

日月高度角与对应时间问题的研究

摘要

本文在认定元宵节“月上柳梢头”，“人约黄昏后”同时发生的基础上，首先建立“昏影终”模型得到元宵夜“黄昏后”的具体时间范围，然后建立“月梢头”模型，计算出元宵夜黄昏后时间所对应的“月上柳梢头”角度，在这些条件下借助模型运用 MATLAB 分别计算出 2015 年北京地区“月上柳梢头，人约黄昏后”的日期与时间，并用此结果推算 2016 年北京、上海等城市的日期与时间。

针对问题一，论文引用了晨昏蒙影的天文现象对黄昏时段进行定义，将太阳中心处于地平线到太阳中心处于地平线以下 -18° 的时间范围定义为“黄昏后”。根据诗句情景，可知“黄昏后”与“月上柳梢头”两个情景在元宵节同时出现，因此本文首先建立“昏影终”模型确定出 2005—2015 年元宵夜“黄昏后”所对应的具体时间段，然后建立“月梢头”模型确定该时间段对应的月亮在空中的角度，通过对数据的分析定义月亮高度角为 10° 到 15° 较为合理。最后利用昏影终模型和月梢头模型计算出 2015 年北京地区的“黄昏后”和“月上柳梢头”时间段（数据见表 6、7）。

针对问题二，将 2015 年北京地区“月上柳梢头”和“人约黄昏后”的时间段进行比对，确定出 2015 年“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期与时间，观察其分布规律，可以发现每个月的农历十三、十四、十五、十六、十七、十八这六天可能会同时出现该情景。使用问题一模型计算出 2016 年北京“月梢头”、“黄昏后”的时间，并对每月的上述六天进行比对，确定出 2016 年北京发生 14 次该现象（具体日期时间见表 12），借助天文航海的时间计量方法以北京为基准推算哈尔滨、上海、广州等城市的日期和时间。

本文利用模型从定性、定量两个方面对“月上柳梢头”的角度和“黄昏后”的时间进行了定义，并且考虑了天体自转、公转等方面的因素。

关键词：昏影终模型 月梢头模型 高度角 时间推算模型

1 问题的重述

1.1 背景

北宋学者欧阳修的诗句“去年元夜时，花市灯如昼。月上柳梢头，人约黄昏后。今年元夜时，月与灯依旧。不见去年人，泪湿春衫袖。”描写的是与佳人相约的情景。去年元宵夜之时，花市上灯光明亮如同白昼，佳人相约，在月上柳梢头之时，黄昏之后。今年元宵夜之时，月光与灯光依旧，可是却见不到佳人，相思之泪打湿了春衫的衣袖。“月上柳梢头”即对“黄昏后”这一时间概念形象示现，也对约会环境补充括现。

1.2 问题

用天文学的观点对“月上柳梢头，人约黄昏后”进行赏析并讨论：

(1) 定义“月上柳梢头”时月亮在空中的角度和“黄昏后”的时间。根据天文学知识建立数学模型，分别确定“月上柳梢头”和“人约黄昏后。”发生的日期与时间。并根据天文资料进行验证。

(2) 根据建立的模型，分析 2016 年北京地区“月上柳梢头，人约黄昏后。”发生的日期与时间。根据模型判断 2016 年在哈尔滨、上海、广州、昆明成都、乌鲁木齐是否能发生这一情景？如果能，请结合相应的日期与时间；如果不能，请给出原因。

2 问题的分析

针对问题一，题目要求分别定义“月上柳梢头”时月亮在空中的角度和“黄昏后”的时间日期与时间。由于诗句“月上柳梢头，人约黄昏后”的背景是元宵夜，也就是说在元宵夜“月上柳梢头”和“人约黄昏后”这两个情景会同时出现，此刻的时间、角度就是问题需要的定义。因此本文首先建立“昏影终”模型确定元宵夜“黄昏后”所对应的时段，然后建立“月梢头”模型确定该时段对应的月亮在空中的角度，最后借助这两个模型计算出 2015 年“月上柳梢头”和“人约黄昏后”分别出现的日期与时间。

针对问题二，问题一中，已经将 2015 年北京地区全年的“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期和时间分别求出，并且验证了模型的正确性和可行性，同样根据模型将 2015 年北京地区全年“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期和时间分别求解出来，再对数据进行对比，进一步得出时段的重合部分，即为“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期与时间，观察其分布规律，并尝试将此规律应用于 2016 年，然后使用问题一模型计算出 2016 年相应日期的时间，进一步确认结果。最后利用天文学中的经度差公式推算出其余六个城市发生该景象的时间。

3 名词解释

1. **黄昏后**：日落至昏影终的时段；
2. **“月上柳梢头”的空中角度**：黄昏后时段对应的月亮高度角范围；
3. **高度角**：从天体中心至观测目标的方向线与水平面间的夹角。方向线在水平面之上称为“仰角”，之下称为“俯角”。
4. **晨昏蒙影**：日没后的一段时间内天空呈现出微弱的光亮，这种现象和时段称为“晨昏蒙影”。日没后暮色消失的时刻称为昏影终，按不同的需要晨昏蒙影分为三级，它们是民用晨昏蒙影、航海晨昏蒙影、天文晨昏蒙影，其昏影终的太阳中心分别在地平以下 6° 、 12° 、 18° ；
5. **黄经、黄纬**：黄道上的度量坐标（经度、纬度）；

6. 赤经: 从春分点沿着天赤道向东到天体时圈与天赤道的交点所夹的角度, 成为该天体的赤经. 赤经与时角不同, 时角是由天子午圈向西量, 而赤经是由春分点向东量, 两者方向相反;
7. 赤纬: 从天赤道沿着天体的时圈至天体的角度称为该天体的赤纬. 以天赤道为赤纬 0° , 向北为正, 向南为负, 分别从 0° 到 90° .

4 模型假设

- 假设一: 太阳、月亮的高度和方位角与太阳、月亮在天球中的坐标和观测点所处的位置有关;
- 假设二: 太阳、月球在天球中的坐标是时间的函数;
- 假设三: 文中关于太阳、月亮的天文参数仅随时间变化;
- 假设四: 元宵夜“月上柳梢头”与“人约黄昏后”的情景同时出现;
- 假设五: 文中结果涉及的日期、地区天气良好利于赏月;
- 假设六: “昏影终”为太阳高度角等于 -18° 的时刻.

