigen Ereignissen, die zufällig gleichzeitig mit dem ausgewählten Quant im zweiten auftreten. Es erscheinen *beide* Übergänge ganz wie bei der Messung ohne Koinzidenz. Nur die Zählraten sind beträchtlich kleiner, da die tatsächliche Messzeit nicht die wirkliche Zeit, sondern die Anzahl der im zweiten Detektor ausgewählten Ereignisse mal der Auflösungszeit der Koinzidenz ist.

Die Anordnung des Koinzidenzexperiments ist in Fig. 7.39 skizziert. Die beiden Detektorzweige sind nahezu identisch aufgebaut. Die Signale werden in zwei im Detektorgehäuse integrierten Vorverstärkern verstärkt und aufgeteilt. Das erste Signal wird mit einem Spektroskopieverstärker geformt und weiter verstärkt, bevor es als Energiesignal direkt zum ADC weitergeleitet wird. Die ADCs besitzen integrierte Diskriminatoren, so dass kein externes Triggersignal erzeugt werden muss. Das zweite Signal wird über einen schnellen Timingverstärker und einen *Constant Fraction Diskriminator* zum TAC weitergeleitet. Der Ge-Detektor liefert das Stoppsignal des TACs und der NaJ-Detektor liefert das Startsignal. Um sicherzustellen, dass das Startsignal vor dem Stoppsignal ankommt, befindet sich im Ge-Zweig eine zusätzliche Verzögerungseinheit (Delay),

die das Signal zwischen 0 und $4,75 \mu\text{s}$ verzögern kann. Die Schaltung erlaubt die gleichzeitige Aufnahme von Einzelereignissen und von korrelierten Ereignissen. Erst in der Off-line Datenanalyse entscheidet man darüber, ob man eine Energiemessung, eine Zeitmessung oder eine Koinzidenzmessung machen will. Damit kann man alle fünf in Kapitel 5.7 beschriebenen Messaufbauten nach der Messung per Software durch geeignete *Datenschnitte* realisieren.

Wird nun mit einem Energieschnitt die Photolinie des hochenergetischen ^{60}Co Übergangs im NaJ-Detektor diskriminiert, erwartet man in Fall einer Kaskade im Energiespektrum des Ge-Detektors ausschließlich das Spektrum der niederenergetischen Linie. In Wirklichkeit sieht man neben diesem Spektrum auch die hochenergetische Linie, allerdings mit geringerer Intensität als ohne Koinzidenz. Diese Ereignisse sind zufällige Koinzidenzen. Eine Abschätzung mit Gl. 7.126 zeigt, dass mit einer Auflösungszeit von $\tau = 5 \mu\text{s}$ und mit einer Aktivität des Präparats von $A = 2 \cdot 10^5 \text{ Bq}$ genau soviel zufällige wie echte Koinzidenzen auftreten.

$$N_Z = \tau_A \cdot N_1 \cdot N_2 = \tau_A \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A^2 \quad (7.126)$$

Die Größen ϵ_i sind die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Detektoren einschließlich des Geometriefaktors. Soll das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen verbessert werden, ist es nicht sinnvoll die Aktivität herabzusetzen, da dann die Einzelraten zu klein werden. Besser ist es, die Auflösungszeit kleiner, d.h. die Koinzidenzzeit kürzer zu machen, indem man nur Events auswählt, die im Peak des Zeitspektrums liegen.

7.9.4 Durchführung des Versuchs

Zur Eichung des Energie werden die Energiespektren der Nuklide ^{22}Na , ^{57}Co und ^{137}Cs , deren γ -Energien bekannt sind, aufgenommen. Die Linienbreiten der Photolinien werden zur Bestimmung der energieabhängigen Energieauflösung bestimmt. Zusätzlich wird mit der ^{22}Na Quelle das Zeitspektrum kalibriert durch zu- und abschalten verschiedener Zeitverzögerungen in der Delay-Einheit. Danach die Verzögerung so eingestellt, dass der Koinzidenzpeak etwa in der Mitte des ADC-Spektrums liegt. Mit dieser Einstellung wird nun das Spektrum von ^{60}Co aufgenommen und Photolinien, Comptonkanten und Rückstreuanten bestimmt.

Anschließend werden die echten und zufälligen Koinzidenzen nach den im vorigen Abschnitt besprochenen Methoden mit den ^{60}Co -Daten analysiert. Sehen Sie sich das 2D-Spektrum der kurzen Koinzidenzzeit genauer an. Gibt es u.U noch andere Koinzidenzen?

7.9.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

γ -Spektroskopie: [1], [26]

Detektoren: [19], [26]

Elektronik: [21], [22]

7.10 Versuch (M): Kosmischer Myon-Untergrund im KATRIN Experiment

7.10.1 Aufgabe

1. Finden Sie Koinzidenzen in und zwischen den Szintillator-Modulen
2. Bestimmen Sie die Lebensdauer von gestoppten Myonen
3. Untersuchen Sie die zeitliche Variation der Myonrate
4. Suchen Sie Koinzidenzen zwischen durchgehenden Myonspuren und dem KATRIN Detektor

7.10.2 Einführung

In diesem Versuch untersuchen Sie kosmische Myonen aus Luftschaubern und deren Einfluss auf die Untergrundrate im KATRIN (KArlsruhe TRIumf Neutrino) Experiment, dessen Ziel es ist, die Neutrinomasse mit bisher unerreichter Genauigkeit zu bestimmen.

7.10.3 Grundlagen

7.10.3.1 Das KATRIN Experiment

Die Grundlage des KATRIN Experiments ist der β^- -Zerfall, bei dem ein Tritium-Atom in ein Helium-Atom, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino zerfällt. Die freiwerdende Energie teilt sich beliebig zwischen Elektron und Elektron-Antineutrino auf, die Rückstoßenergie des Tochterkerns ist vernachlässigbar klein.

Um die Masse des Antineutrinos zu bestimmen wird das integrale Energiespektrum des Zerfalls-Elektrons um den Endpunkt des β -Zerfalls, das heißt im hoch-energetischen Bereich, vermessen. In diesem Bereich ist davon auszugehen, dass das Neutrino fast nur noch seine Ruheenergie besitzt, da der Großteil der verfügbaren Energie beim Zerfall an das Elektron übertragen wurde. Da die Anzahl der Elektronen in diesem Bereich jedoch sehr gering ist, muss der Untergrund genau bekannt sein. Ein Untergrund des Experiments entsteht durch Myonen aus Luftschaubern. Genaueres über ihre Zusammensetzung und Entstehung finden Sie in Kapitel 7.11.2.1. Treffen Myonen aus Luftschaubern auf die Tankwand des Hauptspektrometers, können dort Elektronen herausgelöst werden, die als Sekundärelektronen bis zum Detektor weiter geleitet werden können und dort für zusätzlichen Untergrund sorgen.

Das Tritium für den Zerfall wird in der **windowless gaseous tritium source** (WGTS) bereitgestellt. Sie besteht aus einem 10 m langen Rohr mit einem Durchmesser von 9 cm. In dessen Mitte wird stetig Tritium eingespeist und zu beidem Enden hin abgepumpt. Danach folgt eine zweistufige **Pumpstrecke**, die zum einen verhindern soll, dass neutrale Tritiummoleküle in

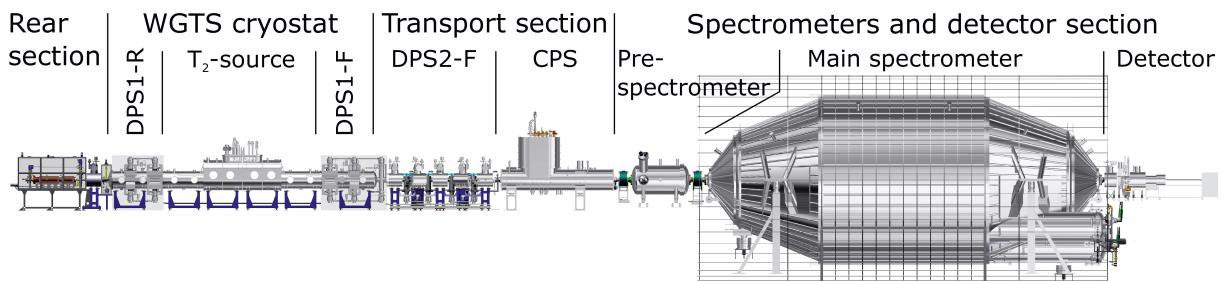


Abbildung 7.40: KATRIN Experiment

das Hauptspektrometer gelangt und dort zusätzlichen Untergrund erzeugt. Zum anderen werden durch starke Magnetfelder die Zerfallselektronen durch das Strahlrohr zum Spektrometer hin geleitet. Zuerst passieren die Elektronen durch ein **Vorspektrometer**. Hier werden sie durch einen Hochpassfilter selektiert, um nur noch hochenergetische Elektronen ins **Hauptspektrometer** zu lassen. Beide Spektrometer arbeiten nach dem MAC-E-Filter Prinzip. Hier wird über zwei supraleitende Solenoidmagneten entlang der Flugbahn der Elektronen ein starkes Magnetfeld erzeugt, dessen Feldlinien in der Mitte stark aufgeweitet werden. Dadurch wird der transversale Impuls der Elektronen in den longitudinalen Impuls umgewandelt. In der Mitte, am Punkt geringster Flussdichte befindet sich die Analysierebene mit dem Maximum des elektrostatischen Retardierungspotentials. Die Spannung des Feldes ist dem Elektronenfluss entgegen gerichtet. Entsprechend können nur Elektronen ab einer bestimmten Energie den Filter passieren. Zum Ende des Spektrometers hin mit der konischen Erdelektrode, werden sie dann wieder beschleunigt und gelangen zum **Focal plane detector** (FPD, 148-Pixel PIN-Diodendetektor). Dort wird zum einen die Ereignisrate für unterschiedliche Retardierungsspannungen gezählt und zum anderen die Flugbahnen der Elektronen bestimmt über die Position des Pixels.

7.10.3.2 Myonteleskop

Als Myonteleskop dienen vier Szintillatormodule, die mit jeweils acht Photomultipliern ausgestattet sind (vgl. Abbildung 7.41). Genaueres über die Funktionsweise von Szintillationsdetektoren finden Sie in Kapitel 4.2. Die Module sind so um das Hauptspektrometer des KATRIN Experiments angebracht, dass sie vorwiegend Myonen detektieren, deren Flugbahn durch den Spektrometertank verläuft. Jeweils zwei Module werden zu einer Messebene zusammengefasst. Die zwei Szintillatorebenen sind in West (oben) – Ost (unten) Richtung unter einem Winkel von etwa 45° angeordnet, mit dem Spektrometer in ihrem Zentrum, entsprechend Abb. 7.42.

Die Module sind mit Aluminiumfolie umwickelt, um das Reflexionsvermögen zu verbessern. Zusätzlich wird der Untergrund durch Raumlicht stark reduziert, indem die Module mit schwarzer Folie verpackt sind.

7.10.3.3 Datenaufnahme

Die Datenaufnahme erfolgt über einen **Data acquisition Crate** (DAQ), welches über die ORCA-Software des KATRIN-Experiments gesteuert und ausgelesen wird. Die Auslese an den Szintillatormodulen erfolgt für jedes Modulende getrennt, wobei die Signale der vier PMTs auf jeder Seite jeweils passiv zusamengeschaltet sind. Für jedes Ereignis wird die Position der PMT-Gruppe, die Zeit und die deponierte Energie gespeichert. Diese Daten werden in sogenannten Runs gebündelt, wobei ein Run dem Zeitintervall entspricht, über den eine Messung und damit die Datenaufnahme läuft. Die Zeitauflösung des Versuchsaufbaus beträgt 100 ns, um eine genaue Analyse der Koinzidenzen zu ermöglichen.

7.10.3.4 Koinzidenzen

Als *Koinzidenz* werden Ereignisse bezeichnet, die innerhalb eines gewissen Zeitfensters liegen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass diese Ereignisse von einem einzelnen Myon erzeugt wurden. Dabei wird zwischen zwei Arten der Koinzidenz unterschieden. Zum einen die Koinzidenz zwischen den beiden Enden eines Moduls, zum anderen die Koinzidenz zwischen den beiden Messebenen. Bei Koinzidenzen zwischen den beiden Enden eines Moduls ist zu beachten, dass die beobachteten Signalhöhen in den beiden PMT-Gruppen unterschiedlich groß sein können, aufgrund der unterschiedlichen Lichtwege und Abschwächung des Szintillationslichts. Um die positionsabhängigen Signalhöhen auszugleichen, werden die Energiesignale beider Enden eines

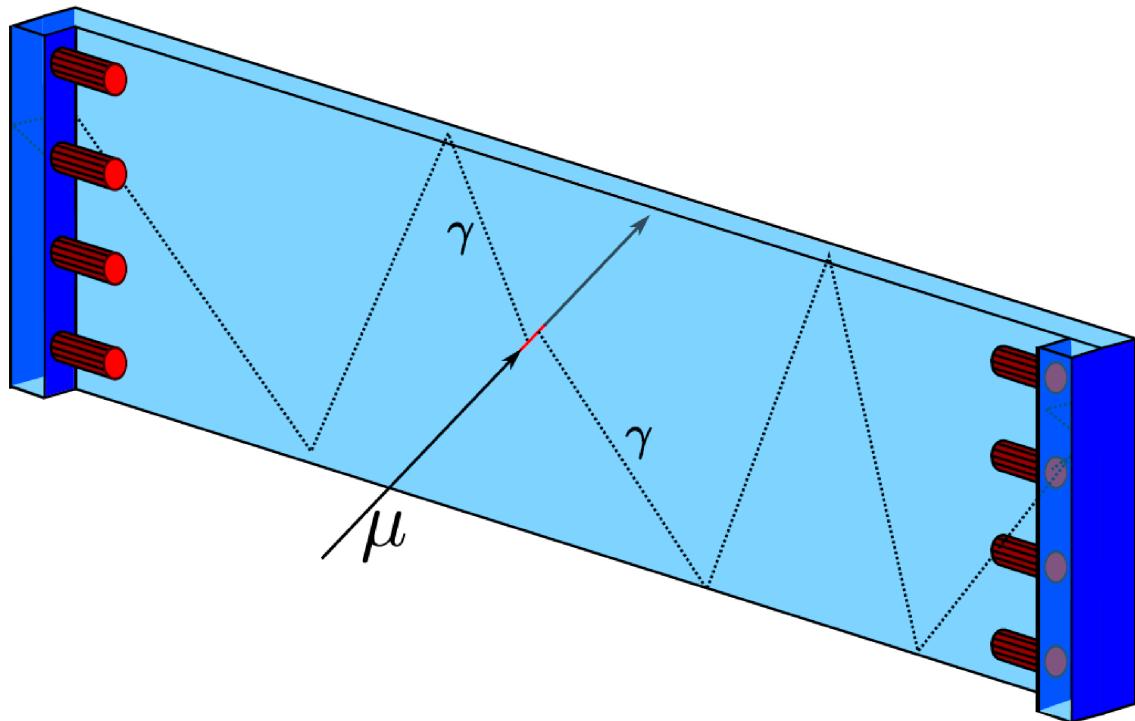


Abbildung 7.41: Schematische Darstellung eines Szintillatormoduls. Die roten Zylinder an beiden Enden stellen die Photomultiplier dar. Jedes Modul hat eine Länge von 3,15 m, eine Breite von 0,65 m und eine Höhe von 0,05 m.

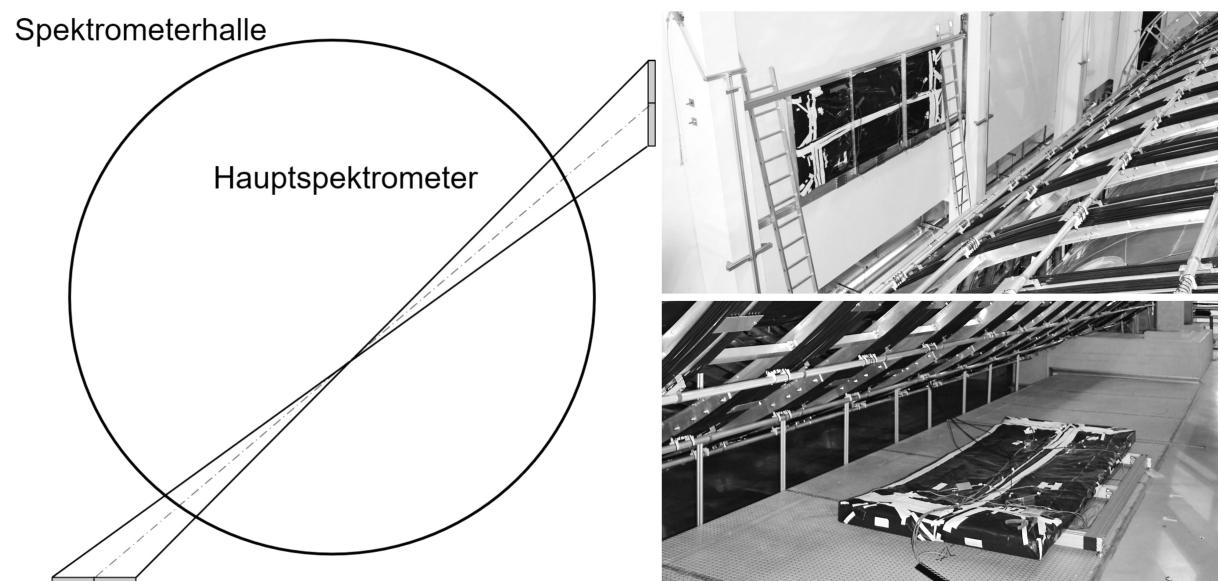


Abbildung 7.42: Anordnung der Szintillatormodule um den KATRIN Hauptspektrometer Tank.

Moduls addiert. Wird nun das Spektrum der Summenenergien der Ereignisse dieser Koinzidenzen dargestellt, so ist deutlich zu erkennen, dass es sich um eine Landau-Verteilung handelt. Zur Reduzierung von niederenergetischen, zufälligen Untergrundsignalen muss ein Schwellwert gefunden werden, unterhalb dessen die Ereignisse verworfen werden. Ein Myon das durch beide Modulebenen geht und somit in vier PMT-Gruppen nahezu gleichzeitig Signale erzeugt, reduziert zufällige Untergrundereignisse noch weiter.

Eine weitere Art der Koinzidenz wird durch Myonen erzeugt, die nach dem Durchgang durch eine oder besser beide Modulebenen im Beton dahinter gestoppt werden und zerfallen. Dabei wird ein Elektron oder Positron erzeugt, das ebenfalls ein Signal im Szintillator direkt über dem Zerfallsort erzeugen kann. Da diese Ereignisse sehr nah beieinander liegen, ist es sinnvoll, das Zeitdifferenzspektrum für kurze Zeitdifferenzen auszuwerten.

7.10.4 Versuchsablauf

7.10.4.1 Messungen

Bei diesem Versuch geht es weniger darum, ein Experiment durchzuführen, als viel mehr die Daten geeignet zu präparieren und zu analysieren. Um eine sinnvolle maximale Zeitdifferenz zwischen den Signalen einer Koinzidenzen zu bestimmen, muss der zeitliche Abstand zwischen zwei Ereignissen aus den Daten ausgewertet werden. Wird dieser Zeitabstand in ein Histogramm aufgetragen, kann daraus ein Zeitlimit bestimmt werden, unterhalb dem die Ereignisse als Koinzidenz aufgefasst werden können. Dazu müssen zunächst die Ereignisse zwischen den Modulseiten eines Moduls verglichen werden. Daraus ergibt sich die zeitliche Obergrenze dafür, dass die Energien beider Enden zu einer Summenenergie zusammengefasst werden, dass Ereignisse einem Myon zugeordnet werden. Das selbe muss dann noch zwischen den beiden Modulebenen durchgeführt werden.

Um die Lebensdauer der Myonen bestimmen zu können, wird das Zeitdifferenzspektrum für kurze Zeitabstände (z.B. $1 - 10 \mu\text{s}$) ausgewertet zwischen einem Ereigniss mit koinzidenten Signalen in beiden Szintillatorebenen und einem Ereignis in einem der unteren Szintillatormodulen. Es wird erwartet, dass das Differenzzeitpektrum exponentiell mit

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} \quad (7.127)$$

abfällt, mit der mittleren Lebensdauer τ des Myons.

Weiterhin soll die Ereignisrate genauer untersucht werden. Hier treten Schwankungen auf, die durch Änderungen im Luftdruck, der Temperatur und der Atmosphärendichte hervorgerufen werden. Um diese Schwankungen zu untersuchen werden Messwerte über mehrere Tage untersucht. Hier wird die Anzahl an Ereignissen pro Sekunde als Rate angegeben und über eine Stunde gemittelt, um eine Langzeitschwankung erkennbar zu machen. Zusätzlich soll ein weiteres Binning im Sekundenbereich erstellt werden, um kurzzeitige Fluktuationen erkennen zu können.

Um Koinzidenzen zwischen Myonereignissen und dem KATRIN-Detektor zu finden, müssen zunächst Koinzidenzen zwischen den Modulebenen gefunden werden. Dabei tritt das Ereignis zuerst im oberen Modul des Myontelskops und danach im unteren Modul auf. Diese Myonen haben demnach den Spektrometertank passiert und konnten in der Tankwand Sekundärelektronen auslösen. Diese Sekundärelektronen können dann je nach Magnetfeldeinstellung am KATRIN-Detektor nachgewiesen werden und sorgen für eine kurzzeitig überhöhte Ereignisrate. Zur Analyse der Daten werden die Zeitpunkte der Myonereignisse mit der Ereignisrate des KATRIN-Detektors verglichen.

7.10.4.2 Software zur Datenanalyse

Die Software zur Datenverarbeitung und Analyse basiert auf der Programmiersprache *Python*. Grundlagen dazu sollten bekannt sein. Die Analyseskripte werden in *JuniperLab* gespeichert und ausgeführt, müssen aber von den Studenten vervollständigt werden. In JuniperLab sind auch die Files mit den Rohdaten gespeichert, die analysiert werden sollen.

7.10.5 Datenauswertung

Alle Daten müssen zunächst vorselektiert und bearbeitet werden. In den Rohdaten werden diverse Werte abgespeichert, die für die Datenanalyse nicht von belang sind. Im ersten Schritt der Datenreduktion werden die für die nachfolgenden Analysen relevanten (und bei Bedarf kalibrierten) Daten zu Events zusammengefasst und in einer Textdatei gespeichert. Dies können z.B. die Ereigniszeit, die Summenenergie für jedes Modul, oder nur die Modulnummern, die über der Energieschwelle liegen, sein. Zuerst werden in verschiedenen Stufen Koinzidenzen ermittelt: Koinzidenzen zwischen den PMT-Gruppen eines Szintillatormoduls, zwischen Modulebenen und zuletzt zwischen durchgehenden Myonspuren in beiden Ebenen und nachfolgenden Ereignissen. Dies sind je nach Analyseziel Teilchen aus dem Zerfall gestoppter Myonen im Boden der Experimentierhalle, oder zeitlich korrelierte Ereignisse im KATRIN Detektor.

- Für die Koinzidenzsuche innerhalb eines Moduls müssen die Daten zunächst nach der entsprechenden Modulnummer gefiltert werden. Dazu werden die Zuordnungen der PMT-Gruppen zu den Auslesekarten und Kanälen der DAQ-Elektronik benötigt. Es existieren insgesamt vier Szintillatormodule mit jeweils zwei PMT-Gruppen. Jede PMT-Gruppe wird über einen separaten ADC-Kanal ausgelesen. Jeweils vier PMT-Gruppen, also zwei Module, werden über eine ADC-Karte ausgelesen, wobei die Module mit den Nummern 4 und 8, die beiden unteren Module, zusammen auf einer Karte liegen, sowie die beiden oberen Module mit den Nummern 6 und 7. Nachdem die Daten gefiltert wurden, muss ein Zeitstempel mit einer Auflösung von 100 ns erzeugt werden, der immer auf das erste Ereignis einer Messung referenziert. Die so generierten Daten müssen dann auf Koinzidenzen zwischen den beiden Modulenden untersucht werden. Dafür wird eine maximale Zeitdifferenz benötigt, die angibt, bis wann zwei Ereignisse als Koinzidenz gewertet werden. Danach müssen die Energien der gemessenen Ereignisse einer Koinzidenz addiert werden. Diese Summenenergie kann dann als Histogramm dargestellt werden. Ein Wert für einen Energieschnitt kann daraus bestimmt werden, um Rauschereignisse zu entfernen.
- Für die Koinzidenzsuche zwischen den Modulebenen kann im Grunde genauso vorgegangen werden. Der Unterschied ist, dass hier die Daten der unteren Module zusammen gefasst werden, sowie die Daten der oberen Module. Da hier kein weiters Energiespektrum erstellt werden muss, wird lediglich geprüft, ob in einer Messebene Koinzidenzen zwischen beiden Modulen auftreten, um Doppelungen zu verwerfen, die dann zu einem Ereigniss zusammengefasst werden. Hier interessiert nur, ob in beiden Messebenen nahezu gleichzeitige Ereignisse gefunden werden, die dem Koinzidenzkriterium entsprechen. Dies entspricht dann der Spur eines durchgehenden Myons.
- Für die Bestimmung der Lebensdauer von Myonen müssen wieder nur einzelne Module betrachtet werden. Hier werden wieder die Koinzidenzen innerhalb des Moduls gesucht. Die Energie ist auch hier wieder irrelevant, sollte aber über Schwelle für zufällige Untergrundereignisse liegen. Interessant sind hier nur die Koinzidenzen innerhalb eines Zeintervalls von $10\ \mu\text{s}$ nach einer durchgehenden Myonspur. Diese Differenzzeiten werden in einem Histogramm dargestellt und ein Exponential-Fit mit Gleichung 7.127 durchgeführt, um die Lebensdauer der Myonen zu erhalten.

