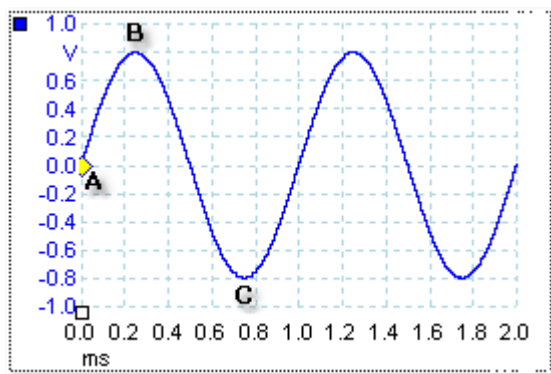


5 Einführung in die Arbeit mit PicoScope und dem Oszilloskop

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Konzepte erklärt, die Sie vor der Arbeit mit der PicoScope-Software wissen müssen. Wenn Sie zuvor mit einem Oszilloskop gearbeitet haben, dann werden Sie die meisten Ideen bereits kennen. Sie können den Abschnitt [Oszilloskop-Grundlagen](#)^[8] überspringen und direkt mit den [PicoScope-spezifischen Informationen fortfahren](#).^[9] Wenn Sie noch keine Erfahrungen mit Oszilloskopen haben, nehmen Sie sich einige Minuten Zeit, um wenigstens die Themen [Oszilloskop-Grundlagen](#)^[8] und [PicoScope-Grundlagen](#)^[9] zu lesen.

5.1 Oszilloskop-Grundlagen

Ein Oszilloskop ist ein Messinstrument, das Spannungswerte über einen Zeitraum als Diagramm darstellt. Die nachfolgende Abbildung zeigt z. B. eine typische Oszilloskopansicht auf einem Bildschirm, bei der eine variierende Spannung an einen der Eingangskanäle angeschlossen ist.



Oszilloskopanzeigen werden immer von links nach rechts gelesen. Die Zeitkennlinie des Signals wird als eine Linie gezeichnet, die Spur genannt wird. In diesem Beispiel ist die Spur blau und beginnt bei Punkt A. Links von diesem Punkt sehen Sie die Nummer „0.0“ auf der Spannungs-Achse^[10]. Dieser Punkt sagt Ihnen, dass die Spannung 0,0 V (Volt) beträgt. Unterhalb von Punkt A sehen Sie eine weitere Nummer „0.0“, dieses Mal auf der Zeitachse. Dieser Punkt sagt Ihnen, dass die Zeit an 0,0 ms (Millisekunden) beträgt.

Bei Punkt B, 0,25 Millisekunden später, ist die Spannung auf einen positiven Spitzenwert von 0,8 Volt angestiegen. Bei Punkt C, 0,75 Millisekunden nach dem Start, ist die Spannung auf einen negativen Spitzenwert von -0,8 Volt abgefallen. Nach 1 Millisekunde ist die Spannung wieder auf 0,0 Volt angestiegen und ein neuer Zyklus beginnt. Dieser Signaltyp wird Sinuswelle genannt und ist eine aus einem unbegrenzten Bereich aus Signaltypen, auf die Sie stoßen werden.

Die meisten Oszilloskope erlauben Ihnen die vertikalen und horizontalen Skalen der Anzeige anzupassen. Die vertikale Skala wird Spannungsbereich genannt (wenigstens in diesem Beispiel, denn auch Skalen in anderen Einheiten, wie Milliampere, sind möglich). Die horizontale Skala wird Zeitachse genannt und in Zeiteinheiten gemessen. In diesem Beispiel eine Tausendstelsekunde.

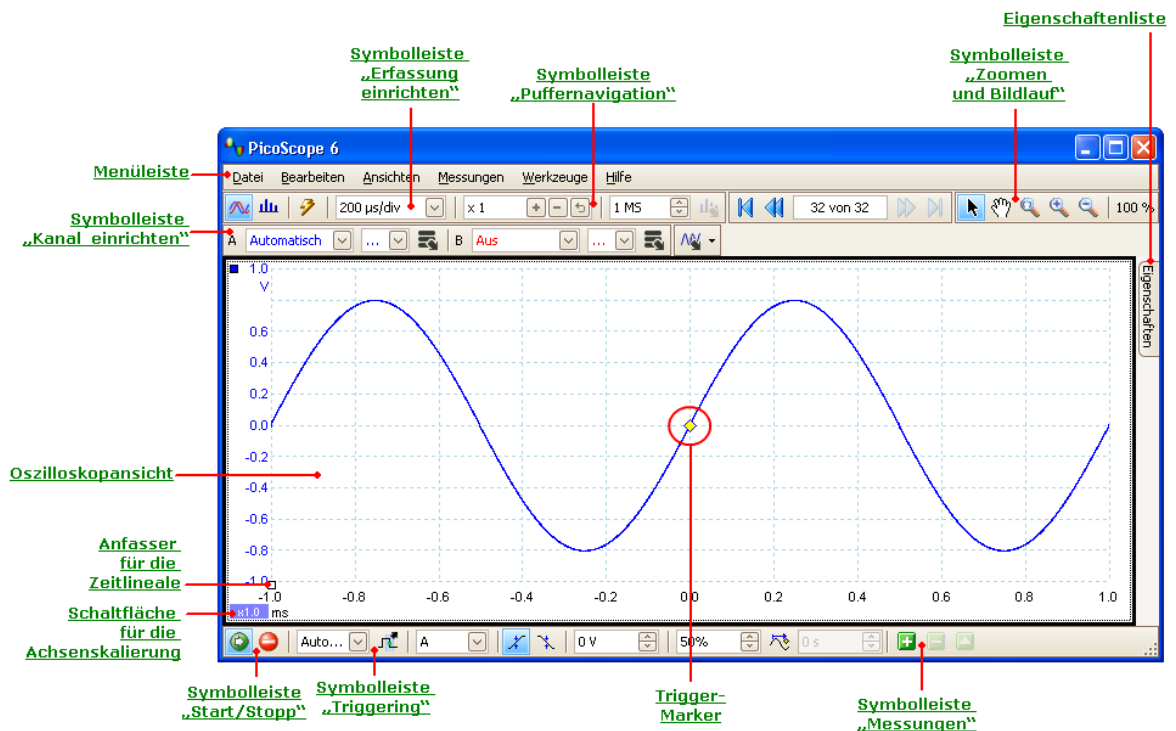
5.2 PCO-Grundlagen

Ein PCO (PC-Oszilloskop) ist ein Messinstrument, das aus einem Hardware-Oszilloskop und einem Oszilloskopprogramm besteht, das auf einem PC ausgeführt wird. Oszilloskope wurden lange vor den Computern eingeführt. Ursprünglich handelte es sich um eigenständige Geräte mit begrenzten Fähigkeiten. Später wurden die Funktionen der Oszilloskope durch die Digitaltechnologie erweitert, aber es blieben hoch spezialisierte und teure Instrumente. PC-Oszilloskope sind der letzte Schritt in der Evolution der Oszilloskope. Sie kombinieren die messtechnische Leistungsfähigkeit der Oszilloskope von Pico Technology mit der Annehmlichkeit eines PCs, der sich bereits auf Ihrem Schreibtisch befindet.



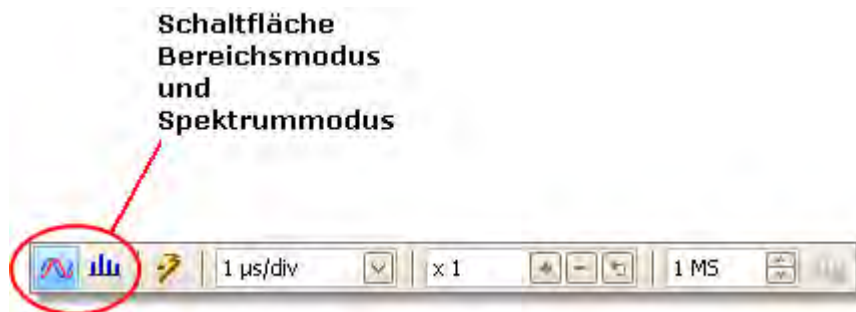
5.3 PicoScope-Grundlagen

PicoScope kann einfache Wellenformen darstellen, wie das Beispiel aus dem Thema [Oszilloskop-Grundlagen](#)^[8], verfügt jedoch auch über viele fortgeschrittene Funktionen. Der nachfolgende Screenshot zeigt das PicoScope-Fenster. Klicken Sie auf eine der unterstrichenen Beschriftungen, um weitere Informationen anzuzeigen. Eine Erklärung dieser wichtigen Konzepte finden Sie unter [PicoScope-Fenster](#)^[11].



5.3.1 Aufnahmemodi

PicoScope kann in einem von zwei Aufnahmemodi ausgeführt werden: Bereichsmodus und Spektrummodus. Diese Modi werden mit Hilfe der Schaltflächen auf der Symbolleiste „Erfassung einrichten“ gesteuert.^[65]



- Im Bereichsmodus zeigt PicoScope eine [Haupt-Oszilloskopansicht](#)^[12] mit optimierten Einstellungen für die Verwendung als PC-Oszilloskop an und ermöglicht Ihnen, die Aufnahmezeit direkt festzulegen. Sie können weiterhin eine oder mehrere sekundäre Spektrumansichten anzeigen.
- Im Spektrummodus zeigt PicoScope als Hauptansicht eine [Spektrumansicht](#)^[15] mit optimierten Einstellungen für die Spektralanalyse an und ermöglicht Ihnen, den Frequenzbereich auf eine ähnliche Weise festzulegen, wie bei einem dedizierten Spektrumanalysator. Sie können weiterhin eine oder mehrere sekundäre Oszilloskopansichten anzeigen.

Beim [Speichern von Wellenformen und Einstellungen](#)^[25] sichert PicoScope nur die Daten für den Modus, den Sie gegenwärtig verwenden.

Siehe auch: [Die Zusammenarbeit von Aufnahmemodi und Ansichten](#)^[10]

5.3.2 Die Zusammenarbeit von Aufnahmemodi und Ansichten

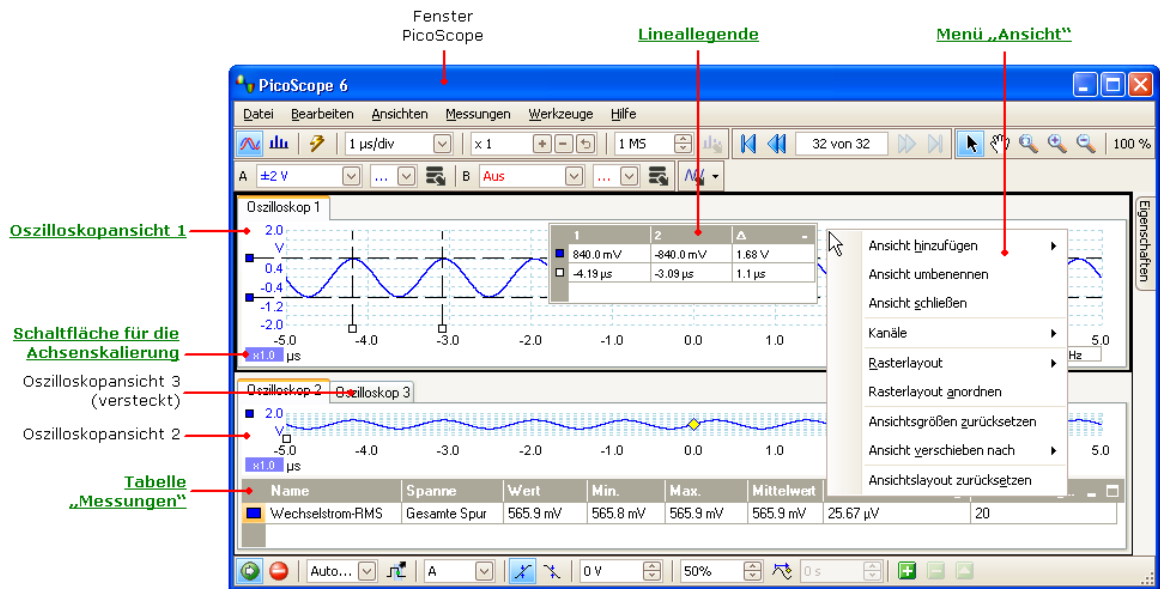
[Ansichten](#)^[103] sind nichts anderes als eine Darstellung der erfassten Daten in einem bestimmten Format. Sie wirken sich nicht darauf aus, wie Daten erfasst werden. Die Steuerung der Art und Weise, wie Daten erfasst werden, ist Aufgabe des [Aufnahmemodus](#).^[10] Das bedeutet, Sie können einfach eine [Spektrumansicht](#)^[15] im Oszilloskopmodus oder sogar eine [Oszilloskopansicht](#)^[12] im Spektrummodus hinzufügen.

Sie können nicht die primäre Ansicht im jeweiligen Erfassungsmodus schließen. Im Oszilloskopmodus ist z. B. die Oszilloskopansicht die primäre Ansicht, d. h. PicoScope lässt nicht zu, dass Sie die letzte Oszilloskopansicht schließen.

Wenn Sie einen sekundären Ansichtstyp verwenden (eine Spektrumansicht im Oszilloskopmodus oder eine Oszilloskopansicht im Spektrummodus), sehen Sie u. U. Daten, die nicht wie in der primären Ansicht ordentlich angeordnet sind, sondern zusammengequetscht wurden. Mit Hilfe der leistungsfähigen Zoom-Werkzeuge, können Sie normalerweise diese Einschränkung überwinden.

5.4 PicoScope-Fenster

Das PicoScope-Fenster zeigt einen Datenblock, der mit einem [Oszilloskop](#)^[104] erfasst wurde. Wenn Sie PicoScope zum ersten Mal öffnen, enthält es eine [Oszilloskopansicht](#)^[12], Sie können aber weitere Ansichten hinzufügen, indem Sie auf „Ansicht hinzufügen“ aus dem Menü [„Ansichten“](#) klicken.^[33] Der nachfolgende Screenshot zeigt alle Hauptfunktionen aus dem PicoScope-Fenster. Klicken Sie auf die unterstrichenen Beschriftungen, um weitere Informationen anzuzeigen.



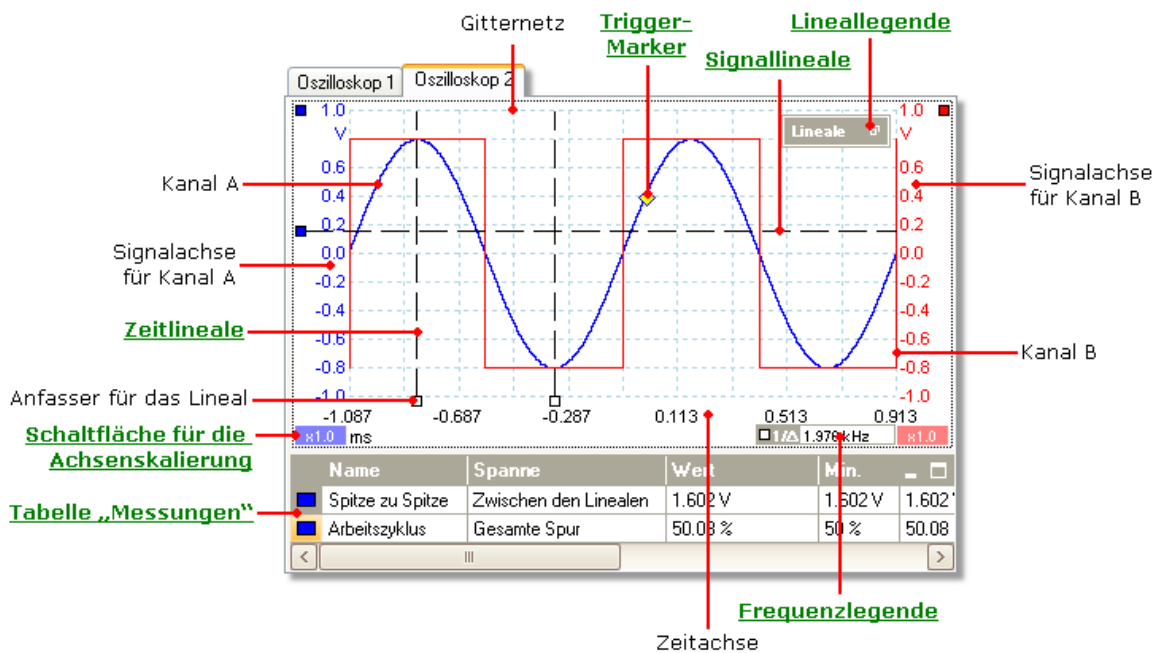
So ordnen Sie Ansichten innerhalb des PicoScope-Fensters an

Wenn das PicoScope-Fenster mehr als eine [Ansicht](#)^[103] enthält, ordnet PicoScope diese in einem Raster an. Diese Anordnung erfolgt automatisch, aber Sie können Sie anpassen, wenn Sie das möchten. Jede rechteckige Fläche im Raster wird ein [Ansichtsfenster](#)^[103] genannt. Sie können eine [Ansicht](#)^[103] in ein anderes Ansichtsfenster verschieben, indem Sie die Namens-Registerkarte ziehen ([Demonstration](#)^[87]), aber Sie können sie nicht außerhalb des PicoScope-Fensters verschieben. Sie können auch mehr als eine Ansicht in einem Ansichtsfenster ablegen. Ziehen Sie dazu die Ansicht und legen Sie sie übereinander ab.

Um weitere Optionen anzuzeigen, klicken Sie mit der rechten Maustaste auf eine Ansicht, um das Menü [„Ansicht“](#)^[33] zu öffnen. Wahlweise können Sie auch „Ansicht“ auf der [Menüleiste](#)^[24] wählen und anschließend eine der Menüoptionen aufrufen, um die Ansichten anzuordnen.

5.5 Oszilloskopansicht

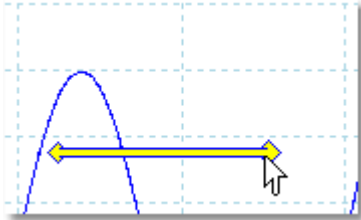
In einer Oszilloskopansicht werden die mit dem Oszilloskop erfassten Daten als Graph der Signalamplitude über den zeitlichen Verlauf angezeigt. (Weitere Informationen zu diesen Konzepten finden Sie unter [Oszilloskop-Grundlagen](#) ^[8].) PicoScope wird mit einer einzelnen Ansicht geöffnet, aber Sie können weitere Ansichten über das Menü „Ansichten“ ^[33] hinzufügen. Ähnlich dem Bildschirm eines konventionellen Oszilloskops werden in der Oszilloskopansicht eine oder mehrere Wellenformen mit einer gemeinsamen horizontalen Zeitachse und Signalpegel auf einer oder mehreren vertikalen Achsen angezeigt. In jeder Ansicht können so viele Wellenformen dargestellt werden, wie das Oszilloskop Kanäle hat. Klicken Sie auf eine der Beschriftungen, um weitere Informationen zu einer Funktion anzuzeigen.



