

一元非线性回归



注意：与视频中的课件有微小差别，不影响对比学习

《美国数学建模竞赛》

完整课程请长按下方二维码





一元非线性回归

例题分析：假设变量 x 与 Y 的9组观测值 (x_i, y_i) 如下：

x_i	1	2	3	4	4	6	7
y_i	1.85	1.37	1.02	0.75	0.56	0.41	0.28

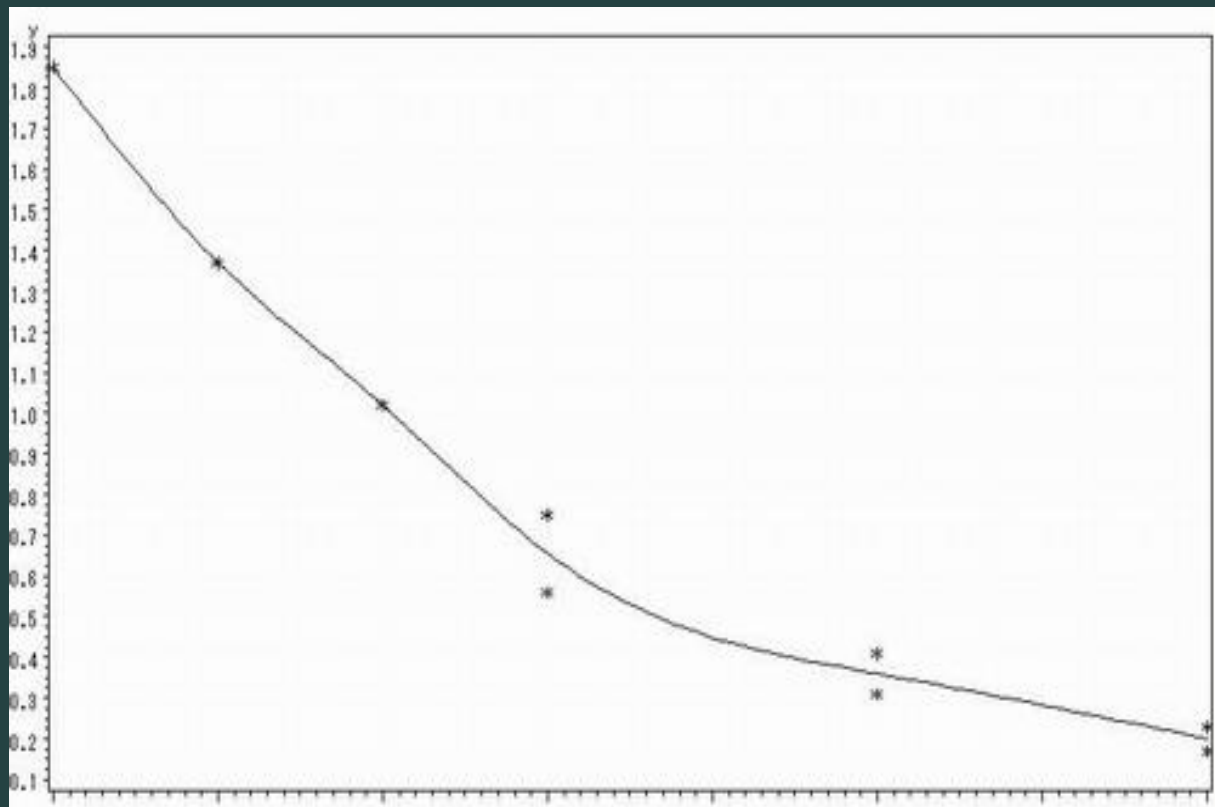
试选用多个非线性回归方程进行拟合，并比较拟合的情况。

方法主要是：将非线性化为线性

$$y = a + \frac{b}{x} \quad y = ax^b \quad y = ae^{bx}$$



一元非线性回归





一元非线性回归

```
data ex;input x y @@;  
x1=1/x;lx=log(x);ly=log(y);  
cards;  
1 1.85 2 1.37 3 1.02 4 0.75 4 0.56  
6 0.41 6 0.31 8 0.23 8 0.17  
;  
proc gplot;plot y*x;symbol i=spline v=star;  
proc reg;model y=x1;  
proc reg;model ly=lx;  
proc reg;model ly=x;  
run;
```



一元非线性回归

REG DATA C:\DATA\WORK\DATA\NONLINEAR.DAT (NONLINEAR) (Model 1)

THE SAS SYSTEM 10.40 Friday, March 10, 2006

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: y

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	2.33605	2.33605	57.86	0.0001
Error	7	0.28264	0.04038		
Corrected Total	8	2.61869			

Root MSE	0.20094	R-Square	0.8921
Dependent Mean	0.74111	Adj R-Sq	0.8767
Coeff Var	27.11326		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.11593	0.10603	1.09	0.3104
x1	1	1.92915	0.25362	7.61	0.0001



一元非线性回归

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: ly

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	4.80864	4.80864	64.16	<.0001
Error	7	0.52460	0.07494		
Corrected Total	8	5.33324			

Root MSE	0.27376	R-Square	0.9016
Dependent Mean	-0.58024	Adj R-Sq	0.8876
Coeff Var	-47.18028		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.96379	0.21326	4.52	0.0027
lx	1	-1.12915	0.14096	-8.01	<.0001



一元非线性回归

The SAS system 10:45 Friday, March 16, 20

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: ly

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	5.18785	5.18785	249.77	<.0001
Error	7	0.14539	0.02077		
Corrected Total	8	5.33324			

Root MSE	0.14412	R-Square	0.9727
Dependent Mean	-0.58024	Adj R-Sq	0.9688
Coeff Var	-24.83823		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	0.92296	0.10656	8.66	<.0001
x	1	-0.32211	0.02038	-15.80	<.0001



一元非线性回归

第一个方程 $\hat{y} = a + \frac{b}{x}$ ，设 $w = \frac{1}{x}$ 后化为 $\hat{y} = \underline{a + bw}$

$$\hat{y} = 0.1159 + \frac{19291}{x}$$

第二个方程 $\hat{y} = ax^b$ ，变换形式为 $\underline{\ln \hat{y}} = \underline{\ln a + b \ln x}$

$$\hat{z} = 0.9638 - 1.1292w \quad \hat{y} = 2.6216 + x^{-1.1292}$$

第三个方程 $\hat{y} = \underline{ae^{bx}}$ ，变换形式为 $\underline{\ln \hat{y}} = \underline{\ln a + bx}$

$$\hat{z} = 0.9230 - 0.3221x \quad \hat{y} = 2.5168e^{-0.3221x}$$



一元非线性回归

```
data ex;input x y @@;  
x1=1/x;lx=log(x);ly=log(y);  
y1=0.1159+1.9291*x1;q1+(y-y1)**2;  
y2=exp(0.9638-1.1292*lx);q2+(y-y2)**2;  
y3=exp(0.9230-0.3221*x);q3+(y-y3)**2;  
cards;  
1 1.85 2 1.37 3 1.02 4 0.75 4 0.56  
6 0.41 6 0.31 8 0.23 8 0.17  
;  
proc print;var q1-q3;run;
```



一元非线性回归

```
                                The SAS System                                10:4
Obs      q1      q2      q3
1      0.03802    0.59543    0.000689
2      0.12186    0.62483    0.003037
3      0.19002    0.69335    0.006927
4      0.21307    0.73418    0.010072
5      0.21453    0.73432    0.028007
6      0.21528    0.73834    0.030089
7      0.23151    0.73968    0.033045
8      0.24765    0.74010    0.034541
9      0.28264    0.74658    0.034996
```