5 符号说明

5.1 昏影终模型符号说明

序号	符号	符号说明
1	ε	黄赤交角
2	h	太阳平黄经
3	ps	太阳近地点的平黄经
4	T	儒略世纪数
5	j_t	儒略日数
6	λ_s	太阳的黄经
7	δ	太阳赤尾
8	α	地心天顶距
9	λ	观测点的经度
10	ψ	观测点的纬度
11	N	计算时刻所在年份
12	θ	观测点的地方恒星时
13	k	太阳中心在地平线以下的角度
12	t_k	太阳中心从地平线到k所用的时间

5.2 月梢头模型符号说明

序号	符号	符号说明
1	T	为自历元起算的积日，以日为单位。
2	TD_{2000}	TD_{2000} 为 2000 年为历元以儒略世纪为单位的积日。
3	TD	以儒略世纪为单位的积日。
4	ET	历书时，单位与 TD 相同。
5	T_G	观测时的世界时，以小时为单位
6	λ	月亮的黄经
7	β	月亮的黄纬
8	α	赤经
9	δ	赤纬
10	hc	月亮高度角

6 模型的建立与求解

6.1 问题一的模型建立与求解

“月上柳梢头，人约黄昏后”的背景是元宵夜，也就是说在元宵夜“月上柳梢头”和“人约黄昏后”这两个情景会同时出现，此刻的时间、角度就是问题需要的定义。因此本文首先建立“昏影终”模型确定元宵夜“黄昏后”所对应的时间段，然后建立“月梢头”模型确定该时间段对应的月亮在空中的角度，最后借助这两个模型计算出 2015 年“月上柳梢头”和“人约黄昏后”分别出现的日期与时间。

现将问题一的求解思路以流程图形式表示，见图 1:。

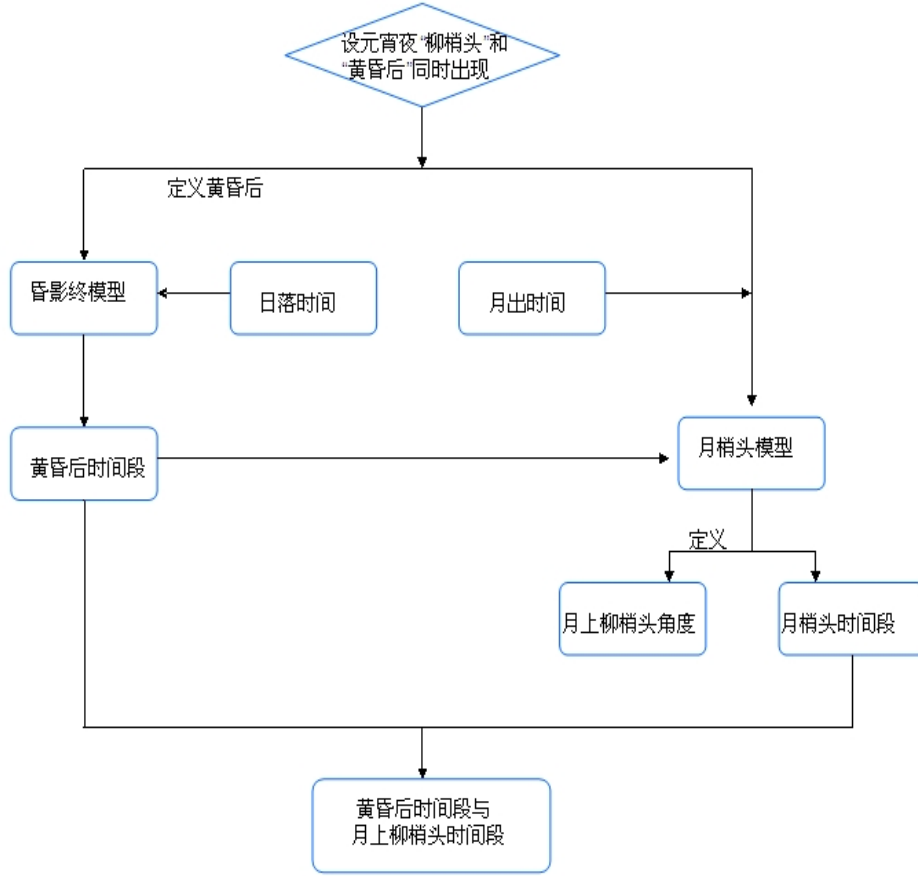


图 1 问题一的求解思路

6.1.1 “昏影终”模型建立及求解

通过查阅相关资料，可以初步定义“黄昏后”所指时间段为日落（太阳角度为 0° ）到昏影终。由于昏影终分为三级，结合诗句的情境（花市上灯光明亮如同白昼），昏影终的场景应当选择天文晨昏蒙影，也就是太阳中心在地平以下 18° ，所以“黄昏后”时间段就定义为太阳角度 0° 至 -18° 所对应的时间，且日落时间可以通过查阅天文表确定。

在查阅文献^[1]的基础上，建立了如下模型：

$$\sin \alpha = \sin \psi \sin \varepsilon \sin \lambda_s + \cos \psi \cos \lambda_s \cos \theta + \sin \theta \cos \varepsilon \sin \lambda_s$$

$$\theta = (t - 8) \times 15^\circ + h + x - 180^\circ \quad (t \text{ 为时刻})$$

其中， α 为太阳在空中的角度， ψ 为观测点的纬度，其他天文参数含义如下：

$$\begin{cases} h = 279.69668^\circ + 36000.76892^\circ T + 0.00030T^2 \\ ps = 281.22083^\circ + 1.171902^\circ T + 0.00450^\circ T^2 + 0.000003^\circ T^3 \\ \varepsilon = 23^\circ 27' 8.261'' + 46.845'' T - 0.0059'' T^2 + 0.00183'' T^3 \end{cases}$$

h 为太阳平黄经，其角速度为 $0.0410686^\circ/\text{小时}$ ； ps 为太阳近地点的平黄经，其角速度为 $0.0000020^\circ/\text{小时}$ ； ε 为黄赤交角； λ_s 为太阳黄经。

$$\lambda_s = h + 0.033501 \times \sin(h - ps) + 0.000351 \times \sin(2(h - ps)) + 0.000005 \times \sin(3(h - ps))$$

T 为儒略世纪数。

$$T = \frac{J_t - 2415020}{36525}$$

j_t 为儒略日数，儒略日数为自 1900 年 1 月 0 日 12 时起至计算时刻之间的天数，换算公式如下：

$$j_t = 365 \times (N - 1900) + \frac{N - 1901}{4} + 0.5 \quad (N \text{ 为计算时刻所在的年份})$$

首先令太阳角度 $\alpha = -18^\circ$ ，然后通过 matlab 编程（程序见附件 1）分别计算出 2005 至 2015 这 11 年元宵夜太阳角度降至 -18° 所对应的时间。见表 1。

表 1 2005 年—2015 年元宵夜太阳角度由 0° 至 -18° 对应的时间

年份日期	0° 对应时间（日落）	-18° 对应时间
2005.3.05	18:09	19:21
2006.2.12	17:46	18:58
2007.3.04	18:08	19:20
2008.2.21	17:56	19:08
2009.2.09	17:43	18:55
2010.2.28	18:04	19:16
2011.2.17	17:51	19:03
2012.2.06	17:58	18:50
2013.2.24	18:00	19:12
2014.2.14	17:48	19:00
2015.3.05	18:09	19:21

因为“月上柳梢头，人约黄昏后”的做诗场景是在元宵节，所以本文认为每年元宵节的“月上柳梢头，人约黄昏后”是同时出现的，接下来依据这 11 年的元宵夜“黄昏后”时间段，使用“月梢头”模型来确定“月上柳梢头”在空中的角度。