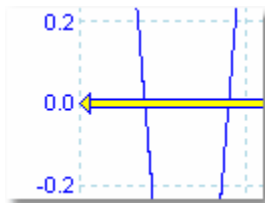
Oszilloskopansichten sind unabhängig vom gerade aktiven Modus, d. h. [Oszilloskopmodus](#) ^[10] oder [Spektrummodus](#) ^[10], verfügbar.

5.6 Post-Trigger-Pfeil

Beim Post-Trigger-Pfeil handelt es sich um eine modifizierte Form des [Trigger-Markers](#)^[14], der vorübergehend auf einer [Oszilloskopansicht](#)^[12] angezeigt wird, während Sie eine Post-Trigger-Verzögerung einrichten oder den Trigger-Marker ziehen, nachdem Sie eine Post-Trigger-Verzögerung eingerichtet haben. ([Was ist eine Post-Trigger-Verzögerung?](#)^[10])



Das linke Ende des Pfeils markiert den Trigger-Punkt und ist mit Null auf der Zeitachse ausgerichtet. Wenn sich Null auf der Zeitachse außerhalb der [Oszilloskopansicht](#)^[12] befindet, dann wird das linke Ende des Post-Trigger-Pfeils so angezeigt:

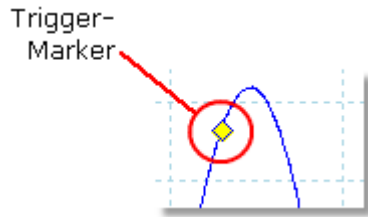


Das rechte Ende des Pfeils (das vorübergehend den [Trigger-Marker](#)^[14] ersetzt) markiert den Trigger-Referenzpunkt.

Legen Sie mit den Schaltflächen auf der Symbolleiste [„Triggering“](#)^[73] eine Post-Trigger-Verzögerung fest.

5.7 Trigger-Marker

Der Trigger-Marker zeigt den Pegel und den Zeitwert des Trigger-Punkts.



Die Höhe des Markers auf der vertikalen Achse zeigt den Pegel, an dem der Trigger festgelegt wurde und die Position auf der Zeitachse zeigt den Zeitpunkt, wann dies stattfindet.

Sie können den Trigger-Marker verschieben, indem Sie ihn mit der Maus ziehen. Wenn Sie eine akkuratere Steuerung realisieren möchten, verwenden Sie die Schaltflächen auf der Symbolleiste [„Triggering“](#)^[73].

Andere Formen des Trigger-Markers

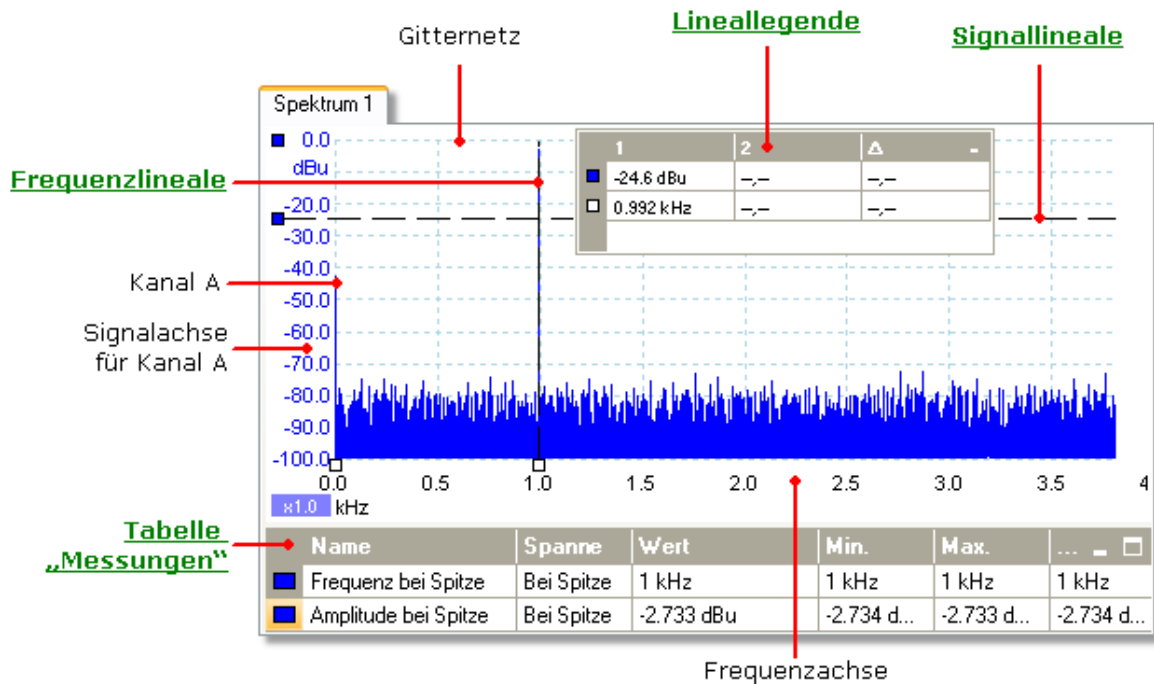
Im Post-Trigger-Verzögerungs-Modus wird der Trigger-Marker vorübergehend durch den [Post-Trigger-Pfeil](#)^[13] ersetzt, während Sie die Post-Trigger-Verzögerung anpassen.

Bei einigen [erweiterten Trigger-Typen](#)^[76] nimmt der Trigger-Marker die Form eines Fenster-Markers an, der die oberen und unteren Trigger-Schwellenwerte anzeigt.

Weitere Informationen finden Sie im Abschnitt [Trigger-Timing](#).^[100]

5.8 Spektrum-Ansicht

Eine Spektrumansicht ist eine Ansicht der Daten von einem Oszilloskop. Bei einem Spektrum handelt es sich um ein Signalpegeldiagramm, das auf der vertikalen Achse zur Frequenz auf der horizontalen Achse gezeichnet wird. PicoScope wird mit einer Oszilloskopansicht geöffnet, aber Sie können eine Spektrumansicht über das Menü [„Ansichten“](#) ^[33] hinzufügen. Wie auf dem Bildschirm eines konventionellen Spektrumanalysers werden in der Spektrumansicht ein oder mehrere Spektren mit einer gemeinsamen Frequenzachse angezeigt. In jeder Ansicht können so viele Spektren dargestellt werden, wie das Oszilloskop Kanäle hat. Klicken Sie auf eine der Beschriftungen, um weitere Informationen zu einer Funktion anzuzeigen.



Anders als in der Oszilloskopansicht werden die Spektrumdaten nicht an den Grenzen des auf den Achsen dargestellten Bereichs beschnitten, damit Sie eine Achsenskalierung oder einen Offset anwenden können, um mehr Daten anzuzeigen. Achsenbeschriftungen werden nicht für Daten bereitgestellt, die sich außerhalb des „nützlichen“ Bereichs befinden, aber die Lineale funktionieren auch außerhalb dieses Bereichs.

Spektrumansichten sind unabhängig vom gerade aktiven Modus, d. h. [Oszilloskopmodus](#) ^[10] oder [Spektrummodus](#) ^[10], verfügbar.


Weitere Informationen finden Sie in folgenden Themen: [„So richten Sie die Spektrumansicht ein“](#) ^[93] und [„Dialogfeld Spektrumoptionen“](#). ^[66]

5.9 Tabelle „Messungen“


Eine Tabelle „Messungen“ enthält automatische Messungen, die PicoScope in einer bestimmten [Ansicht vorgenommen hat](#).^[12] Sie können Messungen dieser Tabelle hinzufügen, löschen oder bearbeiten.

Name	Spanne	Wert	Min.	Max.	Mittelwert	Standardabweichung	Aufzeichnungs...
■ Wechselstrom-RMS	Gesamte Spur	1.015 V	1.015 V	1.015 V	1.015 V	0 V	1
■ Gleichstrom-Mittelwert	Gesamte Spur	-2.744 mV	-2.744 mV	-2.744...	-2.744 mV	0 V	1


So fügen Sie eine Messung hinzu

Klicken Sie auf die Schaltfläche  „Messung hinzufügen“ auf der Symbolleiste [„Messungen“](#).^[64]

So löschen Sie eine Messung

Wählen Sie eine Messung aus der Tabelle, indem Sie einmal darauf klicken. Klicken Sie anschließend auf die Schaltfläche  „Messung löschen“ auf der Symbolleiste [„Messungen“](#).^[64]

So bearbeiten Sie eine Messung

Wenn die gewünschte Messung markiert ist, klicken Sie auf die Schaltfläche  „Messung bearbeiten“ auf der Symbolleiste [„Messungen“](#).^[64] Wahlweise können Sie auch auf die Messung doppelklicken.

So ändern Sie die Breite einer Messungenspalte

Ziehen Sie die vertikale Trennlinie zwischen den Spalten, um die Spaltenbreite zu erstellen, die Sie benötigen, wie in der Abbildung dargestellt.

	Min
5 μ V	248.3 μ V
77 μ s	1.775 μ s
19 mV	629 mV
%	75.51 %

So ändern Sie die Aktualisierungsrate der Statistiken

Die Statistiken (Min, Max, Mittelwert, Standardabweichung) basieren auf mehreren Erfassungen, die in der Spalte Aufzeichnungsanzahl angezeigt werden. Sie können die maximale Aufzeichnungsanzahl über das Steuerelement „Anzahl der aufgelaufenen Aufzeichnungen“ auf der Registerkarte [„Allgemein“ Im Dialogfeld „Voreinstellungen“](#).^[52] ändern.

5.10 Erhöhung der Auflösung

Erhöhung der Auflösung beschreibt eine Technik, um die effektive vertikale Auflösung des Oszilloskops auf Kosten der Hochfrequenzdetails zu erhöhen. Die vertikale Auflösung wird häufig *Effektive Bit-Zahl* (ENOB) genannt. Wenn Sie die Erhöhung der Auflösung aktivieren, wirkt sich das nicht auf die Abtastrate des Oszilloskops oder die Menge der verfügbaren Daten aus.


Damit diese Technik funktioniert, muss das Signal eine sehr geringe Menge weißes Rauschen enthalten, aber bei vielen praktischen Anwendungen wird dies vom Oszilloskop übernommen und das Rauschen ist Teil normaler Signale.

Bei der Funktion zur Erhöhung der Auflösung handelt es sich um einen flachen Filter für gleitende Durchschnittswerte. Dieser funktioniert als ein Tiefpass-Filter mit guten Sprungantwort-Merkmalen und einer sehr langsamen Absenkung vom Durchlassband zum Sperrbereich.

Bei der Erhöhung der Auflösung kommt es zu einigen Nebeneffekten. Diese sind normal und können durch die Reduktion der verwendeten Auflösungserhöhung, die Erhöhung der erfassten Abtastwerte oder Änderungen an der Zeitachse neutralisiert werden. Versuch und Irrtum sind normalerweise die beste Methode, um die optionale Erhöhung der Auflösung für Ihre Anwendung zu finden. Zu den Nebeneffekten gehören: -

- Geweitete oder abgeflachte Impulse (Spitzen)
- Vertikale Kanten (wie bei einer Rechteckwelle) werden in gerade Neigungen umgewandelt
- Inversion des Signals (erscheint manchmal so, als befände sich der Trigger-Punkt an der falschen Kante)
- Eine flache Linie (wenn zu wenig Abtastwerte für die Wellenform erfasst wurden)

Verfahren

- Klicken Sie auf die Schaltfläche „Kanaloptionen“  auf der Symbolleiste „[Kanal einrichten](#)“^[61].
- Mit dem Steuerelement „Auflösung erhöhen“ aus dem Menü „[Erweitere Optionen](#)“^[62] wählen Sie die effektive Anzahl der Bits, die größer oder gleich der [vertikalen Auflösung](#)^[103] des Oszilloskops sein kann.

Quantifizierung der Erhöhung der Auflösung

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Größe des Filters für gleitende Durchschnittswerte für jede Einstellung der Auflösungserhöhung. Eine größere Filtergröße erfordert eine höhere Abtastrate, um ein bestimmtes Signal ohne Nebeneffekte (siehe oben) zu repräsentieren.

Auflösungs-erhöhung e (Bit)	Anzahl der Werte n
0,5	2
1,0	4
1,5	8
2,0	16
2,5	32
3,0	64
3,5	128
4,0	256

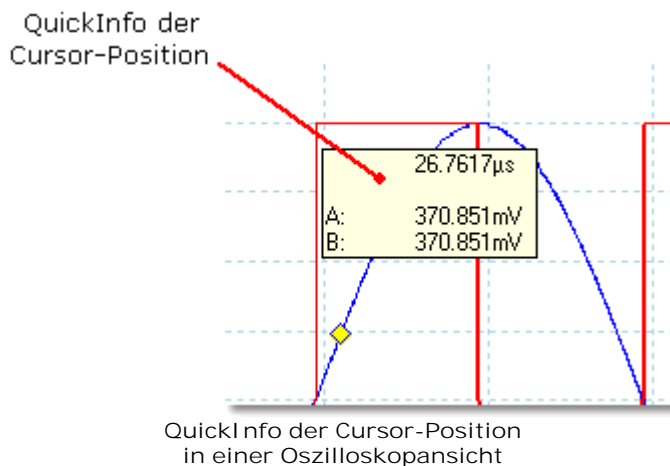
Beispiel. Bei Ihrem Oszilloskop handelt es sich um ein PicoScope 5204 (Auflösung = 8 Bit). Sie haben eine effektive Auflösung von 9,5 Bit ausgewählt. Die Auflösungserhöhung beträgt aus diesem Grund

$$e = 9,5 - 8,0 = 1,5 \text{ Bit.}$$

Die Tabelle zeigt, die wird durch einen gleitenden Durchschnittswert von $n = 8$ Abtastwerte erreicht. Dieser Wert gibt einen Hinweis darauf, wie sich die Auflösungserhöhung als Filtereffekt auf das Signal auswirken wird. Die beste Methode, den tatsächlichen Tiefpass-Filtereffekt zu sehen, besteht im Hinzufügen einer Spektrumansicht. Betrachten Sie dann die Form des Störpegels (versuchen Sie den Achsen-Offset nach oben zu bewegen, um ihn genauer zu sehen).

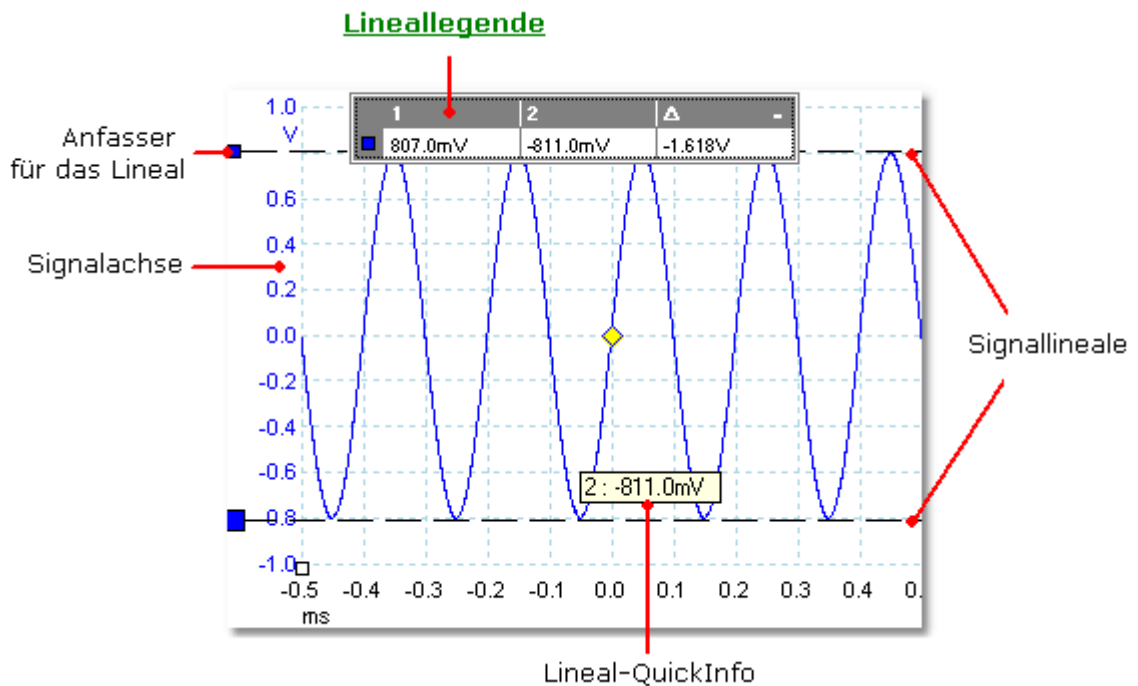
5.11 QuickInfo der Cursor-Position

Bei der QuickInfo der Cursor-Position handelt es sich um ein Feld, in dem die horizontalen und vertikalen Achsenwerte an der Cursorposition angezeigt werden. Dieses Feld wird vorübergehend eingeblendet, wenn Sie auf den Hintergrund einer [Ansicht klicken](#).^[103] In einer [Oszilloskopansicht](#)^[12] werden hier die Zeit- und Signalwerte angezeigt, in einer [Spektrumansicht](#)^[15] dagegen die Frequenz- und Signalwerte.



5.12 Signallineale

Die Signallineale helfen Ihnen, absolute und relative Signalpegel in einer [Oszilloskopansicht](#)^[12] oder einer [Spektrumansicht](#)^[15] zu öffnen.



