

PRAKTIKUM MODERNE PHYSIK

**Optische Tarnkappe  
in diffusiven Medien**

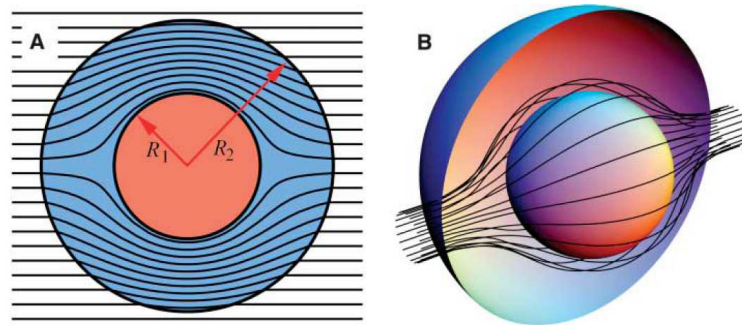
Melanie Radbruch

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Streuende Medien . . . . .	3
2.1.1	Absorption . . . . .	3
2.1.2	Streuung . . . . .	4
2.1.3	Lambert-Beersches Gesetz . . . . .	5
2.2	Die Strahlungstransportgleichung . . . . .	5
2.3	Die Diffusionsgleichung . . . . .	6
2.4	Theorie der Tarnkappe . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>11</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	11
3.2	Software . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>13</b>
4.1	Aufgabe 1: Alltägliche Gegenstände . . . . .	13
4.2	Aufgabe 2: Ballistische Transmissionsmessung . . . . .	13
4.3	Aufgabe 3: Diffuse Transmissionsmessung . . . . .	14
4.4	Aufgabe 4: Tarnkappen . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>16</b>
5.1	Aufgabe 1: Alltägliche Gegenstände . . . . .	16
5.2	Aufgabe 2: Ballistische Transmissionsmessung . . . . .	16
5.3	Aufgabe 3: Diffuse Transmissionsmessung . . . . .	16
5.4	Aufgabe 4: Tarnkappen . . . . .	16
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>18</b>

# 1 Einleitung

Als optische Tarnkappe bezeichnet man eine Anordnung, mit der ein Objekt im Raum derart versteckt wird, dass es aus beliebiger Richtung betrachtet keine sichtbaren Hinweise auf seine Existenz gibt. Lange Zeit ausschließlich existent in unserer menschlichen Phantasie, konnte ihre prinzipielle Realisierbarkeit 2006 theoretisch nachgewiesen werden.<sup>1</sup> Die grundsätzliche Idee ist es, das Licht derart um ein Kerngebiet herumzuführen, dass es scheinbar ohne Umwege einen entfernten Beobachter erreicht (vgl. Fig 1). Der verlängerte optische Weg verlangt dann, dass die Geschwindigkeit des Lichts entsprechend erhöht wird.<sup>2</sup> Dazu werden im umschließenden Randgebiet des Kerns (Tarnkappe oder Cloak) die optischen Eigenschaften des Materials (Permittivität  $\varepsilon$ , Permeabilität  $\mu$ ) kontinuierlich als Funktion des Ortes variiert. Die Arbeit von Pendry *et al.* zeigt erstmals eine klare Strategie für die Berechnung der erforderlichen Materialparameter auf („Transformationsoptik“). Für die Realisierung werden natürliche Stoffe oder artifizielle Materialien („Metamaterialien“) mit entsprechend großer Anpassbarkeit der optischen Eigenschaften benötigt. Trotz großer Fortschritte in der Herstellung von Metamaterialien gelang eine erfolgreiche Tarnung im Regime der Strahlenoptik bisher nur für schmale Spektralbereiche und/oder sehr kleine Objekte.<sup>3</sup>



**Abb. 1:** Photonenflusslinien, die von der linken Seite auf die Tarnkappe fallen scheinen hinter ihr ohne Änderung ihres Wegs durch sie hindurchgelaufen zu sein. In dem durch den Radius  $R_1$  begrenzten Raum kann ein beliebiges Objekt versteckt werden [Pendry, 2006].

In diffusiven Medien ist es dagegen mit vergleichsweise geringem Aufwand möglich, makroskopische Objekte im gesamten sichtbaren Spektralbereich verschwinden zu lassen [Schittny, Science]. In diesem Praktikumsversuch wird gezeigt, dass ein großer metallischer Zylinder innerhalb eines milchartig streuenden Polymermaterials bei Gegenlicht keinerlei Schatten wirft, wenn er von einem speziellen Hohlzylinder, der Tarnkappe, umgeben ist.

Einen guten aktuellen (2016) Überblick über das Thema Invisibility cloaking in light-scattering media bietet der Artikel von Schittny *et al.* <sup>4</sup>.

<sup>1</sup>J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, “Controlling Electromagnetic Fields”, Science 312, 1780–1782 (2006)

<sup>2</sup>Dies schließt damit die Realisierung einer Tarnkappe im Vakuum offenbar aus.

<sup>3</sup>Eine ideale Tarnkappe für alle Frequenzen ist nicht realisierbar [Zitat]. Eine gute Tarnkappe zeichnet sich dadurch aus, dass sie möglichst wenige ‘Schwachstellen’ hat.

<sup>4</sup>Schittny, Robert and Niemeyer, Andreas and Mayer, Frederik and Naber, Andreas and Kadic, Muammer and Wegener, Martin: Invisibility cloaking in light-scattering media. Published in Laser and Photonics Reviews(2016)

## 2 Theoretische Grundlagen

Viele Medien besitzen zufällig verteilte Streupartikel, an denen Licht beim Durchgang durch dieses gestreut wird. Abhängig von der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Photon gestreut wird, können diese Medien klassifiziert werden. Ist sie gering, herrscht in diesem Medium eine ballistische Ausbreitung des Lichts und die Photonen können beinahe ungehindert propagieren. Beispiele für ein solches Medium sind Luft oder Glas. In streuenden Medien hingegen ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon gestreut wird, aufgrund der hohen Anzahl an Streuern deutlich größer, wie dies zum Beispiel in Nebel, einer Milchglasscheibe oder einem Milch-Wasser-Gemisch der Fall ist. Die Photonen können somit nicht mehr ballistisch beschrieben werden und ändern durch Wechselwirkungen mit den Streuern beispielsweise ihre Richtung oder Polarisation. Da streuende Medien eine entscheidende Rolle für die in diesem Versuch durchgeführten Experimente spielen, werden ihre Eigenschaften im folgenden Kapitel ausführlich diskutiert und anschließend für das Experiment genutzt.

### 2.1 Streuende Medien

Beim Durchgang von Licht durch ein streuendes Medium wechselwirken die Photonen mit den im Medium vorhandenen Streuern. Dabei kann Licht beispielsweise reflektiert werden, seine Polarisation ändern oder auch gestreut oder absorbiert werden. Betrachtet man lediglich die Streuung und Absorption des Lichts durch Materie, so ist es möglich die Lichtausbreitung durch die Strahlungstransportgleichung zu beschreiben. Unter ganz bestimmten Bedingungen, die für das Medium gelten müssen, kann die Strahlungstransportgleichung zur Diffusionsgleichung vereinfacht werden. Diese dient zur Beschreibung der Lichtausbreitung in diffusen Medien. Die Bedingungen, die an das Medium gestellt werden, sind eine geringe Absorption und gleichzeitig eine hohe Streuwahrscheinlichkeit, zudem muss das Medium noch groß genug sein. Sind all diese Bedingungen erfüllt, ist es möglich eine Tarnkappe zu realisieren.

Bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie in streuenden Medien sind Absorption und Streuung von hoher Bedeutung, weshalb diese im Folgenden näher betrachtet werden.

#### 2.1.1 Absorption

Die Absorption kann mithilfe des Absorptionskoeffizienten  $\mu_a$  beschrieben werden, der als das Verhältnis der absorbierten zur einfallenden Strahlungsleistung pro Strecke definiert ist [1]. Strahlung, welche durch ein streuendes Medium läuft, kann sowohl von den Molekülen des Hintergrundmediums, als auch von den in ihm vorhandenen Streuteilchen absorbiert werden. Abhängig von der Konzentration der Teilchen, die sich im Hintergrundmedium befinden variiert das Verhältnis der beiden Anteile. In den in diesem Praktikum durchgeführten Versuchen wird angenommen, dass die Absorption durch das Hintergrundmedium dominiert und der Absorptionskoeffizient somit durch eine Summation über die verschiedenen Typen der absorbierenden Moleküle berechnet werden kann. Mithilfe des Absorptionsquerschnitts  $C_i$  und der Anzahl der Moleküle pro Einheitsvolumen  $N_i$  ergibt sich für den Absorptionskoeffizienten [1]

$$\mu_a = \sum_i N_i C_i. \quad (1)$$

### 2.1.2 Streuung

Gleichermaßen wie die Absorption wird die Streuung durch den Streukoeffizienten  $\mu_s$  beschrieben, der das Verhältnis der gestreuten zur einfallenden Strahlungsleistung pro Strecke angibt [1]. Streuung ist sowohl am Hintergrundmedium, als auch an den darin enthaltenen Streuteilchen möglich. Streuung an den Molekülen des Hintergrundmediums entsteht durch dessen Dichtefluktuaton, bei der sich die Anzahl der Moleküle in einem Volumenelement, trotz der Konstanz der Durchschnittsanzahl der Moleküle mit der Zeit ändert. Durch diese Änderung erhöht sich die Änderung des Brechungsindex und es kommt zur Streuung. Da in unserm Fall Mehrfachstreuungen dominieren und es nicht zur Dichtefluktuaton des Mediums kommt, kann die Streuung am Hintergrundmedium vernachlässigt werden und es wird nur die Streuung an den Teilchen, die sich darin befinden, betrachtet. Mithilfe der Teilchenkonzentration  $N$  und des Streuquerschnitts  $C_s$ , der das Verhältnis zwischen abgestrahlter und einfallender Streuleistung pro Fläche angibt, kann der Streukoeffizient unter der Annahme, dass alle Streuer gleich groß sind analog zum Absorptionskoeffizient berechnet werden:

$$\mu_s = NC_s. \quad (2)$$

Er gibt als Inverses der mittleren freien Streuweglänge  $l_s = 1/\mu_s$  ein Maß für die Häufigkeit von Streuprozessen in einem Medium an.

Neben dem Streukoeffizienten wird zur Beschreibung der Streuung noch die Streufunktion  $p(\hat{s}, \hat{s}')$  benötigt. Diese ist definiert als die Wahrscheinlichkeit, dass ein in Richtung  $\hat{s}$  laufendes Photon um den Winkel  $\theta$  abgelenkt wird und anschließend in Richtung  $\hat{s}'$  weiterläuft. Da die Streuung im Allgemeinen aber nicht von der Richtung des ein- und auslaufenden Photons abhängt, sondern nur von dessen Winkel  $\theta$ , kann sie als isotrop angenommen werden und es gibt keine bevorzugte Streurichtung mehr. Es gilt somit  $p(s, s') = p(\theta)$ . Die Streufunktion ist eine Wahrscheinlichkeitsfunktion und muss auf eins normiert sein, da sich die gestreuten Teilchen irgendwo im Raum befinden müssen [1]:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} p(\theta) d\Omega = 1, \quad (3)$$

wobei mit  $\Omega$  der Raumwinkel bezeichnet wird, für den  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  gilt. Um die Rechnung zu vereinfachen wird die Beschreibung der Streufunktion  $p(\theta)$  mittel einer Zahl, die Anisotropiefaktor  $g$  genannt wird, beschrieben. Die Streuung ist im Allgemeinen nicht isotrop und der Anisotropiefaktor ist definiert als der Erwartungswert von  $\cos(\theta)$ :

$$g = \langle \cos\theta \rangle = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \cos\theta p(\theta) d\Omega. \quad (4)$$

Er gibt einen Wert für die statistische Verteilung der verschiedenen Streuwinkel  $\theta$  an und ist hauptsächlich durch die Wellenlänge des Lichts und den Durchmesser der Streuteilchen bestimmt. Hier existieren nun zwei Fälle: Ist der Durchmesser viel größer als die Wellenlänge, so liegt geometrische Streuung vor, die hauptsächlich in Vorwärtsrichtung streut. Ist das Verhältnis umgekehrt, ist also der Durchmesser der Teilchen viel kleiner als die Wellenlänge des Lichts, so ist Rayleigh-Streuung zu beobachten, die näherungsweise isotrop ist. Der Anisotropiefaktor  $g$  beschreibt die Streueigenschaften von Medien die zwischen diesen beiden Fällen liegen und kann daher immer Werte zwischen 0 (isotrope

Streuung) und 1 (Vorwärtsstreuung) annehmen. Werden Photonen hauptsächlich zurück gestreut ist  $g$  negativ.

Photonen in streuenden Medien werden bei einem Stoß mit einem Streuer abgelenkt. Die mittlere Strecke zwischen zwei Streuprozessen wird als mittlere freie Streuweglänge  $l_s$  bezeichnet. In einem streuenden Medium verlieren die Photonen, nachdem sie eine bestimmte Strecke zurückgelegt haben, ihre Information über ihre ursprüngliche Vorzugsrichtung. Diese Strecke wird freie Transportweglänge  $l_t = \frac{l_s}{1-g}$  genannt. Sie kann je nachdem wie isotrop oder anisotrop die Streuung des Mediums ist, kürzer oder länger sein. Ist das Medium isotrop so gilt  $g = 0$  und die mittlere freie Weglänge entspricht der freien Transportweglänge:  $l_s = l_t$ . Wie schon beim Streukoeffizienten kann hier der gleiche Zusammenhang zwischen reduziertem Streukoeffizienten  $\mu_t$  und Transportweglänge hergestellt werden. Für diesen gilt:  $\mu_t = \frac{1}{l_t}$ .