6.1.2 “月梢头”模型建立及求解

初步定义“月上柳梢头”的空中角度就是元宵夜“黄昏后”时段对应的月亮高度角，具体的范围本文通过下面模型加以确定。

模型的计算思路可用下面的流程图来体现，见图 2。

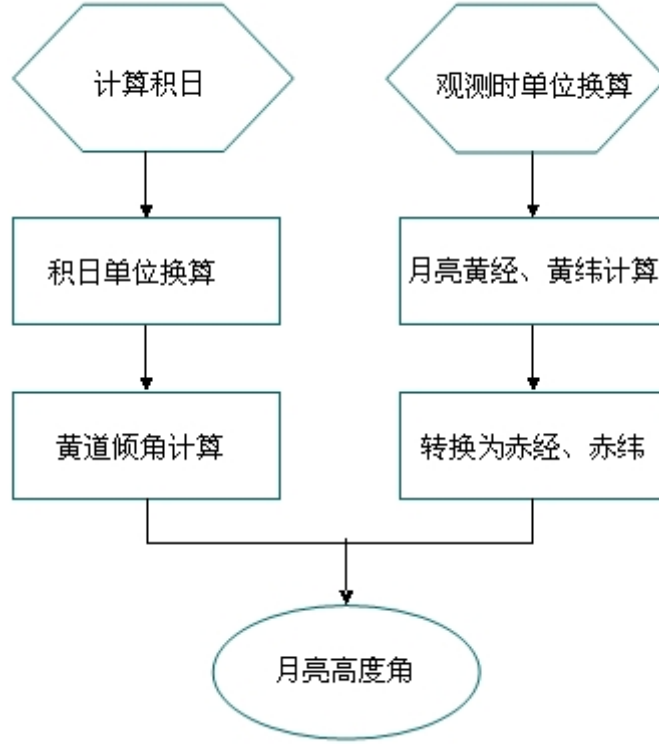


图2 “月梢头”模型角度确定的流程图

具体的计算步骤可以总结为如下七个步骤。

第一步：以公元2000年1月1日世界时12时为历元，积日计算公式：

$$T = \text{INT}\left(1461 \times \frac{Y - 1900}{4}\right) + \text{INT}\left(\frac{153 \times M - 2}{3}\right) + D + \frac{T_G}{24} - 36557.5$$

注：Y为公元年份，M为月份数，D为日期， T_G 为观测时的世界时，以时为单位，

INT (Integrate) 为取整。

第二步：以日为单位的积日换算为以世纪为单位的积日：

$$TD_{2000} = \frac{T}{36525}$$

第三步：将观测时的世界时换算为历书时：

$$ET = TD + (3.17 \times TD + 1.43) \times 10^{-8}$$

第四步：黄道倾角的计算：

$$\varepsilon = 23^\circ.43928 - 0^\circ 01301 \times TD + \sum_{i=1}^2 A_i \times \cos(B_i \times TD + C_i)$$

其中 A_i 、 B_i 、 C_i 为常数项，见表2：

表 2 黄道倾角 A_i 、 B_i 、 C_i 的数值

序号	A_i	B_i	C_i
1	0.00256	1934	235
2	0.00015	72002	210

第五步：月亮的黄经黄纬计算，将月亮的黄经黄纬转换成赤经赤纬。
月亮的黄经：

$$\lambda = \sum_{i=1}^{62} A_i \cos(B_i \times ET + C_i) + \sum_{i=63}^{63} A_i \times ET \times \cos(B_i \times ET + C_i)$$

其中 A_i 、 B_i 、 C_i 为常数项，见附录表 3。

月亮的黄纬：

$$\beta = \sum_{i=1}^{45} D_i \cos(E_i \times ET + F_i)$$

其中 D_i 、 E_i 、 F_i 为计算常数，见附录表 4。

$$\begin{cases} \alpha = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\cos \varepsilon \times \cos \beta \times \sin \lambda - \sin \varepsilon \times \sin \beta}{\cos \beta \times \sin \lambda} \right) \\ \delta = \sin^{-1} (\cos \varepsilon \times \sin \beta + \sin \varepsilon \times \cos \beta \times \sin \lambda) \end{cases}$$

计算时若 $\cos \lambda < 0$ 则 $\alpha = \alpha + 180^\circ$ ；

若 $\alpha < 0$ ，则 $\alpha = \alpha + 360^\circ$ 。

第六步：求月亮的地方时角。

$$t = S_G \pm \lambda_w^E - \alpha$$

$$\begin{cases} S_G = S'_G \pm D\psi \times \cos \varepsilon + 15 \times T_G \\ S'_G = 100^\circ.4606184 + 36000.77006 \times TD + 0.00038793333 \times TD^2 \\ D\psi = \sum_{i=1}^2 A_i \times \sin(B_i \times TD + C_i) \end{cases}$$

式中 $D\psi$ 单位为度， A_i 、 B_i 、 C_i 为计算常数，（见附录表）

表 3 月亮的地方时角 A_t 、 B_t 、 C_t 的数值

序号	A_t	B_t	C_t
1	0.0048	1934	235
2	-0.0004	72002	201

第七步：求月亮的高度角

$$hc = \sin^{-1}(\sin \varphi \times \sin \delta + \cos \varphi \times \cos \delta \times \cos t)$$

根据“月梢头”模型，利用 MATLAB 编程（程序见附件）可以计算出指定地区在某个日期的每个时刻月亮的高度角。不妨以北京 2006 年 2 月 12 日为例，利用“月梢头”模型的程序，计算当天月亮在每个时刻的高度角，见表 4

表 4 北京 2006 年 2 月 12 日当天月亮在每个时刻的高度角

时刻	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
月亮高度角	-12.3	-18.1	-21.4	-21.9	-19.6	-14.7	-7.7	1.0
时刻	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0	16.0
月亮高度角	10.8	21.4	32.5	44.0	55.5	66.5	75.3	76.0
时刻	17.0	18.0	19.0	20.0	21.0	22.0	23.0	24.0
月亮高度角	67.9	57.0	45.5	33.9	22.5	11.6	1.5	-7.6

将 2005 年到 2015 年元宵节的“黄昏后”的时间代入模型二，运用 MATLAB 数学软件进行运算，得出“月上柳梢头”对应不同“黄昏后”时刻的高度角。数据见表 5。

表 5 元宵节时“月上柳梢头”时月亮的高度角

年份	日期	“黄昏后”	月上柳梢头高度角
2005	3.05	19:21	9.79
2006	2.12	18:58	11.48
2007	3.04	19:20	13.85
2008	2.21	19:08	12.25
2009	2.09	18:55	12.13
2010	2.28	19:16	12.93
2011	2.17	19:03	12.66
2012	2.06	18:50	12.53
2013	2.24	19:12	12.98
2014	2.14	19:00	13.22
2015	3.05	19:21	14.09