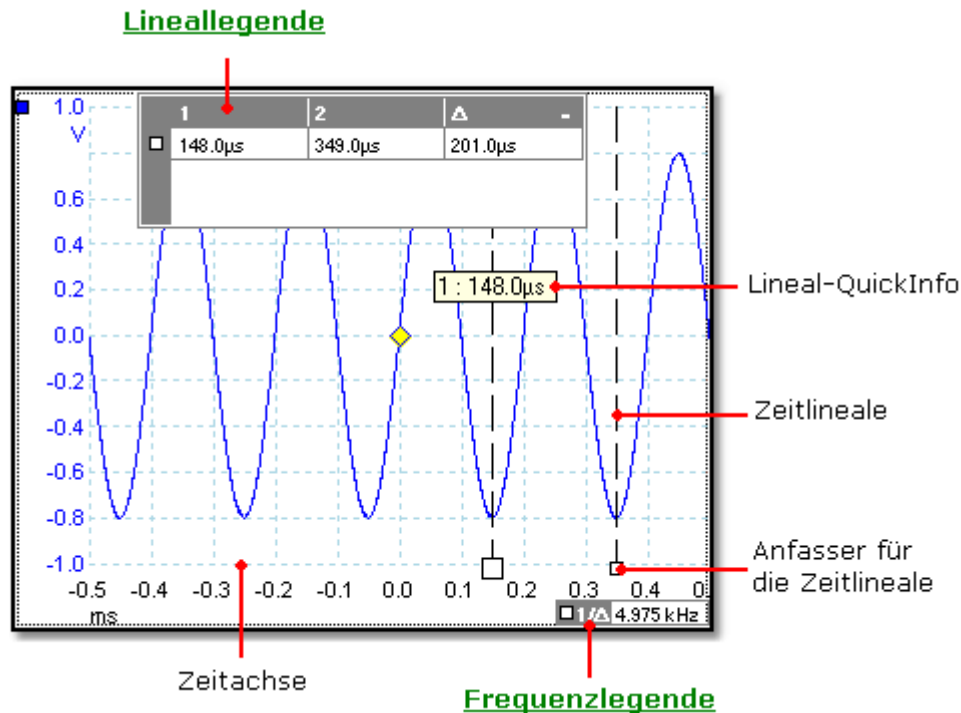
In der [Oszilloskopansicht](#)^[12] oben handelt es sich bei den beiden farbigen Quadraten links neben der vertikalen Ansicht um die Anfasser für das Lineal. Sie können diese aus der oberen linken Ecke an die Positionen ziehen, die Sie auf der Wellenform messen möchten. Bei den beiden horizontalen gestrichelten Linien handelt es sich um die Signallineale. Die Signallineale funktionieren auf dieselbe Weise wie in einer [Spektrumansicht](#)^[15].

Lineal-QuickInfo

Wenn Sie den Mauszeiger über ein Lineal halten, zeigt PicoScope ein [QuickInfo-Fenster](#)^[104] mit der Linealnummer und dem Signalpegel auf dem Lineal an. In der Abbildung oben sehen Sie ein entsprechendes Beispiel.

5.13 Zeitlineale

Die Zeitlineale messen die Zeit in einer [Oszilloskopansicht](#)^[12] oder die Frequenz in einer [Spektrumansicht](#)^[15].



In der [Oszilloskopansicht](#)^[12] oben handelt es sich bei den beiden weißen Quadraten auf der Zeitachse um die Anfasser für die Zeitlineale. Sie können diese aus der unteren linken Ecke an die Positionen ziehen, die Sie auf der Zeitachse messen möchten. Bei den beiden vertikalen gestrichelten Linien handelt es sich um die Zeitlineale. Die Lineale funktionieren auf dieselbe Weise in der [Spektrumansicht](#)^[15], aber auf der Lineallegende werden die horizontalen Positionen in Frequenzeinheiten und nicht als Zeit angezeigt.

Lineal-QuickInfo

Wenn Sie den Mauszeiger über ein Lineal halten, wie im Beispiel oben, zeigt PicoScope ein QuickInfo mit der Linealnummer und dem Zeitwert auf dem Lineal an.

Lineallegende

Bei der Tabelle oben in der Ansicht handelt es sich um die Lineallegende. In diesem Beispiel zeigt die Tabelle, dass sich das Zeitlineal 1 bei 148,0 Mikrosekunden und Lineal 2 bei 349,0 Mikrosekunden befinden und die Differenz zwischen beiden 201,0 Mikrosekunden beträgt.

Frequenzlegende

Die Frequenzlegende in der unteren rechten Ecke zeigt $1/\Delta$, mit Δ als der Differenz zwischen den beiden Zeitlinealen. Die Genauigkeit der Berechnung hängt von der Genauigkeit ab, mit der Sie die Lineale positioniert haben. Die Frequenzlegende wird nur in Oszilloskopansichten angezeigt. Wenn Sie eine höhere Genauigkeit bei periodischen Signalen realisieren möchten, rufen Sie die Funktion zur [Frequenzmessung](#)^[95] auf, die in PicoScope integriert ist.

5.14 Lineallegende

Auf der Lineallegende werden die Positionen aller [Lineale](#)^[103] angezeigt, die Sie in der [Ansicht platziert haben](#).^[103] Sie wird automatisch angezeigt, wenn sich ein Lineal in der Ansicht befindet.

	Lineal 1 Position	Lineal 2 Position	Unterschied Lineal
	1	2	Δ
Zeitlineale	497.0µs	-504.0µs	-1.001ms
Signallineale	797.0mV	-800.0mV	-1.597V
	562.0mV	-613.0mV	-1.175V
	-425.0mV	389.0mV	814.0mV
	209.0mV	-252.0mV	-461.0mV

Als Erinnerung, welche Zeile sich auf welches Signal bezieht, zeigen Sie mit der Maus auf die farbcodierten Felder am linken Rand. Daraufhin wird eine Beschriftung, wie die folgende angezeigt: **Kanal A**.

Siehe auch: [Frequenzlegende](#).^[21]

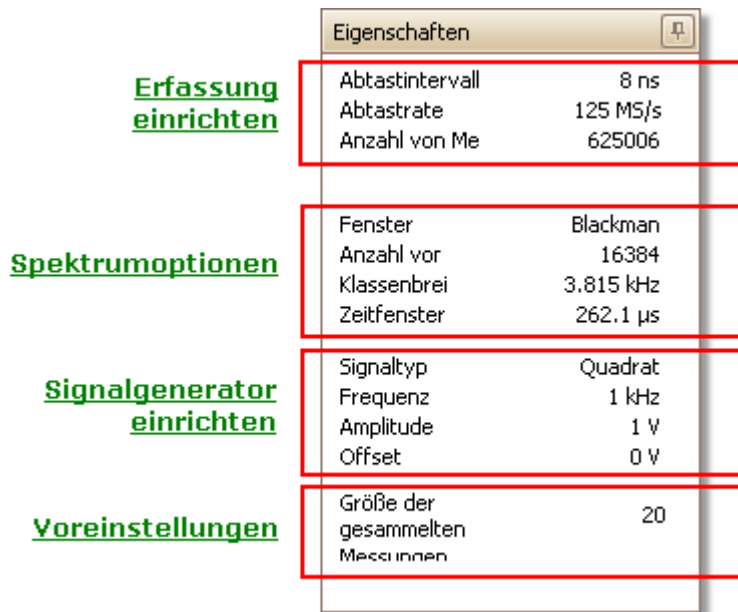
5.15 Frequenzlegende

1/Δ 26.32 kHz

Die Frequenzlegende wird angezeigt, wenn Sie zwei [Zeitlineale](#)^[20] auf einer [Oszilloskopansicht](#)^[12] platzieren. Sie zeigt $1/\Delta$ in Hertz (der SI-Einheit für die Frequenz, entspricht Zyklen pro Sekunde), mit Δ als der Zeitdifferenz zwischen den beiden Linealen. Anhand dieser Angabe können Sie die Frequenz einer periodischen Wellenform schätzen, aber Sie erhalten genauere Ergebnisse, wenn Sie eine Frequenzmessung über die Schaltfläche „Messungen hinzufügen“ auf der Symbolleiste [„Messungen“](#)^[64] erstellen.



5.16 Eigenschaftenliste

Die Registerkarte „Eigenschaften“ besteht aus einer Zusammenfassung aus Einstellungen, die PicoScope 6 verwendet. Es wird normalerweise rechts von den Wellenformen im PicoScope-Fenster angezeigt, aber Sie können es verschieben, wenn Sie möchten.



Positionieren der Registerkarte „Eigenschaften“

Die Registerkarte „Eigenschaften“ verfügt über mehrere Modi. Wenn Sie PicoScope 6 zum ersten Mal starten, befindet es sich im „verborgenen“ Modus.

- **Verborgen.** Sie sehen nur eine Registerkarte mit der Bezeichnung „Eigenschaften“ in der rechten Ecke des Fensters.
- **Schnellansicht.** In der „Schnellansicht“ bewegen Sie den Zeiger über die Registerkarte, aber sie klicken nicht darauf. Die Registerkarte wird dann in die Ansicht geschoben und verschwindet, wenn Sie den Zeiger weg bewegen.
- **Fokusansicht.** Um diesen Modus zu aktivieren, klicken Sie auf die Registerkarte „Eigenschaften“. Die Registerkarte „Eigenschaften“ wird solange angezeigt, bis Sie an eine andere Stelle im PicoScope 6-Fenster klicken.
- **Feste Ansicht.** Klicken Sie auf das Heftzweck-Symbol  in der Titelleiste der Registerkarte „Eigenschaften“. Das Symbol ändert sich in „befestigt“  und die Registerkarte bleibt auch dann sichtbar, wenn Sie die anderen Funktionen von PicoScope verwenden. In diesem Modus können Sie die Registerkarte an einen beliebigen Teil des Fensters verschieben, indem Sie die Titelleiste ziehen. Um die Registerkarte auszublenden, klicken Sie erneut auf das Heftzweck-Symbol, um zum Modus "Schnellansicht" zurückzukehren. Die Registerkarte wird ausgeblendet, wenn Sie den Zeiger weg bewegen.

Glossar

Fenster. Die [Fensterfunktion](#)^[99] wird auf die Daten angewendet, bevor das Spektrum berechnet wird. Diese wird im Dialogfeld „[Spektrumoptionen](#)“ ausgewählt.^[66]

Zeitgatter. Die Anzahl der Abtastwerte, die PicoScope zur Berechnung des Spektrums verwendet, ist die Hälfte der Anzahl von Intervallklassen. Diese Anzahl der Abtastwerte wird als Zeitintervall mit der Bezeichnung Zeitgatter ausgedrückt. Es wird vom Beginn der Erfassung gemessen.

Akkumulierte Aufzeichnungsgröße. Die Anzahl der Aufzeichnungen, die jeweils eine Messung in der Tabelle „[Messungen](#)“^[16] erzeugen.

5.17 Benutzerdefinierte Sonden

Bei einer Sonde handelt es sich um einen beliebigen Anschluss, beliebigen Messwertgeber oder ein beliebiges Messgerät, das Sie an den Eingangskanal des [Oszilloskops](#)^[104] anschließen. PicoScope verfügt über eine integrierte Bibliothek aus gängigen Sondentypen, wie die x1- und x10-Spannungssonden, die mit den meisten Oszilloskopen verwendet werden. Wird jedoch eine Sonde nicht in der Liste aufgeführt, können Sie über das Dialogfeld „[Benutzerdefinierte Sonden](#)“^[37] eine neue definieren. Benutzerdefinierte Sonden können beliebige Spannungsbereiche innerhalb der Fähigkeiten des Oszilloskops haben, beliebige Einheiten anzeigen und entweder über lineare oder nicht lineare Merkmale verfügen.

Benutzerdefinierte Sondendefinitionen sind besonders nützlich, wenn Sie die Ausgabe der Sonde in einer anderen Einheit als Volt anzeigen oder lineare bzw. nicht lineare Korrekturen auf die Daten anwenden möchten.

5.4 Magnetfelder

5.4.0 Grundlagen

5.4.0.1 Magnetische Feldgrößen Die magnetische Feldstärke auf der Achse (x -Koordinate, Nullpunkt in Spulenmitte) einer vom Strom I durchflossenen zylindrischen Spule der Länge l , des Durchmessers D und der Windungszahl n (einlagig gewickelt oder Dicke der Wicklung klein gegen D) berechnet man nach der Gleichung

$$H = \frac{n I}{2l} \left\{ \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{D^2}{4} + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}} - \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{\frac{D^2}{4} + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}} \right\}. \quad (5.105)$$

In der Mitte der Spule ($x = 0$) ist also

$$H = \frac{n I}{\sqrt{D^2 + l^2}}. \quad (5.106)$$

Ist $l \gg D$, so erhält man den für eine unendlich lange Spule gültigen Grenzfall

$$H = \frac{n I}{l}. \quad (5.107)$$

Die Feldstärke am Ende einer einseitig unendlich langen Spule beträgt

$$H = \frac{1}{2} \frac{n I}{l}. \quad (5.108)$$

Die magnetische Kraftflußdichte \mathbf{B} ist mit der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} durch die Induktionskonstante μ_0 und – in materiellen Medien – durch die relative Permeabilität μ_r gemäß der Gleichung

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \quad (5.109)$$

verknüpft. Der magnetische Fluß $d\Phi$ durch ein Flächenelement dA ist definiert durch das innere Produkt

$$d\Phi = \mathbf{B} d\mathbf{A}, \quad (5.110)$$

der Fluß durch eine Fläche A dementsprechend durch das Integral

$$\Phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} . \quad (5.111)$$

Befindet sich eine ebene Fläche A im konstanten Feld \mathbf{B} , so vereinfacht sich Gl. (5.111) zu

$$\Phi = B A \cos(\mathbf{B}, \mathbf{A}) . \quad (5.112)$$

Die Kraft \mathbf{F} auf eine mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegte Ladung q bzw. der Betrag der Kraft auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge l im Magnetfeld der Kraftflußdichte \mathbf{B} ist

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) ; \quad F = I l B \sin(\mathbf{l}, \mathbf{B}) . \quad (5.113) \quad (5.114)$$

Stromrichtung, Feldrichtung und Krafrichtung bilden im Falle von Gl. (5.114) ein Rechtssystem.

Ändert sich der magnetische Fluß Φ durch eine Spule der Windungszahl n , so wird in der Spule eine (Umlauf-)Spannung

$$U_{\text{ind}} = -n \frac{d\Phi}{dt} = -n A \frac{dB}{dt} \cos(\mathbf{B}, \mathbf{A}) \quad (5.115)$$

bzw. ein Spannungsstoß

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = -n(\Phi_2 - \Phi_1) \quad (5.116)$$

induziert. $d\mathbf{B}$ und der Umlaufsinn von $-U_{\text{ind}}$ bilden eine Rechtsschraube.

Ändert sich der Strom I durch eine Spule, so wird „in der Spule selbst“ eine Spannung

$$U_{\text{ind}} = -L \frac{dI}{dt} \quad (5.117)$$

bzw. ein Spannungsstoß

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = -L(I_2 - I_1) \quad (5.118)$$

induziert (Selbstinduktion). Die Größe L heißt Induktivität der Spule; $[L] = \text{VsA}^{-1} = \text{Henry} = \text{H}$.

5.4.0.2 Messung magnetischer Felder

5.4.0.2.0 Grundlagen Meßanordnungen zur elektrischen Messung magnetischer Felder nutzen zur Gewinnung eines Meßsignals meist den Hall-Effekt oder die Induktionswirkung feldproportionaler Flußänderungen auf eine „Induktionsspule“ mit bekannter Windungszahl und Fläche aus. Für Messungen mit sehr hoher Genauigkeit werden Kernresonanzeffekte herangezogen.

5.4.0.2.1 Messung mit Induktionsspule In das zu messende Feld (Feldstärke \mathbf{H} , magnetische Flußdichte \mathbf{B}) wird eine kleine, flache Induktionsspule mit der

Windungszahl n und der Fläche A so eingebracht, daß die Feldlinien senkrecht durch die Spulenfläche hindurchtreten. In der Spule wird nach Gl. (5.115) ein Spannungsstoß induziert, wenn sich der magnetische Fluß Φ durch die Spule ändert. Man kann Φ dadurch ändern, daß man die Spule in das Feld hineinbringt, aus dem Feld herauszieht, sie im Feld um 90° dreht oder das Feld ein- und ausschaltet. In allen diesen Fällen ist entweder Φ_1 (am Anfang des Vorgangs) oder Φ_2 (am Ende des Vorganges) praktisch Null. Für Gl. (5.116) erhält man deshalb

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = \pm n \Phi = \pm n B A, \quad (5.119)$$

wobei Φ , je nach dem Induktionsvorgang, entweder Φ_1 oder Φ_2 darstellt. Gl. (5.119) gibt den Zusammenhang zwischen dem Spannungsstoß und der Kraftflußdichte B des Ortes im Magnetfeld, an dem der Induktionsvorgang angefangen oder beendet wurde. Den Spannungsstoß mißt man mit einem Drehspul- oder einem elektronischen Spannungsimpulsmesser (Fluxmeter):

1. Drehspulinstrumente zur Messung von Spannungsstößen unterscheiden sich von üblichen Drehspulinstrumenten (vgl. Abschn. 5.0.3.1.1) dadurch, daß ihre Drehspule ein sehr kleines Trägheitsmoment besitzt, praktisch richtkraftlos aufgehängt und elektrodynamisch stark gedämpft ist. Für ein solches System gilt die Bewegungsgleichung $\varrho \dot{\varphi} = n A B_{\text{Sp}} I$, wobei ϱ die Gesamtdämpfung des Systems ist (zu n , A , B_{Sp} vgl. Abschn. 5.0.3.1.1).

Durch Integration erhält man hieraus

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{n A B_{\text{Sp}}}{\varrho} \int_{t_1}^{t_2} I dt. \quad (5.120)$$

Da die mechanische Dämpfung gegenüber der elektromagnetischen keine Rolle spielt, gilt $\varrho = (n A B_{\text{Sp}})^2 / R$; dabei ist R der Widerstand des Kreises Induktionsspule plus Drehspule plus eventuelle Zusatzwiderstände. Aus Gl. (5.120) erhält man somit

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{R}{n A B_{\text{Sp}}} \int_{t_1}^{t_2} I dt = \frac{1}{n A B_{\text{Sp}}} \int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = E_\Phi \int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt. \quad (5.121)$$

E_Φ ist die Empfindlichkeit des Flußmessers. Mit Gl. (5.119) erhält man aus dem

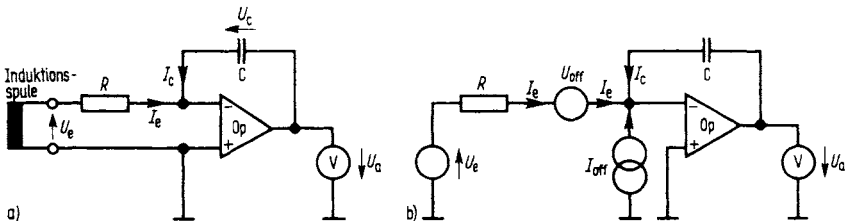


Fig. 5.43 Elektronischer Spannungsimpulsmesser

a) Prinzipschaltung, b) zum Einfluß von Offsetstrom und Offsetspannung

Ausschlag des Flußmessers die Kraftflußdichte

$$B = (\varphi_2 - \varphi_1)/n A E_\varphi. \quad (5.122)$$

2. Elektronische Spannungsimpulsmesser enthalten im wesentlichen einen als Integrator geschalteten Operationsverstärker (Fig. 5.43a). Im Falle eines idealen Operationsverstärkers (vgl. Abschn. 5.5.7) gilt

$$I_e = \frac{U_e}{R} = -I_C; \quad U_C = U_a; \quad I_C = C \frac{dU_C}{dt} = C \frac{dU_a}{dt}.$$

Daraus folgt:

$$U_a = -\frac{1}{RC} \int U_e dt \quad (5.123)$$

d.h., die Ausgangsspannung des Integrators ist ein direktes Maß für den Spannungsstoß $\int U_e dt$ am Eingang. Baut man eine solche Schaltung mit einem realen Operationsverstärker auf, so wirken sich besonders dessen Offsetspannung U_{off} und Offsetstrom I_{off} störend aus. Die Schaltung integriert nämlich diese Störgrößen ebenfalls (Fig. 5.43b)

$$U_a = -\int \left(\frac{1}{RC} (U_e + U_{\text{off}}) + \frac{1}{C} I_{\text{off}} \right) dt, \quad (5.124)$$

so daß die Ausgangsspannung mehr oder weniger schnell wegläuft, auch wenn kein Spannungsstoß am Eingang induziert wird. An die verwendeten Operationsverstärker müssen daher besonders hohe Anforderungen hinsichtlich Offsetstrom, Offsetspannung und Bandbreite gestellt werden.

