

doi: 10.3969/j.issn.1008-5483.2019.03.013

# 基于坐标约束的矩形件排样优化研究

曹忠园, 周学良

(湖北汽车工业学院 机械工程学院, 湖北 十堰 442002)

**摘要:**提出了一种面向矩形坐标关系约束的遗传算法解决传统方法中随着排样矩形种类增多利用率开始降低的问题,可以满足一块大板材上能够裁出更多种类小矩形的要求,同时板材利用率更高。采用文中提出的方法进行排样所达到的矩形利用率为92%以上,且运算时间均在10 s以内。最后在VC++环境中开发出了系统验证排样方案的可行性。

**关键词:**矩形件;排样;坐标约束;遗传算法;系统开发

**中图分类号:**TP391.75

**文献标识码:**A

**文章编号:**1008-5483(2019)03-0058-04

## Research on Rectangular Packing Optimization Based on Coordinate Constraint

Cao Zhongyuan, Zhou Xueliang

(School of Mechanical Engineering, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan 442002, China)

**Abstract:** The genetic algorithm based on rectangle coordinate constraint was proposed to solve the problem that the utilization starts to decrease with the increasing types of packing rectangles in traditional method. It can meet the requirement of cutting more category small rectangle on a large rectangle material and its utilization is also higher than traditional method. The utilization of rectangular packing reached more than 92% with the method proposed in this paper, and the operation time is within 10 s. Finally, a rectangle packing system was developed in Visual C++ environment to demonstrate the feasibility of the packing method.

**Key words:** rectangular; packing; coordinate constraint; genetic algorithm; system development

矩形件下料问题广泛存在于汽车行业的钣金件冲裁、家具行业的板材切割以及服装行业的布匹裁切等相关行业的工艺中。在一块指定的大矩形件中切割出要求的不同种类和数量的小矩形,怎样分布这些小矩形使得切割完要求的小矩形后产生的废料最少,使板材的利用率最高<sup>[1]</sup>是二维排样问题研究的核心。这类问题与实际应用关系较大,具

有较大的研究价值。早期在实际生产中遇到下料问题完全依靠人工经验来调整,使得材料利用率不够高,随着各类算法的出现与计算机运算速度的提高,各种搜索算法开始运用于排样问题,依靠计算机通过算法搜索在较短时间内计算出排样方案。

学者在矩形件排样优化问题上取得了一定进展。吴忻生等<sup>[2]</sup>通过动态改变算法各参数,提高了

收稿日期:2019-05-23

基金项目:湖北省自然科学基金(2016CFB402);湖北汽车工业学院博士科研启动基金(BK201601)

作者简介:曹忠园(1994-),男,江西景德镇人,硕士生,从事计算机辅助工艺设计的研究。E-mail:976284319@qq.com

通信作者:周学良(1978-),男,湖北十堰人,副教授,博士,从事数字化制造和智能制造方面的研究。E-mail:zhou\_xueliang@163.com

种群的适应度,最终达到了85%左右的排样效率。孙佳正等<sup>[3]</sup>采用双种群遗传算法将降序过后的矩形件与原先乱序的矩形件进行编码生成双种群,采用特定的交叉方式避免出现重复个体,使算法不会过早收敛。相比单一种群求解效率有所提高。陆仕军等<sup>[4]</sup>先后采用标准遗传算法、背包算法、近似算法都得出了排样方案的近似最优解,排样效率在90%以上。管卫利等<sup>[5]</sup>提出的算法将待裁矩形件分为4个部分,采用递归思想构造出有约束和无约束的算法,最后求解出了排样方案。Huang等<sup>[6]</sup>提出一种考虑矩形占角规则与空置率的启发式算法,在21次排样实验中有16次排样结果在指定解算时间都收敛在理想状态内。郑鹏飞等<sup>[7]</sup>提出了一种分层填补的二维矩形件排样算法,事先将待排矩形按照尺寸大小进行降序分类,首先排放较大的矩形,排样过程中出现的较大间隙运用较小的矩形进行填充,达到了较好的排样效果。

为解决排样矩形种类增多导致效率降低的问题,文中提出了一种根据待排矩形坐标关系约束并结合遗传算法求解的排样方案,将所有待排矩形用坐标值进行描述,在约束条件下运用遗传算法求解最优或次优解,对于相同尺寸与个数要求的同一批待排矩形能得出更高的排样效率。在VC++环境中开发了系统,对方案的可行性进行验证与展示。