### 2.1.3 Lambert-Beersches Gesetz

Mithilfe des Extinktionskoeffizienten  $\mu_{\text{ex}} = \mu_a + \mu_s$ , der die Abschwächung der Strahlungsleistung durch Absorption und Streuung beschreibt, kann das Lambert-Beersche-Gesetz erklärt werden:

$$P(z) = P_0 \cdot \exp \left( - \int_0^z \mu_{\text{ex}}(z') dz' \right). \quad (5)$$

Es beschreibt die Abnahme der Strahlungsleistung eines einfallenden Lichtstrahls mit Strahlungsleistung  $P_0$  beim Durchgang durch ein streuendes Medium der Dicke  $z$ .

Für ein homogenes Medium, in dem  $\mu_{\text{ex}}$  nicht mehr von der Position  $z$  abhängt, vereinfacht sich das Lambert Beersche Gesetz zu:

$$P(z) = P_0 e^{-\mu_{\text{ex}} z}. \quad (6)$$

Dieser Ausdruck kann unter der Bedingung  $\mu_a \ll \mu_s$  verwendet werden, um die mittlere freie Weglänge  $l_s$  und damit den Diffusionskoeffizienten (siehe Kapitel 2.3) zu berechnen. Unter oben genannter Annahme gilt  $\mu_{\text{ex}} \approx \mu_s$  und  $l_s$  erscheint im Lambert-Beerschen-Gesetz.

$$P(z) = P_0 e^{-\frac{z}{l_s}}. \quad (7)$$

## 2.2 Die Strahlungstransportgleichung

Die Strahlungstransportgleichung beschreibt die Ausbreitung von Licht in einem Medium. Viele Wechselwirkungen, wie zum Beispiel Interferenz, Reflexion oder Polarisation werden dabei vernachlässigt. Lediglich die Effekte elastische Streuung und Absorption sind in der Strahlungstransportgleichung enthalten. Die wichtigste Größe zur Beschreibung der Strahlungstransportgleichung ist die Strahldichte  $I(\vec{x}, \hat{s}, t)$ , die die durchschnittliche Strahlungsleistung am Ort  $\vec{x}$ , in Richtung  $\hat{s}$ , zur Zeit  $t$  angibt und die Einheit  $\text{W}/(\text{m}^2 \text{sr})$  besitzt.  $v$  beschreibt die Mediumslichtgeschwindigkeit und ist definiert durch den Quotienten von Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  und den Brechungsindex  $n$   $v = \frac{c_0}{n}$ . Die Strahlungstransportgleichung lautet bei Anwesenheit von zeitabhängigen Quellen  $\epsilon(\vec{x}, \hat{s}, t)$  [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} I(\vec{x}, \hat{s}, t) + \nabla \cdot [\hat{s} \cdot v \cdot I(\vec{x}, \hat{s}, t)] + (\mu_a(\vec{x}) + \mu_s(\vec{x})) v \cdot I(\vec{x}, \hat{s}, t) \quad (8)$$

$$= \mu_s v \int p(\hat{s}, \hat{s}') I(\vec{x}, \hat{s}', t) ds' + v \cdot \epsilon(\vec{x}, \hat{s}, t).$$

Die linke Seite der Gleichung beinhaltet alle Verlustterme, die rechte Seite die Quellterme. Der erste Term  $\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(\vec{x}, \hat{s}, t)$  beschreibt die zeitliche Änderung der Strahldichte am Ort  $\vec{x}$ , in Richtung  $\hat{s}$ , zur Zeit  $t$ . Die Strahldichte am Ort  $\vec{x}$  zur Zeit  $t$  ändert sich unter Anderem durch die Bewegung der Photonen in Richtung  $\hat{s}$ , was durch den zweiten Term auf der linken Seite ersichtlich wird. Der letzte Term auf der linken Seite der Gleichung gibt den Teil der Intensität an, der am Ort  $\vec{x}$  in Richtung  $\hat{s}$  und zur Zeit  $t$  durch Absorption und Streuung verloren geht. Die beiden Terme auf der rechten Seite der Gleichung beschreiben die Photonen, die aus verschiedenen Richtungen  $\hat{s}'$  kommen und in eine beliebige Richtung  $\hat{s}$  gestreut werden und eine Photonenquelle  $\epsilon(\vec{x}, \hat{s}, t)$ .

Da in diesem Versuch nur zeitunabhängige Zustände relevant sind gilt  $\frac{\partial}{\partial t} I(\vec{x}, \hat{s}, t) = 0$  und die Strahlungstransportgleichung vereinfacht sich zu:

$$v \cdot (\nabla \cdot [\hat{s} I(\vec{x}, \hat{s})] + (\mu_a(\vec{x}) + \mu_s(\vec{x})) I(\vec{x}, \hat{s})) = v \cdot \left( \int p(\hat{s}, \hat{s}') I(\vec{x}, \hat{s}) ds' + \epsilon(\vec{x}, \hat{s}) \right). \quad (9)$$

## 2.3 Die Diffusionsgleichung

Die Strahlungstransportgleichung gilt für Medien beliebiger Größe mit beliebigen Absorptions- und Streukoeffizienten. Aufgrund ihrer Komplexität wurde nach einer Vereinfachung gesucht. Unter der Berücksichtigung zweier Annahmen lässt sich die Strahlungstransportgleichung zur Diffusionsgleichung approximieren, die in vielen Fällen exakt analytisch lösbar ist. Bei Verwendung der Diffusionsgleichung muss die Streuung die Absorption deutlich überwiegen, es muss gelten  $\mu_s \gg \mu_a$ . Desweiteren darf das betrachtete Medium nicht zu klein sein, da die Photonen die Chance haben müssen „diffus“ werden zu können. Um aus der Strahlungstransportgleichung die Diffusionsgleichung zu erhalten, wird diese über alle Raumwinkel integriert und aufgrund der in unserem Versuch vorhandenen zeitunabhängigen Quellen, wird die zeitunabhängige Strahlungstransportgleichung verwendet:

$$\int_{4\pi} [v \cdot \nabla \cdot [\hat{s} I(\vec{x}, \hat{s})] + (\mu_a(\vec{x}) + \mu_s(\vec{x})) I(\vec{x}, \hat{s})] d\Omega \quad (10)$$

$$= \int_{4\pi} \left[ v \cdot \int_{4\pi} p(\hat{s}, \hat{s}') I(\vec{x}, \hat{s}) ds' + \epsilon(\vec{x}, \hat{s}) \right] d\Omega.$$

Um diese Gleichung ein wenig zu vereinfachen werden zwei wichtige Größen eingeführt. Die Fluenz  $\Phi(\vec{x})$  beschreibt die von den Photonen transportierte Leistung im Einheitsvolumen unabhängig von ihrer Bewegungsrichtung und ist definiert durch [1]:

$$\Phi(\vec{x}) = \int_{4\pi} I(\vec{x}, \hat{s}) d\Omega. \quad (\text{Wm}^{-2}) \quad (11)$$

Der Fluss  $\vec{J}(\vec{x})$  ist die Menge und Flussrichtung der Leistung und wird beschrieben durch [1]:

$$\vec{J}(\vec{x}) = \int_{4\pi} I(\vec{x}, \hat{s}) \cdot \hat{s} d\Omega. \quad (\text{Wm}^{-2}) \quad (12)$$

Diese beiden Größen, eingesetzt in Gleichung 15, ergibt nach Umformen die Kontinuitätsgleichung.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{x}) + \mu_a \Phi(\vec{x}) = \int_{4\pi} \epsilon(\vec{x}, \hat{s}) d\Omega. \quad (13)$$

Die Kontinuitätsgleichung ist eine Energieerhaltungsgleichung. Sie zeigt, dass sich die emittierten Photonen aufteilen in einen Teil, der absorbiert wird und einen anderen Teil, der aus dem Gebiet herausfließt.