5.4.0.2.2 Messung mit dem Hall-Generator Zur Messung magnetischer Feldstärken kann man den Hall-Effekt ausnützen. Er zeigt sich besonders ausgeprägt bei den Halbleiter-Materialien InAs und InSb. Durch ein quaderförmiges Halbleiterplättchen von der Länge l und vom Querschnitt $A = b d$ fließe ein Strom der Stromstärke I (Fig. 5.44). Dieser Strom ist nichts anderes als die Bewegung freier Ladungsträger, die im Halbleiter mit der Teilchenanzahldichte n vorhanden sind und sich unter dem Einfluß des angelegten Feldes E_x mit der mittleren Geschwindigkeit $v = b \cdot E_x$,

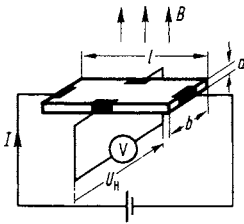


Fig. 5.44 Messung des Hall-Effektes

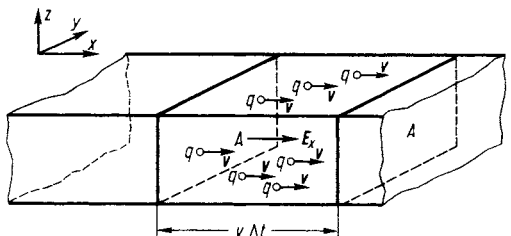


Fig. 5.45 Zur Ableitung der Stromstärke I und der Stromdichte j in einem Leiter mit der Trägerdichte n und der Trägerladung q

(b = „Beweglichkeit“ der Ladungsträger) in Feldrichtung (positive Träger) bzw. entgegengesetzt (negative Träger) bewegen. Dann treten in einer Zeitspanne Δt durch die Fläche A in Fig. 5.45 alle Träger, die in dem Volumen mit der Grundfläche A und der Höhe $v \Delta t$ enthalten sind, das sind $\Delta N = n A v \Delta t$. Sie tragen in Δt durch A die Ladung $\Delta Q = q \Delta N$, also ist definitionsgemäß die Stromstärke $I = \Delta Q / \Delta t = q n v A$ und die Stromdichte $j = I / A = q n v$ ¹⁾. Befindet sich der Leiter nach Fig. 5.45 bzw. Fig. 5.44 in einem Magnetfeld der Kraftflußdichte B , das die Richtung der z -Achse besitzt, so wirkt auf die bewegten Ladungsträger nach Gl. (5.113) eine Kraft vom Betrag $F_{\text{magn}} = q v B$, die bewirkt, daß die Trägerbahnen sich krümmen und die vordere x - z -Ebene ($y = 0$) in Fig. 5.45 bzw. Fig. 5.44 mit Ladung des einen Vorzeichens, die hintere x - z -Ebene ($y = b$, wegen Verarmung) mit Trägern des anderen Vorzeichens aufladen. Dadurch entsteht ein elektrisches Feld in der y -Richtung, die Aufladung geht so lange weiter, bis die Trägerbahnen im Mittel wieder gradlinig sind, d. h., die magnetische Kraft $q v B$ wird durch die elektrische Kraft $q E_y$ kompensiert. Dann liegt aber zwischen den Ebenen $y = 0$ und $y = b$ die „Hall-Spannung“

$$U_H = E_y b = v B b. \quad (5.125)$$

Drückt man hierin die Trägergeschwindigkeit durch die Stromstärke $I = q n v A$ aus, die hier „Steuerstrom“ genannt und mit I_{St} bezeichnet wird, so ergibt sich für die Hall-Spannung, wenn nur Träger einer Sorte vorhanden sind, der Ausdruck

$$U_H = \frac{b}{q n b d} I_{\text{St}} B = \frac{R_H}{d} I_{\text{St}} B \quad \text{mit} \quad R_H = \frac{1}{q n} \quad (5.216)$$

R_H ist die Hall-Konstante des Leiterstoffes. Gl. (5.126) gilt nur für lange Plättchen mit $l/b \gg 1$. Für praktisch gefertigte Hall-Generatoren gilt jedoch $l/b \approx 2$. Diesen und andere Einflüsse des geometrischen Aufbaus (und indirekt auch von B) faßt man in der Leerlaufempfindlichkeit K_0 zusammen und schreibt

$$U_H = K_0 I_{\text{St}} B. \quad (5.127)$$

K_0 ist etwas kleiner als R_H/d ($K_0 \lesssim 0,95 R_H/d$). Da die Hall-Spannungselektroden aus fertigungstechnischen Gründen nicht exakt einander gegenüber angebracht sind, liegt eine der Resistivität des Halbleiter-Materials und dem Steuerstrom I_{St} proportionale Spannung an den Hall-Elektroden, auch wenn kein Magnetfeld vorhanden ist (Ohmsche Restspannung).

5.4.1 Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule

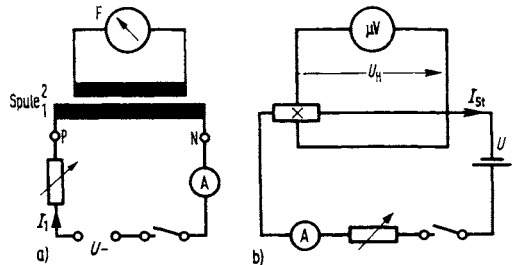
5.4.1.0 Vorbemerkungen Mit einem Flußmesser bekannter Empfindlichkeit E_Φ wird ein Hall-Generator im Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule kalibriert. Die

¹⁾ In dieser einfachen Form gilt die Gleichung für eine Trägersorte (+ oder -). Ist q positiv, dann ist auch v positiv, ist q negativ, dann ist auch v negativ, $j = q n v = q n b E_x = \sigma E_x$ hat also unabhängig vom Vorzeichen der Trägerladung die Richtung von E_x . Die Leitfähigkeit σ ist daher eine positive Größe, Stromdichtevektor j und Feldstärkevektor E sind durch $j = \sigma E$ verknüpft. Dies wiederum gilt auch bei Anwesenheit zweier Trägersorten (+ und -), wobei nur die Ausdrücke für σ - und auch für R_H - komplizierter werden.

Eigenschaften des Hall-Generators werden an Hand von gemessenen Kennlinien geprüft. Schließlich wird mit dem kalibrierten Hall-Generator das Magnetfeld längs der Spulenachse ausgemessen.

5.4.1.1 Gang des Versuchs und Auswertung 1) Aufbau der Schaltung Fig. 5.46 (vgl. auch Fig. 5.47). Spule 1 ist eine lange Spule, deren Magnetfeld gemessen wird, Spule 2 eine kurze Induktionsspule. Sie ist frei über Spule 1 beweglich und kann bei Feldstärkemessungen von Spule 1 abgezogen und ins „Unendliche“ ($B = 0$) gebracht

Fig. 5.46
Schaltung von langer und kurzer Spule (a) und des Hall-Generators (b) in Abschn. 5.4.1.1



werden. Das Plättchen des Hall-Generators ist an einem langen Stab senkrecht zur Spulenachse gehalten. Die Halterung des Stabs läuft auf einer parallel zur Spulenachse befestigten Schiene mit Maßstab. Auf diese Weise kann man mit dem Hall-Generator das Spulenfeld längs zur Spulenachse parallel verlaufender Wege

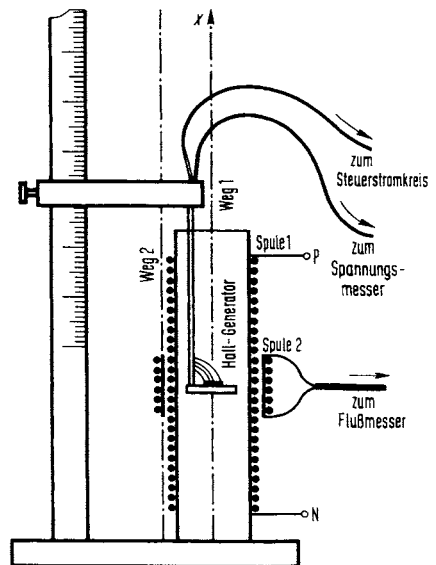


Fig. 5.47
Messung des Magnetfeldes in einer langen stromdurchflossenen Spule

ausmessen. Der Nennwert (normaler Betriebswert) des Steuerstromes $I_{\text{St},n}$ des Hall-Generators wird vom Hersteller angegeben; er beträgt einige Hundert Milliampere. Die Hall-Spannung ($U_H \approx 10^{-5}$ bis 10^{-3} V) wird mit einem Spannungsmesser gemessen, dessen Innenwiderstand groß gegen den hallseitigen Innenwiderstand des Hall-Generators sein soll. — 2) Bei der für Spule 1 höchstzulässigen Dauerstromstärke I_{max} (Meßgenauigkeit!) bestimme man mit dem Flußmesser F die magnetische Kraftflußdichte (Induktion) in der Spulenmitte. Zu diesem Zweck wird die über der Spulenmitte 1 sitzende (Induktions-)Spule 2 von Spule 1 abgezogen, um einen ihrer Durchmesser um 180° gedreht, auf Spule 1 wieder aufgeschoben und an die alte Stelle gebracht. Dadurch hat sich der Fluß von $\Phi_1 = +\Phi$ auf $\Phi_2 = -\Phi$, also um $|\Phi_2 - \Phi_1| = 2\Phi$ geändert; dieser Betrag ist in Gl.(5.119) einzusetzen. Der Ausschlag nach Gl.(5.121) wird dementsprechend ebenfalls doppelt so groß und damit auch die Meßgenauigkeit. Bei diesem Verfahren ist es nicht notwendig, mit Spule 2 „ins Unendliche“ ($B=0$) zu gehen (warum?). Der Fluß durch Spule 2 ist nur dann $\Phi = B_M A_1$ (B_M ist die Kraftflußdichte in der Spulenmitte), wenn keine rückläufigen Feldlinien durch den Spalt zwischen Spule 2 und Spule 1 hindurchgehen (Fig. 5.48).

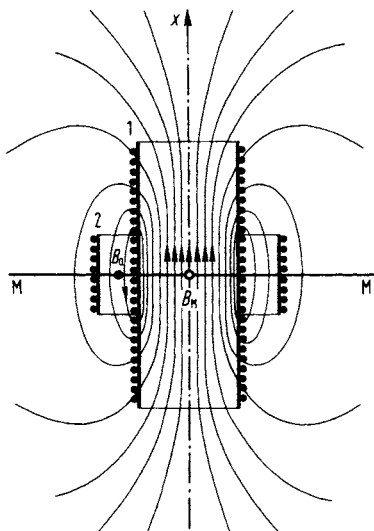


Fig. 5.48

Magnetfeld einer Spule

In der Mittelebene M–M herrscht im Innern der Spule 1 das (nahezu) konstante Magnetfeld B_M . Durch den Ringspalt zwischen Spule 1 (Fläche A_1) und Spule 2 (Fläche A_2) gehen die Feldlinien in entgegengesetzter Richtung; dort herrscht bei engem Spalt die nahezu konstante Feldstärke B_a .

Andernfalls ist $\Phi = B_M A_1 - B_a (A_2 - A_1)$ zu setzen (B_a ist ein Mittelwert der Kraftflußdichte im Zwischenraum zwischen Spule 1 und Spule 2). Der Induktionsversuch gibt deshalb einen zu kleinen Wert von B_M , wenn $\Phi = B_M A_1$ gesetzt wird. Man muß daher das Ergebnis des Induktionsversuchs korrigieren, dazu dient der Hall-Generator (vgl. Ziffer 6). Zunächst messe man auf die oben angegebene Weise mehrmals die Ausschlagsdifferenz des Flußmessers $\varphi_2 - \varphi_1$, nehme den Mittelwert aus den Meßwerten dieser Reihe und errechne aus diesem Mittelwert mit Hilfe der Gl.(5.119) und (5.121), indem man $\Phi = B'_M A_1$ setzt, einen fehlerhaften Wert B'_M der

Kraftflußdichte in der Spulenmitte. Dieser hängt mit B_M durch die Gleichung

$$B'_M A_1 = B_M A_1 - B_a (A_2 - A_1) \quad (5.128)$$

zusammen, aus der

$$B_M = B'_M \left(1 - \frac{B_a}{B_M} \frac{A_2 - A_1}{A_1} \right)^{-1} = B'_M P \quad (5.129)$$

folgt (P = Korrekturfaktor). Die Messung des Verhältnisses (keine Absolutwerte!) $p = B_a/B_M$ ermöglicht also die Korrektur (vgl. Ziffer 6). — 3) Bei ausgeschaltetem Magnetfeld bestimme man die Ohmsche Restspannung $U_{H,0}$ des Hall-Generators für verschiedene Steuerstromstärken (auch für die „Nennstromstärke“) und trage $U_{H,0}$ als Funktion von I_{St} auf. $r_0 = U_{H,0}/I_{St}$ nennt man die Ohmsche Nullkomponente des Hall-Generators. Man prüfe, ob r_0 eine Konstante ist ($U_{H,0} = f(I_{St})$ eine Gerade?). Bei allen Feldstärkemessungen mit dem Hall-Generator muß die Ohmsche Restspannung $U_{H,0} = r_0 I_{St}$ von der gemessenen Hall-Spannung abgezogen werden. — 4) Man kalibriert den Hall-Generator, indem man mit dem Spannungsmesser die Hall-Spannung U_H in Abhängigkeit von B_M (Hall-Generator in der Mittelebene der Spule, senkrecht zu den Feldlinien justiert, Änderung des Spulenstroms I_1) bei drei verschiedenen, fest eingestellten Steuerströmen I_{St} , mißt. Da der exakte Wert von B_M noch nicht bekannt ist, kann man zunächst nur den linearen Zusammenhang zwischen U_H und B prüfen, indem man U_H als Funktion von I_1 (Parameter I_{St}) aufträgt. — 5) Bei Spulenstrom $I_1 = I_{max}$ (vgl. Ziffer 2), Meßgenauigkeit!) messe man die Hall-Spannung U_H beim Steuer-Nennstrom a) längs des Weges 1 in Fig. 5.47, b) längs des Weges 2 in Fig. 5.47. Die gemessenen Hall-Spannungen trage man als Funktion der Koordinate x auf. Die Messung längs des Weges 1 muß den Funktionsverlauf der Gl. (5.105) erfüllen; dies prüfe man. — 6) Die in der Mittelebene M – M der Spule innen (Weg 1) und außen (Weg 2) gemessenen Hall-Spannungen müssen sich wie die dort vorhandenen Kraftflußdichten verhalten. Man findet daher

$$p = \frac{B_a}{B_M} = \frac{U_{H,a}}{U_{H,M}}. \quad (5.130)$$

Nun lassen sich mit den gemessenen Werten von A_1 , A_2 und p der Korrekturfaktor P und korrigierte Werte B_M berechnen (vgl. Ziffer 2). Man vergleiche z. B. für $I_1 = I_{max}$ die gemessene (B'_M) und korrigierte (B_M) Kraftflußdichte in Spulenmitte ($x = 0$) und am Spulenrand ($x = l/2$) (Weg 1) mit den aus Gl. (5.105) bzw. (5.106), (5.107) und (5.108) berechneten Werten. — 7) Mit den in 4) gefundenen Meßwerten zeichne man die Kalibrierkurven U_H als Funktion von B bzw. B_M mit I_{St} als Parameter. Nach Gl. (5.127) soll $U_H = K_0 I_{St} B$ sein. Aus dem Anstieg der Kalibrierkurven bestimme man K_0 . Wenn die Dicke d der Halbleiterschicht bekannt ist (meist etwa 0,1 mm), läßt sich nach der Beziehung $K_0 \lesssim R_H/d$ die Hall-Konstante R_H des Halbleiters abschätzen.

Es ist also möglich, gleichzeitig J_{es} und J_{em} zu bestimmen und nach (171a) folgt für c der Wert:

$$c = \frac{J_{es}}{J_{em}} = \frac{2\pi N \nu C_{es} U_{es}}{RH \tan \alpha}$$

Die genannten Physiker fanden seinerzeit für c den Wert $3,111 \cdot 10^{10}$ cm/s. — Auch die auf S. 183 erwähnten Versuche von Rowland, Röntgen, Himstedt über die magnetische Wirkung von Konvektionsströmen gestatten die Messungen der Größe c . Denn da in diesen Versuchen für Konvektionsströme ebenfalls die Gleichung (164a) bestätigt wurde, so bieten sie wieder die Möglichkeit, den gleichen Strom einmal elektrostatisch, einmal elektromagnetisch zu messen. Die sehr genauen Messungen Himstedts (1904) ergaben für c Werte, die nur zwischen $2,99 \cdot 10^{10}$ und $3,04 \cdot 10^{10}$ schwankten. Man kann dieses Ergebnis anschaulich so formulieren: Man müßte die elektrostatische Ladungseinheit mit einer Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec bewegen, damit sie die gleiche magnetische Wirkung ausübt, wie ein Leitungsstrom von der Stärke einer elektromagnetischen Einheit.

Die nach dieser Methode gemessenen Werte von c stimmen so genau mit der Lichtgeschwindigkeit überein — bei Weber und Kohlrausch beträgt die Abweichung etwa 4%, bei Himstedt 1% —, daß es unmöglich ist, an einen Zufall zu glauben. Die Messung von c begründete bei Maxwell die Überzeugung, daß die Lichterscheinungen eng mit den elektrischen und magnetischen verknüpft seien.

35. Magnetfeld von Spulen; Elektromagnete

Bisher haben wir das Magnetfeld einzelner Stromleiter behandelt und wenden uns jetzt der Besprechung von Feldern stromdurchflossener Spulen zu. Allerdings hatten wir bei der Tangentenbussole statt einer kreisförmigen Windung schon deren N betrachtet; doch war dabei vorausgesetzt, daß diese räumlich praktisch zusammenfielen, so daß dies auf dasselbe herauskam, als wenn man eine Windung, aber N -fachen Strom verwendet hätte.