- Für die Ratenschwankungen der Myonraten über einen längeren Zeitraum werden mehrere Runs eingelesen, zusammengefasst und eine gemeinsame Startzeit definiert. Danach werden die mittleren Raten mit einer Schrittweite von jeweils einer Stunde gemittelt und als Histogramm dargestellt. Der Mittelwert entspricht dann der mittleren Rate der Koinzidenzereignisse.
- Für die Koinzidenzsuche zwischen dem Myonteleskop und den KATRIN Daten werden entsprechende Daten eingelesen. Das erste Problem, das hierbei umgangen werden muss, ist, dass die KATRIN Daten andere Zeitstempel verwenden als die Myondaten. Auch hier muss ein gemeinsamer Startzeitpunkt festgelegt werden. Danach wird eine Schleife benötigt, die zum einen die Myonereignisse durchläuft, zum anderen in einem Zeitfenster von $20\ \mu s$ vor dem Ereignis bis $100\ \mu s$ nach dem Myonereignis die KATRIN Daten durchsucht und die Ereignisse speichert. Die KATRIN Daten werden dann als Histogramm dargestellt aus dem die mittlere Laufzeit der Elektronen die in der Spektrometertankwand erzeugt wurden bestimmt werden kann. Für die KATRIN-Daten gibt es zwei Möglichkeiten. Im normalen Setting für die Suche nach der Neutrinomasse wird der magnetische Flussschlauch, der die Tritium β -Elektronen auf den Detektor fokussiert verwendet. Er berührt die Detektorwand nicht, so dass Elektronen, die durch die Myonen aus dem Wandmaterial herausgeschlagen wurden, nur eine geringe Wahrscheinlichkeit haben im Detektor nachgewiesen zu werden. Die zweite Einstellung ist das sogenannte asymmetrische Magnetfeld-Setting, in dem die Luftspulen des Hauptspektrometers invertiert werden, so dass der Flussschlauch sich extrem aufweit und die Spektrometerwand berührt. In diesem Fall werden Elektronen, die von der Wand starten, magnetisch auf den Detektor geführt. Bei dieser Einstellung sollten eindeutige Koinzidenzen zwischen Myonen und Ereignissen im KATRIN-Detektor gefunden werden.

7.10.6 Themen für die Vorbereitung

Experiment: [KATRIN Experiment](#), Detektion von Myonen, Myonzerfall, ... Python Grundlagen (einfache Schleifen, Bedingungen) und die Pakete Pandas, Numpy, Scipy (Exponentialfit) sollten bekannt sein

7.11 Versuch (M): Eigenschaften kosmischer Myonen

7.11.1 Aufgaben

1. Bestimmung der Rauschschwelle der Detektoren
2. Aufnahme eines Pulshöhenpektrums
 - (a) Bestimmung geeigneter Schwellen für Myonen und Elektronen/Positronen
 - (b) Kalibrieren der Pulshöhen der einzelnen Module
3. Bestimmung der Effizienz der einzelnen Detektormodule
4. Bestimmung der Lebensdauer des Myons
5. Nachweis der Präzession des Myonenspins im Magnetfeld und Bestimmung der statistischen Signifikanz



Abbildung 7.43: Aufbau des Versuchs zu kosmischen Myonen. Auf der rechten Seite sind drei übereinander angeordnete Sitzillationsmodule. Auf der linken Seite ist die Datenaufnahmeelektronik und der Analysecomputer zu sehen.

7.11.2 Einführung

7.11.2.1 Zusammensetzung der Höhenstrahlung

Die primäre Höhenstrahlung, die ihren Ursprung teils im Weltall, teils in der Sonne hat, besteht überwiegend aus Protonen (ca. 85%), einem kleinen Anteil von α -Teilchen (ca. 12%), mit noch geringerer Häufigkeit aus schwereren Kernen (insgesamt etwa 2%), Elektronen und γ -Quanten.

Sie ist eine sehr hochenergetische Strahlung. Die Energien der Teilchen erstrecken sich von 10^6 eV bis 10^{21} eV. Das Primärspektrum hat näherungsweise die Form

$$N(> E) = K \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma} \quad \begin{aligned} E_0 &= 10^{16} \text{ eV} \\ K &= 3 \cdot 10^{-4} m^{-2} h^{-1} \\ \gamma &= 1, 7 \dots 2, 1 \end{aligned} \quad (7.128)$$

$N(> E)$ ist die Rate der Teilchen mit Energien größer als E . Der spektrale Index γ ändert sich bei $4 \cdot 10^{15}$ eV, dem sogenannten „Knie“.

Trifft die primären Höhenstrahlung auf die Erdatmosphäre, werden durch die Wechselwirkung der Nukleonen sekundäre Teilchen erzeugt, die ihrerseits weitere Reaktionen einleiten. Die Zusammensetzung der Höhenstrahlung innerhalb der Lufthülle unterscheidet sich deshalb wesentlich von der ursprünglichen, sie ändert sich auch mit der Höhe. Auf Meereshöhe sind fast keine primären Teilchen mehr vorhanden.

Es laufen die folgenden Prozesse ab. Die primären Nukleonen zertrümmern zunächst durch die starke Wechselwirkung die Kerne der Luft und verlieren dabei kinetische Energie. Dabei entstehen in großer Zahl sekundäre, energiereiche Nukleonen und Pionen, die durch Stöße weitere Zertrümmerungen einleiten. Diese Prozesse hören erst auf, wenn die kinetische Energie der Hadronen zur Erzeugung von Pionen nicht mehr ausreicht. Das ist bei 300 MeV der Fall. Ein einzelnes primäres Nukleon erzeugt somit einen Schauer sehr vieler stark wechselwirkender Teilchen, die sog. Kernkaskade. Sie erreicht die Erdoberfläche nicht, da wegen der Stärke der Wechselwirkung die mittlere freie Weglänge der Pionen und Nukleonen in Materie zu klein ist. Nur vereinzelte Protonen und Neutronen schaffen den ganzen Weg.

Die Pionen der Kernkaskade sind nicht stabil. Die neutralen Pionen zerfallen elektromagnetisch in zwei γ -Quanten.

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad \tau = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ s} \quad (7.129)$$

Der Zerfall ist sehr schnell, er findet deshalb in unmittelbarer Nähe der Kernkaskade statt.

Die sehr energiereichen γ -Quanten sind der Ausgangspunkt der sog. elektromagnetischen Kaskade. Bei den hohen Energien ist der wahrscheinlichste Prozess die Paarbildung; Compton- und Photoeffekt sind vernachlässigbar. Im Coulombfeld der Kerne entstehen Teilchen-Antiteilchen-Paare (siehe 3.2.2.3), am häufigsten das leichteste davon, das Elektron-Positron-Paar. Die Leptonen übernehmen bis auf die geringe Rückstoßenergie des Kerns die gesamte γ -Energie und sind deshalb selbst relativistisch. Ihre Flugrichtung weicht wegen der Impulserhaltung nur wenig von der des einfallenden Quants ab.

Die Leptonen verlieren in Materie ihre Energie entweder durch Ionisation (Kapitel 3.1.1) oder durch Bremsstrahlung (Kapitel 3.1.2). Bei hohen Energien überwiegt die Bremsstrahlung, da sie proportional zu $Z^2 \cdot E$ ist, während die Ionisierung mit $Z \cdot \ln(E)$ geht. Die beiden Prozesse sind gleich wahrscheinlich bei $800/Z$ MeV. Die schnellen Leptonen erzeugen somit Bremsquanten, die einen großen Teil der Energie übernehmen und die bevorzugt in Flugrichtung emittiert werden. Die Bremsquanten bilden weiter Paare, diese wiederum γ -Quanten. Auf diese Weise verdoppelt sich die Anzahl der Leptonen in jeder Generation. Es bildet sich ein Schauer von Leptonen und γ -Quanten der sich innerhalb eines Kegels um die Richtung des ersten Quants ausbreitet. Auch diese Kaskade bricht ab, nämlich dann, wenn die Energie so klein geworden ist, dass die Ionisierungsprozesse (bzw. Comptonstreuung) überwiegen. Erst bei Primärenergien $> 10^{12}$ eV erreichen nennenswerte Teile dieser elektromagnetischen Luftschauder Meeresniveau.

Die geladenen Pionen zerfallen durch die schwache Wechselwirkung in Myonen und myonische Neutrinos.

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \tau = 2,60 \cdot 10^{-8} \text{ s} \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\tag{7.130}$$

Ihre mittlere Lebensdauer ist sehr viel größer als die des ungeladenen Pions. Deshalb kann der Zerfall in beträchtlicher Entfernung von der Kernkaskade stattfinden. Doch reicht auch hier die mittlere freie Weglänge nicht aus; auch sie erreichen die Erde kaum.

Das schaffen die im Pionenzerfall entstandenen Myonen. Sie unterliegen der schwachen Wechselwirkung und können in Materie Kernumwandlungen induzieren. Die Wirkungsquerschnitte dafür sind aber extrem klein, so dass ihr Verhalten nur durch die elektromagnetische Wechselwirkung bestimmt ist. So erzeugen sie wie die Elektronen elektromagnetische Kaskaden, allerdings mit der wesentlichen Einschränkung, dass wegen ihrer rund 200 mal größeren Masse die Wahrscheinlichkeit dafür $4 \cdot 10^4$ mal kleiner ist (siehe Kapitel 3.1.2, Gl. 3.9). Ihre Reichweite ist deshalb größer als die der Elektronen. Sie erreichen die Erdoberfläche und dringen sogar noch tief in die Erde ein.

Die geladenen Myonen zerfallen in Elektronen bzw. Positronen und elektronische und myonische Neutrinos durch die schwache Wechselwirkung:

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu & \tau = 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ s} \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu\end{aligned}\tag{7.131}$$

Ihre mittlere Lebensdauer ist wesentlich größer als die der neutralen Pionen.

Auf der Erdoberfläche besteht demnach die Höhenstrahlung aus zwei Komponenten. Die durchdringende, die eine große mittlere freie Weglänge hat, heißt harte Komponente und besteht aus Myonen. Die kurzreichweitige, sog. weiche Komponente, besteht aus Elektronen, Positronen und Bremsstrahlungsquanten der elektromagnetischen Kaskaden. Nur ein kleiner Teil stammt aus dem Zerfall von Myonen.

Während der in Gl. 7.131 angegebenen mittleren Lebensdauer legt ein extrem relativistisches Myon ungefähr 600 m zurück. Das ist die mittlere Strecke, die die Myonen zwischen Entstehung und Zerfall zurücklegen. Sie ist zu kurz, um die Häufigkeit der Myonen an der Erdoberfläche zu erklären. Die Lösung bringt die spezielle Relativitätstheorie. Die angegebenen Lebensdauern gelten im Ruhesystem der Teilchen. In einem mit der Geschwindigkeit v relativ dazu bewegten System, der Erde, macht sich die Zeitdilatation bemerkbar. Die auf der Erde gemessene mittlere Lebensdauer τ_E ist länger

$$\tau_E = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \tau = \gamma \cdot \tau\tag{7.132}$$

γ ist das Verhältnis der Gesamtenergie zur Ruheenergie des Myons, c die Lichtgeschwindigkeit. Ist E die Gesamtenergie, E_{kin} die kinetische Energie und m_0 die Ruhemasse, so ist

$$\gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{E_{\text{kin}} + m_0 c^2}{m_0 c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\tag{7.133}$$

Für extrem relativistische Teilchen ist die Ruheenergie gegen die kinetische Energie vernachlässigbar, und man erhält

$$\gamma \approx \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2}\tag{7.134}$$

In Zahlen: für ein Myon von 10 GeV ist die mittlere Lebensdauer auf der Erde rund 100 mal länger als im Ruhesystem, so dass dieses Myon erst nach einer Flugstrecke von 60 km zerfällt und somit eine gute Chance hat den Erdboden zu erreichen.

7.11.2.2 Die Abbremsung der Myonen in Materie

Die hochenergetischen Myonen verlieren ihre Energie in Materie durch Bremsstrahlung an den Kernen. Erst bei Energien im GeV-Bereich und darunter machen sich auch die Ionisierungsprozesse durch die Coulomb-Wechselwirkung bemerkbar. Diese Prozesse sind unabhängig vom Vorzeichen der Ladung. Am Ende der Reichweite, kurz bevor sie zur Ruhe kommen, verhalten sich die positiven und negativen Myonen aber unterschiedlich.

Die negativen Myonen, die sich von Elektronen ja nur durch ihre Masse unterscheiden, werden von den Atomen meist in angeregten Zuständen eingefangen und landen unter Emission von Röntgenstrahlung sehr schnell in der K-Schale. Das Pauli-Prinzip erlaubt das, auch wenn diese schon mit Elektronen besetzt ist, da die Teilchen nicht identisch sind. Von da werden sie durch den Kern eingefangen, wobei sich analog zum K-Einfang der Elektronen die Nukleonen durch die schwache Wechselwirkung umwandeln. So öffnet sich für die μ^- ein zweiter Zerfallskanal, was bedeutet, dass ihre mittlere Lebensdauer herabgesetzt wird. In Cu z.B. misst man $\tau = 0,163 \mu\text{s}$. Infolge dieser starken Verkürzung hat man es bei Lebensdauermessungen an kosmischen Myonen, bei denen die positiven und negativen Teilchen mit gleicher Häufigkeit ankommen, fast nur mit den μ^+ zu tun, da die μ^- sehr schnell eingefangen werden. In Cu sind sie nach einer Mikrosekunde praktisch nicht mehr vorhanden.

Die positiven Myonen fangen bei niedrigen Energien aus den Atomhüllen Elektronen ein, mit denen sie eine wasserstoffähnliche Struktur bilden, in der das μ^+ den Wasserstoffkern ersetzt und das Myonium heißt. Im weiteren Verlauf kann dieses ionisiert werden, sich wieder neu bilden, es wechseln sich der Einfang und der Verlust eines Elektrons ab. Auch das elektrisch neutrale Myonium wird durch Stöße mit den Elektronen und Atomen noch weiter abgebremst, bis es sich schließlich thermalisiert hat.

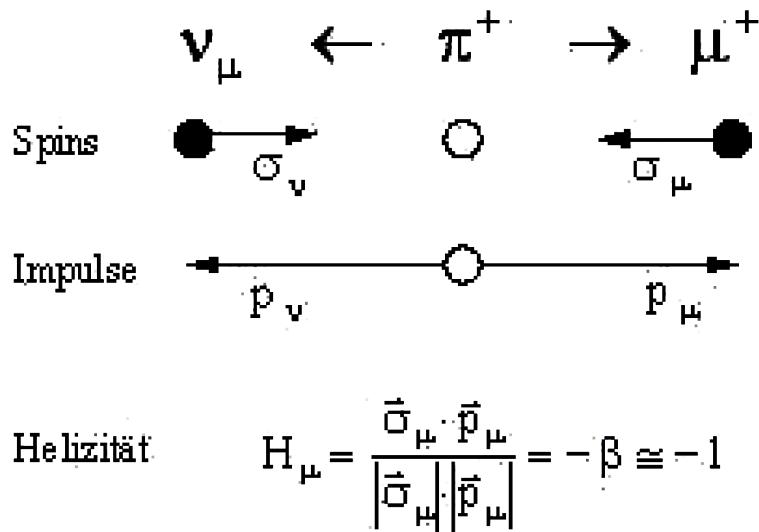
Die Zeitskala, auf der diese Prozesse ablaufen, ist kurz gegenüber der mittleren Lebensdauer des Myons. Die Abbremsung durch Streuverluste auf einige keV dauert ungefähr 10^{-10} s . Die Einfangs- und Ionisierungsprozesse des Myoniums, nach denen es noch eine Energie von rund 200 eV hat, sind nach etwa $5 \cdot 10^{-13} \text{ s}$ beendet. Bei dieser Energie ist es stabil und wird in weiteren 10^{-12} s thermalisiert.

7.11.2.3 Die Polarisation der Myonen

Die Gesamtheit der Myonen in einem bestimmten Energiebereich ist in ihrer Impulsrichtung polarisiert, d.h. die Anzahl der Teilchen, die den Spin parallel zur Flugrichtung eingestellt haben, ist ungleich der Anzahl mit antiparallel stehendem Spin. Dies ist eine Folge der Paritätsverletzung bei der schwachen Wechselwirkung und erklärt sich für das μ^+ im Einzelnen wie folgt.

Nach der V-A-Theorie der schwachen Wechselwirkung gibt es nur linkshändige Teilchen (neg. Helizität, d.h. Spin antiparallel zur Impulsrichtung) und rechtshändige Antiteilchen. Die Wahrscheinlichkeit für die Erwartungswerte dieser Helizitäten ist proportional zu $\beta = v/c$. Da das π^+ Spin 0 besitzt und das ν_μ als (nahezu) ruhemasseloses Teilchen negative Helizität haben muss, bleibt wegen der Drehimpulserhaltung dem Antiteilchen μ^+ nichts übrig als mit der falschen negativen Helizität emittiert zu werden. Dies ist auch der Grund weshalb der Pion nur viel seltener ($\approx 10^{-4}$) in das leichtere und aus Phasenraumbetrachtungen eigentlich bevorzugte Elektron zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit für die falsche Helizität ist für das hochrelativistische Elektron viel geringer.

Die Gesamtenergie des Myons im Ruhesystem des Pions ist

Abbildung 7.44: Zerfall des π^+ und Helizität des μ^+ .

$$W_\mu = \frac{(m_\pi c^2)^2 + (m_\mu c^2)^2}{2m_\pi c^2} \quad (7.135)$$

Die Ruhemasse des Pions ist 140 eV, die des Myons 106 MeV. Damit wird die Gesamtenergie des Myons 110 MeV, und es bleiben nur noch 4 MeV für die kinetische Energie.

Auf der Erde haben die Myonen unterschiedliche Energie, je nachdem ob sie in der Flugrichtung des Pions oder entgegengesetzt emittiert werden. Ein Beispiel: Fliegen die Pionen mit der Gesamtenergie von 1 GeV auf den Detektor zu, dann haben die nach vorn laufenden Myonen eine Gesamtenergie von 998 MeV, die nach rückwärts emittierten von 662 MeV. Der Spin der hochenergetischen Gruppe steht entgegengesetzt zur Flugrichtung, während der Spin der niederenergetischen Teilchen parallel dazu gerichtet ist. Da der Zerfall der Pionen in ihrem Ruhesystem isotrop ist, sind in jeder Gruppe gleich viele Myonen enthalten. Wenn nun in einem Detektor beide Gruppen in gleicher Weise nachgewiesen werden, ist die Gesamtheit der Myonen unpolarisiert. Wird dagegen eine der Energien diskriminiert und getrennt registriert, hat man vollständige Polarisation.

In Wirklichkeit ist das Pionenspektrum kontinuierlich, und die Einfallsrichtung ist auch nicht senkrecht von oben, sondern eine Verteilung um diese Richtung. Die Auswirkung der Form des Spektrums auf die Polarisation kann man sich leicht klar machen. Die Myonen, deren Lebensdauer gemessen wird, sind in einer Cu-Platte gestoppt worden. Dabei haben sie im Cu nur einige MeV Energie verloren, wesentlich mehr dagegen davor auf dem Weg durch die Atmosphäre. Da dieser Weg für die einzelnen Teilchen je nach dem Ort der Entstehung verschieden lang ist, haben die im Cu endenden Myonen bei ihrer Entstehung Energien im GeV-Bereich gehabt mit einer breiten, aber endlichen Verteilung. Sie sind im Ruhesystem des Pions entweder nach vorn oder nach hinten emittiert worden. Aus der relativistischen Kinematik weiß man, dass im ersten Fall die kinetische Energie des Pions nur wenig, im zweiten Fall wesentlich größer als die des Myons gewesen sein muss. Ein Zahlenbeispiel: Ein Myon mit der (Gesamt-)Energie 1 GeV entsteht beim Vorwärtszerfall aus einem Pion mit 1.002 GeV, beim Rückwärtszerfall muß das Pion 1,67 GeV haben.

Die Gesamtheit der gestoppten Myonen ist polarisiert, wenn das Pionenspektrum abhängig von der Energie ist, denn nur dann ist die Anzahl der bei einer festen Energie durch Vorwärts- und Rückwärtszerfall erzeugten Myonen nicht gleich. Man weiß, dass das Spektrum der Pionen in der Höhenstrahlung mit zunehmender Energie abfällt, wie es in Gl. 7.128 zum Ausdruck kommt.

Für die μ^+ ist deshalb eine negative, d.h. der Flugrichtung entgegengesetzte Polarisation zu erwarten. Tatsächlich misst man bei senkrechtem Einfall den Wert $P = -1/3$. Er ist nur gering abhängig von der Energie.

Diese Betrachtungen bleiben auch gültig, wenn die Bedingung senkrechten Einfalls nicht mehr aufrechterhalten wird. Es wird dann über die Einfallsrichtung gemittelt. Die Polarisation ist dann etwas kleiner, aber immer deutlich von Null verschieden.

Es bleibt noch die Frage nach der Depolarisation der Myonen, die nach der Thermalisierung mit der Materie wechselwirken. Das Abbremsen selbst geschieht so schnell, dass das Myon, sei es frei oder im Myonium gebunden, nicht merklich in äußeren oder inneren Magnetfeldern präzidiert und so die Ausrichtung beibehält. Anders nach der Thermalisierung. In diesem Zustand befindet sich das Myon (im Mittel) die meiste Zeit und ist den depolarisierenden Wechselwirkungen ausgesetzt. Die Relaxation der Polarisation hängt stark von der magnetischen und Kristallstruktur der Festkörper ab. In paramagnetischen Metallen, zu denen das Cu gehört, wird sie durch die inhomogenen Magnetfelder der Kernmomente oder magnetischen Verunreinigungen verursacht. Die Relaxationszeit (das ist die Zeit, in der die Polarisation im Mittel auf ein e-tel ihres ursprünglichen Wertes abgesunken ist) in diesen Stoffen ist lang. Für Cu bei Zimmertemperatur z.B. hat man Werte größer als $50\ \mu\text{s}$ gemessen. Sie sind groß gegenüber der mittleren Lebensdauer der Myonen. Die Depolarisation macht sich deshalb nicht bemerkbar.

7.11.2.4 Der Nachweis des Myonzerfalls

Das Ende der Lebensdauer eines μ^+ ist durch das Auftreten des dabei entstehenden Positrons gekennzeichnet. Das doppelt differentielle Spektrum der Zerfallspositronen hat die Form

$$\frac{dN}{d\varepsilon d\Omega} = \frac{\varepsilon^2}{2\pi} \cdot [(3 - 2\varepsilon) - P \cdot (1 - 2\varepsilon) \cdot \cos \theta] \quad (7.136)$$

Dabei ist $\varepsilon = E/E_{max}$ die Positronenenergie in Einheiten von $E_{max} = m_\mu c^2/2$, der maximalen Energie, die ein Positron beim Zerfall mitnehmen kann und θ der Winkel zwischen dem Spin des Myons und dem Impuls des Positrons. P ist die Polarisation des Myons.

Dieser Ausdruck hat die Form

$$\frac{dN}{d\varepsilon d\Omega} = a \cdot (1 + b \cdot \cos \theta) \quad (7.137)$$

b ist abhängig von der Positronenenergie und läuft von $b = -1/3$ bei $\varepsilon = 0$ über $b = 0$ bei $\varepsilon = 1/2$ bis zum Maximalwert $b = 1$ bei $\varepsilon = 1$. Er besagt, dass die Emission des β^+ bezüglich des Spins des μ^+ nicht isotrop ist: das Positron wird bevorzugt in Richtung des Spins ausgesandt.

Die räumliche Asymmetrie ist umso größer, je energiereicher die Positronen sind. Meist werden die Positronen verschiedener Energie nicht mit der gleichen Empfindlichkeit nachgewiesen. Die niederenergetischen erreichen wegen der Energieverluste den Detektor überhaupt nicht. Aus diesem Grund besteht beim Nachweis eine untere Schwelle, von der natürlich die Größe der gemessenen Asymmetrie abhängig ist. Bei der Integration von Gl. 7.137 über die Energie erhält man

$$\frac{dN}{d\Omega} = k \cdot (1 + A \cdot \cos \theta) \quad (7.138)$$

k ist eine durch die Schwelle bestimmte Konstante. Die Größe der Asymmetrie hängt vom gewählten Integrationsintervall ab. Integriert man über das ganze Spektrum, hat man $A = P/3$. Für die obere Hälfte ergibt sich $A = 0.44 P$. Für noch höhere Schwellen wächst A noch weiter an bis zum Grenzwerte $A = P$. Es ist also vorteilhaft, bei hohen Schwellen zu messen, weil dann der Effekt am größten ist. Dabei wird die Zählrate allerdings immer kleiner, weshalb man einem Kompromiß finden muss.

Der obige Ausdruck ist über einen endlichen Raumwinkel zu integrieren, wenn die Winkelverteilung der Positronen berücksichtigt werden soll. Wegen der Mittelung über den Winkel θ nimmt dabei die Asymmetrie ab, z.B. auf die Hälfte bei der Integration über den Halbraum.

7.11.2.5 Die Präzession der Myonen im Magnetfeld

Ein mit dem Drehimpuls \vec{J} verbundenes magnetisches Moment

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \vec{J} \quad (7.139)$$

hat in einem Magnetfeld \vec{B} die Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (7.140)$$

woraus folgt, dass das magnetische Moment um die Feldrichtung präzidiert mit der Kreisfrequenz

$$\omega = \gamma \cdot B \quad (7.141)$$

Die Präzession verläuft im Gegenuhrzeigersinn, wenn man in Richtung des Magnetfelds blickt. Das gyromagnetische Verhältnis γ eines Teilchens ist

$$\gamma = \frac{g \cdot \mu_B}{\hbar} \quad (7.142)$$

Darin ist μ_B das Bohrsche Magneton. Für ein Elektron ist das

$$\mu_B(\text{Elektron}) = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e} = 9,273 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (7.143)$$

für ein Myon

$$\mu_B(\text{Myon}) = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_\mu} = \frac{m_e}{m_\mu} \cdot \mu_B(\text{Elektron}) = 4,485 \cdot 10^{-26} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (7.144)$$

Die dimensionslose Größe g heißt Landé-Faktor. Er ist verschieden für den Bahndrehimpuls eines geladenen Teilchens und seinen Spin. Im ersten Fall ist er genau gleich eins, im zweiten Fall beträgt er 2 plus Korrekturen höherer Ordnung. Er kann bestimmt werden durch die Messung der Präzessionsfrequenz eines freien Teilchens in einem Magnetfeld

$$g = \frac{\gamma \cdot \hbar}{\mu_B} = \frac{\hbar \cdot \omega}{\mu_B \cdot B} \quad (7.145)$$

7.11.3 Prinzip der Messung

Die Messung der Präzessionsfrequenz der μ^+ geht im Prinzip wie die Messung der mittleren Lebensdauer, nur geeignet erweitert. Als Startzeitpunkt für die Messung wird die Abbremsung des Myons im Detektor genommen, als Stopzeitpunkt das Auftreten des Positrons aus dem Zerfall. Wird die Messung für viele Myonen wiederholt, erhält man die Anzahl $N(t)$ der Teilchen, die zur Zeit t zerfallen. Sie gehorcht dem exponentiellen Zerfallsgesetz wie es auch für den radioaktiven Zerfall gilt.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau} \quad (7.146)$$

τ ist die mittlere Lebensdauer und N_0 die Anzahl der Myonen, die in der Messzeit im Detektor gestoppt wurden. Solange man nur τ bestimmen will, genügt es, die Positronen unabhängig von

ihrer Energie und Richtung einfach nachzuweisen. Dazu kann man das Stopptarget selbst als Detektor ausbilden.