Um aus dieser Gleichung die Diffusionsgleichung zu erhalten, wird ein Zusammenhang zwischen dem Fluss  $J(\vec{x})$  und der Fluenz  $\Phi(\vec{x})$  gesucht. Durch Multiplikation der Strahlungstransportgleichung mit  $\hat{s}$  und anschließender Integration über alle Raumwinkel erhält man das 1. Fick'sche Gesetz, das diesen Zusammenhang beschreibt.

$$\vec{J}(\vec{x}) = -D \cdot \vec{\nabla} \Phi(\vec{x}). \quad (14)$$

Es wird deutlich, dass der Fluss entgegen des Gradienten der Fluenz läuft, was bedeutet, dass die Photonen von hoher zu niedriger Photonendichte fließen. Der Zusammenhang der beiden Größen wird durch den Diffusionskoeffizienten  $D$  hergestellt.

Unter der Annahme, dass die Absorption viel kleiner ist als die Streuung  $\mu_a \ll \mu_s$  lässt sich die Strahlungstransportgleichung folgendermaßen vereinfachen:

$$\begin{aligned} & \int_{4\pi} [v \cdot \nabla \cdot [\hat{s} I(\vec{x}, \hat{s})] + \mu_s(\vec{x}) I(\vec{x}, \hat{s})] d\Omega \\ &= \int_{4\pi} \left[ v \cdot \int_{4\pi} p(\hat{s}, \hat{s}') I(\vec{x}, \hat{s}) ds' + \epsilon(\vec{x}, \hat{s}) \right] d\Omega. \end{aligned} \quad (15)$$

Mithilfe dieser Annahme ergibt sich mit  $v = \frac{c_0}{n}$  der Diffusionskoeffizient zu

$$D = \frac{v}{3\mu_t} = \frac{1}{3} v l_t. \quad (16)$$

Der Diffusionskoeffizient, oder auch Diffusivität genannt, ist eine wichtige Kenngröße bei der Ausbreitung von Licht in diffusiven Medien. Eine hohe Diffusivität bedeutet eine geringere Streuerkonzentration.

Setzt man nun das Fick'sche Gesetz in die Kontinuitätsgleichung 13 ein, so erhält man die Diffusionsgleichung:

$$-\vec{\nabla} \cdot (D \vec{\nabla} \Phi(\vec{x})) + v \cdot \mu_a \Phi(\vec{x}) = v \cdot \int_{4\pi} \epsilon(\vec{x}, \hat{s}) d\Omega. \quad (17)$$

Die absorptionsfreie Diffusionsgleichung sieht folgendermaßen aus [1]:

$$\vec{\nabla} \cdot (D \vec{\nabla}) \Phi(\vec{x}) = 0. \quad (18)$$

Die Form dieser Gleichung ist uns bereits aus anderen Teilgebieten der Physik bekannt. Es müssen lediglich die Diffusivität und die Fluenz durch andere Größen ersetzt werden. Die Diffusionsgleichung der Thermodynamik 2.3 beinhaltet die Größen Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  und Temperatur  $T$  (siehe Referenz [2]), in der Magnetostatik (vgl Gleichung 2.3) spielen die Größen Permeabilität  $\mu$  und magnetostatisches Potential  $\psi$  eine wichtige Rolle und in der



Elektrostatik (vgl. Gleichung 2.3) sind es die Größen Permittivität  $\epsilon$  und elektrostatisches Potential  $\phi$ , die in die Gleichung mit einfließen.

$$\vec{\nabla} \cdot (\kappa \vec{\nabla} T) = 0. \quad (19)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{\nabla} \Psi) = 0. \quad (20)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{\nabla} \phi) = 0. \quad (21)$$

Diese drei Gleichungen lassen sich, wie schon die Diffusionsgleichung für die Lichtausbreitung, aus dem Fick'schen Gesetz und der Kontinuitätsgleichung herleiten.

Um später im Experiment einen Vergleich mit der Theorie herstellen zu können, lösen wir die Diffusionsgleichung nun analytisch für ein diffuses Medium der Dicke  $L$  in z-Richtung, das in x- und y-Richtung unendlich ausgedehnt ist. Wird ein solches Medium von einer Seite mit einem konstanten Photonenstrom kontinuierlich beleuchtet, so wird ein Teil der Photonen reflektiert und der andere transmittiert. Beide hängen von der Photonenverlustgeschwindigkeit  $K$  ab, welche den Photonenfluss  $\vec{J}$  durch die Medium-Luft-Grenzfläche mit der Photonendichte  $\Phi$  innerhalb des Mediums verknüpft.

$$|\vec{J} \cdot \vec{n}| = K \cdot \Phi \quad (22)$$

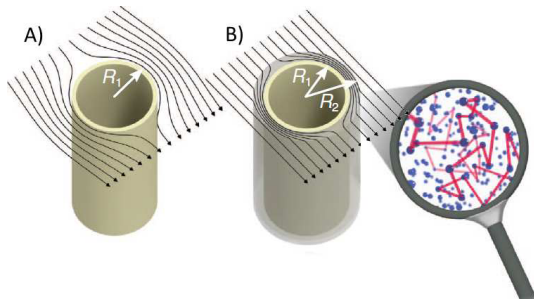
$\Phi$  beschreibt, wie in Gleichung 2.3 beschrieben, die Fluenz und die Photonenverlustgeschwindigkeit  $K$  ist definiert durch  $K = v/2A$  mit  $v = c_0/n_1$ . In diesem Praktikumsversuch werden PDMS (Polydimethylsiloxan) und Luft die beiden Grenzmedien sein, dessen Brechungsindizes  $n_1 = 1,4$  und  $n_2 = 1$  sind.

