

文章编号:1005-3085(2004)07-0043-06

电路模拟方法在数学建模中的应用

史弋宇, 谢必克, 毛燕杰

指导教师: 清华大学指导小组

(清华大学电子工程系, 北京 100084)

编者按: 本文的特点是采用电路模拟方法来建模, 求解商区的消费需求。将商区的结构图类比为电路结构图, 将入流量类比为电流, 通过电阻设置控制电流, 并通过计算电阻上的电压而准确计算出商区的消费需求。

摘 要: 本文采用电路模拟的方法来预测2008年北京奥运会体育场馆周围商区的消费需求情况。首先根据道路拓扑结构提取出相应电路结构, 在每条导线(代表道路)上设置一个较大的控制电阻, 根据电阻的阻值控制人流的流动规律, 使电流和人流一样按一定比例选择可行的道路; 同时在每条导线上串联一个较小的采样电阻, 根据该电阻上的电压可求得该商区的人流量或消费需求。

关键词: 拓扑结构; 电路模拟; 消费流量; 入流量; 非线性规划

分类号: AMS(2000) 90C30

中图分类号: O221.2

文献标识码: A

1 方法概述

为了预测2008年北京奥运会体育场馆周围商区的消费需求情况, 我们首先分析了模拟运动会的观众调查问卷, 准确估计了2008年北京奥运会时, 到达奥运场馆附近各个车站的观众数量, 各个餐饮中心的观众数量, 以及这些观众的消费水平和路径选择规律。根据这些数据和规律就可以将分析人流的问题转化为一个分析电流电压的电路问题。

由道路拓扑结构图提取电路图的方法和步骤如下:

1 节点的设置

每个商区的中心、车站、餐饮中心都作为电路的节点。

2 电流源的设置

电流源代表车站、看台、饮食地点等人流的出发地和目的地, 电流源的大小相应地代表出发的人流量或消费流量, 以及会聚于目的地的人流量或消费流量。电流源的方向均与人流方向一致, 电流源均为正值。出发地的电流源总和要与目的地的电流源的总和相等。

当实际问题中存在多个人流的出发地时, 应当采用叠加原理, 利用电路模型分别计算各个出发地的人流在商区积累的人流量或消费流量, 最后叠加得到商区总的人流量和消费流量。

3 电阻和导线的设置

根据道路结构, 在可以直接连通的节点之间用导线连接, 代表道路。在每个导线上串联两个阻值为不同数量级的电阻。其中大电阻的设置是为了控制人流的移动规律, 其大小基本和人流可能选择该道路的概率成反比。不妨称该电阻为控制电阻。

小电阻的设置是为了反映消费量或人流量与电流大小之间的比例系数。这样通过测量电阻上的电压降就可以直接得到消费量或人流量。不妨称该电阻为采样电阻。

2 合理性论证

在用电路模型分析人流问题时, 最关键的问题是要保证每条道路上实际经过的人流量与电路模型中对应导线上的电流对应相等。下面分两步论证这一点。

1 当只有一个人流的出发地和多个人流的目的地时:

由于一个出发地出发的人流通过某条特定道路的概率是一定的,那么通过调整各个道路的控制电阻的大小,总可以使各个导线上的电流与道路上实际经过的人流量相同。一般而言,由于事先并不知道每条道路上实际人流量的大小,这时取各个道路的对应控制电阻与人流通过该条道路的概率成反比。

2 当有多个人流的出发地和多个人流的目的地时:

不同的出发地出发的人流通过某条特定道路的概率是不同的,但是一条道路只有一个对应的控制电阻控制电流流动,也就是说它对不同电流源产生的电流的作用却是相同的。这种情况下就无法保证各个导线上的电流与道路上实际经过的人流量相同。

考虑到人流流动与电流流动都满足线性叠加原理。可以将有多个人流的出发地的问题分解为多个只有一个人流的出发地的问题。分别计算了各个出发地的人流在商区积累的人流量或消费流量,最后叠加得到商区总的人流量和消费流量。

3 实际运用

下面运用这个方法来处理实际问题:

根据2008年北京奥运会的实际地图,可以抽象得到简化图如图1所示:

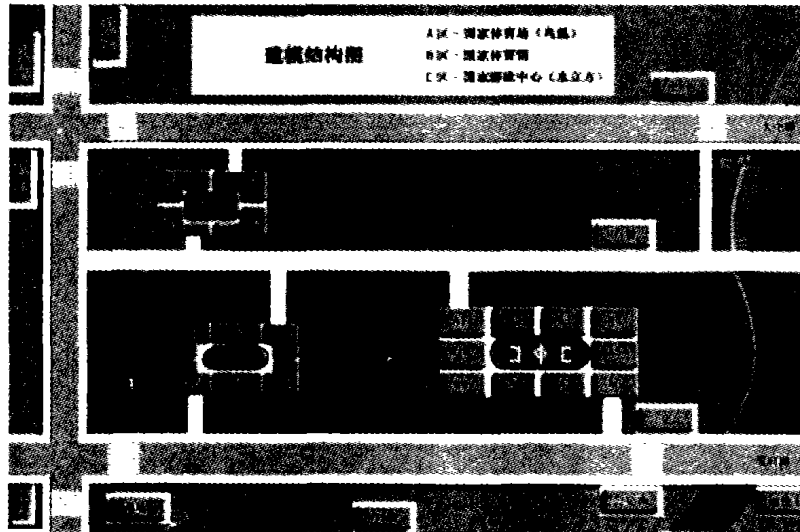


图 1: 2008年北京奥运会简化地图

为了简化问题,我们假定人流的流动符合最短路径规则。那么有人流通过的道路的对应控制电阻应很小,而没有人流通过的道路上的对应控制电阻应比其他道路的控制电阻大数个数量级,以此保证电流的流动也符合最短路径规则。

根据上文描述的方法以及人流的流动规律的假设,可以由简化图得到图2所示的电路图。利用这个电路图具体计算由私车车站(图1)出发的人流到达各个体育场馆的过程中,各个商区积累的消费总量。已经得到的基本数据有:私车车站出发的人流共有22000万元的消费总量,每个体育场馆的看台接收的人流均有275万元的消费总量。人流每经过一个商区就在该商区消费其剩余的消费能力的一半。根据这些数据得到电路图中各个控制电阻,采样电阻以及电流源的参数。

1 主要道路上电阻设置参见表1以及图2。

表1 主要道路的电阻设置

出发地	Kc1	Kc3	Kb1	Kb5	Ra1	Ra6	Rb3	Rb6	Rc2	Rc4
私车	OFF	OFF	OFF	OFF	0.5K	OFF	0.5K	0.5K	0.5K	0.5K