根据 2005 年到 2015 年所得的月上柳梢头高度角数据本文定义当月亮高度角为 10° 到 15° 时为诗人描述“月上柳梢头”的场景，示意图见图 3。

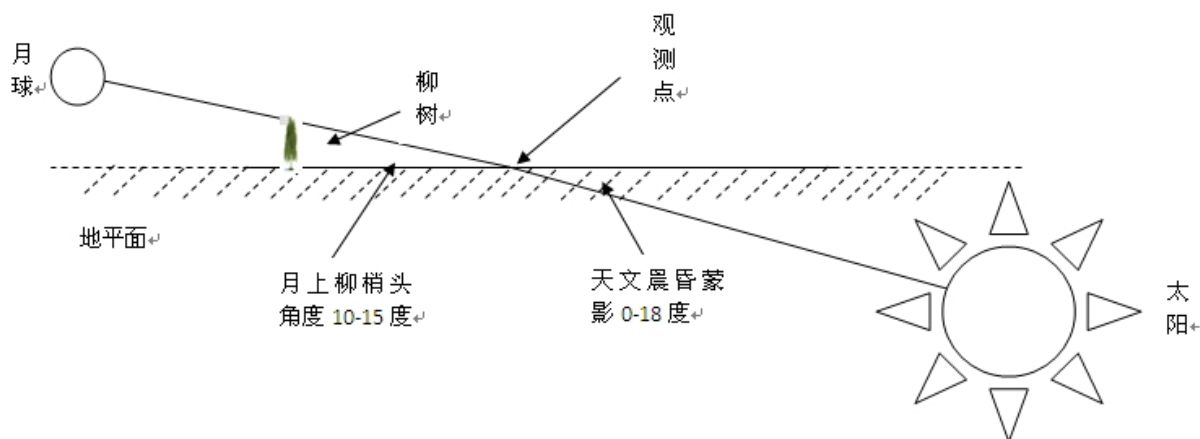


图 3 诗人描述“月上柳梢头，人约黄昏后”的场景示意图

现将北京市 2015 年的日落数据代入昏影终模型，运用 MATLAB 软件运算处理得出“黄昏后”1 到 4 月的时间和数据，如表 6 所示。（5 到 12 月份数据见附录 5）

表 6 “黄昏后”1 到 4 月的时间和数据

日期	一月	二月	三月	四月
1	17:25-18:37	17:54-19:06	18:23-19:35	18:59-20:11
2	17:26-18:38	17:55-19:07	18:24-19:36	19:00-20:12
3	17:27-18:39	17:56-19:08	18:26-19:38	19:01-20:13
4	17:27-18:39	17:57-19:09	18:27-19:39	19:02-20:14
5	17:28-18:40	17:58-19:10	18:28-19:40	19:04-20:16
6	17:29-18:41	17:59-19:11	18:29-19:41	19:05-20:17
7	17:30-18:42	18:00-19:12	18:30-19:42	19:06-20:18
8	17:31-18:43	18:01-19:13	18:31-19:43	19:07-20:19
9	17:31-18:43	18:02-19:14	18:32-19:44	19:09-20:21
10	17:32-18:44	18:03-19:15	18:33-19:45	19:10-20:22
11	17:33-18:45	18:04-19:16	18:34-19:46	19:11-20:23
12	17:34-18:46	18:05-19:17	18:35-19:47	19:13-20:25
13	17:35-18:47	18:06-19:18	18:36-19:48	19:14-20:26
14	17:36-18:48	18:07-19:19	18:38-19:50	19:15-20:27
15	17:37-18:49	18:09-19:21	18:39-19:51	19:17-20:29
16	17:38-18:50	18:10-19:22	18:40-19:52	19:18-20:30
17	17:39-18:51	18:11-19:23	18:41-19:53	19:19-20:31
18	17:40-18:52	18:12-19:24	18:42-19:54	19:21-20:33
19	17:41-18:53	18:13-19:25	18:43-19:55	19:22-20:34
20	17:42-18:54	18:14-19:26	18:44-19:56	19:24-20:36
21	17:43-18:55	18:15-19:27	18:46-19:58	19:25-20:37
22	17:44-18:56	18:16-19:28	18:47-19:59	19:26-20:38
23	17:45-18:57	18:17-19:29	18:48-20:00	19:28-20:40
24	17:46-18:58	18:18-19:30	18:49-20:01	19:29-20:41
25	17:47-18:59	18:19-19:31	18:50-20:02	19:31-20:43

26	17:48-19:00	18:20-19:32	18:51-20:03	19:32-20:44
27	17:49-19:01	18:21-19:33	18:53-20:05	19:34-20:46
28	17:50-19:02	18:22-19:34	18:54-20:06	19:35-20:47
29	17:51-19:03		18:55-20:07	19:36-20:48
30	17:52-19:04		18:56-20:08	19:38-20:50
31	17:53-19:05		18:57-20:09	

现将求得的黄昏后数据代入月梢头模型,运用 MATLAB 软件运算求解得出 1 到 4 月“月上柳梢头”时间段数据,如表 7 (5 到 12 月数据见附录 6)

表 7 1 到 4 月“月上柳梢头”时间段数据

日期	一月	二月	三月	四月
1	15:08-15:36	16:21-16:49	15:11-15:38	16:43-17:10
2	15:54-16:20	17:25-17:42	16:05-16:32	17:39-18:06
3	16:42-17:10	18:10-18:37	16:59-17:26	18:35-19:03
4	17:33-18:02	19:05-19:32	17:54-18:21	19:32-20:01
5	18:27-18:55	20:00-20:27	18:49-19:16	20:30-21:00
6	19:22-19:49	20:55-21:22	19:38-20:12	21:29-22:00
7	20:18-20:44	21:51-22:19	20:41-21:09	22:29-23:01
8	21:42-21:39	22:47-23:16	21:38-22:07	23:28-0:02
9	22:07-22:34	23:45-00:44	22:36-23:07	--:--
10	23:03-23:30	--:--	23:35-00:07	0:25-1:00
11	23:59-00:27	00:44-1:14	--:--	1:19-1:53
12	--:--	1:44-2:16	00:35-1:08	2:09-2:42
13	00:56-1:25	2:44-3:18	1:34-2:08	2:54-3:26
14	1:55-2:25	3:44-4:18	2:30-3:05	3:35-4:06
15	2:56-3:27	4:42-5:16	3:23-3:58	4:14-4:43
16	3:58-4:31	5:36-6:10	4:13-4:47	4:51-5:19
17	5:01-5:35	6:25-6:57	4:59-5:30	5:29-5:56
18	6:01-6:36	7:09-7:40	5:40-6:11	6:07-6:34
19	6:59-7:34	7:50-8:20	6:20-6:48	6:48-7:15
20	7:51-8:25	8:29-8:57	6:58-7:26	7:32-7:59
21	8:38-9:10	9:07-9:35	7:37-8:04	8:19-8:46
22	9:20-9:50	9:46-10:13	8:17-8:44	9:09—9:36
23	9:59-10:27	10:25-10:52	8:59-9:26	10:01-10:29
24	10:35-11:03	11:07-11:34	9:34-10:10	10:55-11:23
25	11:12-11:39	11:51-12:18	10:31-10:58	11:50-12:18
26	11:49-12:16	12:37-13:05	11:20-11:48	12:46-13:13
27	12:27-12:54	13:26-13:54	12:12-12:40	13:41-14:08
28	13:08-13:36	14:18-14:45	13:05-13:33	14:36-15:03
29	13:52-14:20		13:59-14:26	15:31-15:58
30	14:39-15:07		14:54-15:21	16:27-16:54
31	15:29-15:57		15:48-16:15	