Vernachlässigt man nun die Absorption, so kann die diffuse Transmission, die vom reflektierten und transmittierten Photonenstrom abhängt, durch folgende Formel bestimmt werden:

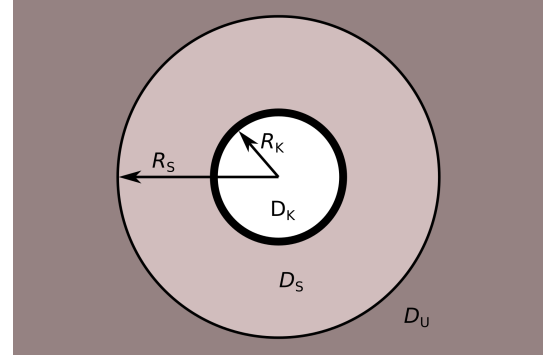
$$T_{\text{diff}} = \frac{1}{2 + \frac{K \cdot L}{D}} \quad (23)$$

## 2.4 Theorie der Tarnkappe

Gegenstände werden von uns wahrgenommen, weil das Licht zum Beispiel an ihnen gestreut, reflektiert oder von ihnen absorbiert wird. Möchte man einen Gegenstand unsichtbar machen, so muss man diese Effekte ausgleichen oder rückgängig machen. Strukturen, die das bewirken werden als Tarnkappe bezeichnet. Betrachtet man beispielsweise einen Metallzylinder im Vakuum, der von einer Seite beleuchtet wird, so ist dieser für uns deutlich sichtbar, da hinter ihm ein Schatten entsteht. Möchte man ihn verstecken, möchte man also das Licht insofern um ihn herum leiten, dass man ihn nicht mehr sieht, so müsste das um ihn herum geleitete Licht schneller sein, als das Licht im Vakuum, da es in der gleichen Zeit einen längeren Weg zurücklegen muss. Dieses Licht müsste sich folglich mit einer höheren Geschwindigkeit als der Vakuumlichtgeschwindigkeit bewegen, was für die



**Abb. 2:** Photonflusslinien entlang eines Kerns (A) und einer Tarnkappe (B). Lupe: zufälliger Weg eines Photons (aus [3]).



**Abb. 3:** Zylindrische Tarnkappe (von oben), bestehend aus einem hohlen Kern mit Radius  $R_K$  und Diffusivität  $D_K = 0$  und einer Schale mit Außenradius  $R_S$  und Diffusivität  $D_S$ , in einem Medium mit Diffusivität  $D_U$ .

Phasengeschwindigkeit prinzipiell möglich ist. Allerdings gilt dies nur für schmalbandiges Licht. Die Tarnkappe soll aber für jede Wellenlänge Gegenstände tarnen, denn eine perfekte Tarnkappe fordert Dispersionsfreiheit. Hieraus folgt, dass die Geschwindigkeit, mit der Energie transportiert wird gleich der Gruppen- und der Phasengeschwindigkeit ist und gleichzeitig nie größer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  wird. Somit kann das Licht in der Tarnkappe nie schneller werden als die Vakuumlichtgeschwindigkeit in der Umgebung, woraus folgt, dass eine perfekte Tarnkappe, die dispersionsfrei und breitbandig ist im Vakuum nicht realisierbar ist.

In einem diffusen Medium, das bereits in Kapitel 2.1 beschrieben wurde, ist die effektive Geschwindigkeit des Lichts durch die vielen Streuprozesse kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$ , wodurch die Realisierung einer Tarnkappe wieder möglich wird. Die Umsetzung einer solchen Tarnkappe wollen wir im Folgenden betrachten. Ein streuendes Medium ist zum Beispiel eine Milchglasscheibe oder, wie in diesem Versuch verwendet, eine Probe aus PDMS (Polydimethylsiloxan) mit Partikeln aus Titandioxid, die als Streuer fungieren. PDMS ist ein farbloses, durchsichtiges Polymer auf Siliziumbasis mit einer ähnlichen Konsistenz wie Gummi. Wird ein solches Medium beleuchtet, so werden die Photonen mehrfach gestreut. Die effektive Geschwindigkeit des Lichts in diesem Medium ist somit kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$ . Abhängig von der Konzentration der Streuer können solche Medien unterschiedliche Diffusivitäten besitzen, wie auch schon in Kapitel 2.3 beschrieben wurde. Ein mit weißer Wandfarbe besprühter Metallzylinder besitzt eine sehr niedrige Diffusivität, die annähernd gegen  $D = 0$  geht. Betrachtet man einen solchen Metallzylinder in einem streuenden Medium, so kann aufgrund seiner Diffusivität, fast kein Photon in ihn eindringen, denn es werden die meisten wieder zurück gestreut. Beleuchtet man diese Anordnung, so sieht man hinter dem Metallzylinder einen Schatten.

In der Elektrizitätslehre kann man die Zahl und Dichte der elektrischen Feldlinien als Maß für die Anzahl der Ladungen an einem bestimmten Ort sehen. Gleichmaßen existieren Photonflusslinien in diffusen Medien. Wie man in Abbildung 2 A sieht, gehen die Photonflusslinien um den Kern herum und weiten sich auf. Hinter ihm sind sie nicht mehr so dicht wie in der Umgebung und man sieht einen Schatten.

Der Metallzylinder soll nun unsichtbar gemacht werden. Dies wird erreicht, indem man eine Schale um den Kern legt, die aus dem Umgebungsmaterial mit geringerer Streukon-

zentration besteht (vgl. Abbildung 3). Damit besitzt die Schale automatisch eine höhere Diffusivität. Wählt man das Verhältnis der Diffusivitäten von Schale und Umgebung so, dass die vom Kern verursachte verringerte Photonenkonzentration hinter ihm, durch die Schale wieder ausgeglichen wird, so ist der Kern getarnt. Dies gilt allerdings nur wenn zwischen den Diffusivitäten von Kern und Schale ein gewisses Verhältnis herrscht. Für die elektrische Leitfähigkeit existiert bereits eine Gesetzmäßigkeit für dieses Verhältnis, welches ganz einfach auf die Lichtausbreitung übertragen werden kann [4]. Für das Verhältnis der Diffusivitäten von Schale  $D_S$  und Umgebung  $D_U$  gilt [3]

$$\frac{D_S}{D_U} = \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}. \quad (24)$$

Betrachtet man die Tarnkappe im Bild der Photonenflusslinien (vgl. Abbildung 2 B), so sieht man, dass die Flusslinien innerhalb der Schale deutlich dichter liegen, da dort die Diffusivität am höchsten ist. Die Photonenkonzentration hinter der Tarnkappe ist bei einem bestimmten Verhältnis der Diffusivitäten (vgl. Gleichung 24) somit die gleiche wie die der Umgebung und der Kern wird unsichtbar. Im Bild der Photonenflusslinien wird dies an den gleichen Abständen der aus der Struktur austretenden Flusslinien sowohl hinter der Tarnkappe als auch in der Umgebung deutlich.

Da der Kern der Tarnkappe ein hohler Zylinder ist, in den keine Photonen eindringen können, kann man die Tarnkappe nun auch als solche nutzen. In den hohlen Kern kann jeder beliebige Gegenstand gestellt und unsichtbar gemacht werden.

## 3 Aufbau

### 3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau für dieses Experiment ist zweigeteilt (vgl. Abbildung 4). Der erste Teil, an dem die diffusive Transmissionsmessung durchgeführt wird, besteht aus einem Computerbildschirm, einer Probenhalterung, und einer Kamera (von PointGrey). Die drei Bestandteile sind in einer Reihe angeordnet, sodass mit der Kamera ein Bild der Probe, die vor dem Bildschirm steht aufgenommen werden kann. Die Kamera ist mit dem Computer verbunden, an den das aufgenommene Bild unmittelbar übertragen wird.