Zur Messung der Präzession ist eine Ergänzung in zwei Punkten erforderlich. Erstens wird über das Stopptarget transversal zur Einfallsrichtung der Myonen ein konstantes Magnetfeld gelegt, in dem die Spins präzessieren. Zweitens werden nur Positronen gemessen, die in eine bestimmte Richtung emittiert werden. Die Zählrate ist dann mit der Präzessionsfrequenz moduliert; sie ist am größten, wenn der Myonenspin in diese Richtung zeigt, am kleinsten wenn er entgegengesetzt gerichtet ist. Der Winkel θ in Gl. 7.138 ist dann nicht mehr zeitlich konstant, er ist durch den Präzesionswinkel ωt zu ersetzen.

Die Anzahl der zur Zeit t nachgewiesenen Positronen ergibt sich aus der Zusammenfassung der Gl. 7.138 und Gl. 7.146

$$N(t) = K \cdot e^{-t/\tau} \cdot [1 + \bar{A} \cdot \cos(\omega t + \delta)] \quad (7.147)$$

Die e-Funktion beschreibt die Abnahme infolge des Zerfalls, der in der Klammer stehende Ausdruck die Modulation durch die Präzession. Der Querstrich auf der Asymmetrie \bar{A} bedeutet, dass diese Größe durch Mittelung über die Geometrie des Detektors zustandegekommen ist. Sie ist wegen der Depolarisation der gestoppten μ^+ i.a. zeitabhängig und wird manchmal geschrieben als

$$\bar{A} = \bar{A}_0 \cdot e^{-t/T_R} \quad (7.148)$$

mit T_R der Relaxationszeit der Polarisation. Für Cu kann die Asymmetrie innerhalb der Messzeit als konstant angesehen werden.

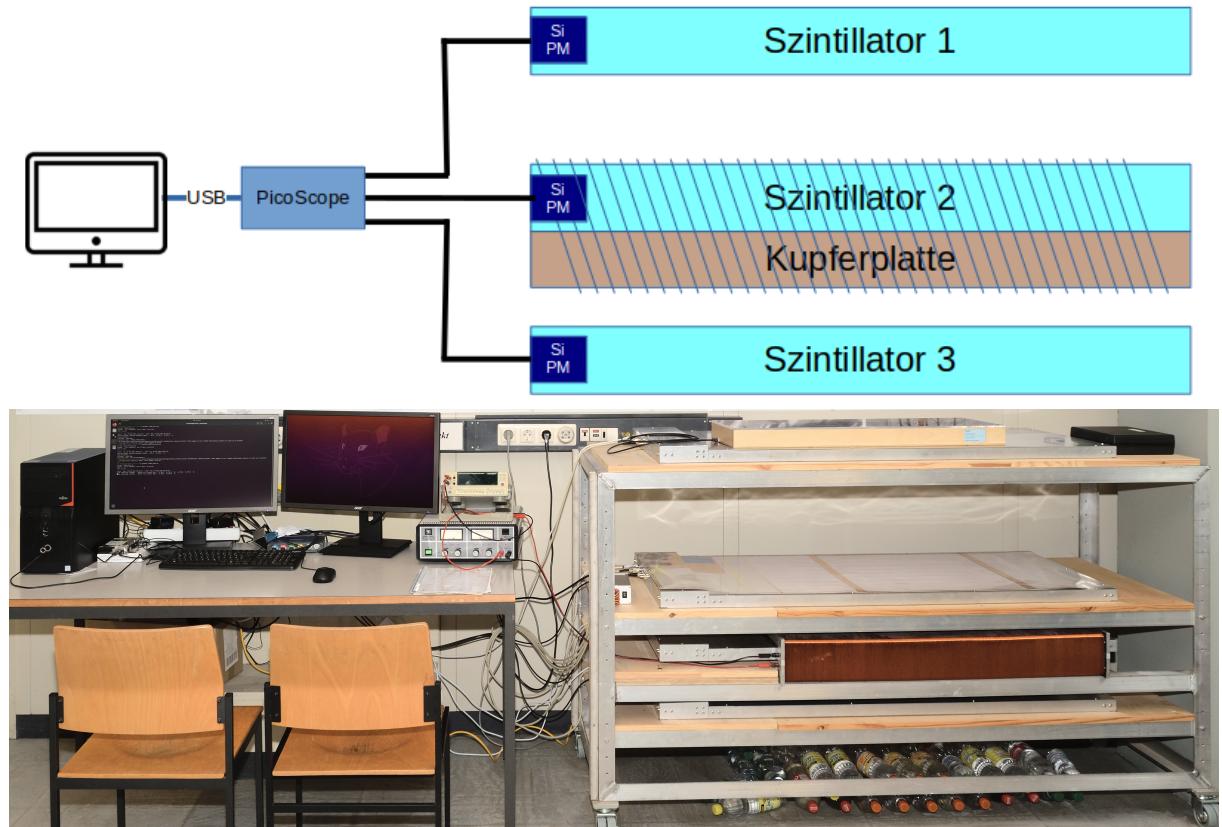


Abbildung 7.45: Oben: Skizze des Versuchsaufbaus. Unten: Veruchsaufbau im Praktikum.

7.11.4 Aufbau und Durchführung

Der Versuch wurde im Jahr 2021 überarbeitet und der neue Aufbau ist in Abb. 7.45 skizziert. Er besteht aus drei übereinanderliegenden Modulen mit jeweils 10 waagerecht nebeneinander liegenden Szintillatorquadern aus Plastik von je 1 cm Dicke, 5 cm Breite und 93,5 cm Länge, die über innenliegenden Lichtleiter (Wellenlängenschieber) mit einem Si-Photomultiplier verbunden sind (siehe Abb. 7.46). Zwischen dem zweiten und dem dritten Szintillatormodul befindet sich eine 2,5 cm dicke Cu-Platte, in der die μ^+ aufgrund der höheren Dichte bevorzugt gestoppt werden sollen. Das zweite Modul sowie die Kupferplatte befinden sich innerhalb einer 1 m langen Spule mit 960 Windungen. Die Signale der drei Si-Photomultiplier werden mit einem 4-kanal USB-Oszilloskop (PicoScope 3404D) digitalisiert und auf einen PC (Linux) übertragen. Wie in Kapitel 5.5 beschrieben, wird in diesem Versuch das analoge Signal mittels eines USB-Oszilloskops direkt digitalisiert und die Analyse von Pulshöhe und Koinzidenz geschieht danach in der Software und ist daher in hohem Grade konfigurierbar. Die Übertragung der Daten vom USB-Oszilloskop zum PC benötigt eine gewisse Zeit, während der keine neuen Daten digitalisiert werden können (vgl. Totzeit analoger Schaltungen). Es ist daher nicht ratsam alle Daten dauerhaft an den PC zu übertragen. Man würde sonst potentiell relevante Daten verlieren, die in die Totzeit fallen. Diesen Verlust kann man minimieren, indem man eine Schwelle (Triggerschwelle) setzt, über der das Signal liegen muss um als relevant zu gelten. Nur ein gewisser Zeitausschnitt bevor bzw. nachdem das Signal über dieser Schwelle lag (Trigger-Zeitpunkt) wird dann an den PC übertragen und dort weiter ausgewertet. Eine gute Möglichkeit zum Finden einer geeigneten Schwelle bietet die PicoScope Software des Herstellers, welche es erlaubt, anschaulich verschiedene Schwellen zu testen und grafisch zu evaluieren. Ein optimaler Arbeitspunkt für diese Schwelle liegt knapp über dem Eigenrauschen der Detektormodule und unterhalb aller als relevant vermuteten Signalspitzen. Das Verarbeiten, Filtern und Abspeichern der Daten in den folgenden Versuchsteilen geschieht mit Hilfe einer speziell in der Sprache *Python* geschriebenen modularen Software, deren Struktur weiter unten näher erläutert wird. Sämtliche relevanten Parameter, wie etwa die Signalschwellen und Koinzidenzbedingungen, können mit Hilfe von Konfigurationsdateien im *yaml*-Format (Textdateien mit vorgegebener Syntax, die mit einem gängigen Text-Editor bearbeitet werden können) für die einzelnen Messungen eingestellt werden.



Abbildung 7.46: Szintillatormodul mit zehn Szintillatorstreifen, Si-PM und Elektronik.

Für die folgenden Messungen ist es nötig Schwellen für typische Myon- und Positron-Signale zu bestimmen; daher wird zunächst ein Pulshöhenspektrum über alle detektierten Signale aus allen Modulen aufgenommen. Ein Signal wird abgespeichert, sobald es im obersten Detektormodul über der Triggerschwelle des USB-Oszilloskops liegt. Ferner werden Signale aus anderen Detektormodulen registriert und gespeichert, falls sie in Koinzidenz mit dem obersten Modul auftreten. Tritt ein Signal zeitgleich in jedem der Detektoren auf, so kann mit hoher Wahrscheinlichkeit an-

genommen werden, dass es durch ein Myon ausgelöst wurde. Diese „Durchschlag-Myonen“ eignen sich zum Kalibrieren der Signalhöhe der einzelnen Detektormodule, da ihre Pulshöhenverteilung in allen Modulen die selbe sein muss. Um einen robusten Schätzwert für die einzelnen Module zu erhalten, werden die obersten und untersten 10% der Pulshöhenverteilung ignoriert und mit dem Rest das geometrische Mittel berechnet („getrimmter Mittelwert“ oder engl. „trimmed mean“). Anhand dieses Wertes können die Pulshöhenspektren der einzelnen Module angeglichen werden und sollten dann nach dem Abgleich für Durchschlags-Myonen vollständig übereinander liegen.

Ferner kann aus den gesammelten Messwerten die Effizienz der einzelnen Detektormodule abgeschätzt werden. Aufgrund strikter Einschränkungen an die Koinzidenz von zwei Signalen aus zwei unterschiedlichen Modulen ist es sehr unwahrscheinlich, dass sie zufällig durch zwei unabhängige Teilchenereignisse ausgelöst wurden. Da die Detektormodule genau übereinander ausgerichtet sind, kann allgemein angenommen werden, dass ein Signal im obersten und untersten Detektor ein signifikanter Hinweis auf ein Durchschlags-Myon ist, und folglich auch im mittleren Detektor ein Signal zu sehen sein sollte. Aus dem Verhältnis von Ereignissen mit Signal in allen drei Detektoren zu Ereignissen in denen nur der oberste und unterste Detektor angesprochen haben, kann die Effizienz des mittleren Detektors berechnet werden. Dieses „tag and probe“ genannte Verfahren kann auch mit ungleichen Detektormodulen genutzt werden, so lange sicher gestellt ist, dass ein Ereignis mit Koinzidenzsignal im obersten und untersten Detektor auch immer ein Signal im zu testenden Detektor auslösen muss.

Die Signatur eines in der Cu-Platte gestoppten Myons ist $1 + 2 + \bar{3}$, d.h. eine Koinzidenz der beiden oberen in Antikoinzidenz mit dem unteren Szintillator. Ein solches Ereignis löst den Start der Lebensdauermessung aus. Das Ende der Lebensdauer ist durch das Auftreten eines Positrons entweder im Szintillator 2 oder in 3 gekennzeichnet. Die zufälligen Koinzidenzen mit durchgehenden Myonen werden unterdrückt, wenn eine Antikoinzidenz mit dem gegenüberliegenden Zähler verlangt wird. Die Signale $2 + \bar{3}$ und $3 + \bar{2}$ sind dabei gleichwertig, die beste Signatur für den Stopp ist $1 + 2 + \bar{3}$. Sie verbessert das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen, allerdings mit einem Verlust an Zählrate, weil sie die Schwelle für den e^+ -Nachweis zu höheren Energien in den Bereich größerer Asymmetrie verschiebt.

Um die Messzeit für die Lebensdauermessung möglichst kurz zu halten, wird anstatt der Anpassung an ein Histogramms die Zerfallsfunktion mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode an die Messdaten angepasst.

Sie sind angehalten während die Messung läuft mit Hilfe Ihres Betreuers bereits an dieser Auswertung zu arbeiten. Dazu wird ein vorbereitetes Jupyter-Notebook bereit gestellt, dass die Pakete sowie *kafe2* und *PhyPraKit* verwendet. Als ausgezeichnete Informationsquelle sei auf die Beispiele der beiden Python-Pakete im Internet, sowie auf die Vorlesungen zur Computeranwendung aus dem Bachelorstudium hingewiesen.

Für die Messung der Präzessionsfrequenz wird das Magnetfeld eingeschaltet und für mindestens eine Woche Daten aufgezeichnet. Die Signatur ist die selbe wie bei der Lebensdauermessung, es muss nun aber strikt zwischen nach oben bzw. nach unten ausgesandten Positronen unterschieden werden, da die Modulation der beiden Zerfallsfunktionen um 180° phasenverschoben ist (sich also gerade auslöschen würde). Da das Modulationssignal durch die Präzession des Myonen-spins ausgesprochen schwach ist und die Anpassung der Zerfallsfunktion sich aufgrund der vielen freien Parameter als schwierig erweist, kann mit den Daten einer Woche der Landé-Faktor nicht sicher bestimmt werden. Daher ist die Aufgabe ein einfacher Hypothesentest, ob eine erwartete Präzessionsmodulation vorhanden ist, und wie signifikant sie sich von einer Zerfallsfunktion ohne Modulation unterscheidet. Es empfiehlt sich erneut, Pakete zur Funktionsanpassung wie *kafe2* oder *PhyPraKit* zu verwenden, da die meisten anderen unter den einfachen Werkzeugen nicht die geforderte Funktionalität zur Analyse von Likelihoods bieten. Halten Sie sich an die im Folgenden aufgezeigte Analysestrategie, die auch in einem Jupyter-Notebook als Vorlage bereit gestellt wird:

1. Verwerfen Sie Ereignisse mit Zerfallszeiten kleiner $0.6 \mu\text{s}$, da sie durch Kerneinfänge negativer Myonen mit kürzerer Zerfallszeit dominiert sind.
2. Berechnen Sie aus dem Magnetfeld der Spule sowie den Literaturwerten die erwartete Oszillationsfrequenz ω und plotten Sie die Zerfallsfunktion mit erwarteten Werten sowie einer Modulationsamplitude von $\bar{A} \approx 15\%$.
3. Tragen Sie die Zerfallszeiten in ein Histogramm ein, wobei so wenige Bins wie möglich verwendet werden, aber noch genug um die Modulation (siehe geplottete Zerfallsfunktion) sicher aufzulösen.
4. Passen Sie eine Zerfallsfunktion *ohne* Modulation an das Histogramm an und bestimmen Sie die Zerfallszeit des Myons τ sowie den Untergrund-Anteil f_{bkg} .
5. Passen Sie nun die Zerfallsfunktion *mit* der Modulation an das Histogramm an, wobei sie alle freien Parameter außer der Modulationsamplitude \bar{A} auf die Literaturwerte bzw. die in der vorherigen Anpassung gefundenen Parameter festlegen.
6. Nutzen sie die zusätzlichen Messgrößen um nur diejenigen Zerfallszeiten in das Histogramm zu übernehmen, die ein ausgeprägtes Modulationssignal aufweisen (z.B. nur Ereignisse mit Stop-Signatur $1 + 2 + \bar{3}$, oder nur Ereignisse mit einer gewissen minimalen/maximalen Signalhöhe für Myon und/oder Positron).
7. Haben Sie im letzten Punkt gute Schnitte mit einem möglichst großen \bar{A} und einem möglichst kleinen $\sigma_{\bar{A}}$ gefunden, berechnen Sie das Log-Likelihood-Ratio $nl\mathcal{L}$ zwischen der Zerfallsfunktion mit Modulation und der Zerfallsfunktion ohne Modulation. Als einfacher statistischer Test folgt $2 \cdot nl\mathcal{L}$ einer χ^2 -Verteilung mit so vielen Freiheitsgraden wie sich die beiden Modelle in der Anzahl der angepassten Parameter unterscheiden (in diesem Fall also ein Parameter). Für den Spezialfall mit einem Parameter kann auch $z = \sqrt{2 \cdot nl\mathcal{L}}$ betrachtet werden; der zWert gibt an, um „wie viele Standardabweichungen“ σ des diskriminierenden Parameters sich die beiden Modelle unterscheiden.

Die Software zur Datenauslese verwendet ein allgemeines, auch in anderen Problemstellungen anwendbares Grundpaket (`mimoCoRB` = „multiple-in, multiple-out Configurable RingBuffer“), das um versuchsspezifischen Code ergänzt werden muss.

Das Paket `mimoCoRB` liefert einen zentralen Bestandteil eines jeden Datenerfassungssystems, um Daten von zufällig auftretenden Prozessen aufzuzeichnen und zu prozessieren, bevor sie auf Permanentspeichern abgelegt werden. Typische Beispiele sind digitalisierte Wellenformdaten, wie sie von Detektoren in der Kern-, Teilchen- und Astroteilchenphysik oder bei quantenmechanischen Messungen einzelner Teilchen auftreten, z. B. Photomultiplier, Geigerzähler, Avalanche-Photodioden oder moderne SiPMs.

Die zufällige Natur solcher Prozesse und die Notwendigkeit, die Auslesetotzeiten gering zu halten, erfordert die Verwendung eines Eingabepuffers, in den Daten schnell eingelesen werden. Während eine Datenquelle die Daten in den Puffer einspeist, werden die nachfolgenden Prozesse mit einem fast konstanten Strom an Daten versorgt, um sie zu filtern, zu reduzieren, zu analysieren oder zu visualisieren. Solche sog. Consumer-Prozesse können obligatorisch sein, d. h. sie müssen alle Daten prozessieren. In diesem Fall pausiert die Datenerfassung, wenn der Eingangspuffer voll ist und ein obligatorischer Verbraucher noch mit der Verarbeitung beschäftigt ist. Eine zweite Art von Consumer, ein "Beobachter-Prozess, erhält nur auf Anfrage eine Datenkopie ohne die Datenerfassung zu unterbrechen. Ein typisches Beispiel dafür ist die grafische Anzeige einer Teilmenge der aufgezeichneten Daten.

Obwohl es möglich ist, den Puffermanager im Paket mimoCoRB direkt zu verwenden, ist es sinnvoller und einfacher, eigens definierte Zugangsklassen mit klar definiertem Anwender-Interface zu verwenden. Die Klassenstruktur ist in Abb. 7.47 dargestellt. Die oben links gezeigte Hauptkonfiguration befindet sich im Arbeitsverzeichnis; der in den blau hinterlegten Boxen angedeutete versuchsspezifische Code und dazu notwendige Konfigurationsdateien sowie die Ausgabedaten liegen in Unterverzeichnissen.

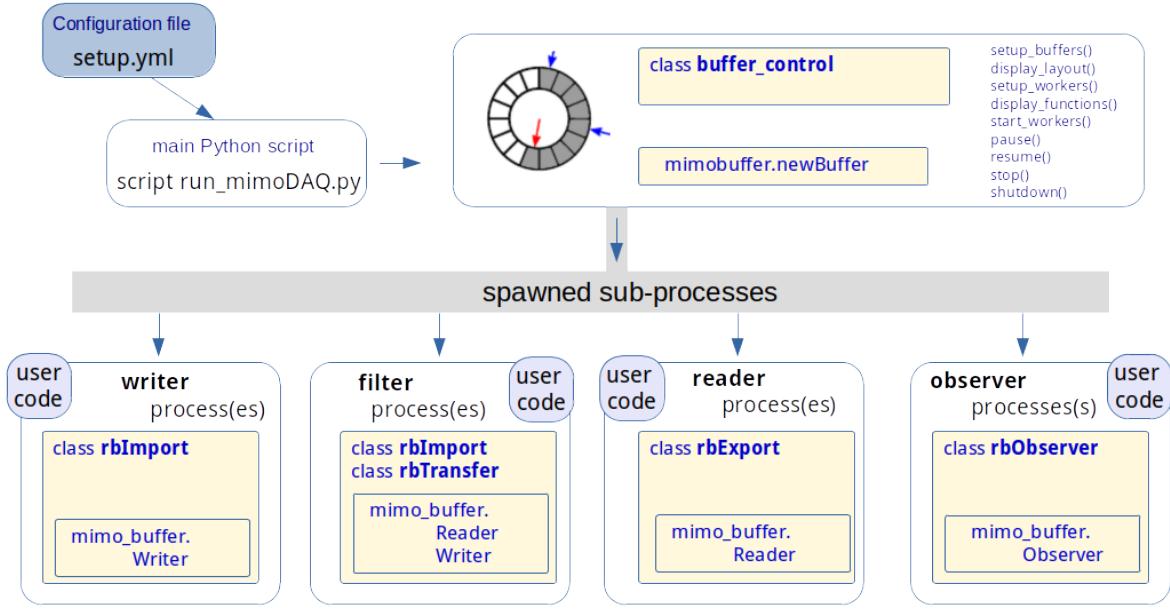


Abbildung 7.47: Struktur des Software-Pakets mimoCoRB

Die Struktur der Pufferspeicher und Funktionen für die Messung der Myonlebensdauer ist in Abb. 7.48 dargestellt.

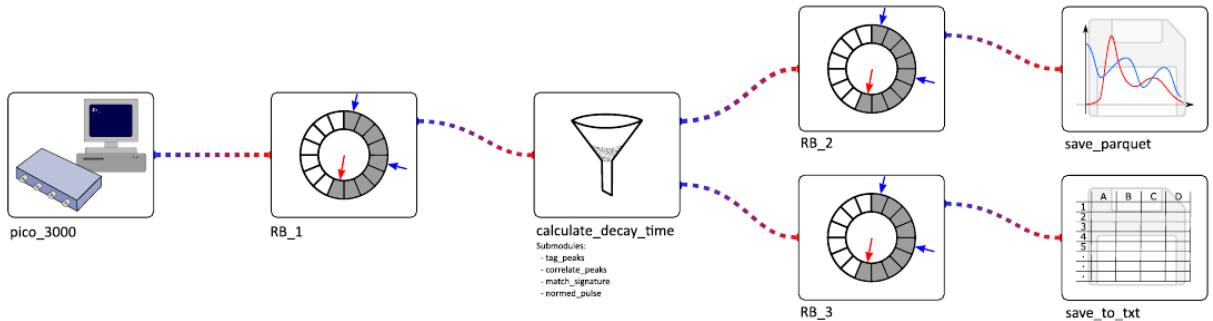


Abbildung 7.48: Software-Setup für die Messung der Myon-Lebensdauer

Im ersten Puffer befinden sich alle Daten von Ereignissen, die die Triggerbedingung des Oszilloskops erfüllt haben. Der Filter liest diese Rohdaten, sucht nach Doppelpulsen von gestoppten und anschließend zerfallenen Myonen und schreibt diese Rohdaten in den zweiten Puffer. Die Parameter der gefundenen Pulse werden im dritten Puffer abgelegt. Zwei weitere Reader-Prozesse schreiben diese Daten dann aus den Ringpuffern auf den Permanentenspeicher (Datei auf Festplatte). Durch weitere Konfigurationsoptionen können Prozesse gestartet werden, die die Rohdaten

aus dem ersten oder zweiten Puffer darstellen oder Histogramme von Variablen im dritten Puffer erstellen und in Echtzeit aktualisierte Versionen davon anzeigen.

Der Code mit der gezeigten Konfiguration wird ausgeführt durch Eingabe von

```
./run_daq.py lifetime_setup.yaml
```

auf der Kommandozeile. Im Konfigurationsskript werden weitere Konfigurationsdateien angegeben, die Sie in den Unterverzeichnissen Ihres Arbeitsverzeichnisses finden; auch den versuchsspezifischen Code und Jupyter-Notebooks zur Auswertung finden die dort:

```
|--> <Arbeitsverzeichnis>      # Ort der Hauptkonfigurationsdateien
    |
    | --> analysis/  # Jupyter-Notebooks zur Auswertung
    | --> config/    # Konfigurationsdateien im yaml-Format
    | --> modules/   # versuchsspezifischer Python Code
    | --> target/    # Ausgabedateien
```

Das vollständige Paket `mimoCoRB` inklusive eines lauffähigen Beispiels auf Basis von simulierten Daten sowie die Dokumentation finden Sie auf dem `gitlab`-Server des KIT unter der URL <https://git.scc.kit.edu/etp-Lehre/mimoCoRB>.

Zur Unterstützung der Auswertung gibt es Jupyter-Notebooks zur Auswertung der Pulshöhenpektren (`spectrum.ipynb`), zur Lebensdauer-Messung (`lifetime.ipynb`) und eine Vorlage zur Spin-Messung (`spin_for_students.ipynb`) im Unterverzeichnis `analysis/`. Die beiden ersten Notebook sind nahezu komplett lauffähig und sollen noch am Versuchstag zur Einstellung der Schwellen und Koinzidenzbedingungen sowie zur Lebensdauermessung verwendet werden. Die enthaltenen Code-Teile dienen auch als Beispiele und Vorlagen zur Auswertung der Langzeitmessung zum Nachweis des Myon-Spins und können in das dafür bereit gestellte Notebook übertragen werden.