6.1.3 问题一模型的验证

为了检验模型计算结果的合理性，本文利用 2012 年的航海天文历中的部分数据与模型数据做对比，比较了 4 个不同位置的日出、日没、月出、月没时间。计算结果如表所示

表 8 模型检验对比表

3 月 22 日	实际测量值		模型测量值		实际测量值		模型测量值	
	日出	日没	日出	日没	月出	月没	月出	月没
N70°	05:44	18:32	05:41	18:28	04:48	20:53	04:52	20:58
N58°	05:53	18:22	05:47	18:17	05:35	19:57	05:32	19:56
N40°	05:58	18:15	06:05	18:20	06:00	19:24	06:02	19:27
N10°	06:02	18:11	5:57	18:05	06:21	18:55	06:19	18:49

根据上述数据对比可知，模型测量值与实际测量值的误差波动小于 8 分钟，因此能够较有力说明模型建立的正确性和实用性。

6.2 问题二模型建立与求解

首先将 2015 年北京地区“月上柳梢头”和“人约黄昏后”的时间段进行比对，确定出 2015 年“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期与时间，观察其分布规律，并尝试将此规律应用于 2016 年，然后使用问题一模型计算出 2016 年相应日期的时间，进一步确认结果。最后利用天文学中的经度差公式推算出其余六个城市发生该景象的时间。

6.2.1 2016 年北京地区日期与时间的确定

对比 2015 年的“月梢头”和“昏影终”数据，观察数据发现每个月的农历十三、十四、十五、十六、十七、十八这六天可能会同时出现“月上柳梢头，人约黄昏后”的情景，具体日期见下表：

表 9 2015 年北京地区“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期

阳历日期	农历日期
1 月 4 、 5	十一月十四 、 十五
2 月 3 、 4	十二月十五 十六
3 月 5 、 6	一月十五 十六
4 月 3 、 4	二月十五 十六
5 月 3 、 4	三月十五 十六
6 月 2 、 3	四月十六 十七
7 月 2 、 3 、 31	五月十七 十八 六月十六
8 月 1 、 30 、 31	六月十七 七月十七 十八
9 月 28 、 29	八月十六 十七
10 月 26、 27	九月十四 十五
11 月 24 、 25	十月十三 十四
12 月 24 、 25	十一月十四 十五

并统计对应农历日期出现的次数，

表 10 2015 年北京地区“月上柳梢头，人约黄昏后”农历日期统计表

农历日期	十四	十五	十六	十七	十八	十三	合计
次数	4	7	7	5	2	1	26

通过寿星万年历将 2016 年的每个月的这六个农历日期转化为对应的阳历日期，使用问题一的模型及程序计算出相应日期发生“月上柳梢头”，“人约黄昏后”的时间段，并进行对比，以 2016 年 1 月为例，见下表。

表 11 2016 年 1 月北京地区“月上柳梢头”，“人约黄昏后”时间段

时 间 日 期	归 属	月上柳梢头时间	人约黄昏后时间
1 月 22 日		16:52-17:20	17:43-18:55
1 月 23 日		17:50-18:17	17:44-18:56
1 月 24 日		18:49-19:16	17:45-18:57
1 月 25 日		19:48-20:15	17:46-18:58
1 月 26 日		20:46-21:13	17:47-18:59
1 月 27 日		21:43-22:10	17:48-19:00

确认出这两个情景同时发生的日期与时间，2016 年北京有 14 天可以观赏此景。

表 12 2016 年北京地区“月上柳梢头，人约黄昏后”发生的日期与时间

2016 年北京地区赏月时间表						
1 月 23 日	2 月 22 日	3 月 23 日	4 月 22 日	5 月 22 日	6 月 21 日	7 月 20 日
17:50-18:17	18:35-18:59	19:09-19:34	19:43-20:09	20:20-20:49	20:50-21:18	20:21-20:45
8 月 18 日	8 月 19 日	9 月 19 日	10 月 15 日	11 月 13 日	11 月 14 日	12 月 13 日
19:39-20:05	20:20-20:45	18:53-19:18	18:06-18:31	17:22-17:47	18:11-18:33	17:40-18:05

6.2.2 2016 年其它六市日期与时间的确定

根据天文学时间计量方法，建立如下时间推算模型：

$$T_{\text{六}} = T_{\text{北}} \pm \Delta\lambda$$

注： $T_{北}$ —北京地区时间

$T_{六}$ —其余六市的时间

$\Delta\lambda$ —两城市间的经度差

因此本文先确定哈尔滨、上海、广州、成都、乌鲁木齐、昆明的地理坐标。

表 13 六市地理坐标

	经度（东）	纬度（北）
上海	121°29'E	31°14'N
广州	113°15'E	23°08'N
哈尔滨	126°41'E	45°45'N
成都	104°3'E	30°39'N
乌鲁木齐	87°36'E	43°48'N
昆明	102°42'E	25°00'N

计算出它们与北京之间的经度差，然后逐一代入时间推算模型，计算出这 14 天在六市发生“月上柳梢头，人约黄昏后”的时间。

表 14 六市发生“月上柳梢头，人约黄昏后”的时间

日期	上海	广州	哈尔滨	成都	乌鲁木齐	昆明
1.23	18:13-18:40	17:39-18:06	18:33-19:00	17:02-17:24	15:56-16:24	16:57-17:24
2.22	18:58-19:22	18:24-18:48	19:18-19:42	17:47-18:11	16:42-16:06	17:42-18:06
3.23	19:31-19:57	18:58-19:23	19:52-20:11	18:21-18:46	17:25-17:40	18:46-18:41
4.22	20:06-20:32	19:32-19:58	20:26-20:52	18:55-19:21	17:49-18:17	18:50-19:16
5.22	20:43-21:11	20:09-20:37	21:03-21:31	19:32-20:00	18:26-18:54	19:27-19:55
6.21	21:13-21:41	20:39-21:07	21:33-22:01	20:02-20:30	18:56-19:24	19:57-20:25
7.2	20:44-21:08	20:10-20:34	21:04-21:28	19:33-19:57	18:27-18:51	19:28-19:52
8.18	20:02-20:28	19:28-19:54	20:22-20:48	18:51-19:17	17:45-18:11	18:46-19:12
8.19	20:43-21:08	20:09-20:34	21:03-21:28	19:32-19:57	18:36-18:51	19:27-19:52
9.19	19:16-19:41	18:42-19:07	19:36-20:01	18:06-18:30	16:59-17:24	18:00-18:25
10.15	18:29-18:54	17:55-18:20	18:49-19:14	17:18-17:43	16:12-16:43	17:13-17:38
11.13	17:45-18:10	17:21-17:36	18:05-18:31	16:34-16:59	15:28-15:53	16:29-16:54
11.14	18:44-18:56	18:00-18:22	18:54-19:16	17:23-17:45	16:17-16:39	17:18-17:40
12.13	18:03-18:28	17:29-17:54	18:23-18:48	16:42-17:17	15:36-16:21	16:47-17:12