## 1 问题描述

矩形排样如图1所示,黑色区域为废料区。设大矩形的长为 $L$ ,宽为 $W$ ,规定 $L$ 大于 $W$ ,待排放小矩形的种类为 $N$ ,第 $i$ 种待排小矩形的个数为 $n_i$ ,长为 $l_i$ ,宽为 $w_i$ ,同样规定 $l_i$ 大于 $w_i$ ,面积大小为 $s_i$ ,则待排放的小矩形总个数为 $\sum_{i=1}^N n_i$ ,总面积为 $\sum_{i=1}^N n_i s_i$ 。所有矩形排放完后要求板材面积大于所有小矩形面积之和:

$$LW - \sum_{i=1}^N n_i s_i \geq 0 \quad (1)$$

由图1可知,矩形利用率为所有分布在大矩形上的

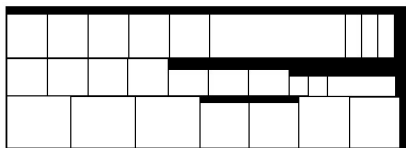


图1 矩形排样示意图

小矩形面积之和与大矩形的面积的比值:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N n_i s_i}{LW} \quad (2)$$

式中: $r$ 为矩形利用率。除此之外,根据实际情况要求两两矩形不能相交。对于同一个矩形可能存在2种排放方式,分别为横排和竖排,如图2所示。

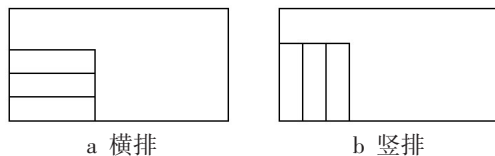


图2 小矩形的排放方式

## 2 矩形坐标约束关系

建立矩形系统坐标系,将待裁大矩形左下角坐标设为坐标原点 $(0,0)$ ,水平方向从左向右 $x$ 坐标值增大,竖直方向从下到上 $y$ 坐标值增大,大矩形的左下角坐标为 $X(0,0)$ ,右上角坐标为 $Y(L,W)$ ,如图3所示。假设第 $j$ 个待排矩形的左下角横坐标为 $x_{lj}$ ,纵坐标为 $y_{lj}$ ,右上角的横坐标为 $x_{rj}$ ,纵坐标为 $y_{rj}$ ,长为 $l_j$ ,宽为 $w_j$ ,则根据2个点的坐标可以确定小矩形在大矩形中的位置。

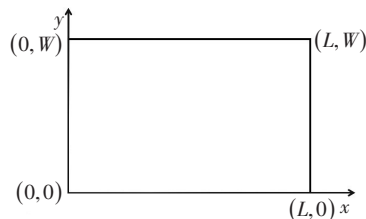


图3 矩形坐标系

当小矩形横排时

$$x_{rj} = x_{lj} + l_j, \quad y_{rj} = y_{lj} + w_j \quad (3)$$

当小矩形竖排时

$$x_{rj} = x_{lj} + w_j, \quad y_{rj} = y_{lj} + l_j \quad (4)$$

设逻辑变量 $k_j$ 将小矩形横排与竖排2种情况同时考虑,当第 $j$ 个小矩形横排时令 $k_j$ 为0,竖排时令 $k_j$ 为1, $k_j \in [0,1]$ 。同时考虑1个小矩形横排与竖排时可以将式(3)~(4)合并。

$$\begin{cases} x_{rj} = x_{lj} + (1 - k_j)l_j + k_j w_j \\ y_{rj} = y_{lj} + (1 - k_j)w_j + k_j l_j \end{cases} \quad (5)$$

小矩形在大矩形中,所有待排小矩形的坐标满足:

$$0 \leq x_{lj} \leq L, \quad 0 \leq y_{lj} \leq L \quad (6)$$

所有排放在大矩形上的小矩形满足上述4个

约束规则。考虑到实际应用,当裁切小矩形时应尽量减少刀路变化,理想情况是实现“一刀切”的方案,即刀路“直来直往”,裁切过程中不用拐弯<sup>[8]</sup>。这不仅符合实际加工情况的要求,还在用坐标描述矩形位置时提供了很大的便利。“一刀切”的思想提高了实际加工过程中的切割效率,如图4所示。