Im Gegensatz dazu betrachten wir jetzt eine zylindrische Spule, deren Länge l groß gegen ihren Durchmesser $2R$ sein soll. Man erhält eine solche — ein sog. Solenoid —, indem man einen isolierten Draht in dicht nebeneinander liegenden Windungen auf ein zylindrisches Rohr aufwickelt. Eine Zylinderspule kann also als aus vielen nebeneinander aufgestellten einzelnen kreisförmigen Leitern bestehend betrachtet werden, die fortlaufend so miteinander verbunden sind, daß der Strom in allen im gleichen Sinn fließt. Da ein einzelner kreisförmiger Leiter ein magnetisches Blatt darstellt, das auf der einen Seite nord-, auf der anderen südmagnetisch ist, heben sich bei den nebeneinander liegenden Blättern die Wirkungen der aneinander grenzenden magnetischen Belegungen auf, und es bleiben nur die von den Außenflächen des ersten und des letzten Kreisleiters an den Enden der Spule ausgehenden magnetischen Wirkungen übrig. Eine stromdurchflossene Spule muß sich also im Außenraum wie ein Stabmagnet gleicher Abmessung verhalten. Der Nordpol liegt an demjenigen Spulenende, an dem der Strom für den Beschauer entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn kreist (vgl. hierzu S. 184); man kann dies experimentell in der Art nachweisen, daß man eine leichte (z. B. aus Aluminiumdraht gewickelte) Spule an Stelle des in Abb. 246 verwendeten Kreisstromes an dem Ampèreschen Gestell aufhängt. Sobald ein Strom die Spule durchfließt, stellt sie sich in die Nord-Süd-Richtung ein; ein genäherter Magnetpol stößt das eine Spulenende ab und zieht das andere an.

Abb. 248 zeigt das Kraftlinienbild einer Zylinderspule; in der Abbildung sind die einzelnen Windungen absichtlich in großen Abständen gewickelt, damit der Innenraum erkennbar ist. Man sieht, daß die magnetischen Kraftlinien parallel der Spulenachse verlaufen, aus den Stirnflächen heraustreten und sich durch den Außenraum um die Spule herum in größeren oder kleineren Bögen schließen; man vgl. hiermit das in Abb. 132a wiedergegebene Kraftlinienbild eines Stabmagneten. Im Außenraum sind die Felder bei geeigneter Wahl der Abmessungen der Spule identisch. Im Innenraum der Spule herrscht ein überall gleichgerichtetes und gleich starkes,

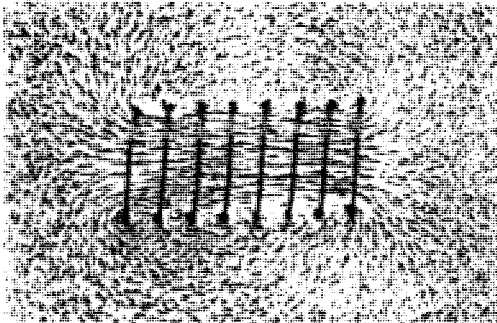


Abb. 248. Mit Eisenfeilspänen sichtbar gemachtes magnetisches Kraftlinienbild einer zylindrischen Spule

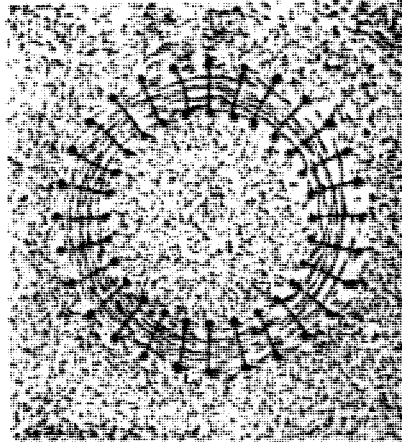


Abb. 249. Mit Eisenfeilspänen sichtbar gemachte magnetische Kraftlinien im Innern eines geschlossenen Solenoids

also „homogenes“ Magnetfeld; zur Herstellung eines solchen kann man daher mit Vorteil lange zylindrische, dicht bewickelte Spulen benutzen.

Wie hängt die Feldstärke \mathfrak{H}_i im Innenraum der Spule von den Abmessungen der Spule und der Stromstärke J ab? Um diese Frage zu beantworten, denken wir uns die Spule zunächst zu einem kreisförmigen Ring zusammengebogen, so daß Anfang und Ende zusammenfallen. Bei einem derartigen geschlossenen Solenoid verlaufen, wie Abb. 249 zeigt, die Kraftlinien als geschlossene Kreise vollständig im Spuleninnern, so daß das Feld im Außenraum Null ist. Streng gilt dies natürlich nur, wenn die einzelnen Windungen — anders als in der Abb. 249 — lückenlos dicht nebeneinander liegen. Es sei l die Gesamtlänge der Spule und N die Gesamtzahl der Windungen auf derselben. Führt man im Innern einen Pol der Stärke p gegen die Feldrichtung ganz herum, so muß man die Arbeit $p \cdot \oint \mathfrak{H}_s \cdot ds$ gegen das Feld leisten, die nach Gl. (156') gleich $4\pi p/c$ mal der gesamten Stromstärke ist. Wenn die Ringspule einen sehr kleinen Querschnitt A gegenüber ihrer Länge l besitzt, so kann man $\oint \mathfrak{H}_s \cdot ds$ einfach gleich $|\mathfrak{H}_t| \cdot l$ setzen, da \mathfrak{H}_i konstant ist und die kleinen Unterschiede der Wege, längs deren man im Innern den Pol p führen kann, nicht mehr ins Gewicht fallen; ferner umfährt man den Strom J bei einem Umgang nicht einmal, sondern — wegen der N Windungen — N -mal. Wir erhalten also das Ergebnis:

$$|\mathfrak{H}_i| \cdot l = \frac{4\pi}{c} N J$$

und damit für das Feld im Innern des geschlossenen Solenoides:

$$(174) \quad |\mathfrak{H}_i| = \frac{4\pi}{c} \frac{N}{l} J = \frac{4\pi}{c} n J,$$

wenn $n = \frac{N}{l}$ die Windungszahl je Längeneinheit ist. Da in Gleichung (174) der Querschnitt der Spule überhaupt nicht vorkommt, gilt sie auch für Spulen mit beliebigem Querschnitt, falls dieser nur im Vergleich zur Spulenlänge kleine Linearabmessungen hat.

Angenähert gilt die Gl. (174) auch für hinreichend lange gerade Spulen, sofern man sich deren Enden nicht zu sehr nähert. Dies ergibt sich auf folgende Weise: Der Arbeitsausdruck $\oint \mathfrak{H}_s \cdot ds$ zerfällt in diesem Fall in zwei Teile, von denen der eine $\int \mathfrak{H}_i \cdot l$ sich auf den Innenraum der gestreckten Spule bezieht, während der andere $\int \mathfrak{H}_{as} \cdot ds$ für den Außenraum gilt. Dieser letztere ist streng nicht zu berechnen, weil man im Außenraum den Magnetpol auf verschiedenen Wegen von einem Ende der Spule zum anderen führen kann und den Wert auf

diesen Wegen nicht kennt. Man kann aber jedenfalls sagen, daß $|\mathfrak{H}_a|$ klein gegen $|\mathfrak{H}_i|$ sein muß, weil im Außenraum die Kraftlinien sehr stark streuen. Unter diesen Umständen kann man $\int |\mathfrak{H}_{as}| ds$ gegen $|\mathfrak{H}_i| l$ vernachlässigen und erhält so angenähert für das Innere einer gestreckten Spule wieder Gl. (174). Für das Folgende ist zu beachten, daß dies nur darauf beruht, daß man den auf den Außenraum bezüglichen Teil des Arbeitsausdruckes $\oint |\mathfrak{H}_s| ds$ gegen den für den Innenraum geltenden vernachlässigen darf.

Nach (174) hängt das Feld nur ab von dem Produkt aus der Windungszahl pro Längeneinheit $n = \frac{N}{l}$ und der Stromstärke J ; die Größe nJ heißt im allgemeinen Fall die **Stromwindungszahl**, im speziellen die **Amperewindungszahl**, falls J in Ampere gemessen wird. Man hat also den Satz:

Das magnetische Feld im Innern einer hinreichend langen engen Spule hängt nur ab von der Stromwindungszahl (bzw. Amperewindungszahl) je Längeneinheit, ist aber völlig unabhängig von Größe und Form des Spulenquerschnittes.

Man kann (174) daher dazu benutzen, eine neue Einheit für die bisher in $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1}$ gemessene magnet. Feldstärke zu definieren, indem man $\mathfrak{H}^* = (c/4\pi) \mathfrak{H}$ setzt und gleichzeitig vereinbart, daß die Stromstärke in Ampere anzugeben ist. Dann lautet (174) einfach:

$$(174a) \quad |\mathfrak{H}^*| = (N/l) \cdot J^*$$

d. h. das Magnetfeld \mathfrak{H}_i^* im Innern einer hinreichend langen, engen Spule ist dann nicht nur proportional, sondern gleich der Amperewindungszahl pro Länge. Auf dieser Festsetzung beruht die Einheit der magnet. Feldstärke im internationalen Einheitensystem. Die Windungszahl hat die Dimension eins; sie ist eine reine Zahl ohne Einheit. Im internationalen Einheitensystem sind das Ampere und das Meter Basiseinheiten. Deshalb wurde für die magnet. Feldstärke die SI-Einheit A/m vereinbart. Gebräuchlich sind auch die Einheiten A/cm und Oersted.

$$(174b) \quad 1 \text{ cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{s}^{-1} \triangleq 1 \text{ Oersted (Oe)} = \frac{1000}{4\pi} = 79,577 \text{ A/m.}$$

$$1 \text{ A/m} = 0,01 \text{ A/cm} = 0,01256 \text{ Oe}$$

Da es nach (174) nur auf die Größe des Produktes nJ ankommt, kann man ein bestimmtes Magnetfeld mittels einer Spule entweder mit vielen Windungen je cm und schwachem Strom oder mit wenigen Windungen und entsprechend starkem Strom erzeugen.

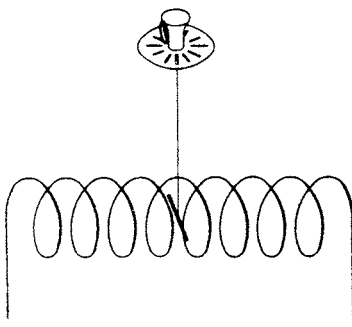


Abb. 250. Zur Messung des Magnetfeldes im Innern einer Spule

Experimentell läßt sich (174 a) in der Weise prüfen, daß man die Spulenachse senkrecht zum magnetischen Meridian stellt und eine Magnetnadel an einem dünnen Draht im Innern der Spule aufhängt, so daß sie in der Ruhelage senkrecht zur Spulenrichtung steht (Abb. 250). Erregt man ein Feld in der Spule, so wird die Nadel abgelenkt; die Ablenkung kann mit einer Spiegelablesung beobachtet werden. Zur Rückdrehung der Nadel in ihre Ausgangslage ist ein bestimmtes Drehmoment notwendig, das man durch Verdrehung des Drahtes mit Hilfe eines Torsionskopfes herstellen und durch den Torsionswinkel messen kann. Dieses Torsionsdrehmoment ist gleich dem Drehmoment, das die Nadel im Feld der Spule erfährt, und da der magnetische Zustand der Nadel unverändert bleibt, kann man aus dem Drehmoment auf die magnetische Feldstärke \mathfrak{H}_i schließen.

Zur Größe der erreichbaren Felder: Eine Spule von 20 Windungen pro cm (4 Lagen) hat bei einer Stromstärke von 10 A eine magnet. Feldstärke

$$|\mathfrak{H}_i| = 10 \text{ A} \cdot 20 \text{ cm}^{-1} = 200 \text{ A/cm} = 20000 \text{ A/m} = 251 \text{ Oe}$$

Mit solchen Zylinderspulen ohne Eisenkern (also Luftspulen) und ohne Kühlung lassen sich etwa doppelt so starke Magnetfelder dauernd und viermal so starke Felder für kurze Zeit

erzeugen. Höhere Felder werden durch Elektromagnete, das sind Spulen mit Eisenkern, hergestellt. Sehr hohe Felder oberhalb $6 \cdot 10^6$ A/m erhält man wieder in Luftspulen, deren einzelne Windungen aus spiralförmigen Kupferscheiben bestehen (Bitter-Magnete). Die kreisrunden Scheiben haben zahlreiche Löcher, durch welche parallel zur Achse Kühlwasser fließt. Mit einem Leistungsaufwand von 1 MW ergibt sich über längere Zeit im Innenraum von 1 cm Radius eine Feldstärke von etwa $8,8 \cdot 10^6$ A/m. — Etwa gleich starke Felder erhält man mit Supraleitungsspulen. — Durch Entladung einer Kondensatorbatterie lassen sich während sehr kurzer Zeit in kleinen Spulen bis zu $60 \cdot 10^6$ A/m erzeugen.

Für eine beliebige gestreckte Spule, auch wenn ihre Länge nicht groß gegen ihren Durchmesser ist, läßt sich übrigens die Feldstärke für einen beliebig gelegenen Achsenpunkt, sowohl innerhalb wie außerhalb der Spule aus Gl. (163) auf S. 180 berechnen. Danach ist die Feldstärke auf der Achse einer Windung gleich:

$$|\mathfrak{H}| = \frac{2\pi}{c} \frac{R^2}{r^3} J,$$

Hat man nicht eine, sondern N räumlich dicht beieinander liegende Windungen, so ist die rechte Seite noch mit N zu multiplizieren:

$$|\mathfrak{H}| = \frac{2\pi}{c} \frac{R^2}{r^3} NJ,$$

oder, wenn wir J in Ampere (J^*), \mathfrak{H} in A/m (\mathfrak{H}^*) und R sowie r in m messen:

$$|\mathfrak{H}^*| = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r^3} NJ^*.$$

Diese Formel läßt sich hier unmittelbar anwenden; denn wenn wir unter n die Zahl der Windungen je Zentimeter verstehen, so ist ndx die Zahl N der Windungen, die auf das sehr kleine Stück dx der Spulenlänge entfallen; diese erzeugen daher nach der letzten Gleichung auf der Achse die unendlich kleine Feldstärke

$$|d\mathfrak{H}^*| = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r^3} n J^* dx.$$

Das gesamte Feld $|\mathfrak{H}^*|$ gewinnt man, indem man diese Gleichung über die ganze Länge der Spule integriert; also:

$$|\mathfrak{H}^*| = \frac{1}{2} R^2 n J^* \int_0^l \frac{dx}{r^3}.$$

Nach Abb. 251 ist nun:

$$\sin \alpha = \frac{R}{r}; \quad x = R \operatorname{ctg} \alpha; \quad dx = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

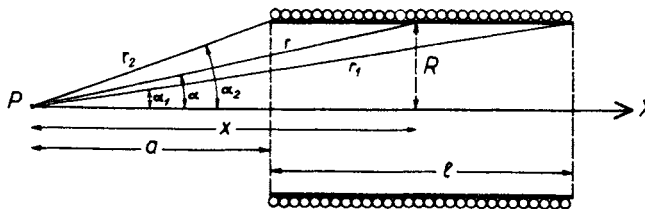


Abb. 251. Zur Berechnung des magnetischen Feldes einer Zylinderspule für einen Punkt im Außenraum auf der Spulenachse

Substituiert man diese Ausdrücke in die letzte Gleichung, so wird sie

$$|\mathfrak{H}^*| = -\frac{1}{2} n J^* \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha.$$

Die Bedeutung von α_1 und α_2 ist aus Abb. 251 zu entnehmen. Die Integration ergibt:

$$|\mathfrak{H}^*| = \frac{1}{2} n J^* (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Ist a der Abstand des Achsenpunktes P vom benachbarten Spulenende und l deren Länge, so ist

$$(175) \quad |\mathfrak{H}^*| = \frac{1}{2} n J^* \left[\frac{a+l}{\sqrt{R^2 + (a+l)^2}} - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right].$$

Für einen Achsenpunkt in der Mitte der Spule ist $a = -\frac{l}{2}$ und folglich

$$(175a) \quad |\mathfrak{H}_i^*| = n J^* \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4 R^2}}.$$

Für eine sehr lange enge Spule, für die also $R < l$ ist, kann die Wurzel nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt werden: dann folgt:

$$|\mathfrak{H}_i^*| = n J^* \left(1 - \frac{2 R^2}{l^2} \right),$$

also für $R \ll l$ noch einfacher:

$$|\mathfrak{H}_i^*| \approx n J^*,$$

in Übereinstimmung mit dem früheren Ergebnis in Gl. (174a). Für das Magnetfeld in den Achsenpunkten an den beiden Enden der Spule, über das wir bisher keine Aussage machen konnten, ist $a = 0$ oder $a = -l$ zu setzen; in beiden Fällen folgt aus Gl. (175)

$$(175b) \quad |\mathfrak{H}^*|_{\text{Enden}} = \frac{1}{2} n J^* \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}.$$

Für eine sehr lange Spule, wo wieder R^2 gegen l^2 klein ist, ergibt dies:

$$|\mathfrak{H}^*|_{\text{Enden}} = \frac{1}{2} n J^* \left(1 - \frac{R^2}{2 l^2} \right)$$

oder noch vereinfacht ($R \ll l$):

$$(175c) \quad |\mathfrak{H}^*|_{\text{Enden}} = \frac{1}{2} n J^*,$$

d. h. nur die halben Werte gegenüber der Spulenmitte. Der Grund dafür ist folgender: In der Mitte der Spule wirken zur Erzeugung des Feldes $|\mathfrak{H}_i^*| \approx n J^*$ die Windungen der linken und der rechten Spulenhälfte zusammen, auf deren jede der Anteil $(\frac{1}{2}) n J^*$ entfällt; am Ende der Spule fehlen natürlich entweder die links oder die rechts davon liegenden Windungen. Die für ein geschlossenes Solenoid in Strenge gültigen Gl. (174) und (174a) gelten also, wie wir schon wissen, nur angenähert im Innern einer langen Spule und in hinreichender Entfernung von den Enden derselben.

Da eine offene Spule einem ähnlich großen Stabmagneten bestimmter Polstärke äquivalent ist, liegt die Frage nach der Polstärke und dem Moment des Solenoids nahe. Zur Berechnung der ersteren muß man nach Gl. (80a) auf S. 99 den Fluß $\Phi_m = \int |\mathfrak{H}_n| dA$ kennen. Bedeutet nun A den Querschnitt der Spule, so ist nach (174) der Fluß einfach $|\mathfrak{H}_i| A$, also:

$$(176) \quad \Phi_m = \frac{4 \pi}{c} \frac{N A}{l} J = \frac{4 \pi}{c} n A J.$$

Da nach Gl. (80d) auf S. 99 die Polstärke, falls der Außenraum Luft (genauer Vakuum) ist, $p = \frac{1}{4 \pi} \Phi_m$ ist, so finden wir für diese:

$$(177) \quad p = \frac{1}{c} \frac{N A}{l} J = \frac{1}{c} n A J,$$

und für den Betrag M des magnetischen Momentes \mathfrak{M} der Spule folgt durch Multiplikation mit dem Polabstand, d. h. der Spulenlänge l :

$$(178) \quad M = \frac{1}{c} n A l J = \frac{1}{c} N J A.$$

Im Internationalen System gilt statt (178) die schon auf S. 121 erwähnte Gleichung (113):

$$(178a) \quad M^* = \mu_0 N \cdot J^* A$$

und wir erhalten den Satz: Das magnetische Moment einer Spule ist proportional dem Produkt aus der gesamten Stromwindungszahl NJ und dem Querschnitt A derselben; der Proportionalitätsfaktor hängt natürlich von dem gewählten Maßsystem ab.