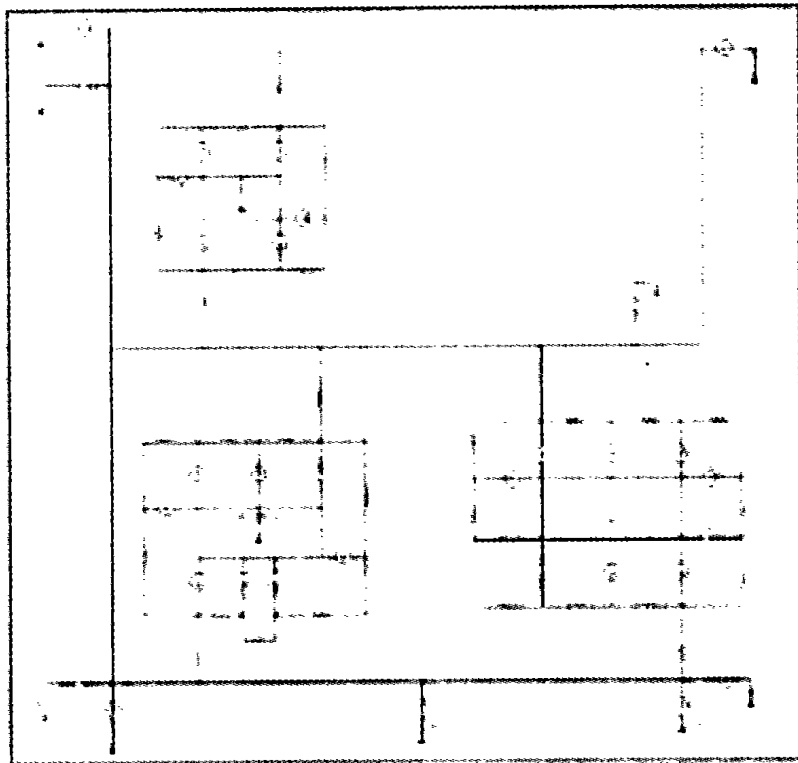


图 2: 根据简化图提取得到的电路图

对于控制电阻: OFF表示断路(一般取1000M欧姆), ON表示通路(一般取1K欧姆)

对于采样电阻: 数值表示该电阻对应商区积累的消费量的比例系数。例如0.5K表示积累了通过该商区的总消费流量的50%。

每个商区的比例系数: 在路径首端的商区系数为0.5, 第二个商区系数为0.25, 依次类推。

2 代表商区的电阻的设置参见表2和图2(单位: K欧姆)

表2 代表商区的电阻设置

Ra1	Ra1a2	Ra2a3	Ra3a4	Ra4a5	Ra5a6	Ra6
0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625	OFF
Rb2b3	Rb3	Rb3b4	Rb4b5	Rb5b6	Rb6	Rb1b6
0.25	0.5	0.25	0.125	0.25	0.5	0.25
Ra6a7	Ra7a8	Ra8a9	Ra9a10	Ra1a10	Rb1b2	
0.015625	0.03125	0.0625	0.125	0.25	0.125	
Rc1c2	Rc2	Rc2c3	Rc3c4	Rc4	Rc1c4	
0.25	0.5	0.25	0.25	0.5	0.25	

3 各个出发点和目的地的电流源的设置

对于没有对半分的商区, 其对应电流源大小为275mA(代表275万元的消费总量)。对于已经对半分的商区, 其对半分后的两个对应电流源大小为137.5mA(代表137.5万元的消费总量)。对于私车车站本身, 其对应电流源大小为22000mA(代表22000万元的消费总量)。其他车站和饮食地点对应电流源为0mA。

将这些参数设置好之后, 使用Pspice工具模拟电路, 得到结果见图3, 图4, 图5。图3为C区附近商区的消费额, 图中代表商区的电阻两端的电压差(单位V)为该商区的消费额(单位