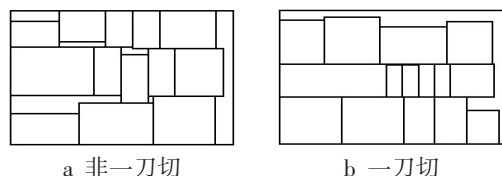


图4 小矩形裁切模式

在排布小矩形的时候还应当考虑排放规则,文中采用顺放策略,同时结合分层的思想,排放过程中将大矩形按照小矩形的宽度或者长度分成若干层。从大矩形的某个角开始,沿着相应的边排放所有的矩形,当剩余的边长不足以排布剩余矩形中最小矩形的时候,将重新以本行中高度最大的那个矩形的高度重新开辟一层,接着按照相同的方法排放剩余的矩形直到所有矩形排完<sup>[9]</sup>。分层排放的效果如图4b所示,排放流程如图5所示。

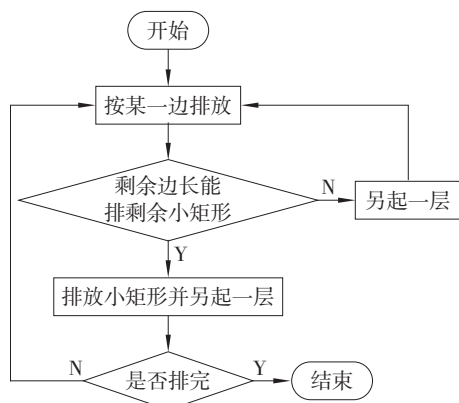


图5 排放规则流程图

### 3 遗传算法求解

根据约束关系运用遗传算法来进行排样。

1) 问题编码 为了保持遗传算法求解时种群的多样性,在设置矩形长和宽时,随机将某些矩形的长和宽的顺序颠倒,如某种待排矩形的尺寸为25 cm×25 cm,如果将某个矩形的尺寸写成15 cm×25 cm,程序中用结构体数据类型来描述矩形,结构体中第1个成员Length表示矩形的长,第2个成员Width表示矩形的宽。当调换输入小矩形长和宽的顺序时,在程序读取数据的时候就会自动将矩形

坐标描述成横排和竖排2种不同的排放方式,这样在用坐标描述矩形的时候就完成了矩形横排或者竖排表示。将所有待排小矩形的下标编码为染色体上的基因,每条染色体代表不同的排样方案<sup>[10]</sup>。假设所有待排小矩形的个数为 $M$ 个,那么每条染色体上基因的编码为 $N, N=1, 2, \dots, M$ (乱序),代表1~ $M$ 个待排小矩形。

2) 初始化种群 设初始种群大小为 $P\_Size$ ,随机产生 $P\_Size$ 条染色体,适应度评价函数为

$$f(x_t) = r \quad (7)$$

式中: $f(x_t)$ 为第 $t$ 个个体的适应度。在选择操作中每个个体被选择的概率 $Fit_t$ 为

$$Fit_t = \frac{f(x_t)}{\sum_{t=1}^{P\_Size} f(x_t)} \quad (8)$$

3) 染色体交叉 染色体的交叉方式为单点交叉,产生位于染色长度之内的随机数代表交叉点位置,对两两染色体进行交叉,长度之内的随机数代表交叉点对两两染色体进行交叉,如图6所示。从图6可以看出,两两染色体交叉后在同一个体中会出现重复基因,而每个基因位代表的是待排矩形,所以不允许有重复基因出现,此时的处理方法是先找出2条染色体的重复基因,交叉后的第1条染色体中的重复基因6和7,第2条染色体重复基因2与4。然后交换重复基因,处理后的染色体如图7所示。

4) 染色体变异 染色体随机变异同样会在一条染色体上出现相同的基因,所以文中采取交换同一条染色体上2个基因的方法来完成变异<sup>[11]</sup>。方



图6 染色体交叉

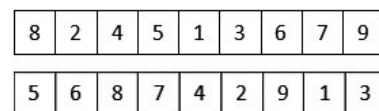


图7 处理后的染色体

法是按一定的变异概率 $P_m$ 随机产生 2 个位置,然后交换 2 个位置的基因,这样就得到了新的染色体。在进化过程中为了使进化收敛加快,将每代进化过程产生的最优个体保存下来直接进入下一代,同时为了避免陷入局部最优,每代迭代后随即产生一些个体替代老个体,维持种群的多样性<sup>[12]</sup>。