Anmerkung: Dieser Versuch wurde kürzlich neu aufgebaut und mit neuer Datenaufnahme und Analysemethoden versehen. Darum können Details im Laufe der Zeit noch angepasst werden, mit denen Sie Ihre Betreuerin oder Betreuer vertraut macht.

7.11.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript
 Myonen, Höhenstrahlung [30], [31], [32], [51], [52]
 Detektoren [18], [19]

7.12 Versuch (M): Der Mößbauereffekt

7.12.1 Aufgaben

1. Messung des γ -Spektrums einer ^{57}Co -Quelle und Auswahl der 14.4 keV-Linie des ^{57}Fe mit dem Diskriminatator
2. Messung des Mößbauerspektrums von Eisen, Vacromium (Edelstahl) und Eisenverbindungen (FePO_4 , FeSO_4). Bestimmung der Lage der Absorptionspeaks und der Isomeriever-
schiebungen.
3. Bestimmung der Lebensdauer des 14.4 keV-Zustandes mit Vacromium.
4. Bestimmung des inneren Magnetfelds und des magnetischen Moments μ_a des angeregten Zustandes von Eisen.
5. Bestimmung des elektrischen Feldgradienten des Kristallfelds von Eisenverbindungen.

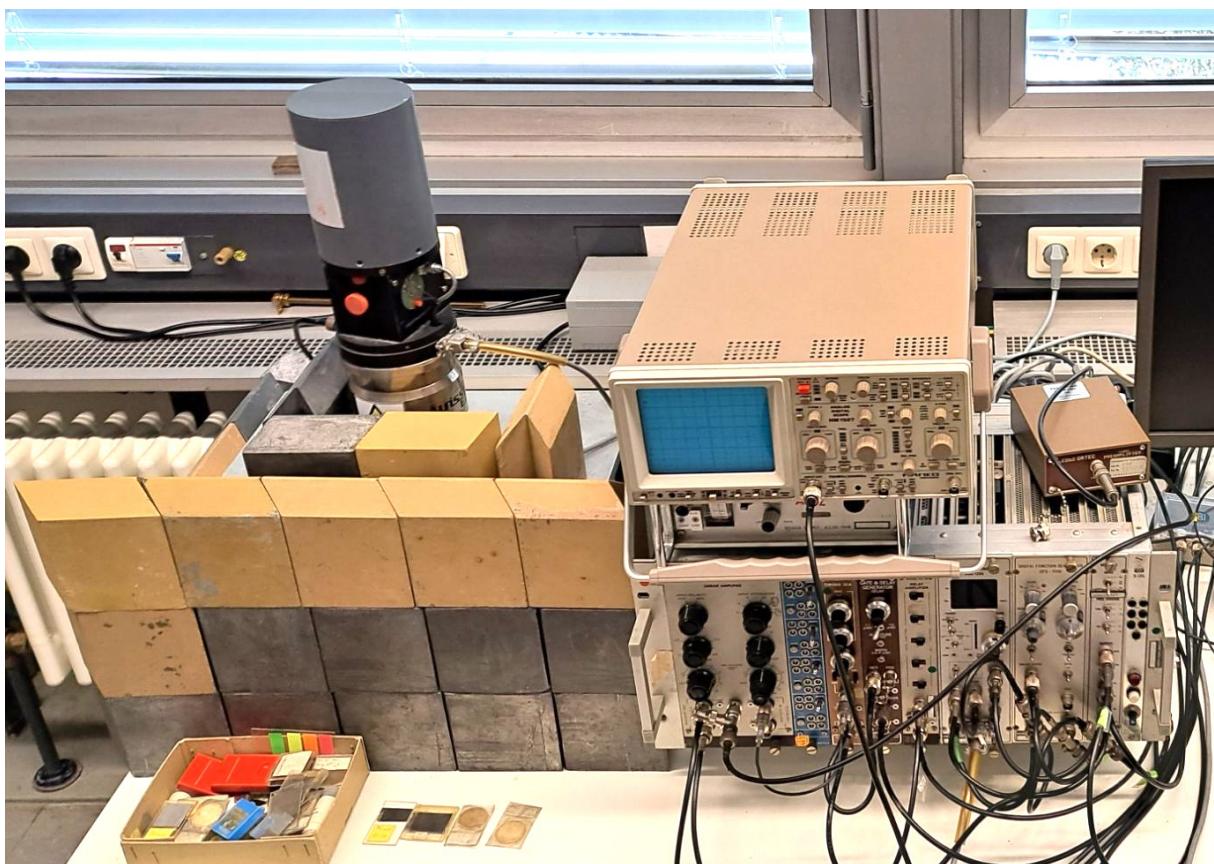


Abbildung 7.49: Aufbau des Mössbauer-Experiments.

7.12.2 Einführung

7.12.2.1 Resonanzabsorption

Sendet ein ruhendes Atom (Kern) mit der Anregungsenergie E_a beim Übergang in den Grundzustand E_g ein Photon aus, so ist dessen Energie E_γ nicht gleich der Übergangsenergie, weil das

Atom (Kern) einen Rückstoß erfährt. Der Impuls \vec{P}_R des Atoms (Kerns) nach der Emission ist dem Impuls \vec{p}_γ des Photons entgegengesetzt

$$\vec{P}_R = -\vec{p}_\gamma = \frac{\hbar \vec{\omega}_\gamma}{c} \quad (7.149)$$

und damit die Rückstoßenergie E_R

$$E_R = \frac{|\vec{P}_R|^2}{2 \cdot M} = \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.150)$$

mit M der Atommasse (Kernmasse). Die Energie E_γ des Photons ist dann

$$E_\gamma = E_a - E_g - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.151)$$

Sie ist um die Rückstoßenergie kleiner als die Übergangsenergie. Diese Energie und deshalb auch die Energie des Photons sind nicht beliebig scharf. Wenn keine verbreiternde Effekte wirksam sind, ist die Energieunschärfe Γ_0 , die sogenannte natürliche Linienbreite, durch die mittlere Lebensdauer τ des emittierenden Zustandes gegeben.

$$\Gamma_0 \cdot \tau = \hbar \quad (7.152)$$

Eine analoge Betrachtung für den Prozess der Absorption, bei dem das absorbierende Atom (Kern) die Anregungsenergie E_0 erhält, ergibt, dass die Photonen in diesem Fall um die Rückstoßenergie energiereicher sein müssen,

$$E_\gamma = E_0 + \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.153)$$

so dass auch das Absorptionsspektrum verschoben ist, diesmal aber zu höheren Energien.

Wenn ein Photon, das von einem Atom (Kern) unter Vernichtung eines bestimmten angelegten Zustandes emittiert worden ist, von einem gleichen Atom (Kern) absorbiert und dabei derselbe Zustand angeregt wird, spricht man von Resonanzabsorption. Sie kann nur auftreten, wenn die natürliche Linienbreite eines Übergangs größer ist, als die Energieverschiebung durch den Rückstoß, vorausgesetzt, dass sowohl das emittierende als auch das absorbierende System in Ruhe sind.

Betrachtet man das quantitativ, stellt man fest, dass bei optischen Übergängen in der Atomhülle die relative Linienbreite $\Delta\nu/\nu$ größer ist als die relative Linienverschiebung E_R/E_0 .

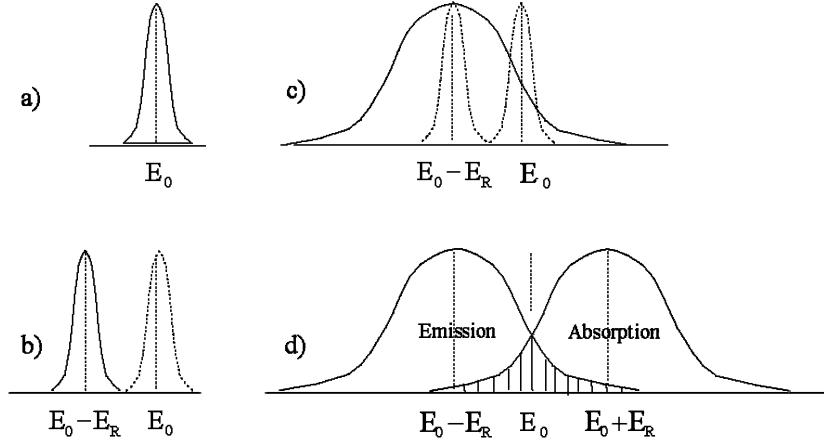
$$\begin{aligned} \Delta\nu/\nu &= 10^{-6} \text{ relative Linienbreite für Licht} \\ E_R/E_0 &= 10^{-8} \text{ relative Verschiebung für Licht} \end{aligned}$$

Das Gegenteil gilt für γ -Übergänge. Für das Beispiel ^{57}Fe ist

$$\begin{aligned} \Delta\nu/\nu &= 10^{-13} \text{ relative Linienbreite für } \gamma\text{-Übergänge} \\ E_R/E_0 &= 10^{-5} \text{ relative Verschiebung für } \gamma\text{-Übergänge} \end{aligned}$$

Hier ist die natürliche Linienbreite wesentlich kleiner als die Verschiebung durch den Rückstoß.

Die Emissions- und Absorptionslinien für die optischen Übergänge in der Hülle überlappen sich also vollständig. Deshalb gibt es im Bereich des sichtbaren Lichts Resonanzabsorption, für die das bekannteste Beispiel die Na-D-Linie ist. Für die γ -Übergänge dagegen ist sie ausgeschlossen.

Abbildung 7.50: γ -Spektren eines Atoms.

In Wirklichkeit ist das in dieser Strenge nicht gültig, da die Wärmebewegung der Kerne die Linien verbreitert. Ist P der Impuls des Kerns vor der Emission und θ der Winkel, den dieser mit dem Impuls des Photons einschließt, dann ist die Energie des Quants

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} + \frac{p_\gamma \cdot P}{M} \cdot \cos \theta \quad (7.154)$$

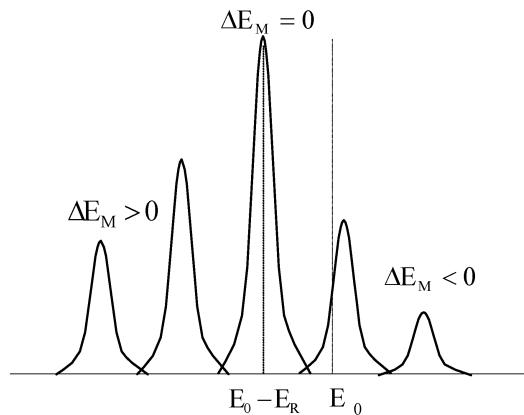
Da die Emission isotrop ist, nimmt θ alle Werte zwischen 0 und 2π an und die maximale Verbreiterung wird

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \pm \frac{p_\gamma \cdot P}{M} \quad (7.155)$$

So tritt neben der Verschiebung der Linie durch den Dopplereffekt auch eine Verbreiterung auf, die bei Zimmertemperatur in derselben Größenordnung ist. Im Spektrum hat man jetzt eine sehr stark (bis zu 10^6) verbreiterte Linie, die um die Rückstoßenergie von der Übergangsenergie verschoben ist und zwar bei Emission zu kleineren, bei Absorption zu größeren Energien. Die Verbreiterung ist so groß, dass sich Emissions- und Absorptionslinie teilweise überlappen. Deshalb ist auch bei γ -Übergängen Resonanzabsorption zu erwarten, wenn auch nicht mit der hohen Wahrscheinlichkeit wie im sichtbaren Bereich, wo die Überlappung vollständig ist.

Qualitativ ist das in Abb. 7.50 dargestellt. Die Zeichnung in a) soll die Linie mit ihrer natürlichen Breite darstellen. Sie verschiebt sich in b) bei Emission um die Rückstoßenergie. Bei Absorption würde sie sich in die andere Richtung zunehmender Energie verschieben. Die Linien überlappen sich nicht, es tritt keine Resonanzabsorption auf. In c) ist nicht maßstäblich die Verbreiterung der Emissionslinie durch den Doppler-Effekt angedeutet, sie ist in Wirklichkeit viel größer. Schließlich ist in d) der Fall der Resonanzabsorption gezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist proportional dem Überlappintegral der verbreiterten Linien, also der schraffierte Fläche. Sie nimmt wegen der damit verbundenen Linienvverbreiterung mit steigender Temperatur von Absorber und Emittier zu.

Die bisherigen Überlegungen gelten für ein freies Atom, das außer der Anregung keine inneren Freiheitsgrade hat. Schon beim Molekül ändern sich die Verhältnisse. Zunächst sind wegen der größeren Masse die Verschiebung und Verbreiterung der Linie kleiner. Gegenüber der Abb. 7.50d sind deshalb die Linien näher zusammengerückt und schmäler. Außerdem sind sie aufgespalten, da neben den elektronischen Anregungszuständen auch Schwingungs- und Rotationszustände existieren. Ihre Energien sind gequantelt, so können immer nur diskrete Energiebeträge ausgetauscht werden. Diese sind größer als die Dopplerverbreiterung, deshalb spalten die Linien auf. Im Ausdruck für die Photonenergie steht ein zusätzlicher Term ΔE_M ,

Abbildung 7.51: γ -Emissionsspektrum eines Moleküls.

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \pm \frac{p_\gamma \cdot P}{M} - \Delta E_M \quad (7.156)$$

die Differenz der inneren Energien des Moleküls bei Schwingungs- oder Rotationsübergängen. Ändert sich bei der Emission der innere Zustand eines Molekül nicht ($\Delta E_M = 0$), beobachtet man wie beim Atom eine verschobene und verbreiterte Linie. Wird bei der Emission eine Schwingung angeregt, ist $E_M > 0$ und es tritt eine weitere Linie auf, die bei noch kleineren Energien liegt. Umgekehrt kann dem Photon auch Schwingungs- oder Rotationsenergie übertragen werden, wobei weitere Emissionslinien entstehen, diesmal aber oberhalb von $\Delta E_M = 0$. Schematisch ist das in Abb. 7.50 dargestellt.

7.12.2.2 Der Mößbauereffekt

Was ändert sich nun, wenn das emittierende Atom in ein Kristallgitter eingebaut wird? Nimmt man zunächst an, dass die Kristallatome unendlich fest an ihre Gitterplätze gebunden sind, dann sind sie relativ zueinander in Ruhe, und der Kristall kann seine innere Energie nicht ändern. Der Impuls bei der Emission oder Absorption eines Photons kann nicht von einem einzelnen Atom, sondern nur vom Kristall als Ganzes aufgenommen werden. An die Stelle der Atommasse M tritt die Gesamtmasse des makroskopischen Kristalls, mit der Folge, dass die Linien die natürliche Breite haben und sich vollständig überlappen: Der Idealfall der Resonanzabsorption liegt vor.

In Wirklichkeit ist die Bindungsenergie der Atome im Gitter endlich, wenn auch sehr viel größer als die Rückstoßenergie. Die Atome können deshalb Schwingungen um ihre Ruhelage ausführen. Sie sind dabei nicht unabhängig voneinander. Es gibt eine endliche Anzahl von Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen Ω_i , deren Anzahl durch die Zahl der Freiheitsgrade gegeben ist. Diese werden ihrerseits durch die Anzahl der Gitterbausteine bestimmt. Die gesamte innere Energie des Kristalls ist

$$E_K = \sum_{S=0}^{3N} \hbar \cdot \Omega_S \cdot (n_S + 1/2) \quad n_S = 0, 1, 2, \dots \quad (7.157)$$

N ist die Anzahl der Gitterbausteine. Die durch Ω_S gekennzeichneten Zustände sind die Phononen. Die Anzahl von Phononen einer bestimmten Sorte ist durch die Quantenzahl n_S gegeben. Der Kristall ist im Grundzustand, wenn keine Phononen angeregt sind. Tauscht ein Kristall Energie mit seiner Umgebung aus, ändert sich die Phononenzahl. Die Energieänderung ist

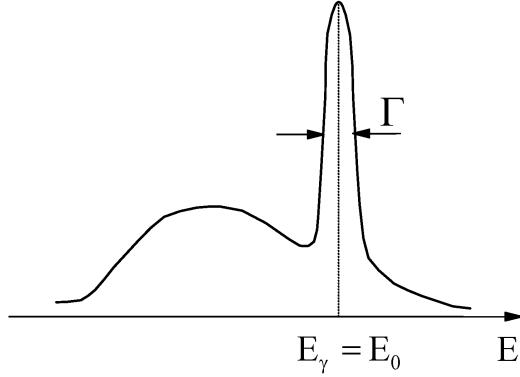


Abbildung 7.52: γ -Emissionsspektrum eines Kristalls mit Mößbauerlinie.

$$\Delta E_K = E_{K'} - E_K = \sum_{S=0}^{3N} \hbar \cdot \Omega_S \cdot (n'_S - n_S) \quad (7.158)$$

Emittiert einer der Kerne ein γ -Quant, so ist dessen Energie

$$E_\gamma = E_0 - \Delta E_K. \quad (7.159)$$

Da die möglichen Werte von ΔE_K um weniger als die natürliche Linienbreite auseinander liegen, ist das Emissionsspektrum kontinuierlich. Wie beim Molekül kann es sich in Bereiche erstrecken, die höher liegen als die Übergangsenergie, wenn bei dem Prozess Phononen vernichtet werden. Für die Absorptionsvorgänge gilt sinngemäß das Gleiche.

Rudolf Mößbauer hat bei seinen Untersuchungen der Resonanzabsorption von γ -Strahlen entdeckt, dass in manchen Kristallen eine gewisse Wahrscheinlichkeit für rückstoßfreie Emission und Absorption besteht. Der Kristall ändert dann seine innere Energie nicht und verhält sich so wie oben beschrieben, als ob er ein Teilchen mit makroskopischen Massen wäre. Wie in Abb. 7.52 angedeutet, ist dem kontinuierlichen Emissionsspektrum an der Stelle der Übergangsenergie eine Linie mit der natürlichen Breite überlagert, die Mößbauerlinie. Sie ist nicht maßstäblich gezeichnet. In Wirklichkeit ist sie im Vergleich zum kontinuierlichen Spektrum höher und viel schmäler.

Das kontinuierliche Spektrum liegt unsymmetrisch zur Mößbauerlinie. Es gibt mehr Emissionen, bei denen Photonen erzeugt werden als umgekehrt. Das ist eine Folge der Boltzmann-Verteilung der Phonenzahlen. Die Zustände mit wenig Phononen sind stärker besetzt als die mit großen. Deshalb werden auch bei gleicher Wahrscheinlichkeit für Erzeugung und Vernichtung insgesamt mehr Phononen erzeugt als vernichtet. Beim absoluten Nullpunkt, bei dem keine Phononen existieren ($n_S = 0$), ist eine Vernichtung überhaupt nicht möglich. Das kontinuierliche Spektrum liegt dann vollständig unterhalb der Mößbauerlinie.

Der Bruchteil der rückstoßfreien Prozesse kann quantenmechanisch berechnet werden. Am absoluten Nullpunkt ist er

$$f(T=0) = \exp \left(-\frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \cdot \frac{1}{\langle \hbar \cdot \Omega_S \rangle} \right) \quad (7.160)$$

$f(T)$ heißt Debye-Waller-Faktor. Der erste Term in der Klammer ist der Rückstoß den das Atom (Gitterbaustein) erhalten würde, wenn es frei wäre, $\langle \hbar \cdot \Omega_S \rangle$ ist der Mittelwert des Phonenspektrums, ein Maß für die Stärke der Gitterbindung. Man sieht: die rückstoßfreien Prozesse nehmen mit abnehmender Rückstoßenergie sehr stark zu (oder gleichbedeutend damit mit abnehmender Übergangsenergie) eine Zunahme ist auch mit stärker werdenden Kristallbindung zu

beobachten. Der Mößbauereffekt tritt dann auf, wenn die Rückstoßenergie klein ist gegenüber der Bindungsenergie der Atome im Gitter.

Es gibt verschiedene Modelle für das Energiespektrum der Phononen. Eines davon stammt von Debye. In ihm erhält man für die Temperaturabhängigkeit von $f(T)$

$$f(T) = \exp \left\{ -\frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \cdot \frac{3}{2 \cdot k_B \cdot \Theta} \cdot \left[1 + \frac{2\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{T}{\Theta} \right)^2 \right] \right\} \quad (7.161)$$

Hier ist die Materialkonstante Θ eingeführt, die sog. Debye-Temperatur. Die Energie $E_G = k_B \cdot \Theta$, k_B ist die Boltzmann-Konstante, ist die obere Grenzenergie des Phononenspektrums. Hohe Debye-Temperatur heißt hohe Bindungsenergie der Atome. Der Kern ^{57}Fe z.B. hat solch eine hohe Debye-Temperatur von $\Theta = 480$ K. Der Debye-Waller-Faktor ist $f = 0.92$ am absoluten Nullpunkt und $f = 0.7$ bei Zimmertemperatur. Das ist ein Grund für die große Bedeutung von ^{57}Fe in der Mößbauerspektroskopie, man braucht keinen Kryostaten.

7.12.2.3 Der experimentelle Nachweis des Mößbauereffekts

Die 14.4 keV-Linie des ^{57}Fe hat die natürliche Breite von $5 \cdot 10^{-9}$ eV absolut und $3 \cdot 10^{-13}$ relativ. Selbst in der Optik mit ihren hochauflösenden Interferometern fehlen noch einige Größenordnungen, um solche Linien durch direkte Messung des Spektrums aufzulösen. In der Kernphysik, wo mit Halbleiterdetektoren Auflösungen von einigen Promille erreicht werden, ist überhaupt nicht daran zu denken. Trotzdem gibt es hier eine Möglichkeit, die Linienbreiten zu bestimmen, die gerade auf der geringen Breite beruht: man misst die Resonanzabsorption. Dazu lässt man die γ -Quanten eines bestimmten Kerns durch einen Absorber fallen und misst die Transmission (oder Absorption), das ist die Rate der Quanten, die durchgelassen (absorbiert) werden. Dazu braucht der Detektor nicht energieempfindlich zu sein, es genügt der Nachweis der Quanten. Die Größe der Transmission ist durch den Überlapp der Wahrscheinlichkeiten für die Emission und die Absorption gegeben, wie es in Abb. 7.51d angedeutet ist, diesmal aber nicht für die verbreiterten, sondern für die natürlichen Linien. Wenn es gelingt, die beiden Linien übereinander zu schieben, und die sich dabei ändernde Transmission zu messen, kann man das Linienprofil abtasten.

Dazu nutzt man den Doppler-Effekt. Die Resonanzabsorption (es sei angenommen, dass sie maximal ist, wenn Emitter und Absorber in Ruhe sind, was, wie weiter unten gezeigt wird, nicht selbstverständlich ist) kann wegen der extremen Linienschärfe durch eine kleine Relativbewegung gestört werden. Nach der Relativitätstheorie hat ein γ -Quant, das in seinem Ruhesystem die Energie E und den Impuls \vec{p} , in einem mit der konstanten Relativgeschwindigkeit \vec{v} dagegen bewegten System die Energie E^*

$$E^* = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot (E + \vec{v} \cdot \vec{p}) \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (7.162)$$

Für $\beta \ll 1$ und kollineare Bewegung ist die Energieverschiebung der γ -Quanten

$$\Delta E_\gamma = E^* - E = \pm \frac{v}{c} \cdot E. \quad (7.163)$$

Um diesen Wert ist die γ -Energie höher, wenn sich Emitter und Absorber aufeinander zu bewegen (+Zeichen), oder niedriger im entgegen gesetzten Fall (-Zeichen). Für ^{57}Fe genügt eine Verschiebung von 10^{-8} eV, um die Resonanz aufzuheben. Das entspricht einer Relativbewegung von 0.02 cm/s.

Die Messung der Transmission in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit v ergibt die in Abb. 7.53 gezeichnete Kurve. Die Absorption ist am größten bei $v=0$. Hier herrscht Resonanzabsorption. Mit zunehmender Relativgeschwindigkeit nimmt sie nach beiden Seiten ab, da die Überlappung der Emissions- und Absorptionslinien immer geringer wird, bis sie ganz aufhört.

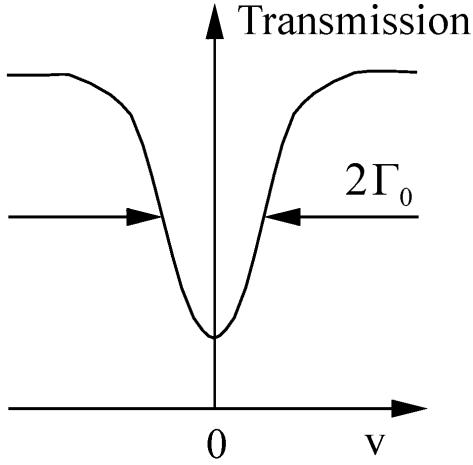


Abbildung 7.53: Transmissionsspektrum.

Die Halbwertsbreite (FWHM = full width at half maximum) der Transmissionskurve ist gleich der doppelten natürlichen Breite des Übergangs.

7.12.2.4 Aufspaltung und Verschiebung der Resonanzlinie

Bisher wurde stillschweigend angenommen, dass sowohl der angeregte Zustand als auch der Grundzustand des Mößbauerübergangs einfache Zustände sind, die außerdem noch in Quelle und Absorber die gleiche Energie haben. Im allgemeinen ist das nicht der Fall.

Eine Aufspaltung der Kernzustände in einem inneren Magnetfeld wird durch den Zeeman-Effekt bewirkt. Sie kann größer als die natürliche Linienbreite sein und äußert sich in einer Aufspaltung der Mößbauerlinie, die sog. *Hyperfeinstrukturaufspaltung*.

Auch die Wechselwirkung des eventuell vorhandenen Kernquadrupolmoments mit Gradiennten des Kristallfelds hebt die Entartung auf. Man hat dann die sog. *Quadrupolaufspaltung*.