7 模型的评价

7.1 模型的优点

- （1）在定义“月上柳梢头”时月亮的角度和什么时候是“人约黄昏后”上，分别利用模型求出范围，使得定义更加精确且具有说服力。
- （2）根据航海资料对模型求解的数据进行比较，偏差较小，模型精确度较高。
- （3）对古诗进行深入剖析，发现诗中所描述的场景为元宵佳节，此时“月上柳梢头”和“人约黄昏后”的景象同时出现，使模型求解更有依据。
- （4）结合航海中“晨昏梦影”现象，建立了新概念“昏影终”模型，具有创新力。

7.2 模型的缺点

- (1) 在问题一中模型的求解编程较为复杂，不够精简和智能。
- (2) “月上柳梢头”模型直接采用天文学中的计算公式，没有进行相应的化简。

8 参考文献

- [1] 万永革, 庄献华, 防灾校园太阳高度及升降方位的计算[J], 防灾技术高等专科学校学报, 2003,5 (1), 2003, P.1
- [2] 万永革, 孟晓春, 黄猛, 赵晓燕, 月亮高度及升降时刻与方位的计算[J], 防灾技术高等专科学校学报, 2003.9, 第5卷第3期。
- [3] 张红英, 天文改算方法的研究[J], 测绘科技通讯, 1997年03期。
- [4] 詹荣秀, 朱文鑫, 《天文学小史》研究[D], 东北大学, 2014年。
- [5] 冼鼎璋, 李能耀, 姚海燕, 1984-1992年中国天文年历恒星视位置赤经改正表[J], 紫金山天文台太刊, 1992年03期。
- [6] 航海天文历附表, B103.

9 附录

附录1 “昏影终”模型程序

```
clc;
clear;
YY=2012; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄÄê·Ý
MM=2; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄÔÂ·Ý
mm=[31 28 31 30 31 30 31 31 30 31 30 31];
DD=6; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄÌì
TT=10; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄÊ±; Ì
YY=YY+(mm(MM)+DD)/365;
Jt=365*(YY-1900)+(YY-1901)/4+0.5;
T=(Jt-2415020)/36525;
h=279.69668+36000.76892*T+0.0003*T^2;
e=(23+27/60+8.261/3600)+46.845/3600*T-0.0059/3600*T^2+0.00183/3600*T^3;
s=270.69668+481267.89057*T+0.00198*T^2+0.000002*T^3;
p=334.32956+4069.3403*T-0.01032*T^2+0.00001*T^3;
N=259.18328-1934.14201*T+0.00208*T^2+0.00002*T^3;
qm=s+0.109760*sind(s-p)+0.022236*sind(2-2*h+p)+0.011490*sind(2*(s-h))+0.003728*sind(2*s-2*p);
wm=0.089504*sind(s+N)+0.004897*sind(2*s-p+N)+0.004847*sind(p-N)+0.003024*sind(s-2*h+N);
xx=117; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄ¼-¶È
yy=40; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±; ÌÈùÔÚµÄÎ³¶È
cc=(TT-8)*15+h+xx-180;
CC=cosd(cc);
f=sind(yy)*(sind(e)*cosd(wm)*sind(qm)+cosd(e)*sind(wm))+cosd(yy)*(cosd(qm)*
```

```
cosd(wm)*CC*(sind(qm)*cosd(wm)*cosd(e)-sind(e)*sind(wm));
acosd(f)
```

附录2 “月梢头”模型的程序

```
clc;
clear;
YY=2015; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄÄê·Ý
MM=2; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄÔÂ·Ý
DD=12; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄÌì
for TT=1:24 %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄÊ±;Ì
xx=117; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄ¾-¶È ¶«¾-ÎªÏý Î÷¾-Îª,°
yy=40; %ÇëÊäÈë¼ÆËäÊ±;ÌÈùÔÚµÄÎ³¶È
TG=TT-8;
T=fix(1461*(YY-1900)/4)+fix(153*MM-2)/5+DD+TG/24-36557.5;
TD=T/36525;
ET=TD+(3.17*TD+1.43)*10^(-8);
a=[0.00256 1934 235;0.00015 72002 201];
aa=0;
for i=1:2
aa=a(i,1).*cosd(a(i,2)*TD+a(i,3))+aa;
end
e=23.43928-0.01301*TD+aa;
b=load('1.txt');
ab=0;
for i=1:62
ab=b(i,1).*cosd(b(i,2)*ET+b(i,3))+ab;
end
ab1=b(63,1)*ET*cosd(b(63,2)*ET+b(63,3));
q=ab+ab1;
c=load('2.txt');
w=0;
for i=1:45
w=c(i,1).*cosd(c(i,2).*ET+c(i,3))+w;
end
aaa=atand(cosd(e)*cosd(w)*sind(q)-sind(e)*sind(w));
bbb=asind(cosd(e)*sind(w)+sind(e)*cosd(w)*sind(q));
a1=[0.0048 1934 235;-0.0004 72002 201];
d4=0;
for i=1:2
d4=a1(i,1).*sind(a1(i,2)*TD+a1(i,3))+d4;
end
sg=100.4606184+36000.77006*TD+0.00038793333*TD^2+d4+15*TG;
t=sg+xx-aaa;
```



```

hc(TT)=asind(sind(yy)*sind(bbb)+cosd(yy)*cosd(bbb)*cosd(t));
end
hc=[1:24;hc];