4 实例验证

在 VC++ 环境中开发出矩形件排样软件,各项参数均可在系统中输入,点击读取数据后可自动读取保存在文本文件中的所有待排小矩形的信息,数据读取完成后点击初始化完成系统的初始化,最后点击开始排样按钮会自动绘制出排样方案。系统界面如图 8 所示。



图 8 排样界面

进行 3 组实验,文中只列出第 1 组小矩形的尺寸和数量(表 1)。第 1 组数据中有 11 种不同尺寸的小矩形,共有 45 个;第 2 组有 9 种不同尺寸的矩形,共计 31 个;第 3 组有 13 中不同尺寸的小矩形,共计 38 个。设初始种群  $P\_Size$  为 100,传代数  $N\_Gen$  为 100,交叉率  $P_c$  为 0.5,变异率  $P_m$  为 0.02,大矩形长 2 000 cm、宽 1 000 cm。在系统中对 3 组矩形进行排样,在 Matlab 中分析得出 3 组实验中板材平均利用率达到了 92 % 左右。种群进化情况如图 9 所示。由图 9 可知,种群进化到 50 代左右开始收敛。在系统中对第 1 组数据进行验证得出的矩形排样效果如图 10 所示。

在排样矩形规格相同情况下,采用文中方法与

表 1 第 1 组小矩形大小和数量

长/cm	宽/cm	数量/个	长/cm	宽/cm	数量/个
154	184	4	220	123	4
220	147	5	180	150	4
220	125	6	140	120	4
132	153	4	80	50	4
110	123	2	125	100	6
220	245	2			

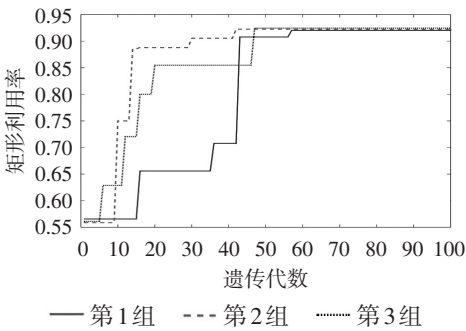


图 9 种群进化情况

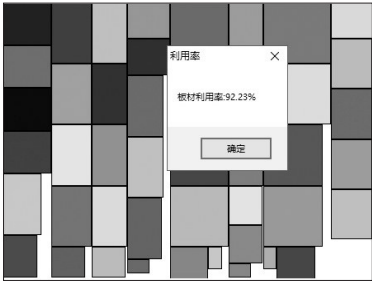


图 10 排样结果

文献[12-14]中方法的利用率对比如表 2 所示。从表 2 可以看出,在与文献中待排小矩形种类与个数相同的情况下,文中方法的利用率高于文献中方法,说明文中方法可行。文中开发的系统操作简便,小矩形数据保存在文本文件当中,排样时自动读取,可扩展性好,需要排样时点击读取数据按钮选择保存小矩形信息的文本文件,程序自动读取所有待排小矩形的信息,遗传算法的各项参数由用户输入,点击开始排样后会自动在界面中心区域画出排样效果图,排样结束后自动计算板材利用率。

表 2 文中方法与文献中方法利用率比较

	板材尺寸	文献中方法利用率	文中方法利用率
文献[12]	400×500	86.46%	92.38%
文献[13]	366×122	91.84%	92.15%
文献[14]	400×400	89.92%	92.56%

5 结论

1) 采用坐标关系来描述所有小矩形,并通过各种矩形组合规则来对相似尺寸的小矩形进行排样,能够满足实际加工工艺“一刀切”的需求。

2) 文中方法解决了传统方法随小矩形种类增多排样效率降低的问题,在待排矩形种类可随意增加的情况下保持排样效率在较高水平。依据文中方法开发出的软件能直观显示排样结果,不用依靠

(下转第 71 页)



果频率值基本一致,敷设阻尼后的复合板结构的频率值与仿真结果有一定的误差,误差在5%以内。

## 4 结论

- 1) 仿真与试验结合,验证所测结果准确。
- 2) 阻尼材料的弹性模量随着温度的升高而减小,随着频率的升高而增大。
- 3) 阻尼材料的损耗因子随温度的升高呈先增加后减少的趋势。
- 4) 阻尼材料损耗因子随频率变化规律与阻尼层厚度以及温度相关,存在转折温度使其由上升趋势转变为下降趋势。

## 参考文献:

- [1] 谢孟恺,游进,李鸿光. 基于稳态能量法的全程数字模拟的振动预测方法[J]. 噪声与振动控制,2009,29(5): 4-7,139.
- [2] 李海虹,王菲. 机床电主轴多结构耦合损耗因子的试

验研究[J]. 振动与冲击,2018,37(16):98-103.