万元)。例如电阻 R_{c2} 两端电压为275V,说明在商区C2的消费额为275万元。图4为A区附近商区的消费额。图5为B区附近商区的消费额。

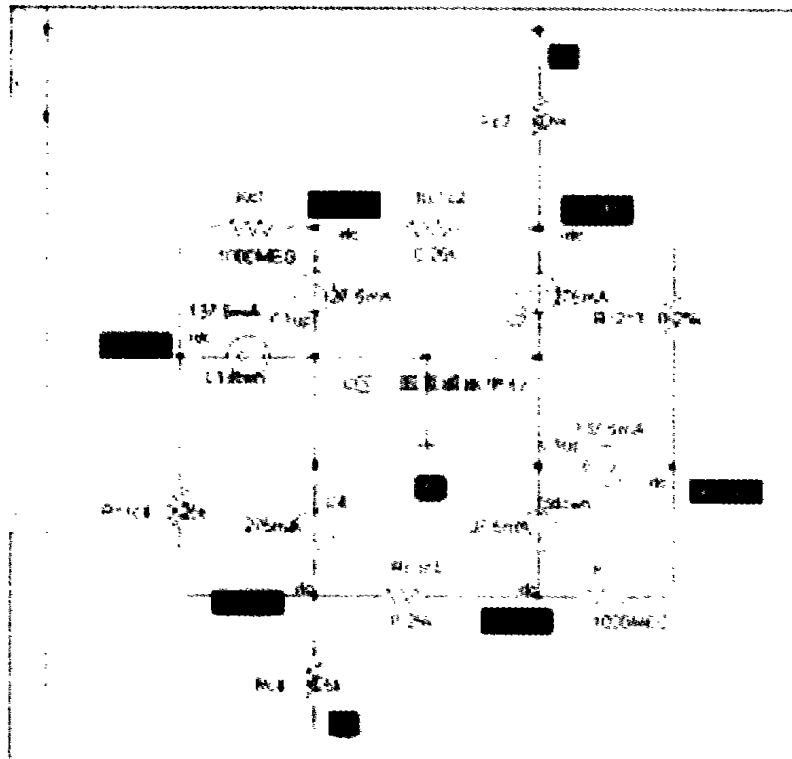


图 3: 仿真结果 (1)

最后总结出由“私车”到体育场的过程中在各个商区产生的消费额见表3 (单位: 万元)

表3 由“私车”到体育场的过程中在各个商区产生的消费额

商区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
消费	1375	309	121	43	13	4	13	43	121	309
商区	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
消费	51.56	103.13	550	103.13	51.56	275	68.76	275	68.76	275

比较直接数学计算得到的结果: (见表4)

表4 数学计算的结果进行比较

商区	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
消费	1375	309	121	43	13	4	13	43	121	309
商区	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4
消费	51.56	103.13	550	103.13	51.56	275	68.76	275	68.76	275

上面两组结果完全相等,这说明电路模型中确实保证了各个导线上的电流量与道路上实际经过的人流量相同。

4 优点

电路模型分析计算人流问题的主要优势是大大简化了运算过程,只要将人流或消费流对应的各个电流源的值计算准确,将各个控制电阻设置好,就可以通过采样电阻上得到的电压值得

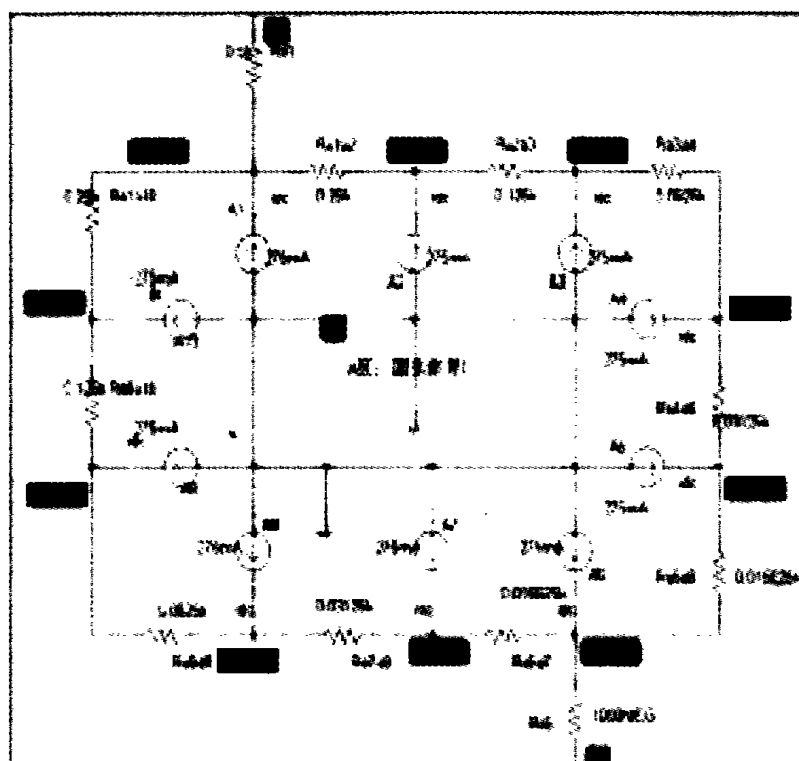


图 4: 仿真结果 (2)