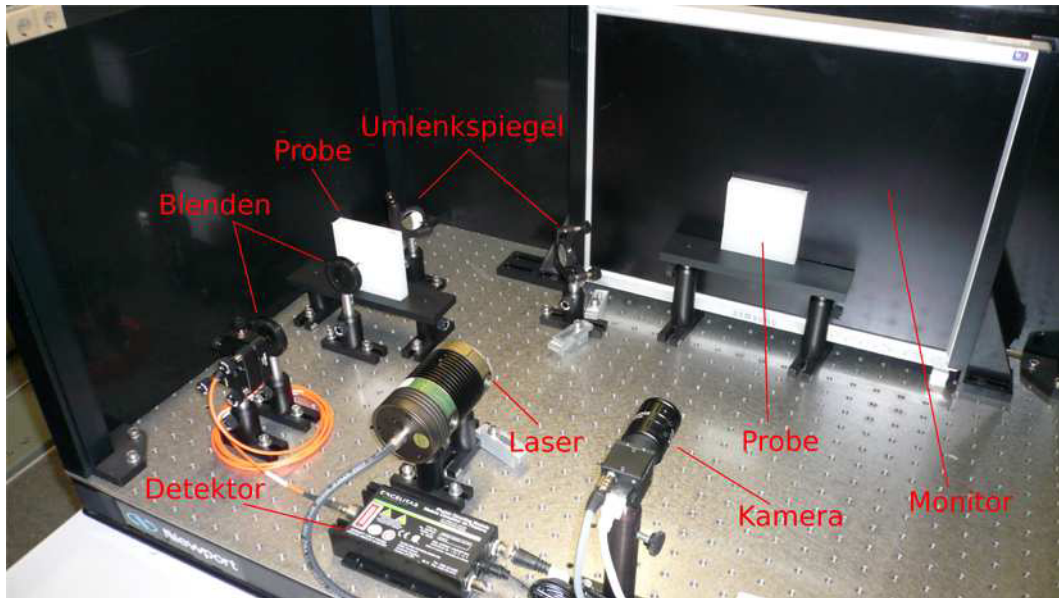


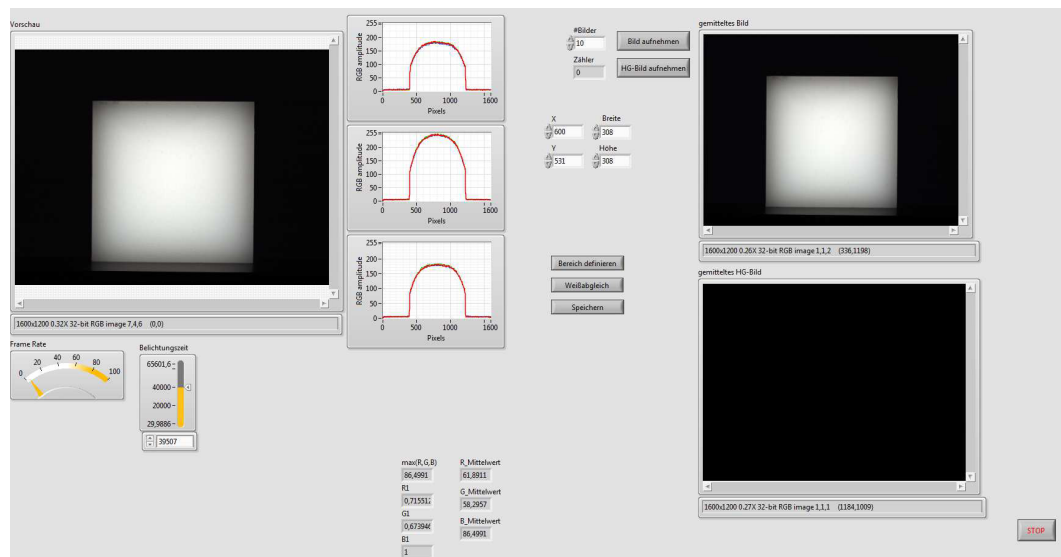
Abb. 4: Versuchsaufbau

Der zweite Versuchsteil dient der ballistischen Transmissionsmessung (vgl. Abbildung 4). Dieser besteht im Wesentlichen aus einem Laser, einer Probenhalterung und einem Detektor. Für die bessere Justage sind zusätzlich noch zwei Umlenkspiegel und zwei Blenden im Strahlengang eingebaut. Der Laserstrahl wird über die zwei Umlenkspiegel auf die Probe gerichtet, die auf der Probenhalterung steht und fällt anschließend durch die beiden Blenden auf den Detektor. Mithilfe der Blenden soll sichergestellt werden, dass nur Licht, das ballistisch durch die Probe fällt, vom Detektor wahrgenommen wird. Der LDH-P-C-640B-Laser ist ein gepulster Diodenlaser von PicoQuant, der eine Wellenlänge von 638 nm besitzt. Er erreicht Peakleistungen bis 1 Watt und Pulsdauern von etwa 50 ps. Der Detektor von Excelitas zählt die Anzahl der Photonen, die bei ihm ankommen und überträgt diese auf den Computer, an dem sie mit einer geeigneten Software direkt ausgelesen werden können.

### 3.2 Software

Die Steuerungssoftware zur Bedienung des ersten Versuchsteils wurde in LabVIEW implementiert und ist in Haupt- und Anzeigeprogramm unterteilt. Das Hauptprogramm (vgl. Abbildung 5) dient zur Bedienung des Versuchs. Hier werden Bilder aufgenommen, zugeschnitten und gespeichert. Gleichzeitig steuert das Hauptprogramm das Anzeigeprogramm, welches auf dem Monitor im Versuchsaufbau ein weißes Rechteck auf einem

schwarzen Hintergrund anzeigt. Dieses dient während des Versuchs zur Beleuchtung der Proben.



**Abb. 5:** LabVIEW Programm

Im ersten Schritt müssen beide Programme geöffnet und das Hauptprogramm gestartet werden. Im Hauptprogramm findet sich ein Vorschau-Fenster, in dem das aufgenommene Bild der Kamera dauerhaft angezeigt wird. Die Grafiken rechts daneben zeigen jeweils die Amplituden der drei Farbkanäle rot, grün und blau, die zwischen den Werten 0 und 255 liegen. Gemessen werden diese durch den Querschnitt des Bildes. Jede Grafik zeigt die Amplituden der Farbkanäle an verschiedenen Stellen des Bildes, oben, in der Mitte und unten im Bild. Mithilfe der Belichtungszeit, die unterhalb des Vorschau-Fensters einstellbar ist, kann eine Übersättigung der Farbkanäle über einen Wert von 255 vermieden werden. Die vier Eingabefelder mit den Titeln “X”, “Y”, “Breite” und “Höhe” dienen zur Veränderung der Größe und Position des weißen Rechtecks im Anzeigeprogramm. Je nachdem welche Probe gerade benutzt wird, müssen die Werte verändert werden. Zur Aufnahme eines Bildes betätigt man den Button “Bild aufnehmen”. Wichtig ist allerdings dass davor die Anzahl der Bilder eingestellt wird. Das Programm nimmt dann eine bestimmte Anzahl an Bildern auf (z.B. 10) und gibt deren Mittellung im Fenster “gemittelttes Bild” aus. Das gleiche passiert bei Betätigen des Schalters “HG-Bild aufnehmen”, wobei hier der Deckel der Kamera auf dem Objektiv aufgeschraubt sein sollte, da diese Mittellung, die im Fenster “gemittelttes HG-Bild” angezeigt wird, als Hintergrundbild dient, das später vom gemittelten Bild abgezogen wird. Hat man beide Bilder aufgenommen, so muss ein Weißabgleich durchgeführt werden, der ganz einfach über den Button “Weißabgleich” aufgerufen werden kann. Anschließend kann man mithilfe von “Bereich definieren” einen Bereich aus dem aufgenommenen Bild auswählen. Bei Betätigen des Buttons “Speichern” wird das aufgenommene, zugeschnittene Bild gespeichert.