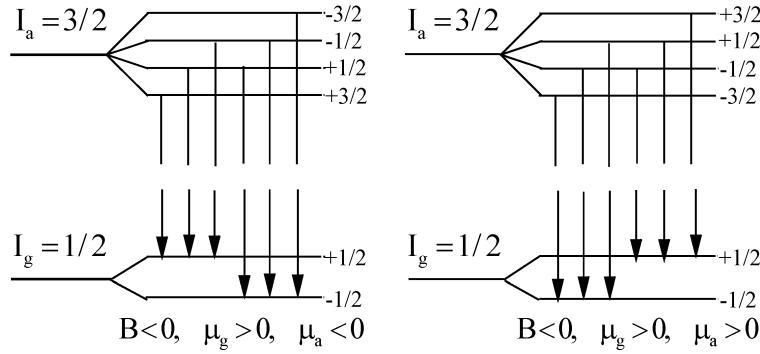
Eine Verschiebung der Linie wird beobachtet, wenn, hervorgerufen durch unterschiedliche chemische Bindungen, die Elektronendichte am Kernort in Emitter und Absorber nicht gleich ist. Man spricht dann von *Isomerieverziehung* oder *Chemical Shift*. Im folgenden werden diese Effekte genauer besprochen.

Die Hyperfeinstrukturaufspaltung: Manche Kerne haben am Ort des Kerns innere magnetische Felder, die durch die Bewegung der Hüllenelektronen entstehen. Hat ein Kernzustand den Gesamtspin (*oder Kernspin*) I , gibt es wegen der Richtungsquantelung $2I+1$ Einstellungen des Spins im Feld. Da mit dem Spin ein magnetisches Dipolmoment verbunden ist, spaltet der ohne Magnetfeld entartete Zustand durch den Zeeman-Effekt auf. Der Energieabstand dieser Hyperfeinstrukturzustände ist

$$\Delta E_m = -(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = -\frac{m}{I} \cdot \mu \cdot B \quad (7.164)$$

Darin ist m die magnetische Quantenzahl, welche die $2I+1$ verschiedenen Werte von $-I$ bis $+I$ annimmt. Nach der getroffenen Regelung gilt das negative Vorzeichen, wenn ein positives Kernmoment in Richtung des Magnetfeldes steht. Für rückstoßfreien Übergang zwischen dem angeregten Zustand (Index a) und dem Grundzustand (Index g) ist die γ -Energie

$$E_\gamma = \left(E_a - \frac{m_a}{I_a} \cdot \mu_a \cdot B \right) - \left(E_g - \frac{m_g}{I_g} \cdot \mu_g \cdot B \right) = E_0 - \frac{m_a}{I_a} \cdot \mu_a \cdot B + \frac{m_g}{I_g} \cdot \mu_g \cdot B \quad (7.165)$$

Abbildung 7.54: Mögliche Termschemata des ^{57}Fe .

Die magnetischen Quantenzahlen nehmen nicht alle Werte an, sie unterliegen Auswahlregeln. Für Dipolstrahlung gilt

$$\Delta m = m_a - m_g = 0, \pm 1 \quad \text{Dipolstrahlung} \quad (7.166)$$

Die experimentelle Beobachtung der Hyperfeinstruktur ist übersichtlicher, wenn Quelle und Absorber nicht *beide zugleich* aufgespalten sind. Deshalb wird der emittierende Kern, in unserem Fall ^{57}Fe , in einen Kristall eingebaut, der keine inneren Magnetfelder hat, wie z.B. Rhodium oder Platin. Man spricht dann von einer Einlinienquelle. Als Absorber verwendet man natürliches oder mit ^{57}Fe angereichertes Eisen mit seinem hohen inneren Feldern. Resonanzabsorption tritt auf, wenn die durch den Doppler-Effekt verschobene Emissionslinie der mit der Geschwindigkeit v bewegten Quelle mit dem Absorptionsspektrum Gl. 7.165 des ruhenden Absorbers übereinstimmt. Man hat

$$E_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) = E'_0 - \frac{m_a \cdot \mu_a \cdot B}{I_a} + \frac{m_g \cdot \mu_g \cdot B}{I_g} \quad (7.167)$$

und für die Geschwindigkeit

$$v = \frac{(E'_0 - E_0) \cdot c}{E_0} - \frac{m_a \cdot \mu_a \cdot B c}{I_a \cdot E_0} + \frac{m_g \cdot \mu_g \cdot B \cdot c}{I_g \cdot E_0}. \quad (7.168)$$

Hier wurde für die unverschobene Linie des Absorbers die Energie E'_0 eingeführt, um die eventuell bestehende Isomerieverziehung zu berücksichtigen. Bei ^{57}Fe besteht das Geschwindigkeitsspektrum aus sechs Resonanzlinien. Der Grundzustand hat den Spin $I_g = 1/2$ und ist doppelt aufgespalten, der angeregte Zustand hat $I_a = 3/2$ und spaltet vierfach auf. Das magnetische Moment des Grundzustands ist bekannt aus Kernresonanzuntersuchungen. Es ist positiv und hat den Wert

$$\mu_g = (0,0903 \pm 0,0007) \mu_K \quad (7.169)$$

μ_K ist das Kernmagneton. Ferner weiß man, dass das Moment des Grundzustandes entgegen dem inneren Magnetfeld gerichtet ist, so dass man dieses als negativ ansetzt. Nach Gl. 7.166 liegt deshalb der Zustand mit $m_g = 1/2$ höher als der mit $m_g = -1/2$. Solange das magnetische Moment des angeregten Zustandes nicht bekannt ist, sind die beiden in Abb. 7.54 dargestellten Termschemata möglich. Die eingezeichneten Übergänge entsprechen den Auswahlregeln für Dipolstrahlung.

Die Messung des Geschwindigkeitsspektrums entscheidet zwischen den beiden Möglichkeiten und führt zur Bestimmung des inneren Magnetfeldes, des magnetischen Moments und der Isomerieverziehung. Aus Gl. 7.168 folgt mit den Abkürzungen

$$A = \frac{\mu_a \cdot B \cdot c}{I_a \cdot E_0}; \quad G = \frac{\mu_g \cdot B \cdot c}{I_g \cdot E_0}; \quad I = \frac{(E'_0 - E_0) \cdot c}{E_0} \quad (7.170)$$

und $v = v^*(m_a, m_g)$ für die sechs Übergänge

$$\begin{aligned} v^*\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) &= -\frac{3}{2} A + \frac{1}{2} G + I \\ v^*\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{2} A + \frac{1}{2} G + I \\ v^*\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G + I \\ v^*\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) &= +\frac{1}{2} A + \frac{1}{2} G + I \\ v^*\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= +\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G + I \\ v^*\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= +\frac{3}{2} A - \frac{1}{2} G + I \end{aligned} \quad (7.171)$$

Die Unbekannten A , G und I und das Termschema ergeben sich durch Einsetzen der gemessenen Geschwindigkeiten in dieses Gleichungssystem und dem Vergleich der verschiedenen Möglichkeiten. Die Isomerieverschiebung erhält man sofort wegen

$$\sum_{m_g, m_a} v^*(m_a, m_g) = 6 \cdot I \quad (7.172)$$

Damit lassen sich die sechs isomeriekorrigierten Geschwindigkeiten

$$v(m_a, m_g) = v^*(m_a, m_g) - I \quad (7.173)$$

einführen, die symmetrisch um I liegen:

$$\begin{aligned} v(m_a, m_g) &= -v(-m_a, -m_g) \\ v_i &= \frac{1}{2} \cdot (v(m_a, m_g) - v(-m_a, -m_g)) \end{aligned} \quad (7.174)$$

Jetzt hat man drei verschiedene positive Geschwindigkeiten, die nach ihrer Größe geordnet werden: $v_1 > v_2 > v_3 > 0$ und drei zugeordnete negative Größen gleichen Betrags. Es sind vier Fälle zu unterscheiden:

1. Fall: $A > 0, G < 0, |A| > |G|$

$$\begin{aligned} v_1 &= v\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) = +\frac{3}{2} A - \frac{1}{2} G \\ v_2 &= v\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \\ v_3 &= v\left(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{2} A + \frac{1}{2} G \end{aligned} \quad (7.175)$$

Daraus erhält man die Unbekannten und eine Bedingung für die Geschwindigkeiten

$$\begin{aligned}
 A &= +v_1 - v_2 \\
 G &= -v_2 + v_3 \\
 0 &= +v_1 - 2v_2 - v_3
 \end{aligned} \tag{7.176}$$

2. Fall: $A > 0, G < 0, |A| < |G|$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= v \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{3}{2} A - \frac{1}{2} G \\
 v_2 &= v \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \\
 v_3 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G
 \end{aligned} \tag{7.177}$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned}
 A &= +v_1 - v_2 \\
 G &= -v_2 - v_3 \\
 0 &= +v_1 - 2v_2 + v_3
 \end{aligned} \tag{7.178}$$

3. Fall: $A < 0, G < 0, |A| > |G|$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= v \left(+\frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{3}{2} A + \frac{1}{2} G \\
 v_2 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \\
 v_3 &= v \left(+\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} A + \frac{1}{2} G
 \end{aligned} \tag{7.179}$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned}
 2A &= -v_1 - v_2 \\
 G &= -v_2 + v_3 \\
 0 &= +v_1 - v_2 - 2v_3
 \end{aligned} \tag{7.180}$$

4. Fall: $A < 0, G < 0, |G/3| < |A| < |G|$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \\
 v_2 &= v \left(+\frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{3}{2} A + \frac{1}{2} G \\
 v_3 &= v \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G
 \end{aligned} \tag{7.181}$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} 2A &= -v_1 - v_2 \\ G &= -v_1 - v_3 \\ 0 &= -v_1 + v_2 + 2v_3 \end{aligned} \tag{7.182}$$

Zunächst wird geprüft, welche der Bedingungen von den gemessenen Geschwindigkeiten erfüllt wird. Auf diese Weise wird entschieden, welches Termschema vorliegt. Für dieses werden die Konstanten A und G berechnet und daraus das magnetische Moment des angeregten Zustandes und das Magnetfeld.

Die Quadrupolaufspaltung: Kerne mit einem Spin I können eine unsymmetrische Ladungsverteilung besitzen. Sie wird beschrieben durch das Quadrupolmoment Q . Es ist

$$e \cdot Q = \int (2z^2 - x^2 - y^2) \cdot \rho(x, y, z) \cdot dV \tag{7.183}$$

e ist die Elementarladung und ρ die Ladungsdichte. Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass seine z -Achse mit der Symmetrieachse der Ladungsverteilung, das ist die Richtung des Spins I zusammenfällt. Q misst die Anisotropie der Ladungsverteilung bezüglich der Spinrichtung. Für kugelförmige Kerne ist $Q = 0$, für gurkenförmige ist $Q < 0$, für diskusförmige ist $Q < 0$.

In einem elektrischen Gradientenfeld gibt die elektrostatische Wechselwirkung zwischen dem Feld und der Ladungsverteilung Anlass zu einer Aufspaltung der Energiezustände des Kerns, je nach der Richtung, in der sich der Quadrupol zum Feld einstellt. Der elektrische Feldgradient am Gitterplatz des Kerns wird durch die Elektronenverteilungen in den Hüllen verursacht. Hat ein Gitter eine Vorzugsrichtung, es sei die z -Achse, liegt der Feldgradient in dieser Richtung, und für die Wechselwirkungsenergie ergibt sich

$$\Delta E_Q(m) = \frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \cdot \frac{3 \cdot m^2 - I \cdot (I+1)}{3 \cdot I^2 - I \cdot (I+1)} \tag{7.184}$$

Der zweite Term ist der Feldgradient, m ist die magnetische Quantenzahl des Spins I , die die Orientierung des Spins im Feld beschreibt. Die Quadrupolaufspaltung tritt nur bei Kernen auf, deren Spin $I > 1$ ist. Bei ^{57}Fe ist deshalb nur der angeregte Zustand mit $I = 3/2$ aufgespalten. Sie hängt vom *Quadrat* der magnetischen Quantenzahl ab, weshalb der angeregte Zustand nur zweifach aufspaltet und nicht vierfach, wie bei der Hyperfeinstruktur. Man hat

$$\Delta E_Q \left(\pm \frac{3}{2} \right) = + \frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad \Delta E_Q \left(\pm \frac{1}{2} \right) = - \frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \tag{7.185}$$

Im Geschwindigkeitsspektrum treten zwei Linien auf, die symmetrisch zur unverschobenen Linie liegen, also symmetrisch zu $v = 0$, wenn es keinen Isomerieverschiebung gibt. Ihr *Abstand* ist unabhängig von Isomerieeffekten.

$$v_Q = v_Q \left(\pm \frac{3}{2} \right) - v_Q \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \frac{e \cdot Q}{2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \cdot \frac{c}{E_0} \tag{7.186}$$

Mit ihm kann bei gegebenen Quadrupolmoment der Feldgradient berechnet werden.

Die Isomerieverschiebung: Die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Hülle und Kern enthält einen Term für die Coulomb-Abstoßung zwischen der Elektronenwolke und der Ladung des Kerns. Wenn dieser nicht punktförmig ist, sondern eine Ladungsverteilung mit dem mittleren Radius \bar{R} hat, ändert sich die Energie eines Kernzustandes um den Betrag

$$\Delta E(R) = \frac{2\pi}{3} \cdot e \cdot |\Psi(0)|^2 \cdot Z \cdot e \cdot \bar{R}^2 \quad (7.187)$$

Dabei ist $e \cdot |\Psi(0)|^2$ die Ladungsdichte der Hüllelektronen am Kernort, und Ze die Gesamtladung des Kerns. Da i.A. der mittlere Ladungsradius eines Kerns im angeregten Zustand (Index a) ein anderer ist, als im Grundzustand (Index g), ändert sich die Übergangsenergie wie folgt

$$\begin{aligned} E_\gamma &= (E_a + \Delta E(R_a)) - (E_g + \Delta E_g(R_g)) \\ &= E_0 + \Delta E(R_a) - \Delta E(R_g) \end{aligned} \quad (7.188)$$

Solange Quelle und Absorber die gleiche chemische Zusammensetzung haben, d.h. das gleiche $|\Psi(0)|$, ist die Mößbauerlinie *nicht* verschoben, da sich die Übergangsenergien in der Quelle und im Absorber beide *in gleicher Weise* geändert haben. Erst bei verschiedenen Elektronenkonfigurationen zeigt sich eine Verschiebung, die sich ohne Hyperfeinstruktur und Quadrupolaufspaltung aus der Bedingung ergibt, dass die dopplerverschobene Emissionslinie mit der Absorptionslinie des ruhenden Absorbers übereinstimmt.

$$E_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right) + \Delta E_Q(R_a) - E_Q(R_g) = E_0 + \Delta E_A(R_a) - \Delta E_A(R_g) \quad (7.189)$$

Die Indizes A und Q bezeichnen den Absorber und die Quelle. Durch Einsetzen von Gl. 7.187 ergibt sich

$$v = \frac{2\pi \cdot c}{3 \cdot E_0} \cdot Z \cdot e^2 \cdot (|\Psi_A(0)|^2 - |\Psi_Q(0)|^2) \cdot (\bar{R}_a^2 - \bar{R}_g^2) \quad (7.190)$$

Die Isomerieverschiebung tritt also nur auf, wenn der *Kern* für die am Übergang beteiligten Zustände unterschiedliche Ladungsradien hat *und* wenn die Elektronenverteilungen der *Hülle* in Quelle und Absorber verschieden sind.

Die Isomerieverschiebung überlagert sich der Hyperfeinstruktur- und Quadrupolaufspaltung. Die Geschwindigkeitsspektren liegen deshalb nicht mehr symmetrisch zu $v = 0$. Man erhält sie, in dem man den Schwerpunkt paarweise zusammengehöriger Linien bestimmt.

7.12.3 Prinzip der Messung

Es wird die Transmission der Gammastrahlung für verschiedene ruhende Absorber in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Quelle gemessen. Verwendet wird eine Einlinienquelle, bei der ^{57}Co in ein Material ohne innere Magnetfelder (Rh) eindiffundiert ist. Ein Geschwindigkeitsbereich (von 0 bis ca. 12 mm/s) wird von der Quelle periodisch durchfahren. Die Geschwindigkeit wird während des ganzen Vorgangs digital geregelt. Für die Analyse wird der Geschwindigkeitsbereich, der in einer Periode durchlaufen wird, in 1024 Bereiche unterteilt. In jedem dieser Teilbereiche kann die Geschwindigkeit als nahezu konstant angenommen werden. Die Bereiche werden mit einer Integerzahl zwischen 0 und 1023 fortlaufend nummeriert. Diese Zahl kann als Kanaladresse in einem Vielkanalzähler verwendet werden, der für jede Geschwindigkeitsbereich die Anzahl der detektierten Gammas in einem eigenen Kanal zählt. In diesem Versuch wird für jedes gemessene Gammaquant der Adresswert der Geschwindigkeit zusammen mit der Gammaenergie aufgezeichnet. In der Analyse muss die Zahl noch in eine Geschwindigkeit umgerechnet werden. Ein Energiespektrum wird für jede Geschwindigkeit erzeugt und ein passender Energieschnitt für die zweidimensionale Darstellung gewählt, um die Resonanzabsorption der 14.4 keV Gammas optimal aus den Daten herauszufiltern.

7.12.4 Aufbau des Versuches

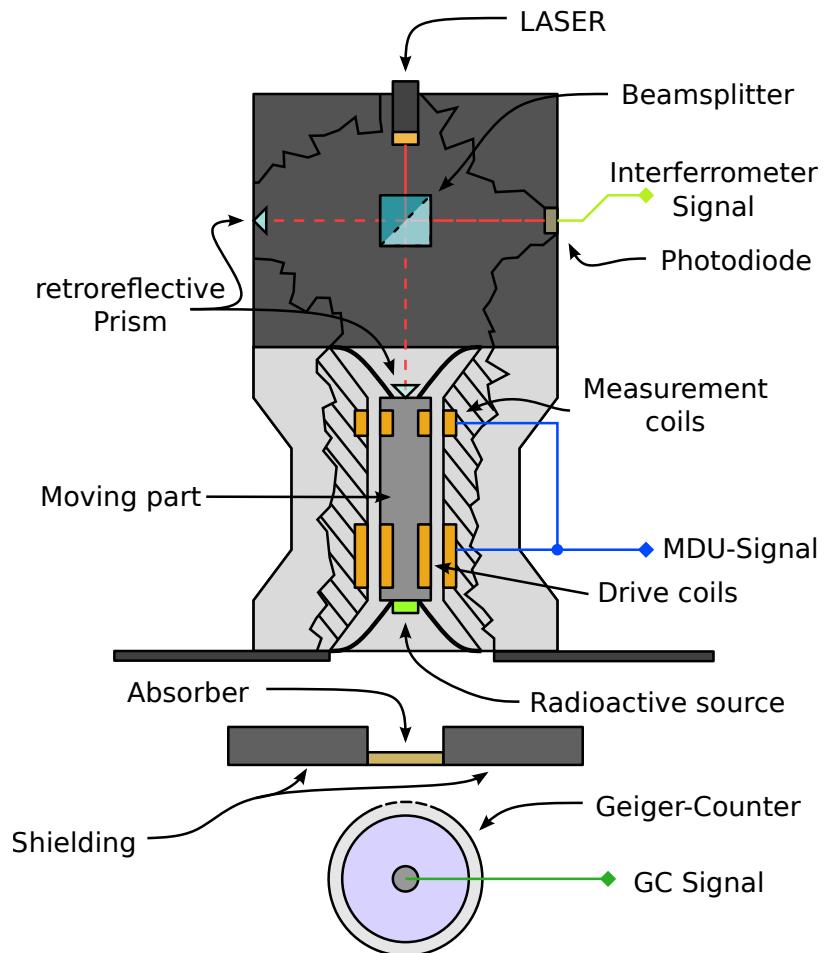


Abbildung 7.55: Schematischer Aufbau des Mößbauer-Antriebssystems mit dem Laser-Interferometer zur Geschwindigkeitskalibration, dem Absorber und dem Zählrohr für den Nachweis der 14.4 keV Gammas aus der ^{57}Co -Quelle.

Die Quelle wird durch einen elektromagnetischen Antrieb, dem Mößbauer-Velocity-Transducer (MVT) bewegt, der ähnlich zu einem Lautsprecher arbeitet. Der Antrieb ist der silberne Zylinder an der Basis des zylindrischen Aufbaus. Die Geschwindigkeit wird dabei durch die Mößbauer-Driving-Unit (MDU) aktiv geregelt. Die MDU erhält eine analoge Spannung von einem digitalen Funktionsgenerator (DFG). Die analoge Spannung dieses Funktionsgenerators gibt dabei die Geschwindigkeit der Quelle vor. Der DFG kann zwei Signalformen generieren, eine sinusförmige Spannung und eine Dreiecksspannung. In diesem Versuch wird nur die Dreiecksspannung verwendet.

Die Gammaquanten, die den Absorber passieren, werden mit einem Proportionalzählrohr nachgewiesen, das ein dünnes Eintrittsfenster aus Beryllium besitzt, um die niederenergetischen Gammas nicht zu absorbieren. In der ursprünglichen Version des Aufbaus wurden die Energiesignale der 14.4 keV Linie des angeregten ^{57}Fe -Kerns (siehe Zerfallsschema der ^{57}Co -Quelle im Anhang) mit Hilfe eines Fensterdiskriminators im Bereich des Photopeaks selektiert. Die Photopeaks und Comptonspektren der höherenergetischen Gammas (122 keV und 136 keV) wurden so weit wie möglich durch die obere Schwelle des Diskriminators unterdrückt. Die untere Schwelle des selektierten Energiebereichs unterdrückte das niederenergetische Rauschen. Dieser für die

Dauer der Messung fest eingestellte Energiebereich lies sich nur ungenau einstellen. Mit einem Vielkanalzähler (multi-channel scaler, MCS) wurden die Diskriminatorpulse für verschiedene Geschwindigkeiten gezählt. Dabei entsprach jeder der 1024 Zähler einem engen Geschwindigkeitsbereich, den die Quelle zum Zeitpunkt des Zählrohrssignals durchlief. Die Adresse des gerade aktiven Zählers wurde über Signale des DFG gesteuert (Start: Rücksetzen der Zähleradress auf 0; Chn: Zähleradresse um eins erhöhen.) und war damit automatisch mit dem MVT synchronisiert.

In der aktualisierten Version des Experimentes wird das Detektorsignal in einem schnellen ADC (analog to digital converter, ADC) digitalisiert und von einem FPGA (field-programmable gate array) direkt analysiert, der zusätzlich die Steuersignale des DFG ausliest. Dieses auf einem „Red Pitaya“ realisierte System zeichnet somit die Energie des Gammas zusammen mit dem Adresszähler der aktuellen Quellgeschwindigkeit auf. So kann der Energiebereich für die optimale Darstellung der Resonanzabsorption auch noch nach der Messung festgelegt werden. Die eigentliche Datenanalyse geschieht auf einem Linux-PC. Dazu stehen Beispiele in Python zur Verfügung, die in einem Jupyter Notebook ausgeführt werden.

Im folgenden werden die Funktionsweisen der verschiedenen Komponenten des experimentellen Aufbaus beschrieben und die Analyseschritte erklärt.

7.12.4.1 Das Mößbauer-Antriebssystem

Wie bereits erwähnt, beruht der MVT auf dem Lautsprecherprinzip. Auf der Achse eines Hohlzylinders ist ein Aluminiumstab mit Membranen so geführt, dass er sich nur axial bewegen kann (siehe Abb. 7.55). An einem Ende sitzt die Quelle, am anderen das Prisma des Interferometers, mit dem die Geschwindigkeit gemessen wird. Mit dem Stab fest verbunden sind zwei Permanentmagnete. Jeder ist umgeben von Magnetspulen mit homogenem Feld, die ihrerseits fest mit dem Zylinder verbunden sind.

Die MDU erhält vom Funktionsgenerators das Analogsignal der gewählten Bewegungsform. Sie erzeugt eine diesem Signal proportionale Spannung, mit der die Antriebsspule des MTV angesteuert wird. Der Permanentmagnet bewegt sich samt Stab mit einer Geschwindigkeit proportional zum Spulenstrom und damit zur vorgegebenen Funktion. Die zweite Spule wird nicht von der MDU getrieben. Da sie allerdings dem nun bewegten Feld des auf dem Zylinder montierten Permanentmagneten ausgesetzt ist, wird in der zweiten Spule eine Spannung induziert, die proportional zur Geschwindigkeit des Stabs mit der Quelle ist. Diese Spannung wird dazu verwendet werden, die tatsächliche Geschwindigkeit mit der vorgegebenen Sollgeschwindigkeit zu vergleichen. Die Differenz zwischen Ist- und Sollwert wird in der Nachregelung verwendet, um die tatsächliche Geschwindigkeit genauer an die Sollgeschwindigkeit anzupassen. Zudem wird die relative Abweichung zwischen Ist- und Sollspannung durch eine LED-Leiste auf dem Frontpanel der MDU angezeigt. Die Abweichung kann minimiert werden, indem man die Frequenz des Funktionsgenerators an die mechanische Resonanzfrequenz der Antriebseinheit anpasst. Über die Amplitude des Signals kann die maximale Geschwindigkeit der Bewegung verändert werden. In Verbindung mit einem Laser-Interferometer, das in Kapitel 7.12.4.3 erklärt wird, kann die MDU auch zur Messung der Geschwindigkeit verwendet werden.