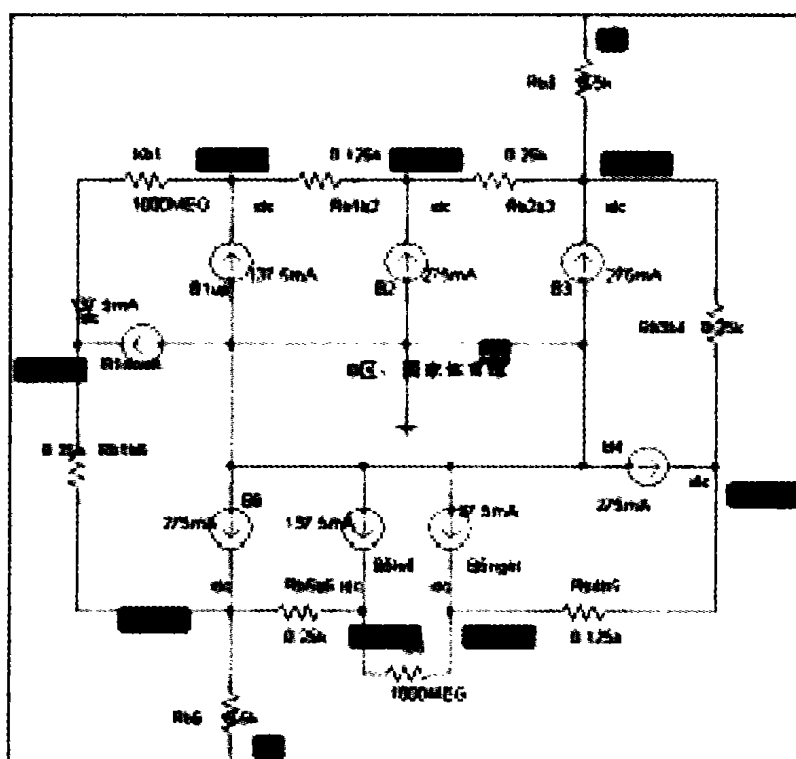


图 5: 仿真结果 (3)

到该道路上积累的人流量或消费流量。相比于直接的数学计算,这大大降低了数学的运算量。

修改简单,便于重复计算。一般的数学计算中,当人流的总量发生变化时或者人流的出发地点发生变化时,需要完全重新计算一遍。但是在电路模型中只要适当修改电流源的大小就可以完成新的一次计算。

可以更真实地反应消费量的积累。由于实际情况中,人流经过各个商区的过程中,在每个商区的消费量的分布可能非常复杂,采用直接数学计算会使算法过于繁琐,一般只能近似计算。而采用电路模型计算,只要适当修改各个采样电阻的阻值,使其满足人流在各个商区消费比例的分布就可以计算得到准确结果。

可以更真实地反应人流流动情况。在实际情况中,人流并不完全选择最短路径,此时采用直接数学计算已经非常困难,往往也只能采用近似计算的方法。但是在电路模型中,只要适当修改各个控制电阻的大小,就能合理的控制人流流动规律。

5 缺点

电路模型中不能一次同时计算多个人流出发地出发的人流在各个道路上积累的人流量和消费流量,这在一定程度上提高了运算的工作量。对于有较多地人流流动过程,较多的人流出发地的情况也只能分别计算每个过程,每个出发地的人流在各个道路上积累的人流量和消费流量,再叠加求得总和。

6 总结

电路理论是一套相当成熟和完整的理论,因此利用电路模型分析人流,物流等问题可以大大简化分析过程和计算的复杂度。当然,要将一个物流问题转换为电路模型,必须要保证道路与电路的拓扑结构一致,物流与电流的流动规律一致,至今还没有较为成熟的方法来完成这种问题的转换。我们提出的方法也还有待进一步的提高和完善。

Circuit Simulation Method in Mathematical Modeling

SHI Yi-yu, XIE Bi-ke, MAO Yan-jie

Instructor: Tsinghua Instructor Group

(Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: In this paper we put forward a circuit simulation method to estimate the consumption distribution of the business areas around the gymnasiums in Beijing for 2008 Olympic Games. First we obtain the circuit structure from the topology of the roads under certain rules. Then a large resistance (Control Resistance) is put on each connecting wire. The resistances are used to control the current distribution, making it exactly the same as the distribution of consumers. In series with each Control Resistance, a much smaller resistance (Sampling Resistance) is added. The consumption in each business area can be evaluated according to the voltage on these resistances.