## 4 Durchführung

### 4.1 Aufgabe 1: Alltägliche Gegenstände

Im ersten Versuchsteil sollen einige Gegenstände aus dem Alltag untersucht werden. Dies kann beispielsweise Salz, Zucker, Schnee, eine Milch-Wasser-Mischung, ein Milchglas oder Ähnliches sein. Verwendet wird der erste Versuchsaufbau mit Kamera und Monitor, vor den die jeweilige Probe in einem geeigneten Gefäß gestellt wird. Es dürfen gerne auch selbst Gegenstände mitgebracht und untersucht werden. Öffnen Sie das Haupt- und Anzeigeprogramm und starten Sie das Hauptprogramm. Stellen Sie im ersten Schritt mithilfe der Bedienelemente “X”, “Y”, “Breite” und “Höhe” Größe und Position des Rechtecks, das im Anzeigeprogramm als Lichtquelle dient ein, sodass die zu untersuchende Probe vollständig ausgeleuchtet wird. Prüfen Sie nun die Grafiken neben dem Vorschau-Bild, um sicherzugehen, dass keiner der Farbkanäle übersättigt ist. Gleichen Sie dies gegebenenfalls mithilfe der Belichtungszeit aus. Nehmen Sie nun durch Betätigen der Bedienelemente “Bild aufnehmen” und “HG-Bild aufnehmen” ein Bild der Probe und eine Hintergrundmessung auf. Denken Sie im Voraus daran die Anzahl der Bilder einzustellen und bei der Aufnahme des Hintergrundbildes den Kameradeckel zu schließen. Führen Sie anschließend einen Weißabgleich durch und nehmen Sie erneut ein Bild der Probe auf. Schneiden Sie dieses Bild durch klicken auf die Schaltfläche “Bereich auswählen” so zu, dass nur noch die Probe zu sehen ist und speichern Sie es ab. Führen Sie den Versuch mit den anderen, selbst mitgebrachten Proben genauso durch.

### 4.2 Aufgabe 2: Ballistische Transmissionsmessung

In diesem Versuchsteil wird der zweite Versuchsaufbau mit dem Laser verwendet. Im gesamten Versuch muss daher eine Schutzbrille getragen werden. Im ersten Schritt dieses Versuchs wird der Laserstrahl justiert. Hierzu müssen die beiden Blenden ganz geschlossen werden und der Laserstrahl sollte nach der Justage direkt in den Detektor treffen. Die Justage sollte zudem bei ausgeschaltetem Detektor stattfinden, da dieser sonst durchbrennen kann. Zusätzlich zum Versuchsaufbau stehen in diesem Versuch noch drei Filter zur Verfügung, durch die 10%, 1% und 0,1% der Strahlung transmittieren. Achten Sie darauf, dass zum Schutz des Detektors, während des Betriebs wenn nötig immer ein Filter im Strahlengang steht. Im Laufe des Versuchs, bei Verwendung der Proben können die Filter natürlich gegebenenfalls entfernt werden.

Öffnen und starten Sie für den Versuch das Programm TimeHarp und prüfen Sie anhand der Anzeigen “Sync” und “Input”, ob Signale von Laser und Detektor ankommen. Wichtig ist, dass die Anzahl der Photonen, die im Anzeigefeld “Input” zu sehen ist im Bereich von  $1 \cdot 10^4$  bis  $5 \cdot 10^6$  liegt. Ansonsten ist der Einfluss der Totzeit und damit die Dunkelzählrate des Detektors auf die Messergebnisse bzw. die Gefahr des Durchbrennens zu groß. Achten Sie hierbei auf das Warnsignal rechts unten. Regeln Sie die Anzeige “Input”, indem Sie die Intensität des Lasers verändern. Stellen Sie nun die erste Probe auf den Probekhalter in den Strahlengang und führen Sie eine Messung durch. Notieren Sie sich die Teilchenkonzentration der Probe, die Zählrate der Photonen die am Detektor ankommen, also die ballistisch transmittierte Leistung  $P$  und die Filter, die Sie für die Messung verwendet haben. Führen Sie dies nun bei allen vorhandenen quadratischen Proben, mit Konzentrationen von 0,0 mg/ml bis 0,3 mg/ml durch. Die Probe mit einer Konzentration von 0,0 mg/ml dient als Referenzprobe für die transmittierte Leistung ohne Streuer. Achten Sie im Laufe des gesamten Versuchs darauf, dass die Kiste während der

Messung immer geschlossen ist, um ein möglichst präzises Ergebnis zu erhalten.

Im zweiten Teil dieser Aufgabe soll die ballistisch transmittierte Leistung in Abhängigkeit der Dicke der Probe gemessen werden. Hierzu existieren drei Proben mit der Konzentration 0,1 mg/ml, von denen zuerst eine, dann zwei und anschließend drei direkt hintereinander in den Strahlengang gebracht werden sollen. Notieren Sie sich jeweils die kombinierte Dicke, die dazugehörige Anzahl an Photonen, die den Detektor erreichen und die Filter, die Sie verwendet haben.

### 4.3 Aufgabe 3: Diffuse Transmissionsmessung

Für die diffuse Transmissionsmessung wird der erste Teil des Versuchsaufbaus verwendet. Hier sollen Proben mit verschiedenen Partikelkonzentrationen untersucht werden. Die Konzentrationen an Titandioxidpartikeln der einzelnen Proben reichen dabei von 0.0 mg/ml bis 0.3 mg/ml. Diese Proben sollen mithilfe des Monitors beleuchtet und untersucht werden. Prüfen Sie dazu im ersten Schritt, ob die Kamera in Betrieb ist und öffnen Sie anschließend die LabVIEW Programme mit den Namen "Hauptprogramm" und "Anzeigeprogramm". Starten Sie nun das Hauptprogramm. Das Anzeigeprogramm wird durch Starten des Hauptprogramms automatisch aufgerufen. Sehen Sie nach ob im Vorschau-Fenster das gewünschte Bild angezeigt wird und prüfen Sie, ob keiner der drei Farbkanäle übersättigt ist. Beheben Sie dies gegebenenfalls mithilfe der Belichtungszeit. Nun stellen Sie die Größe und Position des weißen Rechtecks, das im Anzeigeprogramm als Lichtquelle dient, mithilfe der Bedienelemente "X", "Y", "Breite" und "Höhe" ein, sodass es der Größe einer Probe entspricht. Nun beginnt der eigentliche Versuch. Stellen Sie die erste Probe vor das weiße Quadrat, fokussieren Sie die Kamera und nehmen Sie anschließend ein Bild und ein Hintergrundbild auf. Achten Sie dabei darauf, dass bei der Aufnahme des Hintergrundbildes der Objektivdeckel geschlossen ist. Machen Sie nun einen Weißabgleich und nehmen Sie ein weiteres Mal die beiden Bilder auf. Wählen Sie daraufhin einen Bereich des Bildes aus und speichern Sie das Bild ab. Notieren Sie sich die Belichtungszeit und fahren Sie nun mit den anderen Proben genauso fort.