```

附录3 月亮黄经 A_t 、 B_t 、 C_t 的数值

序号	A_t	B_t	C_t	序号	A_t	B_t	C_t
1	218.3162	0.0	0.0	33	0.0024	99863.0	122.0
2	6.2888	477198.868	44.963	34	0.0023	922466.0	163.0
3	1.274	413335.35	10.74	35	0.0022	818536.0	151.0
4	0.6583	890534.22	145.7	36	0.0024	990397.0	357.0
5	0.2136	954397.74	179.93	37	0.0021	71998.0	85.0
6	0.1851	35999.05	87.53	38	0.0021	341337.0	16.0
7	0.1144	966404.0	276.5	39	0.0018	401329.0	274.0
8	0.0588	63863.5	124.2	40	0.0016	1856938.0	152.0
9	0.0571	377336.3	13.2	41	0.0012	1267871.0	249.0
10	0.0533	1367733.1	280.7	42	0.0011	1920802.0	186.0
11	0.0458	854535.2	148.2	43	0.0009	858602.0	129.0
12	0.0409	441199.8	47.4	44	0.0008	1403732.0	98.0
13	0.0347	445267.1	27.9	45	0.0007	405201.0	50.0
14	0.0304	513197.9	222.5	46	0.0007	485333.0	186.0
15	0.0154	75870.0	41.0	47	0.0007	27864.0	127.0
16	0.0125	1443603.0	52.0	48	0.0006	111869.0	38.0
17	0.011	489205.0	142.0	49	0.0006	2258267.0	156.0
18	0.0107	1303870.0	246.0	50	0.0005	1908795.0	90.0
19	0.01	1431597.0	315.0	51	0.0005	1745069.0	24.0
20	0.0085	826671.0	111.0	52	0.0005	509131.0	242.0
21	0.0079	449334.0	188.0	53	0.0004	790672.0	114.0
22	0.0068	926533.0	323.0	54	0.0004	39871.0	223.0
23	0.0052	31932.0	107.0	55	0.0004	12006.0	187.0
24	0.005	481266.0	205.0	56	0.0003	958465.0	340.0
25	0.004	1331734.0	283.0	57	0.0003	381404.0	354.0
26	0.004	1844932.0	56.0	58	0.0003	349472.0	337.0
27	0.004	133.0	29.0	59	0.0003	1808933.0	58.0
28	0.0038	1781068.0	21.0	60	0.0003	549197.0	220.0
29	0.0037	541062.0	259.0	61	0.0003	4067.0	70.0
30	0.0028	1934.0	145.0	62	0.0003	2322131.0	191.0
31	0.0027	918399.0	182.0	63	481267.8809	0.0	0.0
32	0.0026	1379739.0	17.0				

附录4 月亮黄纬 A_t 、 B_t 、 C_t 的数值

序号	A_i	B_i	C_i	序号	A_i	B_i	C_i
1	5.1281	483202.019	3.273	24	0.0015	928469.0	121.0
2	0.2806	960400.89	138.24	25	0.0015	996400.0	316.0
3	0.2777	6003.15	48.31	26	0.0014	29996.0	129.0
4	0.1733	407332.2	52.43	27	0.0013	447203.0	6.0
5	0.0554	896537.4	104.0	28	0.0013	37935.0	65.0
6	0.0463	69866.7	82.5	29	0.0011	1914799.0	48.0
7	0.0326	1373736.2	239.0	30	0.001	1297866.0	288.0
8	0.0172	1437599.8	273.2	31	0.0009	1787072.0	340.0
9	0.0093	884531.0	187.0	32	0.0008	972407.0	235.0
10	0.0088	471196.0	87.0	33	0.0007	1309873.0	205.0
11	0.0082	371333.0	55.0	34	0.0006	559072.0	134.0
12	0.0043	547066.0	217.0	35	0.0006	1361730.0	322.0
13	0.0042	1850935.0	14.0	36	0.0005	848352.0	190.0
14	0.0034	443331.0	230.0	37	0.0005	419339.0	149.0
15	0.0025	860538.0	106.0	38	0.0005	948395.0	222.0
16	0.0022	481268.0	308.0	39	0.0004	2328134.0	149.0
17	0.0022	1337737.0	241.0	40	0.0004	1024264.0	352.0
18	0.0021	105866.0	80.0	41	0.0003	932536.0	282.0
19	0.0019	924402.0	141.0	42	0.0003	1409735.0	57.0
20	0.0018	820668.0	153.0	43	0.0003	2264270.0	115.0
21	0.0018	519201.0	181.0	44	0.0003	1814936.0	16.0
22	0.0018	1449606.0	10.0	45	0.0003	335334.0	57.0
23	0.0015	42002.0	46.0	46			

附录5 2015年5-12月北京黄昏后数据表

日期	五月	六月	七月	八月
1	19:39-20:51	20:23-21:35	20:37-21:49	20:05-21:17
2	19:41-20:53	20:24-21:36	20:37-21:49	20:04-21:16
3	19:42-20:54	20:25-21:37	20:36-21:48	20:02-21:14
4	19:43-20:55	20:26-21:38	20:36-21:48	20:00-21:12
5	19:45-20:57	20:27-21:39	20:35-21:47	19:59-21:11
6	19:47-20:59	20:28-21:40	20:35-21:47	19:57-21:09
7	19:48-21:00	20:29-21:41	20:34-21:46	19:56-21:08
8	19:50-21:02	20:30-21:42	20:33-21:45	19:54-21:06
9	19:51-21:03	20:31-21:43	20:33-21:45	19:52-21:04
10	19:53-21:05	20:32-21:44	20:32-21:44	19:50-21:02
11	19:54-21:06	20:33-21:45	20:31-21:43	19:49-21:01
12	19:56-21:08	20:33-21:45	20:30-21:42	19:47-20:59
13	19:57-21:09	20:34-21:46	20:29-21:41	19:45-20:57
14	19:59-21:11	20:34-21:46	20:28-21:40	19:43-20:55

15	20:00-21:12	20:35-21:47	20:28-21:40	19:42-20:54
16	20:02-21:14	20:35-21:47	20:26-21:38	19:40-20:52
17	20:03-21:15	20:36-21:48	20:25-21:37	19:38-20:50
18	20:05-21:17	20:36-21:48	20:24-21:36	19:36-20:48
19	20:06-21:18	20:37-21:49	20:23-21:35	19:34-20:46
20	20:07-21:19	20:37-21:49	20:22-21:34	19:33-20:45
21	20:09-21:21	20:37-21:49	20:21-21:33	19:31-20:43
22	20:10-21:22	20:38-21:50	20:19-21:31	19:29-20:41
23	20:12-21:24	20:38-21:50	20:18-21:30	19:27-20:39
24	20:13-21:25	20:38-21:50	20:17-21:29	19:25-20:37
25	20:14-21:26	20:38-21:50	20:16-21:28	19:23-20:35
26	20:16-21:28	20:38-21:50	20:14-21:26	19:22-20:34
27	20:17-21:29	20:38-21:50	20:13-21:25	19:20-20:32
28	20:18-21:30	20:38-21:50	20:11-21:23	19:18-20:30
29	20:19-21:31	20:37-21:49	20:10-21:22	19:16-20:28
30	20:21-21:33	20:37-21:49	20:08-21:20	19:14-20:26
31	20:22-21:34		20:07-21:19	19:12-20:24