7.12.4.2 Der Funktionsgenerator (DFG: Digital Function Generator)

Der DFG erzeugt drei Signale, einen Rechteckpuls (Channel) mit einstellbarer Frequenz, der die Kanaladresse des MCS hochzählt, einen Reset-Puls, der den Adresszähler regelmäßig auf Null zurücksetzt und das analoge Signal, das über die MDU die Geschwindigkeit der Mößbauerquelle steuert. Die analoge Ausgangsspannung wird mittels eines digital-analog Wandlers (digital to analog converter, DAC) erzeugt. Als Eingang des DACs wird eine binär kodierte Zahl benötigt, die der DAC in eine Spannung umwandeln kann. Dies Zahl wird im Falle der Sinusschwingung

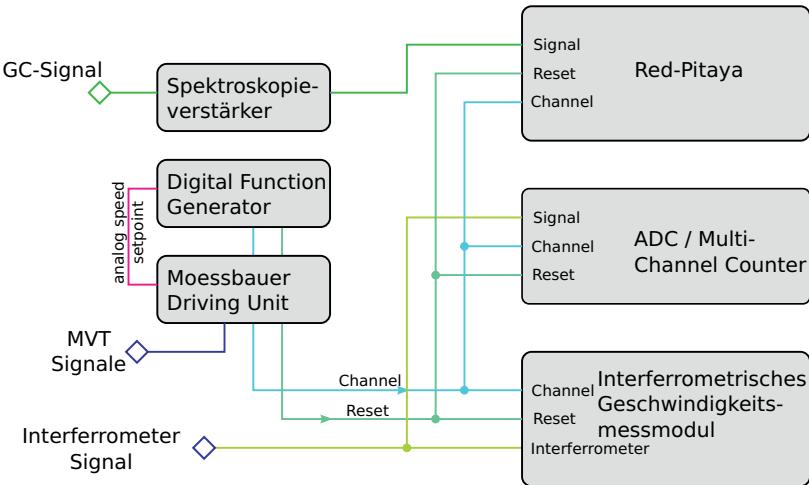


Abbildung 7.56: Aufbau des Messsystems.

über eine Lookup-Tabelle im internen Speicher des DFG realisiert, auf die der Adresszähler zeigt. Das hier verwendete Dreiecksignal wird direkt aus dem internen Adresszeiger abgeleitet.

Der Adresszeiger wird in 1024 Schritten (10 Bit) hochgezählt (der DFG kann das Signal in verschiedenen Auflösungen zwischen 512 und 4096 Schritte erzeugen). Zusammen mit dem letzten Schritt wird der Resetpuls ausgelöst, der den Adresszeiger wieder auf Null setzt. Die Frequenz des erzeugten Pulses kann über ein Poti am DFG eingestellt werden und sollte an die Resonanzfrequenz der MVT angepasst werden (ca. 17 – 18 Hz). Bei optimaler Einstellung wird die Fehleranzeige (Abweichung von Soll- und Istwert der Geschwindigkeit) minimiert.

Der analoge Dreieckspuls hat direkt nach dem Resetsignal (Adresse = 0) seinen größten positiven Wert und nimmt mit konstantem Gradienten (\rightarrow konstante Beschleunigung der Quelle) ab. Nach dem Nulldurchgang bei Adresse 256 dreht sich die Bewegungsrichtung der Quelle um. Beim Durchlaufen einer kompletten Schwingung wird jede Geschwindigkeit zweimal durchlaufen. Bei positiver Spannung bewegt sich die Quelle auf den Absorber zu, die γ -Energie ist also etwas größer als der Ruhewert, bei negativer Spannung kleiner. Um die tatsächliche Geschwindigkeit zu bestimmen, kann eine Kalibrationsmessung mit dem Laserinterferometer des Mößbauer Velocity Calibrator (MVC) durchgeführt werden.

7.12.4.3 Der Mößbauer Velocity Calibrator

Der MVC dient dazu, die Geschwindigkeit der Probe zu messen. Der Vorgang der Messung wird im Folgenden erläutert. Er besteht aus einem Laser, einem Michelson-Interferometer und einer Photodiode, mit der die Hell-Dunkel-Übergänge der überlagerten Laserstrahlen der beiden Interferometerarme detektiert werden. Ein kompletter Hell-Dunkel-Zyklus entspricht einer Bewegung des Zylinders auf dem die Quelle aufgebracht ist, um eine halbe Wellenlänge des Laserlichts. Es wird angenommen, dass die Geschwindigkeit innerhalb der Zeit nahezu konstant ist, in der eine Adresse aktiv ist. Durch das mit dem Adresszeiger synchroisierte Zählen der Übergänge im MCS, kann die mittlere Geschwindigkeit für jeden einzelnen Kanal bestimmt werden. Durch einen linearen Fit der Geschwindigkeit über die Kanaladresse wird die Kalibrationsfunktion für die Geschwindigkeit bestimmt.

Das Michelson-Interferometer ist in Abb. 7.57 skizziert. Auf dem freien Ende des beweglichen Stabs ist ein Katzenaugenprisma als Reflektor angebracht, das Teil des Interferometers ist. Der Strahl eines Halbleiter-Lasers wird an einem Strahlteilerwürfel aufgespalten. Der gestrichelt eingezeichnete, durchgehende Strahl wird in dem beweglichen Prisma um 180° reflektiert, im Strahlteiler teilweise abgelenkt und gelangt zur Photodiode. Der zweite Strahl wird im Strahl-

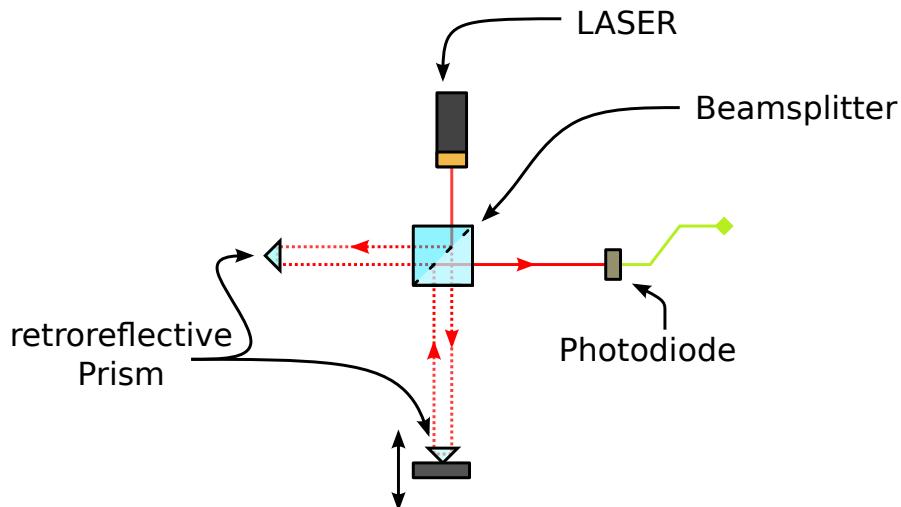


Abbildung 7.57: Das Michelson-Interferometer

teiler auf ein feststehendes Katzenaugenprisma abgelenkt, das den Strahl um 180° reflektiert. Ein Teil des Lichts durchquert den Strahlteiler geradlinig und überlagert sich mit dem ersten Strahl. Beide Strahlen gelangen zur Photodiode, wo die Intensität des aus der Phasenverschiebung resultierenden Interferenzsignals gemessen wird.

Die Prismen haben die Eigenschaft, einen Lichtstrahl, der in einem bestimmten Winkelbereich um die Symmetriearchse auftrifft, um 180° zu reflektieren *unabhängig vom Auftreffwinkel*, wobei der reflektierte Strahl allerdings i.A. parallel zum einfallenden versetzt ist. Ein solches Prisma muss deshalb nicht genau justiert sein, im Gegensatz zu einem gewöhnlicher Spiegel, der nur *senkrecht* auftreffendes Licht genau in sich selbst zurückreflektiert. Es besteht aus einer regelmäßigen Pyramide, die entsteht, wenn die Ecke eines Glaswürfels symmetrisch abgeschnitten wird. Ein durch die Grundfläche der Pyramide mehr oder weniger senkrecht eintretender Strahl wird dann an jeder Würffelfläche total reflektiert.

Solange beide Prismen in Ruhe sind, entsteht ein konstantes Interferenzmuster das durch die Phasendifferenz der interferierenden Strahlen bestimmt ist. Bewegt sich ein Prisma, ist die Phasendifferenz zeitlich nicht mehr konstant, und die Interferenzstreifen bewegen sich. An einem festen Ort, z.B. an der Photodiode, wechseln die Maxima und Minima mit einer bestimmten Frequenz ab, die proportional zur Geschwindigkeit des Prismas ist. Dies ist das Prinzip der interferometrischen Geschwindigkeitsmessung.

Quantitativ sieht das so aus. Die beiden Strahlen sind ebene Wellen

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \\ y_2 &= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t - \delta) \end{aligned} \tag{7.191}$$

mit der Phasendifferenz δ . Die Gesamtamplitude am festen Ort $x = L$ ist

$$y = y_1 + y_2 = 2 \cdot y_0 \cdot \cos(\delta/2) \cdot \sin(kL - \omega t - \sigma/2) \tag{7.192}$$

Das Signal S an der Photodiode ist proportional zu y^2 gemittelt über Messzeiten, die sehr groß sind gegenüber $1/\omega$. Also

$$S \approx \langle y^2 \rangle = y_0^2 \cdot \cos^2(\delta/2) \tag{7.193}$$

Die Größe des Signals hängt also von der Phasendifferenz δ ab. Sie bestimmt sich aus der Differenz der Lichtwege ΔL der beiden Strahlen und der Wellenlänge des monochromatischen Laserlichts λ .

$$\delta = k \cdot (L_1 - L_2) = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L \quad (7.194)$$

Wenn sich ein Prisma eine Zeit t lang mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt, gilt

$$\Delta L = 2 \cdot v \cdot t \quad (7.195)$$

Der Faktor 2 tritt auf, weil das Licht die Strecke L , um die sich das Prisma verschoben hat, zweimal durchläuft. Man erhält

$$S \approx \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot v \cdot t\right) \quad (7.196)$$

eine zeitlich periodische Änderung der Intensität. Da das Quadrat des Kosinus zwei Maxima (oder Minima) in einer Periode hat, ist deren Frequenz

$$f = 2 \cdot \frac{v}{\lambda} \quad (7.197)$$

Diese Frequenz wird direkt gemessen als die Anzahl N der Maxima während der Messzeit T

$$f = \frac{N}{T} = \frac{N}{B \cdot Z} \quad (7.198)$$

B ist die zeitliche Breite des Messintervalls und Z die Anzahl der durchlaufenen Messzyklen. Damit erhält man die Geschwindigkeit

$$v = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{N}{B \cdot Z} \quad (7.199)$$

und mit der Wellenlänge $\lambda = 650 \text{ nm}$ für die rote Linie des Halbleiter-Lasers

$$v = 325 \cdot \frac{N}{B \cdot Z} \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad \text{mit } B \text{ in } \mu\text{s} \quad (7.200)$$

Das Produkt $B \cdot Z$ ist demnach die Gesamtzeit in μs , in der ein Zählerkanal des MCS aktiv ist und N Pulse (Hell-Dunkel-Übergänge) des Interferometers zählt. Im Messmodus VEL (Geschwindigkeitskalibration) werden von der Mößbauerelektronik für die ersten beiden Kanäle des MCS anstelle der Interferometerpulse Zählpulse mit konstanter Frequenz (1 MHz) erzeugt. Um einen Faktor 10 unterstellt werden die Pulse im zweiten Kanal gezählt und messen so die Messzeit pro Kanal: $B \cdot Z = N(2) \cdot 10 \mu\text{s}$

7.12.4.4 Datenaufnahme mit dem Red-Pitaya

Der [Red-Pitaya](#), zusammen mit dem Programm auf einem LINUX-Rechner, bilden den Kern des Messsystems zur Vermessung des Mößbauereffekts. Der Red-Pitaya selbst besteht aus drei Komponenten, einer „traditionellen“ CPU, einem FPGA und zwei schnellen ADC. Die zu messenden Daten sind in diesem Experiment die Höhe des Pulses vom Detektor und die dazugehörige Geschwindigkeit. Um diese Informationen zu erhalten, wird das von dem Proportionalzährlrohr erzeugte Signal von dem ADC auf dem Red-Pitaya mit hoher Rate abgetastet ($125 \cdot 10^6$ Samples/s). Die abgetastete Spannung wird dann als Zahl repräsentiert (14 bit Auflösung) und in den FPGA übertragen.

Im FPGA ist ein digitaler Signalfilter implementiert, welcher die Pulse des Proportionalzährlrohrs erkennt und deren Höhe zusammen mit der zugehörigen Geschwindigkeit ausliest. Die

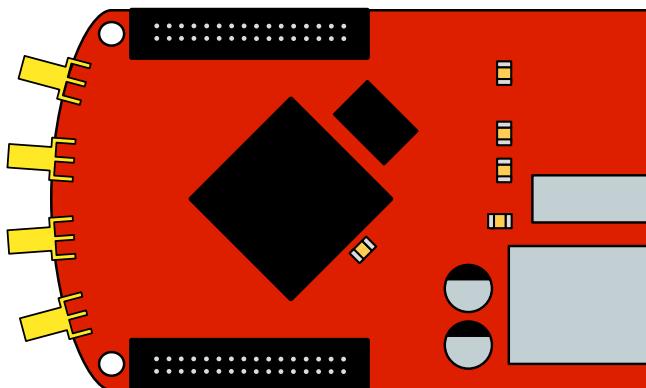


Abbildung 7.58: Eine schematische Darstellung des Red-Pitaya.

Daten aus dem Filter werden dann an die CPU weitergegeben, welche sie an den Linux-Rechner weiterleitet. Der FPGA nimmt dabei eine wichtige Stellung in der Verarbeitungskette ein, da nur auf einem FPGA die Rechenressourcen zur Verfügung stehen um mit der hohen Datenrate mitzuhalten, die von dem ADC produziert wird. Ein FPGA kann mit relativ wenig Aufwand für beliebige Datenverarbeitungsaufgaben konfiguriert werden, weshalb er auch sehr häufig in datenintensiven Hochenergiephysikexperimenten am CERN und anderen Beschleunigern eingesetzt wird.

In diesem Fall ist ein Trapezfilter mit der notwendigen Peripherie implementiert, damit ein Puls erkannt und dessen Höhe zusammen mit der Geschwindigkeit der Probe ausgelesen werden. Die Geschwindigkeit wird jedoch nicht als tatsächliche Geschwindigkeit abgespeichert, sondern als Zahl, die der MCS-Adresse des Funktionsgenerators entspricht. Über die Kalibrationsmessung mit dem Laserinterferometer kann die Adresse in der Offline-Analyse in eine Geschwindigkeit umgerechnet werden.

Der Trapezfilter besitzt fünf Parameter, die für diesen Versuch bestimmt und an den Red Pitaya übergeben werden müssen. Die Parameter sind in Tabelle 7.2 beschrieben.

Tabelle 7.2: Red Pitaya Parameter für die Definition des Trapezfilters.

Name	Beschreibung
K	Dauer der ansteigenden und abfallenden Flanke des Trapezes.
L	Dauer des oberen Plateaus des Trapezes.
M	Mittlere Lebensdauer der exponentiell abfallenden Flanke der Peaks, auf die der Trapezfilter sensitiv sein soll.
peakthresh	Mindesthöhe eines Trapezes, damit es aufgezeichnet wird.
accumtime	Diese Zeit gibt ein Intervall an, in dem alle gemessenen Peaks zu einem Peak zusammengefasst werden.

Die Parameter K und L des Filters beeinflussen die Dauer des Ausgangstrapezes. Gleichzeitig geben sie an, über wie viele Werte der Filter bei der Erzeugung des Trapezes aus dem Eingangssignal mittelt. Die Periode des Rauschens, dass den eigentlichen Puls überlagert, sollte dementsprechend deutlich kürzer sein als die $T_{\text{Filter}} \cdot (2K + L)$. T_{Filter} ist die Taktdauer des ADC/Filtersystems. Die Gesamtzeit des Trapezes sollte allerdings auch nicht zu lang gewählt werden, da es sonst zu sogenanntem „Pileup“ kommen kann, wenn sich zwei Trapeze überlagern und nicht mehr voneinander getrennt werden können.

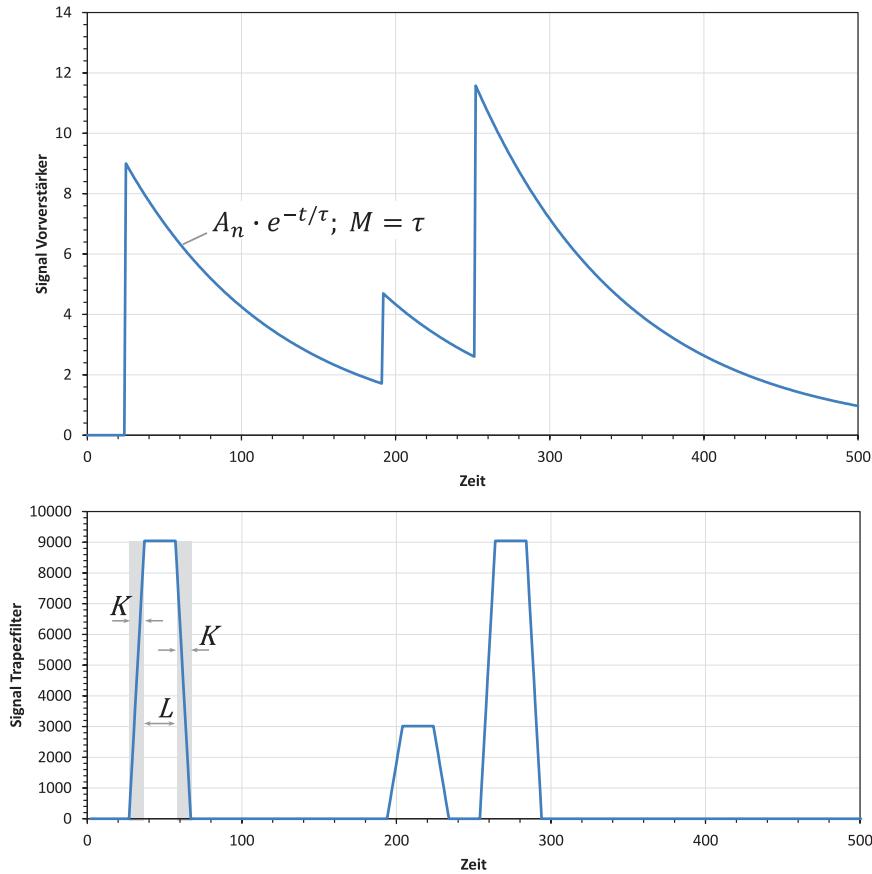


Abbildung 7.59: Schematische Darstellung der Wirkung eines Trapezfilter. Oben: Signal aus dem Vorverstärker. Unten: Signal nach dem Trapezfilter.

Der Parameter M ist Teil des Algorithmus im FPGA-Programm, der den exponentiellen Abfall des Eingangssignals kompensiert. M gibt dabei an, welche Zeitkonstante für den Abfall des Signals angenommen wird. Passt M nicht zu der echten Zeitkonstante des zu messenden Signals, so entstehen Artefakte im Ausgangssignal, welche aus der fehlerhaften Korrektur des zeitlichen Abfalls stammen. Es gilt $\tau = M \cdot T_{\text{Filter}}$.

Das Programm eines FPGA entspricht einer getakteten digitalen Schaltung, die im Prinzip jede Programmzeile pro Takt gleichzeitig ausführt. Die eingehenden Daten werden dabei mit jedem Taktzyklus zum nächsten Programmschritt weiter geschoben. Dabei wird der vorangehende Programmschritt frei für die nächsten Daten. Somit erlaubt ein FPGA die maximal parallelisierte Verarbeitung von digitalen Daten.

Da auch das Ausgangssignal des Filters immer noch Rauschen bei niedrigen Energien aufweist, muss eine Schwelle gesetzt werden, unter der die Rauschpulse bereits von der Schaltung im FPGA unterdrückt werden. Wird die Schwelle zu niedrig angesetzt, kommt zwar die Schaltung auf dem FPGA noch mit, das am FPGA angeschlossene Linux System wird damit jedoch überlastet und bricht dann die Messung automatisch ab. Die bereits gemessenen Daten sind dann zwar nicht verloren, dies erschwert und verlangsamt allerdings die Versuchsdurchführung und die Auswertung wird aufwändiger. Wird die Schwelle zu hoch angesetzt, werden auch die Pulse des zu messenden Signals verworfen. Die Faustregel für diesen Parameter ist, so niedrig wie möglich, aber so hoch wie nötig.

Der Parameter „accumtime“ ist eine Konsequenz der spezifischen Implementation des Filters. Es wird ein Peakdetektor verwendet, um anzugeben, dass ein Puls vorliegt. Allerdings ist dies

lediglich ein sehr einfacher Filter, der beispielsweise bei der Zahlenfolge 123, 124, 123 auslösen würde, da die mittlere Zahl grösser ist als Ihre Nachbarn. Unterhalb der „peakthresh“ werden alle so gefundenen Peaks verworfen. Ein Problem tritt allerdings dann auf, wenn eine Zahlenfolge, wie die Zuvor gezeigte mehrfach auf dem Plateau eines Trapezes vorkommt. Ein einziges Trapez würde dann als mehrere Ereignisse in den gemessenen Datensatz auftauchen und diesen verfälschen. Die Lösungsschritte, die hier gewählt wurden um dieses Problem zu vermeiden, sind in Tabelle 7.3 aufgelistet.

Tabelle 7.3: Schritte zur Unterdrückung von Mehrfachpeaks durch Signalfluktuationen.

Schritt	Beschreibung
1	Wird ein Peak im Augangssignals des Trapezfilters erkannt, welches über „peakthresh“ liegt, wird ein Countdown gestartet.
2	Während der Countdown läuft, werden alle gemessenen Peaks in einem temporären Speicher zwischengespeichert. Es wird dabei angenommen, dass alle Peaks auf dem Plateau eines Trapezes entstanden sind, also zum selben Signalpeak gehören.
3	Nach Ablauf des Countdowns wird der gemessene Peak mit dem höchsten Wert als endgültiger Peak an das Linux-System weitergeleitet.

Aufgrund der Funktionsweise, sollte dieser Parameter so gewählt werden, dass er von der Dauer des Plateaus ist. Die genauen Werte beeinflussen jedoch das Aussehen des Pulshöhenpektrums, da Totzeitartefakte entstehen. Der Wert sollte also am Experiment so eingestellt werden, dass „accumtime“ nicht zu gross oder zu klein gewählt wird, aber gleichzeitig die Artefakte minimiert werden. Die Artefakte sind im Pulshöhenpektrum als feine, kammähnliche Struktur zu sehen, die dem eigentlichen Spektrum überlagert ist. Da die „accumtime“ nur ein Resultat der spezifischen Implementation ist, muss dieser bei dem Versuch nicht angegeben werden und wird von der Software des Versuches automatisch berechnet.

Anmerkung: Da die Messung mit dem Red Pitaya noch in der Entwicklungsphase ist, kann es sein, dass die Datenaufnahme nicht zuverlässig arbeitet. In diesem Fall wird kurzfristig der frühere Hardwareaufbau verwendet, bei dem das Energienster auf einen festen Wert mit Hilfe eines Fensterdiskriminators gesetzt wird. Der Multi-Channel-Scaler ist eine PCI-Einsteckkarte in einem Windows Rechner. Abgesehen, von dem voreingestellten Energienster, sind die Analyseschritte die gleichen wie bei der R.P. Messung.