### 4.4 Aufgabe 4: Tarnkappen

Im letzten Versuchsteil soll die zuvor beschriebene Theorie über Tarnkappen in trüben Medien experimentell nachgewiesen werden. Hierzu existieren fünf verschiedene Proben, die wie die in den vorherigen Aufgaben verwendeten Proben aus PDMS mit Titandioxidpartikeln bestehen. Die Partikelkonzentrationen können sich je nach Probe unterscheiden. Eine der Proben dient als Referenz und besteht nur aus dem Umgebungsmaterial, eine weitere besteht aus dem Umgebungsmaterial und einem Metallzylinder als Kern. In den drei übrigen Proben ist jeweils eine Tarnkappe, bestehend aus Kern und Schale eingebaut, wobei die Umgebungen der Proben unterschiedliche Titandioxidkonzentrationen und damit unterschiedliche Diffusivitäten aufweisen. Diese fünf Proben sollen nun mithilfe des ersten Versuchsaufbaus mit Kamera und Monitor genauer untersucht werden. Gehen Sie hierzu wie in Aufgabe 3 vor: Stellen Sie zuerst die Größe des weißen Rechtecks, das im Anzeigeprogramm als Lichtquelle dient ein, sodass es die Proben vollständig ausfüllt. Stellen Sie, nach Positionierung der Probe vor dem Monitor, die Belichtungszeit passend ein und nehmen Sie anschließend ein Bild und ein Hintergrundbild auf. Machen Sie einen Weißabgleich und wiederholen Sie die Messung. Stellen Sie nun einen Bereich ein, der ausgeschnitten werden soll und denken Sie daran Ihre Aufnahme zu speichern. Gehen Sie

nun genauso mit den anderen Proben vor und notieren Sie sich die jeweils eingestellte Belichtungszeit.



## 5 Auswertung

### 5.1 Aufgabe 1: Alltägliche Gegenstände

Diese Aufgabe dient der Einführung in das Thema diffuse Medien. Beschreiben Sie kurz was Sie beobachtet haben und was ein diffuses Medium ausmacht.

### 5.2 Aufgabe 2: Ballistische Transmissionsmessung

Berechnen Sie mithilfe der Messdaten aus dem Versuch das ballistisch transmittierte Verhältnis zweier Leistungen  $P/P_0$ , das durch den Quotient der Leistung  $P$  und der Referenzleistung  $P_0$  gegeben ist. Tragen Sie diese logarithmisch in einem Schaubild gegen die Konzentration  $c(\text{mg/ml})$  auf und verwenden Sie Gleichung 7 um aus den Daten die mittlere freie Weglänge  $l_s(c)$  und aus ihr die freie Transportweglänge  $l_t$  zu bestimmen. Hierzu wird der Anisotropiefaktor  $g$  benötigt, der  $g = 0,523$  beträgt. Dieser Wert kann über eine zeit- und orts aufgelöste Messung bestimmt werden, was in diesem Versuch allerdings nicht machbar ist, weshalb er hier angegeben wird. Abschließend soll mithilfe der absoluten Photonengeschwindigkeit  $v$  im Medium die Diffusivität  $D$  für die einzelnen Proben berechnet werden. Diskutieren Sie hierbei, ob die Berechnung der Diffusivität für alle Proben sinnvoll ist (vgl. Kapitel 2.3) und ermitteln Sie die Diffusivitäten nur für diese. Im zweiten Teil dieser Aufgabe soll die ballistisch transmittierte Leistung gegenüber der Dicke der Proben in einem Schaubild aufgetragen werden. Welcher funktionelle Zusammenhang verbindet die beiden Größen?

### 5.3 Aufgabe 3: Diffuse Transmissionsmessung

In dieser Aufgabe soll anhand der aufgenommenen Bilder der Proben ein Zusammenhang zwischen der Menge des transmittierten Lichts und der Konzentration der in ihr enthaltenen Streuer hergestellt werden. Bestimmen Sie die Helligkeit der Proben, indem Sie über einen kleinen Bereich in der Mitte der Probe mitteln. Absolute Helligkeiten sind nicht von Interesse, weshalb die Helligkeit pro Belichtungszeit berechnet werden soll. Hieraus ergibt sich dann die tatsächliche Helligkeit der Probe, die über die Konzentration der Probe aufgetragen wird. Welcher funktionelle Zusammenhang besteht zwischen der Helligkeit der Probe und dessen Konzentration?

Vergleichen Sie nun die experimentell ermittelte Gesetzmäßigkeit der transmittierten Leistung  $P/P_0$  in abhängigkeit der Konzentration mit Gleichung 23, in der die Transmission von der Diffusivität des Mediums abhängt. Die Konstante  $A$  ergibt sich aus den beiden Brechungsindizes  $n_1 = 1,4$  für PDMS und  $n_2 = 1$  für Luft zu  $A = 2,95$ . Beschreiben Sie mögliche Abweichungen zwischen Experiment und Theorie und erklären Sie diese.

### 5.4 Aufgabe 4: Tarnkappen

Im letzten Aufgabenteil werden die Versuche zu den Proben mit Tarnkappe ausgewertet. Betrachten Sie die Bilder der Referenzprobe, der Probe mit Metallzylinder und der Proben mit Tarnkappe und machen sie qualitative Aussagen über deren Helligkeit an verschiedenen Stellen des Bildes. Plotten Sie hierzu den Intensitätsverlauf entlang der Waagrechten in der Mitte des Bildes. Vergleichen Sie die Intensitätsschnitte der Proben miteinander. Berechnen Sie mithilfe des Radius' des Zylinders  $R_1 = 8 \text{ mm}$  und des Außenradiuses der Schale  $R_2 = 12 \text{ mm}$  das Verhältnis der Diffusivitäten von Schale und Umgebung, für das

eine Tarnkappe in einem diffusiven Medium theoretisch optimal funktioniert (vgl. Gleichung 24). Vergleichen Sie dieses mit den im Versuch vorhandenen Proben und erklären Sie die Unterschiede zwischen Theorie und experimentellen Ergebnissen.

## Literatur

- [1] F. Martelli, *Light Propagation Through Biological Tissue and Other Diffusive Media: Theory, Solutions, and Software*, Press Monographs (SPIE Press, 2010).
- [2] C. Kittel und H. Krömer, *Thermodynamik* (Oldenbourg, 2001).
- [3] R. Schittny, M. Kadic, T. Bückmann und M. Wegener, “Invisibility cloaking in a diffusive light scattering medium,” *Science* **345**, 427–429 (2014).
- [4] G. Milton, *The Theory of Composites*, Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics (Cambridge University Press, 2002).