Setzt man in (178) die Windungszahl $N = 1$, so erhalten wir das Moment einer vom Strom einmal umflossenen Fläche A :

$$M = \frac{1}{c} A J,$$

in Übereinstimmung mit Gl. (165) auf S. 184.

Zu beachten ist bei dem Vergleich von Solenoiden und Magneten stets, daß bei den ersteren die Kraftlinien geschlossene Kurven sind, d. h. daß die im Innern verlaufenden die Fortsetzung der im Außenraum vorhandenen bilden; bei einem Magneten jedoch entspringen und enden die \mathfrak{H} -Linien in den Polen, und verlaufen im Innern des Magneten in umgekehrter Richtung wie beim Solenoid; man vergleiche hierzu die Abbildung 162b.

Elektromagnete. Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises. Bei den vorangehenden Betrachtungen war angenommen, daß im Innen- und Außenraum der Spule sich Luft (genauer Vakuum) befand, d. h. ein Stoff mit der Permeabilität 1. Wir wollen jetzt ins Innere ein Material von großer Permeabilität, z. B. weiches Eisen bringen. Wir betrachten zunächst wieder geschlossene Solenoide, indem wir den Draht auf einen Ring aus weichem Eisen, ein sog. Toroid, dicht nebeneinander wickeln. Dadurch ändert sich die vom Strom erzeugte Feldstärke im Spuleninnern nicht; der durch die Spule erzeugte magnetische Fluß hat den gleichen Wert wie vorher in Luft: denn die Grundgleichung des Elektromagnetismus (156') gilt ja unverändert in allen Medien. Dagegen steigt natürlich die Induktion \mathfrak{B} auf den μ -fachen Wert derjenigen in Luft; nach (174) ergibt sich also:

$$|\mathfrak{B}_i| = \frac{4\pi}{c} \mu \frac{N}{l} J,$$

und für den magnetischen Fluß $\int |\mathfrak{B}_n| dA$ durch den Innenraum der eisenerfüllten Spule folgt nach Gl. (176):

$$(176a) \quad \Phi_m = \frac{4\pi}{c} \mu \frac{N A}{l} J.$$

Im internationalen System enthält der magnet. Fluß Φ_m^* noch den Faktor $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} / \text{A} \cdot \text{m}$, d. h. es gilt:

$$(176b) \quad \Phi_m^* = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot N \cdot A}{l} \cdot J^*$$

Bei dem geschlossenen Solenoid verläuft keine \mathfrak{H} - oder \mathfrak{B} -Linie außerhalb des Eisens; man kann daher auch nicht mit einer Magnetnadel von außen her feststellen, ob das Solenoid überhaupt magnetisch erregt ist oder nicht. (Dies wird erst möglich durch Benutzung der Induktionserscheinungen, die wir in Kap. V kennenlernen werden.) Das geschlossene Solenoid ist also theoretisch sehr einfach zu behandeln, hat aber für die Erzeugung starker, experimentell nutzbarer magnet. Gleichfelder keine Bedeutung. Eine solche kommt nur offenen Spulen mit Eisenkernen zu, die man deshalb auch als Elektromagnete (im engeren Sinne des Wortes) bezeichnet.

Betrachten wir zunächst eine gestreckte Spule mit Eisenkern, so zerfällt wieder der Arbeitsausdruck $\oint |\mathfrak{H}_s| ds$ in zwei Teile: der erste $\int |\mathfrak{H}_{is}| ds$ bezieht sich auf einen eisenerfüllten Innenraum, der andere $\int |\mathfrak{H}_{as}| ds$ auf den mit Luft erfüllten Außenraum der Spule. Wäre es gestattet, wie bei den eisenfreien Spulen, den letzteren Betrag $\int |\mathfrak{H}_{as}| ds$ gegenüber $\int |\mathfrak{H}_{is}| ds$ zu vernachlässigen, so könnte man mit relativ kleinen Stromstärken an den Enden der Spule im Außenraum sehr starke Felder erzielen; denn durch die gleiche Beweisführung wie bei der eisenfreien Spule würde man an den Enden der Spule (aber auch im Eisenkern) Gl. (175c) erhalten; sie lautet im Gaußschen Maßsystem:

$$|\mathfrak{H}|_{\substack{\text{Enden} \\ \text{Eisen}}} = \frac{2\pi}{c} \frac{N}{l} J,$$

das bedeutet aber, daß aus dem Eisen an der Stirnfläche $\frac{2\pi}{c} \mu \frac{N}{l} J$ Induktionslinien austreten und sich stetig in Luft fortsetzen. Dort aber sind die \mathfrak{B} -Linien mit den \mathfrak{H} -Linien identisch, d. h. an der Stirnfläche der Spule würde in Luft ein Feld vom Betrage

$$|\mathfrak{H}|_{\substack{\text{Enden} \\ \text{Luft}}} = \frac{2\pi}{c} \mu \frac{N}{l} J$$

bestehen, d. h. ein μ -mal so starkes Feld wie ohne Eisen. Betrachten wir zur Abschätzung der Größe von \mathfrak{H} wieder die gleiche Spule wie oben; $\frac{N}{l} = 2000 \text{ m}^{-1}$, $J^* = 10 \text{ Amp}$. Nach (175c) würde ohne Eisenfüllung an den Enden ein Feld $|\mathfrak{H}^*| = 10^4 \text{ A/m} = 125 \text{ Oe}$ bestehen. Füllen wir mit Eisen aus, so ist \mathfrak{H} mit μ zu multiplizieren; bei 125 Oe haben viele Eisensorten μ -Werte von etwa 150^1 , was somit das sehr starke Feld von 19000 Oe ergeben würde. Aber diese Berechnung ist deshalb nicht zulässig, weil $\oint |\mathfrak{H}_{as}| ds$ nicht mehr neben $\oint |\mathfrak{H}_{is}| ds$ vernachlässigt werden darf. Immerhin ist soviel richtig, daß man mit eisenerfüllten Spulen bei gleicher Amperewindungszahl je Zentimeter erheblich stärkere Felder erhält als ohne Eisen; aber sie bleiben doch merklich hinter dem oben berechneten Werte zurück.

Wir müssen daher die Betrachtung anders anstellen, und zwar denken wir uns aus einem geschlossenen Eisentoroid einen Luftspalt von der Breite b herausgeschnitten (Abb. 252). Dies hat den Vorteil, daß wir — unter Vernachlässigung der schwachen Streuung — einerseits bequem noch genau so rechnen können wie bei der vollkommen geschlossenen Spule, andererseits doch ein experimentell ausnutzbares Feld im Luftspalt (im sog. Interferriem) erhalten. Eine solche Anordnung nennt man ein geschlitztes Toroid. Die Länge des Eisenkernes sei wieder mit l bezeichnet. Wenden wir die Grundgleichung des Elektromagnetismus (156') an, so zerfällt wieder $\oint |\mathfrak{H}_s| ds$ in 2 Teile, die sich hier sofort berechnen lassen, wenn wir die im Luftspalt und im Eisenring geringe Streuung außer acht lassen; es ist dann nämlich:

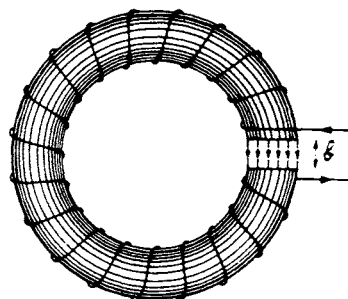


Abb. 252. Eisentoroid mit Luftspalt

$$\oint |\mathfrak{H}_s| ds = |\mathfrak{H}_i| l + |\mathfrak{H}_a| b = \frac{4\pi}{c} N J.$$

Da ferner wegen der Stetigkeit der Normalkomponenten von \mathfrak{B} hier $\mathfrak{B}_i = \mathfrak{B}_a$, also $\mu \mathfrak{H}_i = \mathfrak{H}_a$ ist, folgt weiter:

$$|\mathfrak{H}_a| \left(\frac{l}{\mu} + b \right) = \frac{4\pi}{c} N J,$$

mithin hat die Feldstärke im Luftspalt den Betrag:

$$(179) \quad |\mathfrak{H}_a| = \frac{(4\pi/c) N J}{\frac{l}{\mu} + b}, \quad \text{bzw.} \quad |\mathfrak{H}_a^*| = \frac{N J^*}{\frac{l}{\mu} + b}$$

An dieser Gleichung sieht man besonders deutlich, daß der auf den Luftspalt bezügliche Arbeitsbetrag $|\mathfrak{H}_a| b$ nicht gestrichen werden darf; denn obwohl zwar $l \gg b$ ist, besteht im allgemeinen — wegen der großen μ -Werte — nicht die Ungleichung $\frac{l}{\mu} \gg b$; der Summand b darf daher, wenn er nicht extrem klein ist gegenüber $\frac{l}{\mu}$, nicht vernachlässigt werden. Man entnimmt im Gegenteil aus (179), daß starke magnetische Felder nur bei engem Luftspalt erzielbar sind.

Ein Beispiel möge erläutern, welche Felder man unter normalen Bedingungen herstellen kann. Der Eisenkern habe die Länge $l = 100 \text{ cm}$; die Gesamtzahl der Windungen betrage $N = 2000$, so daß auf den Zentimeter $n = 20$ Windungen entfallen; die Stromstärke sei 10 Amp. In einem völlig geschlossenen Toroid würde dann — unabhängig vom Wert der Permeabilität μ — nach Gl. (175a) für $R \ll l$ die Feldstärke $|\mathfrak{H}^*| = 2 \cdot 10^4 \text{ A/m} = 250 \text{ Oe}$ herrschen. In dem Eisenring werde jetzt ein Schlitz b variabler Breite angebracht; zu bestimmen ist die Feldstärke in diesem Luftschlitz. Bei 240 Oe hat die Permeabilität des Eisens größenordnungsmäßig den Wert 100. Nach (179) erhält man:

¹⁾ Vgl. z. B. die Tabelle auf S. 208 und die hinzugehörige Abb. 267. Man muß natürlich den μ -Wert nehmen, der der betreffenden Feldstärke entspricht.

1. für verschwindendes b : $|\mathfrak{H}^*| = \frac{2000 \cdot 10}{1/100} = 2 \cdot 10^6 \text{ A/m} = 25100 \text{ Oe},$
2. für $b = 0,1 \text{ cm}$: $|\mathfrak{H}^*| = \frac{2000 \cdot 10}{0,011} = 1,82 \cdot 10^6 \text{ A/m} = 22800 \text{ Oe},$
3. für $b = 0,5 \text{ cm}$: $|\mathfrak{H}^*| = \frac{2000 \cdot 10}{0,015} = 1,33 \cdot 10^6 \text{ A/m} = 16600 \text{ Oe},$
4. für $b = 1 \text{ cm}$: $|\mathfrak{H}^*| = \frac{2000 \cdot 10}{0,02} = 10^6 \text{ A/m} = 12600 \text{ Oe},$

Diese Zahlen geben natürlich nur die Größenordnung des Feldes an; denn wir haben die Permeabilität μ hier als konstant behandelt, während sie in Wirklichkeit eine komplizierte Funktion von \mathfrak{H} bzw. \mathfrak{B} , d. h. hier der Schlitzbreite b ist (vgl. hierzu die Ausführungen auf S. 206 ff in Nr. 36); aber sie zeigen das, was sie zeigen sollen, daß mit wachsender Schlitzbreite \mathfrak{H} abnimmt. Die Werte lassen sich übrigens durch geeignete Formgebung der Pole steigern (vgl. hierzu S. 200).

Man kann diese Verhältnisse sehr anschaulich folgendermaßen formulieren: Der magnetische Induktionsfluß Φ_m in einem vollständigen Toroid kann in leichter Umformung von (176a) geschrieben werden:

$$(180) \quad \frac{(4\pi/c) N J}{\frac{l}{\mu A}},$$

Die Größe $\frac{l}{\mu A}$ bezeichnet man als „magnetischen Widerstand“ W_m :

$$(180a) \quad W_m = \frac{l}{\mu A}.$$

Der Name rechtfertigt sich durch die Analogie mit der Formel für den elektrischen Widerstand, der ja proportional der Länge l , umgekehrt proportional dem Querschnitt A und einem Materialfaktor, dem Leitvermögen σ , ist; hier tritt als Analogon zu σ die Materialkonstante μ auf. Die Größe $(4\pi/c) N J$ ferner, d. h. der Betrag $\oint |\mathfrak{H}_s| ds$ wird als die „magnetomotorische Kraft“ bezeichnet in Analogie zur elektromotorischen Kraft. Schließlich ist Φ_m , der magnetische Fluß, in Parallele gestellt zum elektrischen Fluß, d. h. zur Stromstärke J . Mit dieser Bezeichnungsweise lautet (180):

Der Induktionsfluß ist gleich der magnetomotorischen Kraft dividiert durch den magnetischen Widerstand (sog. Ohmsches Gesetz des vollständigen magnetischen Kreises).

Diese Formulierung rührt von J. Hopkinson (1886) her¹⁾. Wegen der Gleichartigkeit der Struktur der Formeln für den elektrischen und magnetischen Widerstand folgt sofort, daß magnetische Widerstände sich bei Hintereinanderschaltung addieren. Betrachten wir ein geschlitztes Toroid mit einem Luftspalt oder ein gerades offenes Solenoid mit Eisenkern, so sind die magnetischen Widerstände des Innenraumes (W_{mi}) und des Außenraumes (W_{ma}) hintereinander geschaltet. Daher gilt für den Fall unter Benutzung von (180):

$$(181) \quad \Phi_m = \frac{(4\pi/c) N J}{W_{mi} + W_{ma}} = \frac{(4\pi/c) N J}{\frac{l}{\mu A_i} + \frac{b}{A_a}}.$$

Für ein eisenfreies gestrecktes Solenoid ($\mu = 1$) gibt dies

$$\Phi_m = \frac{(4\pi/c) N J}{\frac{l}{A_i} + \frac{b}{A_a}}$$

¹⁾ Man hat aber im Auge zu behalten, daß hier nur eine äußerliche Analogie vorliegt, die einen bequemen Überblick und eine anschauliche Ausdrucksweise ermöglicht. Schon die Tatsache, daß für die Ferromagnetika μ , und damit der Widerstand, keine Konstante ist, zeigt den tiefgreifenden Unterschied zwischen elektrischem und magnetischem Widerstand.

36. Die Eigenschaften der ferromagnetischen Stoffe

Hysterese. Nachdem wir in den stromdurchflossenen Spulen ein Mittel kennengelernt haben, magnetische Felder von stetig veränderlicher Intensität zu erzeugen, können wir jetzt daran gehen, die Abhängigkeit der Permeabilität ferromagnetischer Stoffe von der magnetisierenden

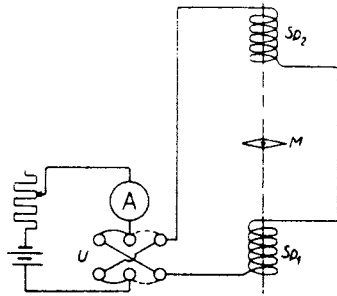


Abb. 266. Anordnung zur Messung von Magnetisierungskurven

Feldstärke zu untersuchen. Wir wiesen bereits auf S. 114 in der Magnetostatik sowie in der vorhergehenden Nummer mehrfach darauf hin, daß Permeabilität μ und Suszeptibilität χ ferromagnetischer Stoffe keine Konstanten sind, im Gegensatz zu den para- und diamagnetischen Substanzen. Um beide Größen in Abhängigkeit von der Feldstärke \mathfrak{H} zu messen, genügt es z. B. die Magnetisierung \mathfrak{J} eines Eisenstäbchens zu bestimmen. Vermittels der Gl. (99) von S. 113

$$\mathfrak{J} = \frac{\mu - 1}{4\pi} \mathfrak{H} = \chi \mathfrak{H}$$

lassen sich dann μ und χ berechnen. Die Magnetisierung \mathfrak{J} kann man am einfachsten aus dem magnetischen Moment \mathfrak{M} des betreffenden Stoffes erhalten; denn definitionsgemäß ist \mathfrak{J} das magnetische Moment pro Volumeinheit, also $\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{M}}{V}$, wenn

V das Volumen des Ferromagnetikums bedeutet. \mathfrak{M} können wir nach dem auf S. 100 mitgeteilten Verfahren messen. Wir benutzen z. B. die zweite Gaußsche Hauptlage, indem wir (Abb. 266) auf eine kleine Magnetnadel M , deren Ablenkung mit Spiegelablesung beobachtet wird, zwei gleiche Spulen Sp_1 und Sp_2 aus der Ost-West-Richtung einwirken lassen. Wir justieren die beiden Spulen so, daß sich ihre Wirkungen auf die Magnetnadel gerade aufheben, wenn sie von demselben Strom in Hintereinanderschaltung durchflossen werden. Bringt man dann in eine der beiden Spulen ein stabförmiges Stück des zu untersuchenden Materials, so zeigt die Magnetnadel wieder einen Ausschlag, der vom magnetischen Moment des Stabes

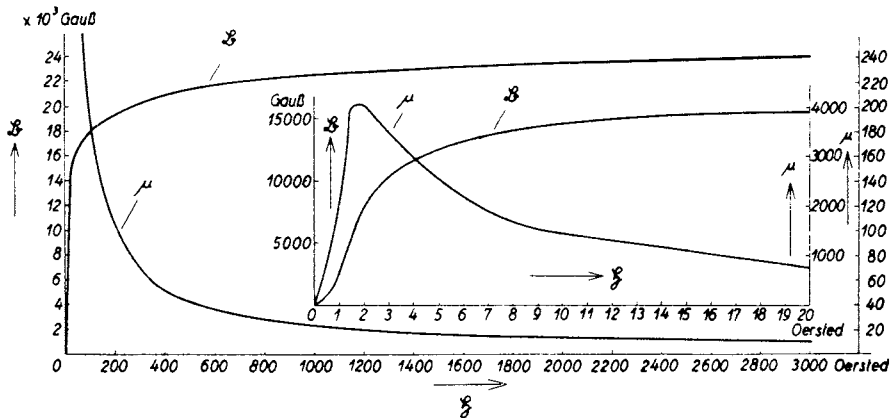


Abb. 267. Abhängigkeit der Induktion \mathfrak{B} und Permeabilität μ von der Feldstärke \mathfrak{H}

herrührt, das wir nach Gl. (87a) bei bekannter Horizontalintensität des Erdfeldes berechnen. Die das Moment \mathfrak{M} erzeugende Feldstärke \mathfrak{H} ; im Innern der Spule ist aus den Daten der Spule und der Stromstärke nach Gl. (174) bekannt. Damit erhalten wir nach der oben angeführten Gleichung μ und wegen der Beziehung $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$ auch die magnetische Induktion \mathfrak{B} im Ferromagnetikum. Indem wir auf diese Weise μ und \mathfrak{B} in Abhängigkeit von \mathfrak{H} bestimmen, erhalten wir z. B. bei Dynamostahlguß den in Abb. 267 gezeichneten und in der Tabelle wiedergegebenen Verlauf¹⁾. — 1 Gauß = 10^{-4} Vs/m²; 1 Oersted = 79,577 A/m.