7.12.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Mößbauereffekt [1], [26], [36], [39]

Detektoren [18], [19]

Elektronik [18], [19], [21]

Kernphysik [1], [26], [27]

7.12.6 Angaben

Das Kernmagneton ist:

$$\mu_K = 5.050783699(31) \cdot 10^{-27} \text{ J/T} = 3.1524512550(15) \cdot 10^{-8} \text{ eV/T} \quad (7.201)$$

Das Quadrupolmoment des angeregten Zustands von ^{57}Fe ist:

$$Q = (0,21 \pm 0,01) \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \quad (7.202)$$

Für die Taktzeit des Red-Pitaya Filtersystems gilt:

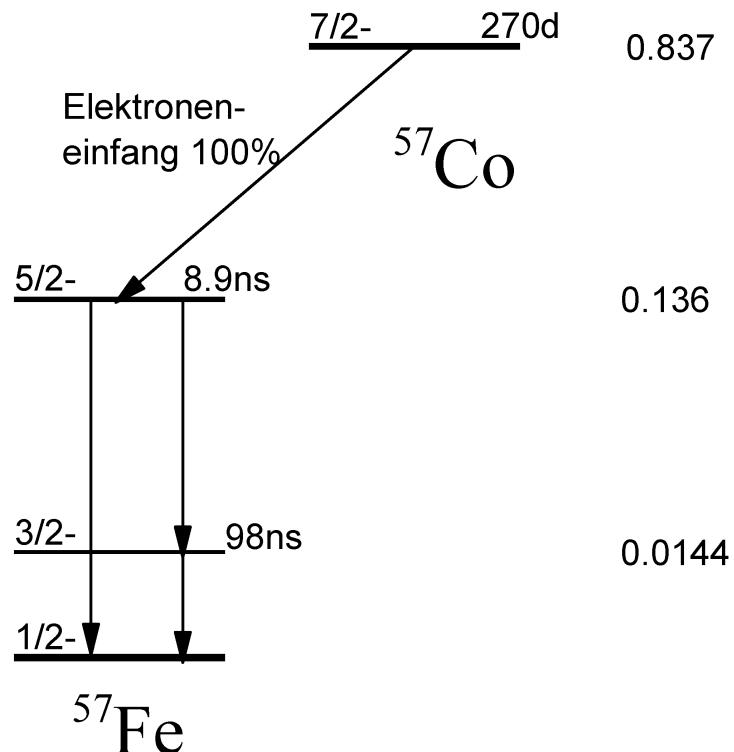
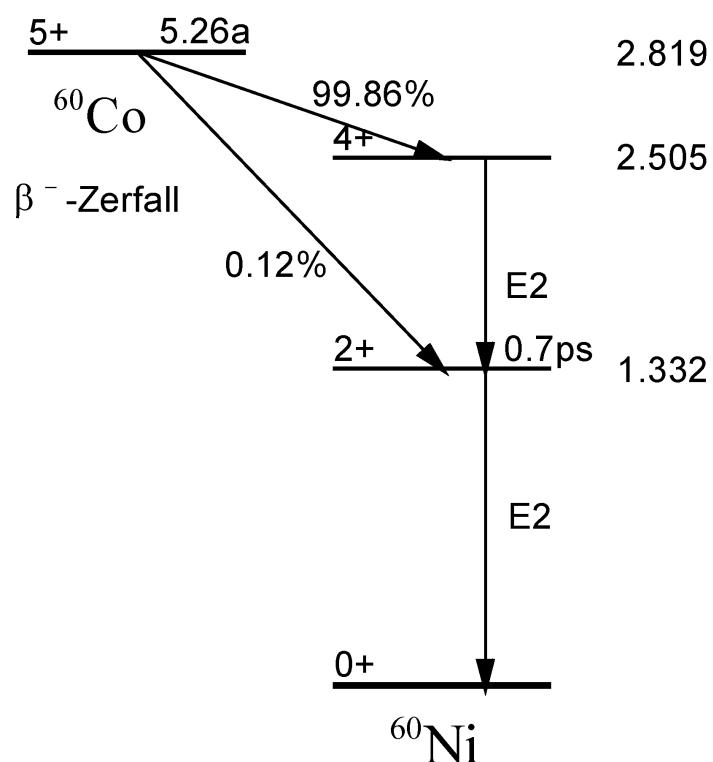
$$T_{Filter} = 256\text{ns} \quad (7.203)$$

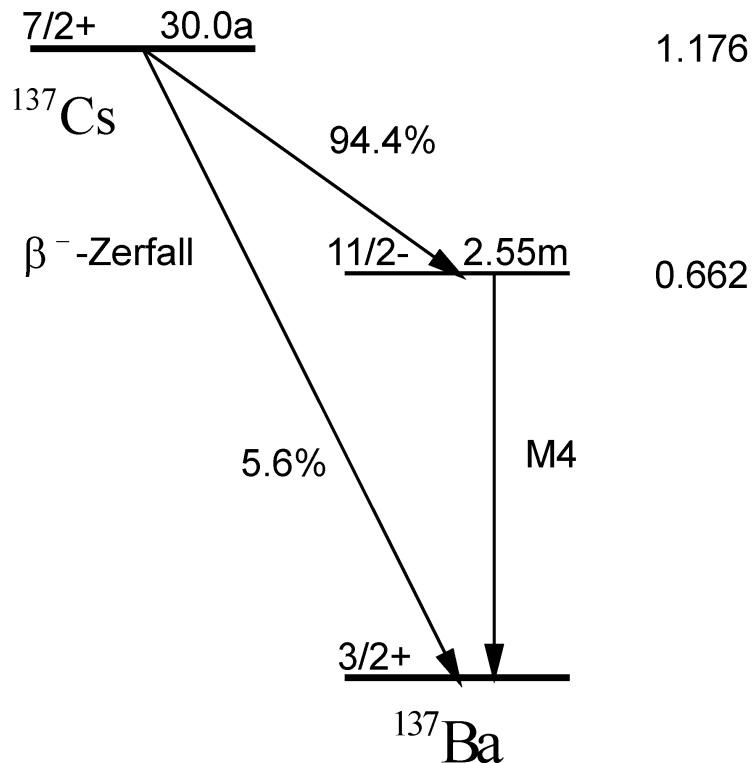
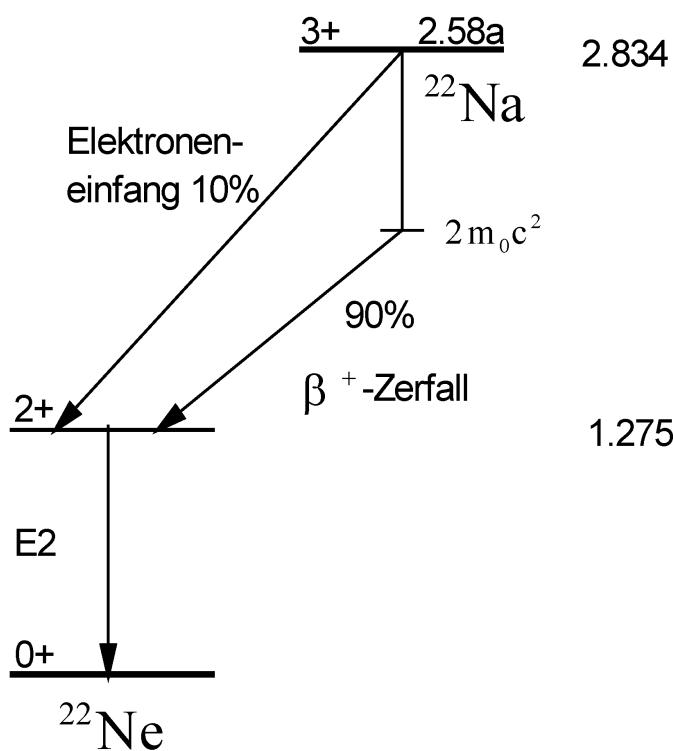
Anhang A

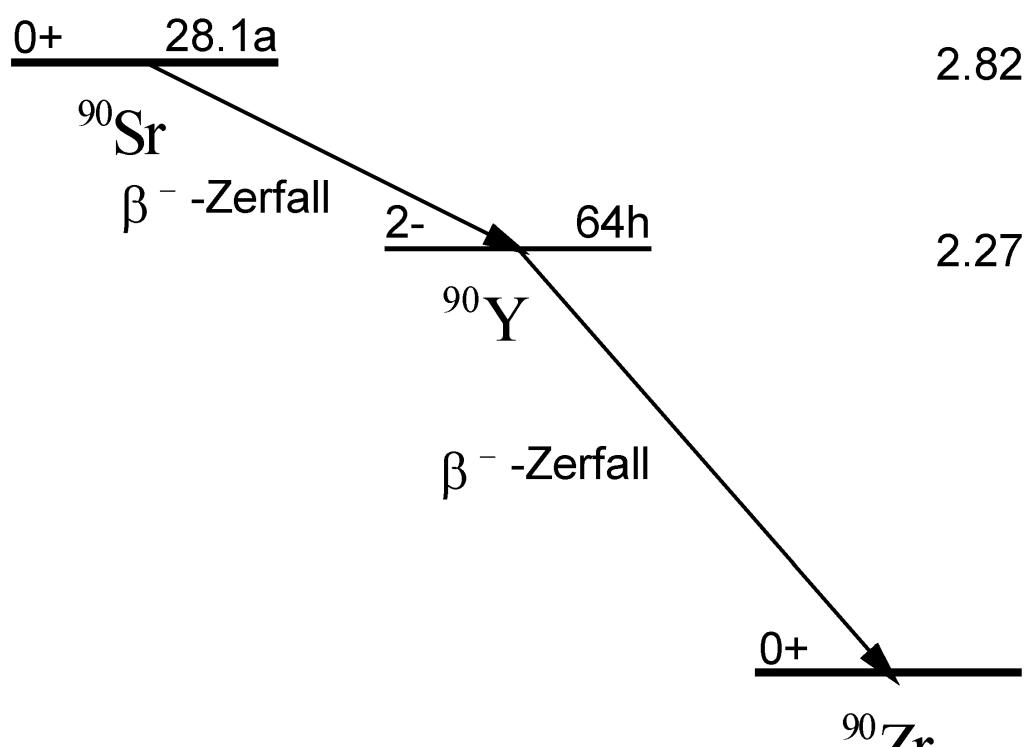
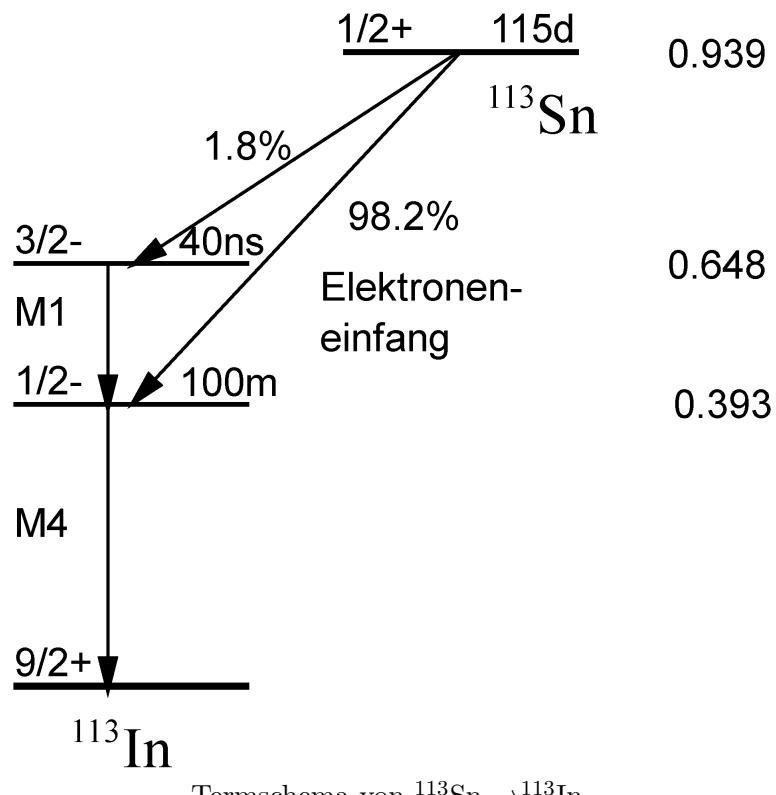
Tabellen

A.1 Termschemata der verwendeten Nuklide

Im Folgenden sind die Termschemata der in Praktikum verwendeten Nuklide angegeben. Es handelt sich durchweg um Ausschnitte, nur die relevanten Zustände und Übergänge sind gezeichnet. Die Zustände sind gekennzeichnet durch Drehimpuls und Parität. Soweit bekannt, sind auch die mittleren Lebensdauern angegeben. Die Zahlen auf der rechten Seite geben die Energie der Zustände in MeV an. Sie sind die in Energien umgerechnete *Atom-* nicht *Kernmassen*. Dies ist historisch begründet: in den Massenspektrometern werden die *Atommassen* bestimmt.

Termschema von $^{57}\text{Co} \rightarrow ^{57}\text{Fe}$.Termschema von $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{Ni}\text{Fe}$.

Termschema von $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}$.Termschema von $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne}$.



A.2 Fermi-Funktionen

Das beim β -Zerfall emittierte Elektron bzw. Positron wird vom Coulombfeld des Tochterkerns abgebremst bzw. beschleunigt. Die Fermi-Funktion $F(Z, E_\beta)$ ist ein Korrekturfaktor, der diesen Effekt auf die Form des Energiespektrums E_β der β -Teilchen berücksichtigt. Durch Einführen der dimensionslosen Ausdrücke für die reduzierten Energien und Impulse

$$\epsilon = \frac{E + m_0 c^2}{m_0 c^2}, \quad \epsilon_0 = \frac{E_0 + m_0 c^2}{m_0 c^2}, \quad \eta = \frac{p}{m_0 c}, \quad \epsilon = \sqrt{\eta^2 + 1} \quad (\text{A.1})$$

und der reduzierten Fermifunktion

$$G(Z, \eta) = \frac{\eta}{\epsilon} \cdot F(Z, \epsilon) \quad (\text{A.2})$$

wird die aufwändige Berechnung vereinfacht. Sie wurde von Rose (1955) [10] für alle Kernladungszahlen Z über einen weiten Impulsbereich für β^- - und β^+ -Zerfälle tabelliert. Eine weitere Vereinfachung bietet die Parametrisierung in [54]. Hier wird die Fermifunktion als

$$F(Z, \epsilon) = \sqrt{A(Z) + \frac{B(Z)}{\epsilon - 1}} \quad (\text{A.3})$$

mit Hilfe der Größen A und B parametrisiert, die für verschiedene erlaubte β^- -Zerfälle in Tabelle A.1 aufgelistet sind. Da diese Parametrisierung nur von der Kernladungszahl Z , nicht aber von der Anzahl der Neutronen abhängt, kann sie auch für andere β^- -Isotope des gleichen Elements verwendet werden, falls es sich um einen erlaubten Übergang handelt. Bei verbotenen Übergängen spielt der Kernradius eine größere Rolle, so dass diese Vereinfachung nicht mehr gilt. Die Genauigkeit der Parametrisierung wird mit 3% angegeben. Die Funktion gilt für $\eta > 0,3$ ($\epsilon = \sqrt{\eta^2 + 1} > 1,044$). Die reduzierte Fermifunktion erhalten man mit

$$G(Z, \epsilon) = \sqrt{A + \frac{B}{\epsilon - 1}} \cdot \frac{\eta}{\epsilon}. \quad (\text{A.4})$$

Für $\eta < 0,3$ kann $G(Z, \epsilon)$ in Näherung linear extrapoliert werden.

Tabelle A.1: Werte von verschiedenen β^- -Isotopen (Z : Kernladungszahl des Tochterkerns) für A und B der Näherungsformel für die Fermifunktion [54].

Isotop	E_0 (keV)	Z (Tochter)	A	B
^6_2He	3500	3	1,1578	0,0208
$^{10}_4\text{Be}$	560	5	1,2985	0,0391
$^{14}_6\text{C}$	156	7	1,4864	0,0616
$^{19}_8\text{O}$	3200	9	1,5606	0,1015
$^{24}_{11}\text{Na}$	1390	12	1,8275	0,1711
$^{32}_{15}\text{P}$	1730	16	2,2243	0,3206
$^{35}_{16}\text{S}$	167	17	2,4496	0,3527
$^{36}_{17}\text{Cl}$	713	18	2,4981	0,4128
$^{45}_{20}\text{Ca}$	257	21	2,9595	0,5895
$^{49}_{21}\text{Sc}$	2001	22	3,0634	0,6814
$^{51}_{22}\text{Ti}$	2140	23	3,2342	0,7655
$^{69}_{30}\text{Zn}$	925	31	5,0709	1,8500
$^{75}_{32}\text{Ge}$	1190	33	5,7344	2,2849
$^{81}_{34}\text{Se}$	1510	35	6,4481	2,8135
$^{90}_{38}\text{Sr}$	546	39	8,2372	4,2458
$^{90}_{39}\text{Y}$	2274	40	8,6994	4,7116
$^{93}_{40}\text{Zr}$	600	41	9,3330	5,2025
$^{99}_{43}\text{Tc}$	292	44	11,1489	7,0753
$^{105}_{45}\text{Rh}$	565	46	12,9051	8,6289
$^{121}_{50}\text{Sn}$	393	51	17,8821	14,2645
$^{137}_{55}\text{Cs}$	1173	56	25,2007	23,6665
$^{170}_{69}\text{Tm}$	967	70	69,6398	103,7297
$^{185}_{74}\text{W}$	430	75	106,2196	179,7139
$^{204}_{81}\text{Tl}$	770	82	161,9399	403,5753
$^{210}_{83}\text{Bi}$	1170	84	180,5666	512,7254

Anhang B

Strahlenschutzanweisung

Strahlenschutzanweisung für die Durchführung von kernphysikalischen Praktika in der **Fakultät für Physik** im Rahmen des Physikstudiums am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

(Version 1.6 vom Sep. 2024)

Vorbemerkung

Die vorliegende Strahlenschutzanweisung enthält die bei der Durchführung von Praktika zu beachtenden Strahlenschutzregelungen. Sie bezieht sich auf die folgenden rechtlichen Grundlagen:

- Gesetz zum Schutz vor der schädlichen Wirkung ionisierender Strahlung (**Strahlenschutzgesetz** — StrlSchG) vom 27.06.2017;
- Verordnung über den Schutz vor Schäden durch ionisierende Strahlen (**Strahlenschutzverordnung** — StrlSchV) vom 29.11.2018;
- Genehmigungsbescheid LU/321/84 vom 21.01.1985 vom Gewerbeaufsichtsamt Karlsruhe.

Die Strahlenschutzanweisung ist allen Praktikumsbetreuern, die einer Strahlenexposition ausgesetzt sein können, vor Beginn ihrer Tätigkeit im Rahmen der Einweisung gegen Unterschrift zur Kenntnisnahme auszuhändigen.

Der sachliche Geltungsbereich erstreckt sich auf Praktika, in denen mit radioaktiven Stoffen umgegangen wird.

Die Praktikumsbetreuer sind verpflichtet, die Strahlenschutzanweisungen einzuhalten und die Studenten zur Einhaltung anzuhalten.

B.1 Organisation des Strahlenschutzes

Der Strahlenschutzverantwortliche des KIT ist nominell der „Vizepräsident für Finanzen, Personal und Infrastruktur“.

- **Die Aufgaben des Strahlenschutzverantwortlichen werden wahrgenommen von:**
Dr. Frank, Gerhard, Strahlenschutzbevollmächtigter, Tel.: (KIT)24660
- **Der zuständige Strahlenschutzbeauftragte ist:**
Dr. Simonis, Hans Jürgen, Tel.: 43577 (Campus-Nord: 24300 [0721 608 24300])
- **Die Vertreter des Strahlenschutzbeauftragten ist:**
Dr. Wolf, Joachim, Tel.: 47510 (Campus-Nord: 25532 [0721 608 25532])

- **An den Versuchsapparaturen ist der jeweilige Betreuer für die Überwachung der Strahlenschutzvorschriften zuständig.**

Der Strahlenschutzbeauftragte ist in seinem Entscheidungsbereich für die Durchsetzung der erforderlichen Schutzmaßnahmen zuständig und gegenüber den Mitarbeitern weisungsberechtigt. Diese müssen seine Anordnungen befolgen. Während der Abwesenheit des Strahlenschutzbeauftragten gehen alle Rechte und Pflichten sinngemäß auf seine Vertreter über. Die Praktikumsbetreuer sind für die Einhaltung der Strahlenschutzvorschriften an den ihnen zugeteilten Versuchsaufbauten zuständig.

B.2 Für den Strahlenschutz wesentlicher Betriebsablauf

B.2.1 Ziel der Praktika

Die physikalischen Praktika P2 sowie die Fortgeschrittenenpraktika (P3 und P4) sind fester Bestandteil des Physikstudiums. In den kernphysikalischen Versuchen sollen die Studenten im Umgang mit radioaktiven Stoffen mit den Eigenschaften ionisierender Strahlung sowie mit den unterschiedlichen Messgeräten vertraut werden.

Die verwendeten radioaktiven Stoffe sind von einer festen, inaktiven Hülle umschlossen oder in festen inaktiven Stoffen ständig so eingebettet, dass bei üblicher betriebsgemäßer Beanspruchung ein Austritt radioaktiver Stoffe mit Sicherheit verhindert wird.

B.2.2 Tätigkeitsvoraussetzungen

Die Studenten müssen vor Beginn des Praktikums an der Strahlenschutzbelehrung teilgenommen haben. Diese findet jeweils zu Beginn eines Semesters im Rahmen der Praktikumsvorbesprechung statt. Außerdem müssen sich die Studenten vor jedem Versuch anhand der vorab gegebenen Informationen auf die spezielle experimentelle Tätigkeit vorbereitet haben. Der Betreuer des jeweiligen Versuches hat die Pflicht, unvorbereiteten Studenten die Versuchsdurchführung zu untersagen.

Schwangere Personen müssen die Schwangerschaft dem Strahlenschutzbeauftragten mitteilen, da gesonderte Regelungen gelten (§69 StrlSchV). Eine schwangere Studentin erhält zur Expositionüberwachung ein zusätzliches digitales Dosimeter, damit die ermittelte Exposition unverzüglich mitgeteilt werden kann.

B.2.3 Verhaltensregeln

- Das Betreten der Räume F2-(19-22) ist nur den Studenten gestattet, die dort experimentieren.
- In den Räumen F2-(19-22) werden Stabdosimeter zur Kontrolle der Personendosis getragen.
- Die Praktikumsbetreuer (nicht die Studenten) holen die Quellen aus dem Bunker und bringen sie nach Gebrauch wieder dorthin zurück.
- Beim Umgang mit den Quellen ist die 3-A-Regel zu beachten: Abstand – Aufenthalt – Abschirmung (Bleiburg).
- Essen, Trinken, Rauchen sind in den Räumen F2-(19-22) streng verboten.
- Beim Verlassen der Räume ist der Hand-und-Fuß-Monitor zu benutzen.

B.2.4 Regeln zum Betrieb

Allgemeine Regelungen:

- Mit den radioaktiven Stoffen dürfen nur Personen umgehen, die dafür vom Strahlenschutzbeauftragten bestimmt wurden und eine entsprechende Unterweisung erhalten haben.
- Die radioaktiven Stoffe sind, solange sie nicht ihrer Zweckbestimmung entsprechend verwendet werden, im Bleibunker im Nebenraum von F2-19 aufzubewahren. (Ausgenommen sind die fest eingebauten Quellen in den Versuchen Alphaabsorption, Comptonstreuung, Mößbauereffekt, Neutronendiffusion)
- Gefährliche Güter (z.B. brennbare Flüssigkeiten) und korrosionsfördernde Stoffe dürfen nicht im Quellen-Lagerraum gelagert werden.
- Der Bunker ist während der Zeiten, in denen kein Praktikum stattfindet, gesondert verschlossen.
- **Studenten haben keinen Zutritt zum Bunker.**
- Die radioaktiven Strahler sind vor Verwendung einer Sichtkontrolle auf Beschädigung zu unterziehen. Es ist u.a. zu achten auf Deformation, Risse, Kratzer, poröse Stellen, Korrosion.
- Besteht der Verdacht auf Beschädigung oder Undichtheit, so ist der radioaktive Strahler nicht mehr zu verwenden und der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Defekte radioaktive Strahler sind bis zur Entsorgung gesondert zu lagern. Sie dürfen nicht verwendet, geöffnet, repariert oder beseitigt werden.
- Über Ein- und Ausgänge der radioaktiver Stoffe ist genau Buch zu führen. Bei Verlust oder Fund von radioaktiven Stoffen ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Kennzeichnungen, die vom Strahlenschutzbeauftragten oder auf dessen Anordnung angebracht wurden, dürfen nicht ohne dessen Wissen und Zustimmung entfernt oder verändert werden.
- Die Strahler sind nur bestimmungsgemäß zu verwenden.
- Es dürfen keine Veränderungen an den Strahlenquellen vorgenommen werden, die den Strahlenschutz beeinträchtigen können.

Beim Umgang mit radioaktiven Stoffen sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um eine Entwendung oder ein sonstiges Abhandenkommen und eine unbefugte Einwirkung auf sie zu verhindern:

- Zu Beginn der Versuchsdurchführung holt der Betreuer die für seinen Versuch vorgesehenen Quellen aus dem Bunker.
- Während des Praktikums muss ständig mindestens ein Betreuer in den Räumen anwesend sein.
- Am Ende der Versuchsdurchführung bringt der Betreuer die Quellen wieder zurück in den Bunker.
- Der Betreuer des zuletzt fertig gewordenen Versuchs sorgt dafür, dass der Bunker wieder verschlossen wird.

B.2.5 Beförderung von radioaktiven Stoffen

Die Beförderung von radioaktiven Stoffen (Verpacken, zur Beförderung übergeben, Empfangen, Auspacken) unterliegt den Bedingungen der StrlSchV und der GGVSE. Ein solcher Vorgang kommt im normalen Praktikumsverlauf nicht vor. Für die Beförderung von radioaktiven Stoffen ist die Anordnung des Strahlenschutzbeauftragten unbedingt zu befolgen.

B.2.6 Strahlenschutzbereiche und Zutrittsregelungen

Bei der Verwendung radioaktiver Stoffe entsteht ein betrieblicher Überwachungsbereich. Dieser umfasst die gesamte Zimmerflucht F2-19, F2-20, F2-21, F2-22.

Der Zugang erfolgt ausschließlich über den Raum F2-19. Vor verlassen des Bereiches ist der hier aufgestellte Hand- und Fuß-Monitor zu benutzen. Die direkten Zugangstüren der drei anderen Räume sind Fluchttüren und als solche nur im Brandfall zu benutzen.

B.2.7 Schlüsselregelung

Für die Zimmerflucht F2-19, F2-20, F2-21, F2-22 gibt es eine besondere Schließung. Es gibt hierfür sechs Schlüssel die wie folgt verteilt sind: Je ein Schlüssel beim

- Strahlenschutzbeauftragten (Hans Jürgen Simonis)
- seinem Vertreter (Joachim Wolf)
- den Technikern des P2-Praktikums (Flühr/Huppuch)
- der Technikerin des P3/P4-Praktikums (Frau Huck)
- den Kernphysik-Betreuern zur Vorbereitung auf die Versuche
- (H.J. Simonis in Reserve)

B.2.8 Unterweisung

Vor dem ersten Versuchstermin findet zu Semesterbeginn eine Strahlenschutzbelehrung statt. Die Teilnahme ist für Studenten und Betreuer zwingend erforderlich und wird durch Unterschrift auf einer Anwesenheitsliste dokumentiert. Falls ein Student aus wichtigen Gründen nicht anwesend sein konnte, muss er mit dem Strahlenschutzbeauftragten einen Nachholtermin vereinbaren. Studenten, die nicht an einer Strahlenschutzbelehrung teilgenommen haben, sind von der Durchführung kernphysikalischer Versuche ausgeschlossen.

Für Teilnehmer des Fortgeschrittenenpraktikums gilt, dass sie nach spätestens einem Jahr erneut an einer Strahlenschutzbelehrung teilnehmen müssen, wenn sie noch weitere kernphysikalische Versuche durchzuführen haben.

B.2.9 Ermittlung der Körperdosis

Praktikumsbetreuer und Studenten werden durch ihre Tätigkeit nicht zu beruflich strahlenexponierten Personen im Sinne der Strahlenschutzverordnung. Der Erwartungswert der effektiven Dosis liegt bei diesem Umgang unterhalb von 1 mSv im Jahr. Eine Messung der Personendosis mit amtlichen Dosimetern ist daher nicht erforderlich. Stattdessen wird die Strahlendosis mit Stabdosimetern überwacht. Dazu trägt jeder Student während der gesamten Versuchsdurchführung ein Stabdosimeter. Der abgelesene Skalenwert muß jeweils zu Beginn und nach Beendigung des Versuchs mit Name und Unterschrift in das bereitliegende Logbuch eingetragen werden. Darüber hinaus muss vor Verlassen des Versuchsräumes der Hand- und Fußmonitor benutzt werden.

B.3 Funktionsprüfung und Wartung

Alle Einrichtungen, Anlagen und Geräte, die für den Strahlenschutz notwendig sind, sind regelmäßig mindestens einmal jährlich zu prüfen. Die Funktionsprüfung der Messgeräte hat vor jeder Benutzung stattzufinden. Sie beinhaltet die Batteriekontrolle und die Messung der Umgebungsstrahlung.