日期	九月	十月	十一月	十二月
1	19:10-20:22	18:16-19:28	17:32-18:44	17:14-18:26
2	19:08-20:20	18:14-19:26	17:31-18:43	17:14-18:26
3	19:07-20:19	18:13-19:25	17:30-18:42	17:14-18:26
4	19:05-20:17	18:11-19:23	17:29-18:41	17:14-18:26
5	19:03-20:15	18:09-19:21	17:28-18:40	17:14-18:26
6	19:01-20:13	18:08-19:20	17:28-18:40	17:14-18:26
7	18:59-20:11	18:06-19:18	17:27-18:39	17:14-18:26
8	18:57-20:09	18:05-19:17	17:26-18:38	17:14-18:26
9	18:55-20:07	18:03-19:15	17:25-18:37	17:14-18:26
10	18:53-20:05	18:01-19:13	17:24-18:36	17:14-18:26
11	18:52-20:04	18:00-19:12	17:23-18:35	17:15-18:27
12	18:50-20:02	17:58-19:10	17:23-18:35	17:15-18:27
13	18:48-20:00	17:57-19:09	17:22-18:34	17:15-18:27
14	18:46-19:58	17:55-19:07	17:21-18:33	17:15-18:27
15	18:44-19:56	17:54-19:06	17:20-18:32	17:16-18:28
16	18:42-19:54	17:53-19:05	17:20-18:32	17:16-18:28
17	18:41-19:53	17:51-19:03	17:19-18:31	17:16-18:28
18	18:39-19:51	17:50-19:02	17:19-18:31	17:17-18:29
19	18:37-19:49	17:48-19:00	17:18-18:30	17:17-18:29
20	18:35-19:47	17:47-18:59	17:18-18:30	17:17-18:29
21	18:33-19:45	17:46-18:58	17:17-18:29	17:18-18:30
22	18:32-19:44	17:44-18:56	17:17-18:29	17:18-18:30
23	18:30-19:42	17:43-18:55	17:16-18:28	17:19-18:31
24	18:28-19:40	17:42-18:54	17:16-18:28	17:19-18:31

25	18:26-19:38	17:41-18:53	17:16-18:28	17:20-18:32
26	18:24-19:36	17:39-18:51	17:15-18:27	17:21-18:33
27	18:23-19:35	17:38-18:50	17:15-18:27	17:21-18:33
28	18:21-19:33	17:37-18:49	17:15-18:27	17:22-18:34
29	18:19-19:31	17:36-18:48	17:15-18:27	17:23-18:35
30	18:18-19:30	17:35-18:47	17:14-18:26	17:23-18:35
31		17:32-18:46		17:24-18:36

附录 6 2015 北京 5-12 月月上梢头发生的日期和时间

日期	五月	六月	七月	八月
1	17:23-17:52	19:11-19:44	19:54-20:28	20: 51-21: 21
2	18:22-18:51	20:11-20:45	20:46-21:20	21: 30-21: 59
3	19:21-19:52	21:10-21:44	21:33-22:06	22: 07-22: 35
4	20:21-20:53	22:04-22:38	22:16-22:47	22: 44-23: 11
5	21:22-21:55	22:53-23:26	22:55-23:24	23: 22-23: 49
6	22:20-22:55	23:37-00:09	23:31-23:59	--:--
7	23:16-23:51	--:--	--:--	00: 01-00: 29
8	--:--	00:16-00:47	00:07-00:34	00: 40-01: 11
9	0:07-0:41	00:53-01:22	00:43-01:10	01: 29-01: 57
10	0:54-1:26	01:29-01:56	01:20-01:47	02: 18-02: 46
11	1:35-2:07	02:04-02:31	02:00-02:27	03: 10-03: 38
12	2:14-2:44	02:40-03:07	02:44-03:11	04: 04-04: 31
13	2:50-3:19	03:19-03:46	03:30-03:58	04: 59-05: 27
14	3:26-3:54	04:01-04:28	04:21-04:49	05: 55-06: 22
15	4:03-4:30	04:47-05:14	05:15-05:42	06: 51-07: 19
16	4:41-5:08	05:36-06:04	06:10-06:38	07: 47-08: 14
17	5:22-5:49	06:29-06:57	07:06-07:34	08: 43-09: 10
18	6:07-6:34	07:24-07:52	08:03-08:30	09: 39-10: 06
19	6:55-7:23	08:21-08:48	08:59-09:27	10: 35-11: 04
20	7:47-8:15	09:18-09:45	09:55-10:23	11: 32-12: 01
21	8:42-9:10	10:14-10:41	10:51-11:19	12: 29-13: 00
22	9:38-10:05	11:10-11:37	11:47-12:15	13: 27-14: 00
23	10:34-11:01	12:06-12:33	12:44-13:13	14: 26-14: 59
24	11:30-11:57	13:02-13:29	13:42-14:12	15: 24-15: 58
25	12:26-12:53	13:58-14:26	14:41-15:12	16: 19-16: 53
26	13:21-13:48	14:56-15:25	15:40-16:13	17: 11-17: 44
27	14:17-14:44	15:55-16:26	16:40-17:14	17: 59-18: 31
28	15:13-15:41	16:55-17:28	17:38-18:13	18: 42-19: 13
29	16:10-16:39	17:57-18:30	18:33-19:08	19: 23-19: 52

30	17:09-17:39	18:56-19:31	19:24-19:57	20: 02-20:30
31	18:10-18:41		20:10-21:42	20:40-21:07

日期	九月	十月	十一月	十二月
1	21:19-21:46	21:20-21:47	22:39-23:07	23:17-23:45
2	21:59-22:26	22:09-22:36	23:36-00:04	--:--
3	22:42-23:09	23:01-23:28	--:--	00:14-00:42
4	23:27-23:55	23:54-00:22	00:33-01:00	01:10-01:38
5	--:--	--:--	01:29-01:56	02:06-02:34
6	00:16-00:44	00:49-01:17	02:24-02:52	03:02-03:31
7	01:07-01:35	01:45-02:12	03:20-03:47	03:59-04:28
8	02:00-02:28	02:40-03:08	04:15-04:43	04:57-05:27
9	02:55-03:22	03:36-04:03	05:12-05:40	05:55-06:27
10	03:50-04:17	04:31-04:58	06:09-06:38	06:54-07:27
11	04:45-05:13	05:27-05:54	07:07-07:38	07:52-08:27
12	05:41-06:08	06:22-06:50	08:05-08:38	08:48-09:23
13	06:37-07:04	07:19-07:48	09:04-09:37	09:40-10:15
14	07:32-08:00	08:16-08:46	10:00-10:34	10:28-11:01
15	08:28-08:57	09:14-09:45	10:53-11:28	11:10-11:42
16	09:25-09:54	10:12-10:44	11:43-12:16	11:49-12:19
17	10:22-10:53	11:09-11:42	12:27-13:00	12:25-12:54
18	11:20-11:51	12:03-12:38	13:08-13:39	13:00-13:28
19	12:17-12: 50	12:55-13:29	13:46-14:16	13:36-14:03
20	13: 14-13: 48	13:43-14:17	14:22-14:51	14:12-14:38
21	14: 08-14: 43	14:27-14:59	14:58-15:25	14:50-15:17
22	15: 00-15: 34	15:08-15:39	15:34-16:01	15:33-16:00
23	15: 48-16: 21	15:46-16:16	16:13-16:40	16:20-16:47
24	16:32-17:04	16:24-16:52	16:55-17:22	17:11-17:39
25	17:14-17:43	17:01-17:29	17:41-18:08	18:06-18:34
26	17:53-18:21	17:40-18:07	18:31-18:59	19:04-19:32
27	18:31-18:59	18:22-18:49	19:26-19:54	20:03-20:31
28	19:10-19:37	19:07-19:34	20:23-20:51	21:02-21:30
29	19:51-20:18	19:56-20:23	21:21-21:49	22:01-22:28
30	20:34-21:01	20:48-21:16	22:20-22:49	22:58-23:26
31		21:43-22:10		23:55-00:23