\mathfrak{H} in Oe	\mathfrak{B} in Gauß	μ
0,25	100	400
0,50	500	1000
0,75	1 200	1600
1,0	2 500	2500
1,5	6 000	4000
2,5	9 500	3800
5,0	12 700	2540
10	14 600	1450
20	15 700	785
50	16 000	340
100	17 000	180
150	18 800	124
200	19 700	97
300	20 300	68
500	21 300	42,6
1000	22 300	22,3
2000	23 400	11,7
3000	24 400	8,1

Für sehr kleine Feldstärken bis etwa 0,02 Oeist μ zunächst konstant (etwa 300), um dann sehr rasch bis zu einem Werte von 4280 bei $\mathfrak{H} = 2,0$ Oe anzusteigen und danach mit weiterwachsendem \mathfrak{H} zuerst rasch und dann langsamer bis zu dem Anfangswerte von 300 bei $\mathfrak{H} = 60$ Oe wieder abzunehmen. Bei noch höheren Feldstärken nimmt μ weiter ab, um schließlich den Wert 1 anzunehmen. Dies ergibt sich aus der allgemein gültigen Gleichung

$$\mathfrak{B} = 4\pi \mathfrak{I} + \mathfrak{H},$$

wenn man beachtet, daß nach Eintritt der magnetischen Sättigung ($\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_s$) die Magnetisierung \mathfrak{I}_s nicht mehr wächst, also schließlich der Summand $4\pi \mathfrak{I}_s$ sehr klein gegen $|\mathfrak{H}|$ wird, so daß im Fall sehr großer \mathfrak{H} -Werte $\mathfrak{B} \approx \mathfrak{H}$, d. h. $\mu = 1$ wird.

Die Kurve für \mathfrak{B} zeigt den schon aus Abb. 156 auf S. 114 bekannten Verlauf: \mathfrak{B} steigt zunächst rasch, dann immer langsamer an und verläuft schließlich—immer weiter steigend—bei hohen Feldstärken, d. h. nach Eintritt der magnetischen Sättigung, geradlinig ($\mathfrak{B} \approx \mathfrak{H}$!).

Die in Abb. 267 wiedergegebenen Kurven gelten nur unter der Voraussetzung, daß das zum Versuch benutzte Eisen vor dem Beginn der Magnetisierung völlig unmagnetisch war. Wir wollen jetzt den Versuch wiederholen, nachdem wir das Eisenstäbchen vorher wieder unmagnetisch gemacht haben. Wir steigern allmählich die Feldstärke in den Spulen und be-

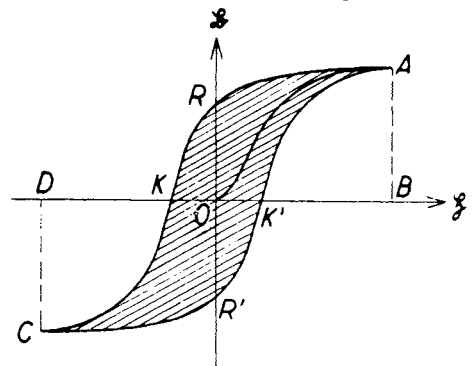


Abb. 268. Allgemeiner Verlauf einer Hysteresekurve

¹⁾ Diese Darstellung ist nicht ganz richtig. Denn es ist stillschweigend angenommen, daß das Feld \mathfrak{H} ; im Innern der Spule identisch sei mit dem Felde \mathfrak{H} im Innern des zu untersuchenden Eisenstabes; wegen der „entmagnetisierenden Wirkung der Enden“ (vgl. hierzu die Darlegungen auf S. 120) ist dies nicht der Fall. Auf die erforderliche Korrektur kommen wir auf S. 214 zurück.

stimmen aus den Ausschlägen der Magnetnadel die magnetische Induktion \mathfrak{B} , die wir in Abhängigkeit von \mathfrak{H} auftragen. Wir erhalten wiederum den jetzt in Abb. 268 dargestellten Kurvenzug OA . Ohne den Strom auszuschalten, verringern wir jetzt die magnetisierende Feldstärke; die Meßwerte für \mathfrak{B} fallen nun nicht mehr mit denen auf der Kurve OA zusammen, sondern liegen oberhalb derselben auf der Kurve AR . Bei der Feldstärke $\mathfrak{H} = 0$ bleibt das Eisen magnetisch und besitzt noch eine Induktion \mathfrak{B} , von dem Betrage OR , die als **remanente Induktion** oder kurz als **Remanenz** bezeichnet wird. Kehren wir jetzt durch Umpolung des Stromes die Richtung der magnetisierenden Feldstärke um und steigern sie langsam bis zur erneuten magnetischen Sättigung des Eisens, so erhalten wir den Kurvenzug RKC . Wenn wir dann die Feldstärke wieder verringern, durch Null gehen, umpolen und erneut bis zum ersten Höchstwert erhöhen, liegen die neugewonnenen Meßwerte von \mathfrak{B} auf dem Kurvenzug $C R' K' A$. In welcher Weise auch die Ummagnetisierung des Eisens vorgenommen wird, niemals gelingt es, den anfänglichen Kurvenzug OA nochmals zu durchlaufen. Man nennt daher dieses Kurvenstück OA die **jungfräuliche Kurve** oder die **Neukurve** der magnetischen Induktion. Die beschriebene Erscheinung wurde zuerst von E. Warburg (1880) entdeckt und von I. A. Ewing (1882) als **magnetische Hysterese** (Nachwirkung) bezeichnet. Die vollständig geschlossene Kurve $AKCK'A$ heißt die **Hystereseschleife**.

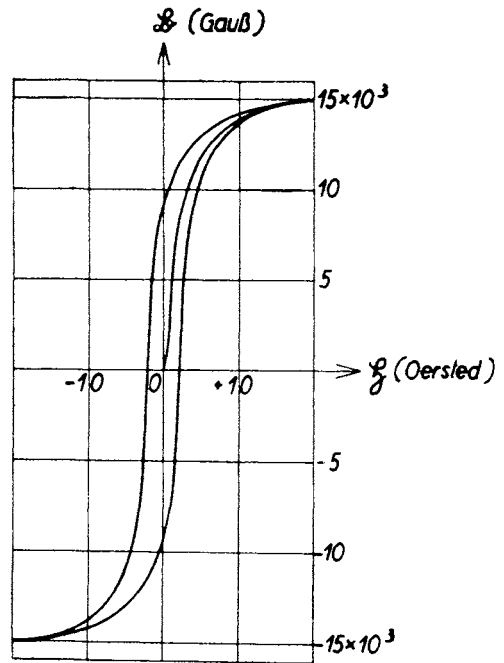


Abb. 269.
Hysteresekurve von weichem Schmiedeeisen

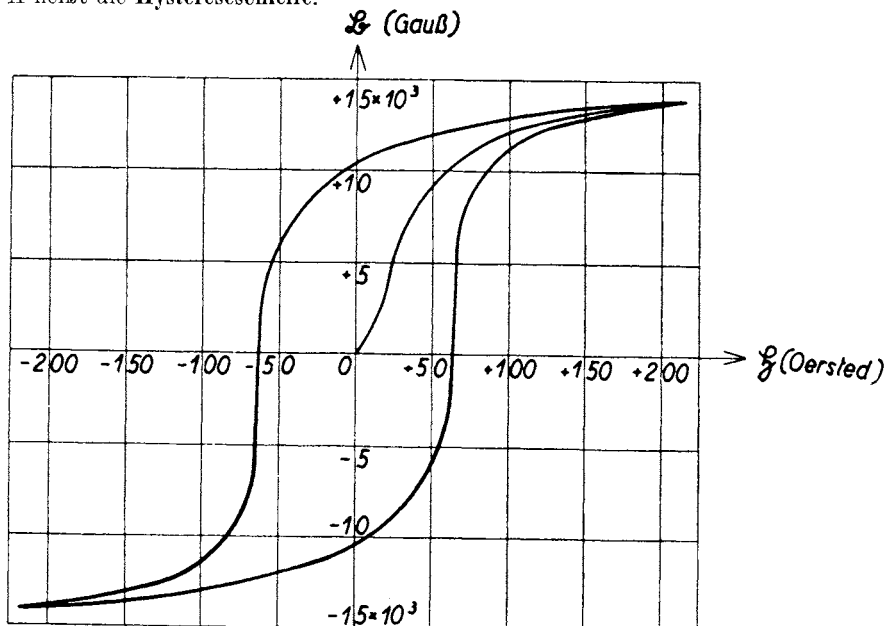


Abb. 270. Hysteresekurve von Werkzeugstahl

Wie schon erwähnt, bezeichnet man diejenige magnetische Induktion \mathfrak{B}_r , die im Ferromagnetikum zurückbleibt, wenn das äußere Feld nach einem aufsteigenden und wieder absteigenden Verlauf Null geworden ist, als **Remanenz**. Man erklärt die remanente Magnetisierung durch die Annahme einer im Material vorhandenen **Koerzitivfeldstärke** (auch Koerzitivkraft). Es ist die Stärke des Feldes, das man entgegengesetzt wirken lassen muß, um den Stoff vollkommen unmagnetisch zu machen. Die Strecke OK (bzw. OK') in Abb. 268 ist also ein Maß für die Koerzitivfeldstärke. Stoffe mit großer Koerzitivfeldstärke nennt man „magnetisch hart“, mit kleiner dagegen „magnetisch weich“.

Die Gestalt der Hystereseschleife kann ganz verschieden sein und hängt in erster Linie von der Natur des betreffenden ferromagnetischen Stoffes ab. Abb. 269 zeigt die Hystereseschleife von weichem Schmiedeeisen. Die Kurve ist sehr schmal, entspricht einer sehr kleinen Koerzitivfeldstärke und erreicht schon bei verhältnismäßig kleinen Feldstärken von etwa 20 Oersted den Sättigungswert. In Abb. 270 ist die Hystereseschleife für Werkzeugstahl wiedergegeben; sie hat eine wesentlich breitere Gestalt und erreicht erst bei Feldstärken von 200 Oersted den Sättigungswert. Im Gegensatz zu weichem Eisen finden wir eine fast 30 mal so große Koerzitivkraft. Daß ferromagnetische Legierungen unter Umständen ein sehr kompliziertes Verhalten zeigen können, beweist die in Abb. 271 wiedergegebene Hystereseschleife einer Nickel-Eisen-Kobaltlegierung (65% Ni; 5% Fe, 30% Co, „Perminvar“).

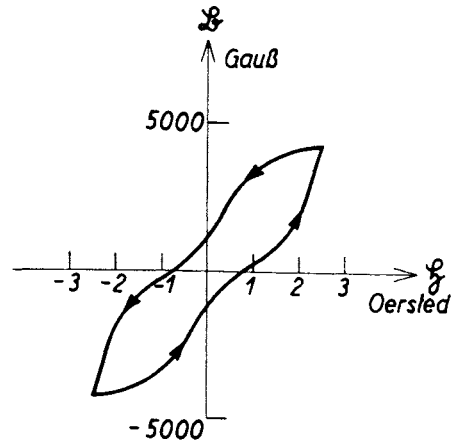


Abb. 271. Hystereseschleife einer Nickel-Eisen-Kobaltlegierung

Wie wir bereits in der Magnetostatik auf S. 92 zum Ausdruck gebracht und durch die Ampèreschen Molekularströme auf S. 186 verständlich gemacht haben, deuten wir den Vorgang der Magnetisierung eines ferromagnetischen Stoffes nicht durch die Trennung von „Magnetismusk mengen“, sondern durch die Ausrichtung bereits vorhandener Molekularmagnete, die in unmagnetischem Stoff mit ihren Achsen nach allen Richtungen willkürlich gelagert sind. Stellt man sich nun noch vor, daß die einmal ausgerichteten Molekularmagnete nicht alle wieder in ihre ungeordnete Lage zurückkehren, sondern infolge der zwischen ihnen vorhandenen starken Wechselwirkung zum Teil ihre neue Lage beibehalten, so kann man die Erscheinung der Remanenz sowie das Zustandekommen der Hysterese und ihre Abhängigkeit von der Art des Ferromagnetikums verstehen.

Besonders einfach liegen die Verhältnisse bei einem Einkristall; dieser zeigt bereits eine bestimmte magnetische Vorzugsrichtung (magnetische Achse), die die Richtung der Kraftlinien angibt, die er für sich allein ohne äußere Erregung erzeugt. Bringt man den Kristall so in ein magnetisches Feld, daß dieses ihn in Richtung seiner Achse zu entmagnetisieren sucht, so zeigt sich, daß beim Überschreiten einer gewissen magnetischen Feldstärke \mathfrak{H}_e der Magnetismus des Kristalles plötzlich umkehrt. Die Hysteresekurve eines Einkristalles nimmt daher die in Abb. 272 dargestellte Parallelogrammgestalt an.

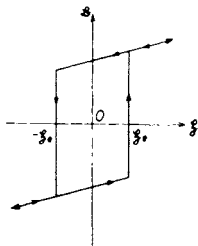


Abb. 272. Form der Hysteresekurve bei einem ferromagnetischen Einkristall

Ein gewöhnlicher ferromagnetischer Stoff setzt sich nun aus vielen Bezirken solcher Mikro-Einkristalle mit verschiedenen orientierten Magnetisierungsrichtungen, den sog. Weißschen Bezirken, zusammen, so daß deren Wirkungen sich nach außen im gewöhnlichen Zustand aufheben (P. Weiß, 1911). Bei einer äußeren magnetischen Erregung ergibt sich nun je nach dem Winkel, den diese mit der magnetischen Achse der einzelnen Bezirke bildet, eine verschieden starke Einwirkung auf diese Bezirke; infolgedessen suchen diese sich in die neue Richtung einzustellen. Nach neueren Untersuchungen erfolgt dies so, daß die bereits günstig orientierten Bezirke sich durch eine Art Wandverschiebung auf Kosten der benachbarten Bezirke ausdehnen. Eine experimentelle Bestätigung der allmählich erfolgenden sprunghaften Magnetisierung eines Ferromagnetikums bringen wir in Nr. 43 auf S. 264.

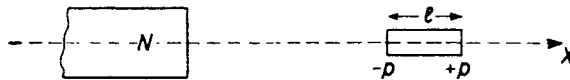


Abb. 273. Zur Ableitung der Hysteresewärme

Wie zuerst Warburg zeigte, ist die von der Hystereseschleife umgrenzte Fläche derjenigen Energie proportional, die beim Ummagnetisieren der Volumeinheit des betreffenden Stoffes, d. h. beim einmaligen Durchlaufen eines Magnetisierungszyklus, verbraucht wird. Zum Beweise denken wir uns ein kleines Stück Eisen von der Länge l und dem Querschnitt A , also dem Volumen $V = lA$, aus großer Entfernung in Richtung seiner Längsachse dem Nordpol eines permanenten Magneten genähert (Abb. 273). Nehmen wir an, daß das Eisen im Feld dieses Magneten gleichmäßig magnetisiert werde, so daß auf seinen Endflächen die magnet. Polstärken $+p$ und $-p$ entstehen, so ist der Betrag des magnetischen Moments des Eisenstückes

$|\mathfrak{M}| = pl = |\mathfrak{J}| V$. Die Feldstärken an den Stabenden seien \mathfrak{H} und $\mathfrak{H} + l \frac{d\mathfrak{H}}{dx}$, wenn l in die x -Richtung fällt. Es wirkt also auf die Polstärke $-p$ die Kraft $-p\mathfrak{H}$, und auf die Polstärke $+p$ am anderen Ende die Kraft $p\left(\mathfrak{H} + l \frac{d\mathfrak{H}}{dx}\right)$. Auf das ganze Eisenstück wirkt demnach die Kraft $p l \frac{d\mathfrak{H}}{dx} = |\mathfrak{M}| \frac{d\mathfrak{H}}{dx}$. Verschiebt sich unter ihrem Einfluß das Eisenstück um die Strecke dx an den Permanentmagneten heran, so leistet das Feld die Arbeit $\mathfrak{M} d\mathfrak{H}$; pro Volumeinheit ergibt dies den Arbeitsgewinn $\frac{\mathfrak{M}}{V} d\mathfrak{H} = \mathfrak{J} d\mathfrak{H}$ (der als kinetische Energie auftritt).