B.4 Alarmübungen, Unfälle und Störfälle

Die Lagerräume sind entsprechend den Vorschriften der Strahlenschutzverordnung und in Absprache mit der Feuerwehr am Zugang deutlich sichtbar mit dem Strahlenzeichen, dem Wort „RADIOAKTIV“ und der erforderlichen Gefahrengruppeneinteilung der Feuerwehr zu kennzeichnen.

Das Verhalten bei Stör- und Unfällen ist im Rahmen der Unterweisungen durchzusprechen.

Bei sicherheitstechnisch bedeutsamen Ereignissen (z.B. Beschädigung von Strahlern, Kontaminationsverdacht, Diebstahl, Brand) ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.

B.4.1 Alarmübungen

Besondere Alarmübungen sind nicht notwendig und daher nicht vorgesehen.

B.4.2 Unfälle und Störfälle

z.B. Beschädigung eines umschlossenen radioaktiven Stoffes:

- Meldung gemäß Alarmierungsplan
- Alle nicht betroffenen Studenten räumen den Praktikumsraum
- Der Strahlenschutzbeauftragte leitet die Kontaminations- bzw. Inkorporationskontrolle sowie gegebenenfalls die Dekontamination, vorrangig von Personen
- Der Strahlenschutzbeauftragte entscheidet über die Freigabe der Räume
- Im Brandfall kann jeder der Räume F2-19, 20, 21, 22 über eine Fluchttür unmittelbar verlassen werden.

B.5 Einwirkungen Dritter, Abhandenkommen eines Strahlers

Es sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um das Abhandenkommen radioaktiver Stoffe und eine unbefugte Anwendung zu verhindern:

- Alle nicht fest in ihrer Apparatur eingebauten radioaktiven Stoffe sind, solange sie nicht ihrer Zweckbestimmung entsprechend verwendet werden, im Bleibunker im Nebenraum von F2-19 aufzubewahren. Die Apparaturen mit fest eingebauten Quellen sind die Messaufbauten zur Neutronenaktivierung, zur Alpha-Absorption, zur Comptonstreuung, zum Mößbauereffekt und zur Neutronendiffusion.
- Unbefugte haben keinen Zutritt zum Lager.
- Außerhalb der Praktikumszeiten ist der gesamte Bereich F2-(19-22) verschlossen zu halten. Zusätzlich ist der Zugang zum Bunker gesondert verschlossen zu halten.

- Die Lagerräume sind entsprechend den Vorschriften der Strahlenschutzverordnung mit dem Strahlenzeichen, dem Wort „RADIOAKTIV“ und der erforderlichen Gefahrengruppeneinteilung der Feuerwehr zu kennzeichnen.
- Über Ein- und Ausgänge der radioaktiven Stoffe ist genau Buch zu führen.
- Bei Verlust oder Fund von radioaktiven Stoffen ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Beim Umgang mit den Strahlenquellen sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um eine Entwendung oder ein sonstiges Abhandenkommen der radioaktiven Stoffe und eine unbefugte Einwirkung auf sie zu verhindern:
 - während des Umgangs mit den Strahlenquellen muss mindestens ein Betreuer im Raum anwesend sein.
 - während der Pausen ist der Praktikumsraum abzuschließen.
 - nach dem Praktikum sind die Strahlenquellen unter Verschluss aufzubewahren.

Diese geänderte Strahlenschutzanweisung tritt mit sofortiger Wirkung in Kraft.

Karlsruhe, 23.09.2024

Literaturverzeichnis

- [1] Marmier, Sheldon, *Physics of Nuclei and Particles*, Vol. I, Academic Press, New York, London, 1969
- [2] Aker, M. et al., *Improved Upper Limit on the Neutrino Mass from a Direct Kinematic Method by KATRIN*, Phys. Rev. Lett. **123** (2019)
- [3] M. Aker et al., *Analysis methods for the first KATRIN neutrino-mass measurement*, Phys. Rev. D 104, 012005 (2021)
- [4] M. Aker et al., *First direct neutrino-mass measurement with sub-eV sensitivity*, arXiv:2105.08533 (2021) JINST 16 T08015 (2021)
- [5] M. Aker et al., *The design, construction, and commissioning of the KATRIN experiment*, JINST 16 T08015 (2021)
- [6] Thomas Berghöfer, *Messung der Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 2001 (Auszug als PDF-File auf der Praktikumsseite verfügbar)
- [7] Th. Berghöfer, J. Blümer, J.R. Hörandel, *A measurement of drift velocities of electrons in xenon-methane mixtures*, Nucl. Inst and Meth. A 525 (2004) 544-552
- [8] L.G.H. Huxley und R.W. Crompton, *The Diffusion and Drift of Electrons in Gases*, John Wiley + Sons, Inc. New York (Wiley Series in Plasma Physics), 1974
- [9] William R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag Berlin/Heidelberg, 1987
- [10] K. Siegbahn, *Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1955
- [11] K. Siegbahn, *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, Vol. 1+2, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966
- [12] R.G. Helmer and V.P. Chechov, http://www.nucleide.org/DDEP_WG/Nuclides/Cs-137_tables.pdf, (2007)
- [13] Benedetti, Corben, Am. Nucl. Sci., 4, (1950)
- [14] Benedetti, *Nuclear Interaction*, J. Wiley & Sons, New York, 1964
- [15] R. Feynman, *Theory of Fundamental Processes*, Benjamin Inc., New York, 1962
- [16] Weizel, *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Band 2, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1958
- [17] Loeb, *Basic Processes of Gaseous Electronics*, University of California Press, 1961

- [18] Neuert, *Kernphysikalische Meßverfahren*, G. Braun, Karlsruhe
- [19] Smith, *A Textbook of Nuclear Physics*, Pergamon Press, New York, 1965
- [20] Hamamatsu Photonics K. K., *Photomultiplier Tubes – Basics and Applications*, 2007, [Hamamatsu PMT-Handbook](#)
- [21] Birks, *The Theory and Praxis of Scintillation Counting*, Pergamon Press, New York, 1964
- [22] Kowalsky, *Nuclear Electronics*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970
- [23] Weinzierl, Drosig; *Nuklearelektronik*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971
- [24] Simons, *Handbuch der Physik*, Band 34, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [25] Deutsch, Berka, Siegbahn (Editor), *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, Vol 2, 1965
- [26] Stewart, Roellig, *Positron Annihilation*, Academic Press, New York, 1964
- [27] Melissinos, *Experiments in Modern Physics*, Academic Press, New York, 1964
- [28] Segré, *Nuclei and Particles*, Academic Press, New York, 1965
- [29] Wu, Moszkowski; *Beta Decay*, J. Wiley & Sons, New York, 1966
- [30] Schopper; *Fortschritte der Physik* 5 (1957) u. 8 (1960)
- [31] Schpolski; *Atomphysik*, Band 2, 1965
- [32] Heisenberg; *Kosmische Strahlung*, Springer Verlag, Berlin, 1956
- [33] Hayakawa; *Cosmic Ray Physics*, J. Wiley & Sons, New York, 1969
- [34] Beckurts, Wirtz; *Neutron Physics*, Springer Verlag, Berlin
- [35] Wirtz; *Elementare Neutronenphysik*, Springer Verlag, Berlin
- [36] Riezler u. Kopitzki, *Kernphysikalisches Praktikum*, G. B. Teubner, Stuttgart
- [37] Wegener, *Der Mößbauereffekt und seine Anwendungen*, BI-Taschenbuch, Mannheim
- [38] Valvo; *Halbleiterhandbuch*
- [39] Büker, *Theory und Praxis der Halbleiterdetektoren für Kernstrahlung*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971
- [40] Frauenfelder, *The Moessbauereffect*, W. A. Benjamin Inc., New York, 1962
- [41] Schopper, *Weak Interactions and Nuclear Beta Decay*, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966
- [42] Schopper, *Measurement of Circular Polarization of γ -Rays*, Nucl. Instr., 3 (1958)
- [43] CERN, *Measurement of the differential and double-differential Drell-Yan cross section in proton-proton collisions at 7 TeV*, Tech. Rep. CMS-PAS-SMP-13-003, CERN, Geneva (2013)
- [44] P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), *The Review of Particle Physics*, <https://pdg.lbl.gov/>, 083C01 (2020)

- [45] ROOT Reference Guide, *TMath: Function Members (Methods)*, ROOT: TMath:Voigt (2017)
- [46] A. R. Bohm and Y. Sato, *Relativistic resonances: Their masses, widths, lifetimes, superposition, and causal evolution*, Phys. Rev., vol. D71, p. 085018 (2005)
- [47] CERN, *The Z boson*, <http://cds.cern.ch/record/1997963> (2013)
- [48] B. Povh, *Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*, Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 9. Aufl. 2014 ed. (2014)
- [49] V. Khachatryan et al., *Measurements of Inclusive W and Z Cross Sections in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$* , JHEP, vol. 01, p. 080 (2011)
- [50] CERN, *Open Source CMS Analysis*, <http://opendata.cern.ch/docs/about-cms> (2021)
- [51] McMaster, *Matrix Representation of Polarization*, Rev. Mod. Phys. 33 (1961)
- [52] Wolfendale, *Cosmic Rays*, G. Newnes Ltd., London, 1963
- [53] Hughes a. Wu, *Muon Physics*, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1975
- [54] P. Venkataramaiah et al., *A simple relation for the Fermi function*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **11** (1985) 359–364
- [55] F. Hartmann, *Evolution of Silicon Sensor Technology in Particle Physics*, Springer Tracts Mod. Phys. (2017)
- [56] U. Elicabuk, *Charakterisierung von n-in-p Streifensensoren für das Phase-2-Upgrade des CMS-Detektors*, BA (ETP/KIT) (2019)
- [57] Alibava Systems, *Activity Book for Students*, www.alibavasystems.com
- [58] G. Quast, *Vorlesung „Computergestützte Datenauswertung (CgDA)“*, <http://www.etp.kit.edu/~quast/CgDA>
- [59] G. Quast, *Skript zur Anpassung von Modellen an Messdaten*, <http://ekpwww.etp.kit.edu/~quast/Skripte/Chi2Method.pdf>
- [60] G. Quast, *Jupyter Tutorials zu Statistik, Fehlerrechnung und Datenanalyse*, <http://ekpwww.etp.kit.edu/~quast/jupyter/jupyterTutorial.html>
- [61] G. Quast, *Tutorial zur Modellanpassung im Fortgeschrittenenpraktikum Physik*, <http://ekpwww.etp.kit.edu/~quast/jupyter/advancedFitting.ipynb>
- [62] G. Quast, *Tutorial zur Modellanpassung mit der Maximum-Likelihood Methode*, <http://ekpwww.etp.kit.edu/~quast/jupyter/negLogLFits.ipynb>
- [63] J. Gaeßler, C. Verstege, G. Quast, D. Savoiu, *kafe2 - an open-source package for parameter estimation from measured data*, <https://github.com/dsavoiu/kafe2>
- [64] G. Quast, *PhyPraKit.phyFit - a package for data acquisition, data visualisation and parameter estimation*, <https://github.com/GuenterQuast/PhyPraKit>
- [65] A Jupyter-friendly Python interface for the Minuit2 C++ library maintained by CERN’s ROOT team, <https://iminuit.readthedocs.io/en/stable/>

- [66] M. Aker, et al., *Improved upper limit on 3038 the neutrino mass from a direct kinematic method by KATRIN*, Phys. Rev. Lett. 123 (2019) 221802
- [67] KATRIN collaboration, *KATRIN design report*, FZKA scientific report 7090 (2005), <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/270060419>
- [68] KATRIN collaboration, *The Design, Construction, and Commissioning of the KATRIN Experiment*, submitted to JINST (2021), arXiv 2103.04755
- [69] A. Picard, et al., *A solenoid retarding spectrometer 3056 with high resolution and transmission for keV electrons*, NIM B 63 (1992) 345

Index

- Absorptionsexperiment, 99
Absorptionskoeffizient, 46
Absorptionskonstante
 Gamma-Quanten, 31
Aktivatorzentren, 76
 Energiezustände, 78
 Lebensdauer angeregt. Zustände, 78
 metastabile Zustände, 79
 Modell, 77
Alpha-Zerfall, 3
 Gamov-Theorie, 5
 Lebensdauer, 4
 Zerfallsbedingung, 4
 Zerfallskonstante, 6
 Zerfallswahrscheinlichkeit, 4
 α -Zerfall, 3
Am-Be-Quelle, 15
Analog-zu-Digital-Konverter, 92
Analogteil der Elektronik, 86
Anisotropie der Winkelkorrelation, 163
Antineutrino, 9
Asymmetrie, 137
Auger-Effekt, 8, 37
Auslösebereich, 60
Auslösezählrohr, 60
 Gasverstärkung, 62
 Impulsform, 61
 Raumladung, 61
 selbstlöschendes, 61
 Zeitauflösung, 64
 Zählrohrcharakteristik, 63

Baryonenerhaltung, 4
Besetzungszahl, 163
 β -Zerfall, 6
 β^- -Zerfall, 7
 β^+ -Zerfall, 7, 10
 β -Spektrum, 10
Beta-Zerfall, 6
 Drei-Teilchen-Problem, 8
 Übergangsenergie, 7, 9
Bethe-Bloch-Formel, 22

Beweglichkeit, 51
Blockschaltbilder, 98, 103
Boltzmann-Verteilung, 163
Bor-Zählrohr, 30
Bremsstrahlung, 22, 25
 Energieverlust der Elektronen, 27
 Intensität, 25
 totaler Wirkungsquerschnitt, 26
Bremsvermögen, 23
Bremsvermögen von Elektronen, 24
Bändermodell, 65, 67, 76

Cd-Differenzmethode, 159
Charakteristische Röntgenstrahlung, 37
Comptoneffekt, 32
 atomarer Wirkungsquerschnitt, 144
 diff. Wirkungsquerschnitt, 33
 Klein-Nishina-Querschnitt, 146
 linearer Absorptionskoeffizient, 46
 totaler Wirkungsquerschnitt, 33
 Wirkungsquerschnitt pro Atom, 34
Comptonkante, 35
Comptonquerschnitt
 Polarisationsabhängigkeit, 136
Comptonspektrum, 35
Comptonstreuung
 Wirkungsquerschnitt, 22
Comptonverschiebung, 33
Constant-Fraction-Trigger, 95, 106
Coulombkraft, 22

Datenanalyse, 109
Debye-Waller-Faktor, 222
Detektorsignale, 85
Deuteron
 Bindungsenergie, 15
 Photospaltung, 15
Differentialdiskriminatör, 92
Differentieller Wirkungsquerschnitt, 143
Diffusionsgleichung, 157
Diffusionskonstante, 157
Diffusionslänge, 158, 159
Dirac-See, 41

- Dirac-Theorie des Elektrons, 40
- Diskriminator
 - Energieeichung, 105
 - Zeitinformation, 94
- Dopplereffekt, 220
- Dopplerverschiebung, 223
- Drei-Körper-Zerfall, 11
- Drei-Teilchen-Problem, 8
- Dreifachkoinzidenz, 96, 102
- Driftgeschwindigkeit, 50
- Dunkelstrom, 66
- Strahlung, 3
- Teilchen, 3
- Einkanalanalysator, 92
- Einleitung, 1
- Elastische Streuung an Elektronen, 22
- Elastische Streuung an Kernen, 22
- Elektromagnetische Kaskade, 206
- Elektromagnetische Wechselwirkung, 21, 22
- Elektromagnetische Übergänge
 - Wahrscheinlichkeit, 161
- Elektron-Loch-Paar, 66, 77
- Elektroneneinfang, 8, 10
 - Übergangsenergie, 8
- Elektronensammelzeit, 53
- Elektronentemperatur, 50
- Elektronisches Rauschen, 72
- Elementarteilchenphysik, 167, 184
- Empfindlichkeit eines Detektors, 144
- Energie- und Zeitauflösung von Detektoren, 71
- Energieauflösungsvermögen, 72
- Energiediskriminierung, 100
- Erholungszeit, 64
- Exciton, 77
- Fehlerrechnung, 109
- Fermi-Energie, 66
- Fermi-Funktion, 11
 - Tabelle, 244
- Fermi-Verteilung, 66
- Fluoreszenz
 - langsame, 79
 - schnelle, 77, 79
 - verzögerte, 77
- Gamma-Quanten
 - Absorptionsgesetz, 31
 - Nachweis, 30
 - Zirkularpolarisation, 134
- Gamma-Spektrum, 44
- in Plastiksintillatoren, 47
- γ -Zerfall, 13
- Gaselektronik, 49
- Gasstöße
 - Energieübertrag, 51
 - Ionisation, 52
 - Rekombination, 52
- Gasverstärkungsfaktor, 57, 58, 60
- Gaszählrohr, 49
 - Kennlinie, 63
- Geiger-Müller-Zählrohr, 60
- Geiger-Nuttal-Regel, 4
- Geladene Teilchen, 21
- Golden Rule von Fermi, 10
- Gravitation, 21
- Gravitationskraft, 22
- Halbleiterdetektor, 65
 - Anregung, 66
 - Bändermodell, 67
 - Impulsanstiegszeit, 72
 - Impulsform, 73
- Helizität, 132
- Helizitätsübertrag, 135
- Hyperfeinstrukturaufspaltung, 224
- Höhenstrahlung, 205
- Identifizierung von Teilchen, 25
- Impulsanstiegszeit, 72
- Impulsform, 87
- Impulsformung, 88
 - doppelte Differentiation und Integration, 89
 - einfache Differentiation und Integration, 89
 - RC-Differentiation, 88
 - RC-Integration, 89
 - Verzögerungsleitung, 90
- Inelastische Streuung an Elektronen, 22
- Inelastische Streuung an Kernen, 22
- Innere Konversion, 8, 14
- Integraldiskriminator, 92
- Ionensammelzeit, 54
- Ionisationskammer, 52
 - Impulsform, 53, 54
- Ionisationszählrohr, 56
 - Impulsform, 56
 - Impulshöhe, 56
- Ionisierungspotential, 23
- Isomerieververschiebung, 229
- Kastenmodell, 69
- Kernfusion, 15

- Kernkaskade, 206
Kernreaktionen, 15
Kernspaltung, 15
Klein-Nishina-Formel, 33
Koinzidenz, 95, 101
 Auflösungszeit, 102
 zufällige, 102, 107, 164
Koinzidenzmessung, 101, 105
Konversionselektronen, 14
Konversionskoeffizient, 15
 partieller, 14
 totaler, 14
Konversionsverhältnis, 15
Koronaentladung, 60
Korrelationsfunktion, 164
Kosmische Strahlung, 199
Kristalldetektor, 65
Kurie-Plot, 12
- Ladungserhaltung, 4
Landé-Faktor, 205
Leitungsband, 67, 76
Leptonenzahl, 10
 Erhaltung, 10
LHC-CMS, 174
Linienbreite, 219
Linienverschiebung, 219
Lithium-Drift Detektor, 70
Longitudinale Polarisation, 132
Lumineszenz, 76
Lumineszenzzentren, 79
- Matrixelement, 12
Minimum der Ionisierung, 23
Mittlere freie Weglänge, 50
 Elektronen in Gasen, 50
Mittlere thermische Geschwindigkeit, 50
Multipolstrahlung, 13
 mittlere Lebensdauern, 14
Parität, 13
Myon, 199
 Abbremsung in Materie, 208
 Depolarisation, 210
 Polarisation, 208
Myonteleskop, 200
Myonzerfall, 207
 Spektrum der Zerfallspositronen, 210
Mößbauereffekt, 218, 221
Mößbauerlinie, 222
- Nachleuchten, 79
- NaJ-Szintillator, 76
Neutrino, 9, 11
 Ruhemasse, 12
Neutron, 28, 155
 punktförmige Quelle, 155
 Absorption, 155
 Beta-Zerfall, 9
 Diffusionslänge, 157
 elastische Steuung, 155
 elastische Streuung, 28
 Halbwertszeit, 9
 linearer Absorptionskoeffizient, 156
 Maxwell-Verteilung, 156
 Nachweis, 28
 Nachweis durch ^{10}B , 29
 Nachweis im ^3He -Zählrohr, 30
 Relaxationslänge, 156
 Thermalisierung, 156
Neutron-Proton-Streuung
 totaler Wirkungsquerschnitt, 29
Neutronendichte, 155
Neutroneneinfang, 29
Neutronenfluß, 30, 154, 155
Neutroneninduzierte Kernreaktionen, 29
Neutroneninduzierte Kernspaltung, 30
Neutronenquellen, 15
Neutronentransport, 155
Nulldurchgangstrigger, 95
- Orthopositronium, 150
 mittlere Lebensdauer, 151
- Paarerzeugung, 40
 inelastische, 42
 Kinematik, 41
 linearer Absorptionskoeffizient, 46
 Wirkungsquerschnitt, 42
Paarvernichtung, 40, 147
 Kinematik, 43
Paarzerstrahlung
 Wirkungsquerschnitt, 44
Parapositronium, 150
Paritätsoperation, 130
Paritätsverletzung, 130, 162
Pauli-Matrizen, 133
Pauliprinzip, 76
Phasenraum eines Teilchens, 10
Phonen, 221
Photoeffekt, 36
 Energiesatz, 36
 linearer Absorptionskoeffizient, 46

- totaler Absorptionsquerschnitt, 39
- Winkelverteilung, 40
- Wirkungsquerschnitt, 39
- Photolinie, 38
- Photomultiplier, 74
- Photospaltung, 15
- Pionzerfall, geladene, 206
- Pionzerfall, neutrale, 206
- Polarisation, 132, 133
- Polarisation der Bremsstrahlung, 134
- Polarisation von Kernen, 162
- Positron, 41
 - Nachweis, 44
- Positronium, 149
 - Konversion, 151
 - Nachweis, 150
 - Pick-off-Prozesse, 151
 - Singulett-Lebensdauer, 149
 - Wellenfunktion, 149
- Positronium in Festkörpern, 150
- Positroniumzerfall, 149
- Proportionalzählrohr, 57
 - Energiediskriminierung, 59
 - Impulsform, 58
 - Impulshöhe, 59
 - Ionensammelzeit, 58
 - Zeitbestimmung, 59
- Protonen-Rückstoß-Detektor, 28
- Q-Wert, 4, 15
- Quadrupolaufspaltung, 228
- Quenching-Zentren, 79
- Rauschen, 87
- Reduzierte Fermi-Funktion, 244
- Reichweite
 - Elektronen, 24
 - geladene Teilchen, 24
 - Protonen, 24
- Relativistische mittlere Lebensdauer, 207
- Relaxationslänge, 158
- Resonanzabsorption, 218, 223
- Röntgenstrahlung
 - charakteristische, 8
- Schauer, 206
- Schwache Wechselwirkung, 21
- Shape-Faktor, 12
- Signal-zu-Rausch-Verhältnis, 87
- Spaltkammer, 30
- Sperrschiicht, 69, 70
- Sperrschiichtdetektor, 67
 - Bändermodell, 69
- Spezifische Ionisierung, 24
- Spineigenzustände, 132
- Spinoperator, 132
- Standardmodell, 16
- Starke Wechselwirkung, 21
- stopping power, 23
- Strahlenschutzanweisung, 247
- Strahlungsdetektoren, 49
- Strahlungsdosimeter, 53
- Strahlungsloser Übergang, 78
- Strahlungslänge, 27
- Strahlungsrekombination, 52
- Summeneffekte, 87
- Szintillationsdetektor, 73
 - Impulsform, 82
- Szintillator
 - anorganischer, 76
 - Emissionsspektrum, 74
 - Lichtausbeute, 75
 - organischer, 79
 - Szintillationsempfindlichkeit, 74
 - Zerfallszeit der Szintillation, 76
- Szintillatoren
 - Energiemessung, 81
 - Lichtausbeute, 80
 - Vergleich der Eigenschaften, 81
- Teilchendiskriminierung, 99, 104
- Teilchenidentifizierung, 99
- Teleskop, 101
- Termschemata der Nuklide, 240
- Thermische Neutronen, 156
 - Diffusionstheorie, 157
- Thermisches Rauschen, 72
- Thomsonquerschnitt, 33
- Totaler Wirkungsquerschnitt, 142
- Totaler Wirkungsquerschnitt., 143
- Totzeit, 63
- TPC, 106
- Transmissionsspektrum, 224
- Transmissionswahrscheinlichkeit, 5
- Tripletzzerfall
 - Wirkungsquerschnitt, 148
- Tunneleffekt, 4, 6
- Übergangsenergie, 12
- Übergangsmatrixelement, 10, 12
- Übergangswahrscheinlichkeit, 10
- Überlappkoinzidenz, 95, 102

- Ungeladene Teilchen, 28
- Unschärferelation, 10
- Valenzband, 65, 76
- Verbotenen Zone, 41
- Verstärkung der Signale, 87
- Versuche, 119
 - Comptoneffekt, 140
 - Driftgeschwindigkeit, 120
 - Eigenschaften kosmischer Myonen, 205
 - Elementarteilchen, 184
 - Gamma-Koinzidenzspektroskopie, 195
 - KATRIN, 199
 - Mößbauereffekt, 218
 - Neutronendiffusion, 154
 - Paritätsverletzung, 130
 - Positronium, 147
 - Si-Streifendetektor, 167
 - Winkelkorrelation von γ -Strahlung, 161
- Vielkanalanalysator, 93
- Wahrscheinlichkeit
 - Dipolstrahlung, 13
- walk, 87
- Wechselwirkung
 - Stärke, 22
- Strahlung, 21
- Weizsäckersche Massenformel, 4
- Wilkinson-Konverter, 93
- Winkelkorrelation, 161
 - Anisotropie, 164
 - differentieller Wirkungsquerschnitt, 163
- Winkelverteilung beim Beta-Zerfall, 132
- Wirkungsquerschnitt, 141
 - Neutrino-Elektron-Streuung, 22
 - Neutron-Proton-Streuung, 22
- Zeeman-Effekt, 162
- Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter, 96
- Zeitdilatation, 207
- Zeitinformation, 87
- Zeitliche Korrelation, 100
- Zeitmessung, 102
- Zufällige Koinzidenz, 198
- Zweifachkoinzidenz, 102
- Zweiquantenzerfall
 - Wirkungsquerschnitt, 148
 - Zerfallswahrscheinlichkeit, 148
- Zählrohre
 - Überblick über Eigenschaften, 64