- [3] 胡卫强,王敏庆,刘志宏. 悬臂梁弯曲共振法自由阻尼结构试件设计研究[J]. 实验力学,2008(3):241-247.
- [4] 巨乐,王敏庆,顾金桃. 不可分离结构的损耗因子测量研究[J]. 噪声与振动控制,2014,34(2):200-202,211.
- [5] Liu Wanbo, E M S. Experimental and Analytical Estimation of Loss Factors by the Power Input Method[J]. Aiaa Journal,2007,45(2):477-484.
- [6] 王正敏,李德玉. 粘弹性阻尼材料损耗因子的测试及误差分析[J]. 广东造船,2017,36(2):47-50.
- [7] 程广利,胡生亮. 基于 Hilbert 变换的结构内损耗因子测试研究[J]. 噪声与振动控制,2006,6(4):105-107.
- [8] 庞剑. 汽车车身噪声与振动控制[M]. 北京:机械工业出版社,2015.
- [9] 屈忠鹏,盛美萍. 阻尼材料模量与损耗因子的双边梁测量反演误差机理与控制[J]. 振动与冲击,2017,38(22):106-109,183.
- [10] 殷东华,林占东. 结合面法向接触阻尼及损耗因子三维分形模型[J]. 机械制造与自动化,2016,48(6): 122-126.

(上接第61页)

人工对排样矩阵进行翻译展示,可视化效果好。

3) 后续将着重研究当所有小矩形面积之和大于大矩形时将小矩形分布在多个大矩形上的情况。

## 参考文献:

- [1] 张青,刘芳. 矩形件排样最优化问题求解[J]. 现代电子技术,2017,40(22):72-74.
- [2] 吴忻生,吴超成,刘海明. 基于改进遗传算法的矩形件排样优化算法[J]. 制造业自动化,2013,35(19):55-58,115.
- [3] 孙佳正,郭骏. 改进的双种群遗传算法在矩形件排样中的应用[J]. 计算机工程与应用,2018,54(15):139-146.
- [4] 管卫利,潘卫平. 带剪刀长度约束的矩形件剪切下料优化算法[J]. 科学技术与工程,2018,18(4):292-296.
- [5] Huang Wenqi, Chen Duanbing, Xu Ruchu. A New Heuristic Algorithm for Rectangle Packing[J]. Computers & Operations Research,2007(34):3270-3280.
- [6] 郑鹏飞,楼京京,林大钧,等. 一种分层填补的矩形件

几何排样算法[J]. 东华大学学报(自然科学版),2018,44(4):658-663.

- [7] 庞剑飞,宋丽娟. 矩形排样问题的优化设计模型[J]. 现代制造工程,2014(2):88-90.
- [8] 黄河,许超. 基于优先度的改进最低水平线排样算法[J]. 锻压装备与制造技术,2015,50(3):106-109.
- [9] 王竹婷. 一种改进的遗传算法在矩形排样问题中的应用[J]. 电脑知识与技术,2012,8(32):7737-7739.
- [10] 郁磊,史峰,王辉,等. MATLAB智能算法30个案例分析[M]. 2版. 北京:北京航空航天大学出版社,2015: 2-16.
- [11] 陈江义,宋雪枫,张明伟. 融合蚁群算法和遗传算法的矩形件排样问题研究[J]. 郑州大学学报(理学版),2011,43(2):79-82.
- [12] 黄红兵. 矩形件下料优化排样的遗传算法[D]. 桂林:广西师范大学,2005.
- [13] 计明军,邓文浩,郭文文,等. 改进填充算法在矩形件排样中的应用[J]. 数学的实践与认识,2019,49(4): 139-150.
- [14] 夏以冲. 矩形件排样问题的遗传模拟退火算法研究[D]. 南宁:广西大学,2018.