Wenn keine Hysterese vorhanden wäre, würde der gleiche Arbeitsbetrag, d. h. die erzeugte kinetische Energie, gerade ausreichen, um das Eisenstäbchen wieder in seine Anfangslage gegen die Anziehung des Magneten zurückzubringen. Infolge der Hysterese bleibt aber das Eisen auf dem Rückweg etwas stärker magnetisch, und es ist ein größerer Arbeitsbetrag notwendig zur Rückbewegung in die alte Lage. Bezeichnen \mathfrak{J}_1 und \mathfrak{J}_2 die durch die Feldstärke \mathfrak{H} hervorgerufenen Magnetisierungen auf dem aufsteigenden und dem absteigenden Aste der Hystereseschleife, so ist der erforderliche Arbeitsüberschuß pro Volumen

$$dA = (\mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_1) d\mathfrak{H}.$$

Wie man aus Abb. 274 entnimmt, ist $(\mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_1) d\mathfrak{H}$ gleich dem in der Abbildung schraffierten, sehr schmalen Streifen der Hystereseschleife von der Breite $d\mathfrak{H}$ und der Höhe $(\mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_1)$. Denkt man sich nun das Eisenstück aus dem Unendlichen ($\mathfrak{H}=0$) an einen Punkt in der Nähe des Magneten mit der Feldstärke \mathfrak{H} herangebracht, dann wieder zurück ins Unendliche, dort umgewendet und nun mit dem anderen Ende dem Magneten bis zum gleichen Feldpunkte wieder genähert und wieder ins Unendliche zurückgeführt, so ist dies gleichbedeutend mit dem Durchlaufen eines geschlossenen Magnetisierungszyklus, d. h. einer vollständigen Hystereseschleife. Die dabei aufgewendete Gesamtarbeit pro Volumen ist also:

$$A = \oint \mathfrak{J} d\mathfrak{H},$$

wobei das zwischen den Maximalwerten von \mathfrak{H} zu erstreckende Integral den Flächeninhalt der im \mathfrak{J} - \mathfrak{H} -Diagramm gezeichneten Hystereseschleife darstellt. Trägt man letztere dagegen im \mathfrak{B} - \mathfrak{H} -Diagramm auf, verwendet also an Stelle der Ordinaten \mathfrak{J} die Werte $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$, so tritt an Stelle von $\mathfrak{J}_2 - \mathfrak{J}_1$ der Ausdruck $\frac{1}{4\pi}(\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{B}_1)$, und der Inhalt der so gezeichneten Hystereseschleife ist gleich dem 4π -fachen der auf die Volumeinheit bei der Ummagnetisierung aufgewendeten Arbeit. Wir können also auch schreiben:

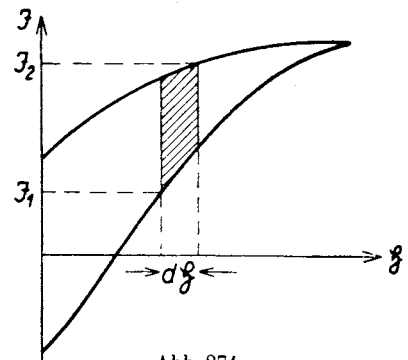


Abb. 274.

Zur Ableitung der Hysteresewärme

$$A = \frac{1}{4\pi} \oint \mathfrak{B} d\mathfrak{H}$$

und gewinnen damit den Satz von Warburg:

Der durch 4π dividierte Inhalt der Hystereseschleife, die den Zusammenhang zwischen der magnetischen Induktion \mathfrak{B} und der magnetisierenden Feldstärke \mathfrak{H} bei einer zyklischen Magnetisierung darstellt, ist numerisch gleich der (in erg gemessenen) Arbeit, die bei einem Magnetisierungszyklus je Volumeinheit des betreffenden Stoffes verbraucht wird.

Diese zur Ummagnetisierung erforderliche Arbeit tritt als Wärmeenergie in dem magnetischen Material wieder auf. Man kann diese Hysteresewärme leicht nachweisen, indem man einen Stahlstab in einem mit Wechselstrom von 50 Hertz beschickten Solenoid einige Minuten lang dauernd ummagnetisiert; der Stab wird bereits nach kurzer Zeit heiß. Die Hysteresewärme stellt natürlich einen unerwünschten Energieverlust dar; man verwendet daher in der Technik bei elektrischen Maschinen, bei denen eine dauernde Ummagnetisierung von Eisen stattfindet (z. B. Transformatoren, Dynamomaschinen, Elektromotoren usw.), solche Eisensorten, die eine möglichst schmale Hystereseschleife besitzen.

Die folgende Tabelle gibt für einige Blechsorten die gemessenen Hystereseverluste N_h bei Magnetisierung mit Wechselstrom von 50 Hz in Watt/kg bei verschieden starker Magnetisierung an (Blechstärke 0,35 mm).

Für die Herstellung von Dauermagneten ist dagegen ein Material besonders günstig, das neben einer hohen Remanenz eine große Koerzitivfeldstärke, mit anderen Worten eine breite Hystereseschleife besitzt. Große Koerzitivfeldstärke ist erforderlich, damit der remanente Magnetismus nicht schon durch schwache äußere Gegenfelder, denen jeder Dauermagnet bei seiner Benutzung ausgesetzt ist, verkleinert wird. Es ist daher üblich, das Produkt

Maximale Induktion B_m in Gauß	Unlegiertes Blech		Schwach legiert 1% Si		Mittellegiert 2,5% Si		Hochlegiert 4% Si	
	N_h	N_w	N_h	N_w	N_h	N_w	N_h	N_w
2 500	0,2	0,11	0,19	0,06	0,18	0,03	0,11	0,01
5 000	0,64	0,33	0,59	0,20	0,52	0,11	0,32	0,04
7 500	1,26	0,69	1,13	0,47	1,00	0,23	0,63	0,10
10 000	2,20	1,15	1,90	0,78	1,68	0,38	1,06	0,16
12 500	3,75	1,73	2,98	1,17	2,55	0,60	1,65	0,28
15 000	6,31	2,28	5,13	1,65	3,76	0,86	2,52	0,37

Auf die gleichzeitig angegebenen Werte der Wirbelstromverluste N_w kommen wir auf S. 250 zurück.

aus remanenter Induktion \mathfrak{B}_r und Koerzitivfeldstärke \mathfrak{H}_k als Güteziffer zu bezeichnen. Wie man aus der folgenden Tabelle ersieht, erreicht man bei besonderen Legierungen Werte von über 10^6 Gauß · Oersted. Der Rekord wurde 1968 bei SmCo_5 erreicht: $18,5 \cdot 10^6$ G · Oe.

Material	Zusammensetzung in Gew.-%	\mathfrak{B}_r in Gauß	\mathfrak{H}_k in Oersted	Güteziffer $ \mathfrak{B}_r \cdot \mathfrak{H}_k $ in Gauß · Oerst.
Federstahl	Fe mit etwa 1% C	13 500	21,3	$0,29 \cdot 10^6$
Wolframstahl	5—6,5% W; 0,63—0,8% C; Rest Fe	10 800	68	$0,73 \cdot 10^6$
Co-Cr-Stahl	34% Co; 1,5—5% Cr; 0—4,5% Mo; 0,8—1,1% C; Rest Fe	9 300	243	$2,27 \cdot 10^6$
Oerstit	24—30% Ni; 9—13% Al; 5—10% Cu; Rest Fe	6 100	750	$4,57 \cdot 10^6$
Alnico V	15% Ni; 25% Co; 9% Al; 3% Cu; Rest Fe	12 250	597	$7,3 \cdot 10^6$

Mit den in der Tabelle zuletzt genannten Stoffen gelingt es, Dauermagnete herzustellen, die das 3500fache ihres Eigengewichtes zu tragen vermögen. Besonders schön geht die Leistung moderner Dauermagnete aus dem in Abb. 275 wiedergegebenen Schweberversuch hervor. Über einem horizontalen Stabmagneten befindet sich zwischen sechs Glasstäben geführt ein zweiter gleich großer Stabmagnet in solcher Lage, daß die gleichnamigen Pole übereinander liegen. Die abstoßenden Kräfte zwischen diesen Polen sind so groß, daß der 170 p schwere Magnet in einer Entfernung von 4 cm frei über dem unteren Magneten schwebt. Um beide Magnete in eine Entfernung von 1 cm zu bringen, ist ein Zusatzgewicht von 750 p am oberen Magneten erforderlich. Die für diesen Versuch benutzten Magnete bestanden aus Oerstit 400, das eine remanente Induktion von 11 000 Gauß, eine Koerzitivfeldstärke von etwa 600 Oersted und eine Güteziffer von $6,6 \cdot 10^6$ Gauß-Oersted besitzt.

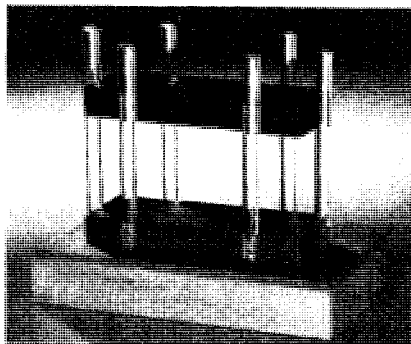


Abb. 275. Durch magnetische Abstoßung in der Schwebelage gehaltener Magnetstab

Die sehr hohen Güteziffern der modernen Dauermagnete beruhen darauf, daß die Koerzitivkraft mit inneren Verspannungen im Kristallgitter zusammenhängt, die besonders dann in einer Legierung auftreten, wenn ein Bestandteil derselben kurz vor seiner Ausscheidung steht.

Daß die magnetischen Eigenschaften eines Ferromagnetikums von den in ihm herrschenden elastischen Spannungen abhängen, beweist die Tatsache, daß sich die Gestalt der Hysteresekurve ganz wesentlich ändert, wenn man das Material mechanischen Beanspruchungen unterwirft. Z. B. zeigt Kurve *a* in Abb. 276 die Neukurve und den absteigenden Ast der Hystereseschleife für einen weichen Nickeldraht in mechanisch unbeanspruchtem Zustand; Kurve *b* bezieht sich auf den Fall, daß der gleiche Draht tordiert, Kurve *c*, daß er gedehnt und Kurve *d*, daß er gleichzeitig gedehnt und tordiert wird.

Ein Nachteil dieser hochwertigen Magnetstoffe ist ihre große Härte und Sprödigkeit, die eine Bearbeitung außerordentlich erschweren. Es ist aber möglich, aus Fe-Oxyden, Zn-Oxyden und als drittem Bestandteil Cu-, Mg-, Mn- oder Ni-Oxyd durch Sintern oder Pressen mit einem Bindemittel beliebig geformte Körper herzustellen, die sich magnetisieren lassen und je nach ihrer Zusammensetzung eine große Anfangspermeabilität oder eine hohe Koerzitivkraft besitzen. Diese unter der Bezeichnung Ferrite bekannt gewordenen Stoffe dienen sowohl zur Herstellung von Kernen für Hochfrequenztransformatoren, da ihre schlechte Leitfähigkeit keine Wirbelstromverluste ergibt, als auch zur Anfertigung von hochwertigen Permanentmagneten beliebiger Form.

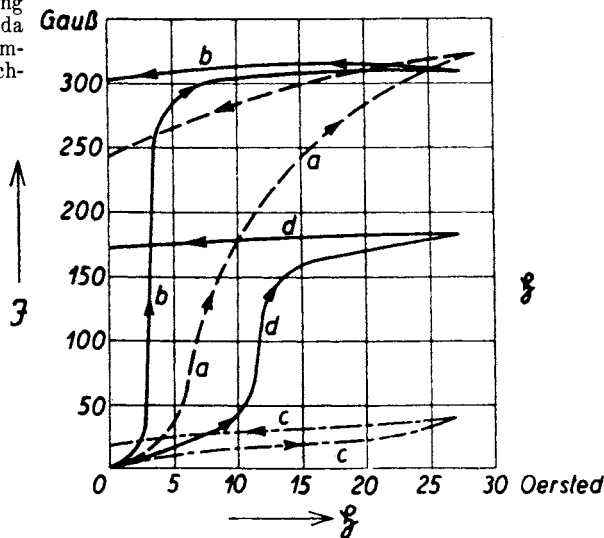


Abb. 276. Hysteresekurven von weichem Nickeldraht in mechanisch unbeanspruchtem Zustand (*a*), bei Torsion (*b*), bei Dehnung (*c*) und bei gleichzeitiger Torsion und Dehnung (*d*)

Die bisher angeführten Werte der Remanenz und Koerzitivfeldstärke beziehen sich auf den Fall, daß bis zur Sättigung magnetisiert wird. Nimmt man die Hystereseschleife auf, ohne mit der Feldstärke bis zur Sättigung zu gehen, so erhält man je nach dem erreichten Maxi-

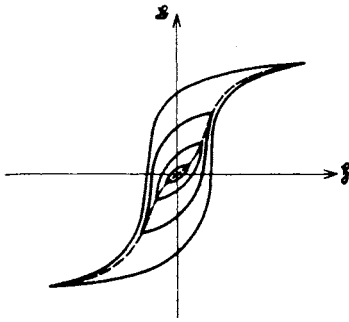


Abb. 277. Bei verschiedenen Feldstärken aufgenommene Hystereseschleifen

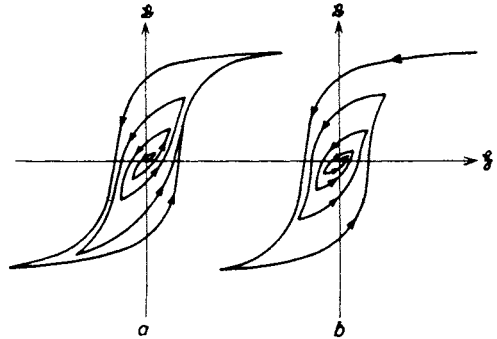


Abb. 278. Aufeinanderfolgende Magnetisierungszyklen bei zunehmender (a) und abnehmender (b) Feldstärke

malwert von \mathfrak{H} verschiedene Schleifen, deren Spitzen nahezu auf der Neukurve liegen (Abb. 277). Verstärkt oder schwächt man allmählich beim Durchlaufen einer Reihe aufeinander folgender Magnetisierungszyklen die maximale Feldstärke, so erhält man Kurven, wie die Abb. 278 a und b sie darstellen. Die Umkehrpunkte liegen auf der sog. Kommutierungskurve, die auch hier wieder nahezu mit der Neukurve zusammenfällt. Den in Abb. 278 b dargestellten Magnetisierungsverlauf kann man dazu benutzen, um ein Ferromagnetikum in den unmagnetischen Anfangszustand zu bringen. Man macht dies am einfachsten, indem man es mit Wechselstrom in einer Spule dauernd ummagnetisiert und dabei die Stromstärke allmählich mittels eines Regulierwiderstandes auf Null reduziert.

Bei unseren bisherigen Überlegungen hatten wir angenommen, daß die magnetische Feldstärke im Innern des zu untersuchenden Eisenstabes denselben Wert habe, wie die aus der Stromstärke und den Spulendaten berechnete Feldstärke innerhalb der Spule. Das trifft für ein geschlossenes Toroid,

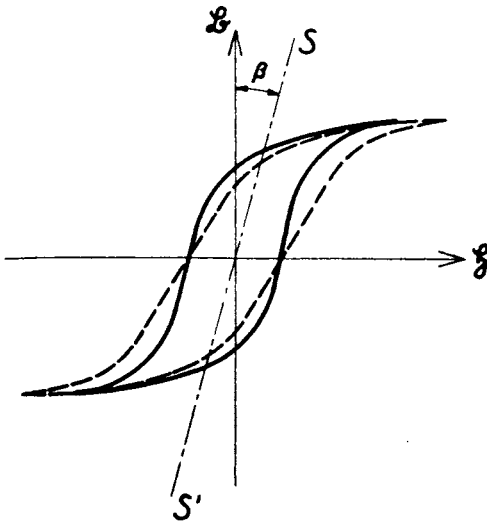


Abb. 279. Scherung einer Hystereseschleife

Scherung der Hysterese-Kurve und bezeichnet deshalb auch $S/4\pi$ als den **Scherungsfaktor**. Praktisch verfährt man nach Lord Rayleigh dabei in folgender Weise (Abb. 279):

Man zieht durch den Nullpunkt die „Scherungsgrade“ SS' unter einem solchen Winkel β gegen die Ordinatenachse, daß $\tan \beta = S/4\pi$ ist. Dann hat man jeden Punkt der gemessenen Kurve (in Abb. 279 gestrichelt) oberhalb der \mathfrak{H} -Achse um soviel nach links und unterhalb derselben um soviel nach rechts zu verschieben, wie der Abstand des zum gleichen Ordinatenwerte gehörenden Punktes

d. h. einen Eisenkörper ohne Enden, auch wirklich zu. Hier aber tritt durch die an den Stabenden erzeugten Magnetpole im Stabinneren ein magnetisches Feld auf, das dem primären magnetisierenden Feld entgegengesetzt gerichtet ist und dieses schwächt. Wir haben es hier mit der „entmagnetisierenden Wirkung der Enden“ zu tun, auf die wir bereits in Kap. II auf S. 120 hinwiesen. Man muß daher, um das wirkliche Feld \mathfrak{H} im Innern des Stabes zu erhalten, von diesem „Spulenfeld“ \mathfrak{H} einen Betrag $\mathfrak{H}' = S \cdot \mathfrak{H}$ abziehen, wobei \mathfrak{H} die Magnetisierung und S einen von der Gestalt des Stabes (im wesentlichen vom Verhältnis Stablänge zu Stabdicke) abhängenden Faktor bedeutet; dieser „Entmagnetisierungsfaktor“ ist für einfache Formen des Ferromagnetikums, z. B. Stäbe oder Ellipsoide, berechenbar und bekannt. Da für ferromagnetische Stoffe in erster Annäherung $\mathfrak{H} = \mathfrak{B}/4\pi$ ist, da \mathfrak{H} gegen \mathfrak{B} vernachlässigt werden kann, darf man statt $S \cdot \mathfrak{H}$ auch $\frac{S}{4\pi} \cdot \mathfrak{B}$

setzen. Um diesen Betrag muß man nun, um das richtige Bild der Hystereseschleife oder \mathfrak{B} - \mathfrak{H} -Kurve zu erhalten, die jedem Ordinatenwert \mathfrak{B} entsprechende Abszisse \mathfrak{H} verkleinern. Man nennt dies die

auf der Scherungsgeraden von der Ordinatenachse beträgt. Dies liefert die in Abb. 279 ausgezogene Kurve.

Von der Abhängigkeit des Entmagnetisierungsfaktors von der Gestalt des Ferromagnetikums kann man sich überzeugen, wenn man mit der in Abb. 266 angegebenen Versuchsanordnung die Magnetisierungskurve z. B. mit Stäben verschiedener Abmessungen (gleichen Volumens aus dem gleichen Material) aufnimmt. Man erhält dann ganz verschieden verlaufende Kurven, die aber nach Scherung ineinander übergehen.

Zum Schluß bringen wir noch eine Tabelle zur Ergänzung der auf Seite 111 mitgeteilten Tabelle, in der für die wichtigsten magnetisch weichen Legierungen die Werte der Anfangspermeabilität μ_a , des Höchstwertes μ_{max} der Permeabilität, der Koerzitivfeldstärke \mathfrak{H}_k und der Sättigungsmagnetisierung \mathfrak{S}_s zusammengestellt sind.

Material	Zusammensetzung in Gewichtsprozenten	μ_a	μ_{max}	\mathfrak{H}_k in Oersted	\mathfrak{S}_s in Gauß
Din 6400 IV	4% Si; 96% Fe	400	8 000	0,3—0,5	
Hyperm 20	20% Cr; 5% Al; 75% Fe	650	10 000	0,5	
Permalloy	78,5% Ni; 21,5% Fe	10 000	100 000	0,05	900
Cr-Permalloy	78,5% Ni; 3,8% Cr; 17,7% Fe	12 000	62 000	0,05	640
Mo-Permalloy	78,5% Ni; 3,8% Mo; 17,7% Fe	20 000	75 000	0,03	700
Mü-Metall	76% Ni. 17% Fe; 5% Cu; 2% Cr	12 000	45 000	0,03	740
Legierung 10 Schäfer, Band 2	72% Ni; 11% Fe; 14% Cu; 3% Mn	20 000	100 000	0,015	480