



# 向量自回归模型(VAR)

与视频有微小区别，但不影响视频学习

《美国数学建模竞赛》

完整课程请长按下方二维码





# 内容提要

- 向量自回归(VAR)模型介绍
- 向量自回归模型的数学表达式
- 向量自回归模型的建模过程
- 向量自回归模型案例分析



# 向量自回归模型介绍

一般回归模型是事先明确被解释变量(如 $y_t$ )和解释变量(如 $x$ )。比如

一阶自回归模型

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

一元线性回归模型

$$y_t = b_0 + b_1 x_t + \varepsilon_t$$

自回归分布滞后模型  $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + b_1 x_t + \varepsilon_t$

显然，上述模型均为单方程模型,且事先设定好解释和被解释变量、以及它们之间的关系。



# 向量自回归模型介绍

若事先不能确定被解释变量和解释变量,很难确定模型形式的问题, 西姆斯(SIMS)于1980年提出了VAR(vector autoregression model)模型.

VAR模型不以经济理论为基础建立模型, 而是在模型的每个方程中, 被解释变量  $y_t$  对其滞后项  $y_{t-i} (i = 1, 2, \dots)$  进行回归, 从而估计出  $y_t$  的动态关系, 从而揭示出内生变量的变化受其自身的过去行为的影响.



# 向量自回归模型的数学表达式

二元VAR(p)模型是最简单的VAR模型，若 $p=1$ ，

则二元VAR(1)模型形式为：

$$\begin{aligned} y_{1t} &= a_{10} + a_{11}y_{1,t-1} + a_{12}y_{2,t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{2t} &= a_{20} + a_{21}y_{1,t-1} + a_{22}y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

两个变量，滞后  
一期的回归模型

当期被解释变量

滞后被解释变量

误差项

矩阵形式：

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$



# 向量自回归模型的数学表达式

将VAR(1)模型扩展到VAR(p)，其矩阵形式：

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

考虑包含解释变量的VAR(p)模型，其矩阵形式：

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{B} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

其中  $\mathbf{y}_t$  是  $k$  维内生变量， $\mathbf{x}_t$  是  $d$  维含常数的外生变量向量

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} a_{11}^{(i)} & a_{12}^{(i)} & \cdots & a_{1k}^{(i)} \\ a_{21}^{(i)} & a_{22}^{(i)} & \cdots & a_{2k}^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1}^{(i)} & a_{k2}^{(i)} & \cdots & a_{kk}^{(i)} \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, p \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1d} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k1} & b_{k2} & \cdots & b_{kd} \end{pmatrix}$$



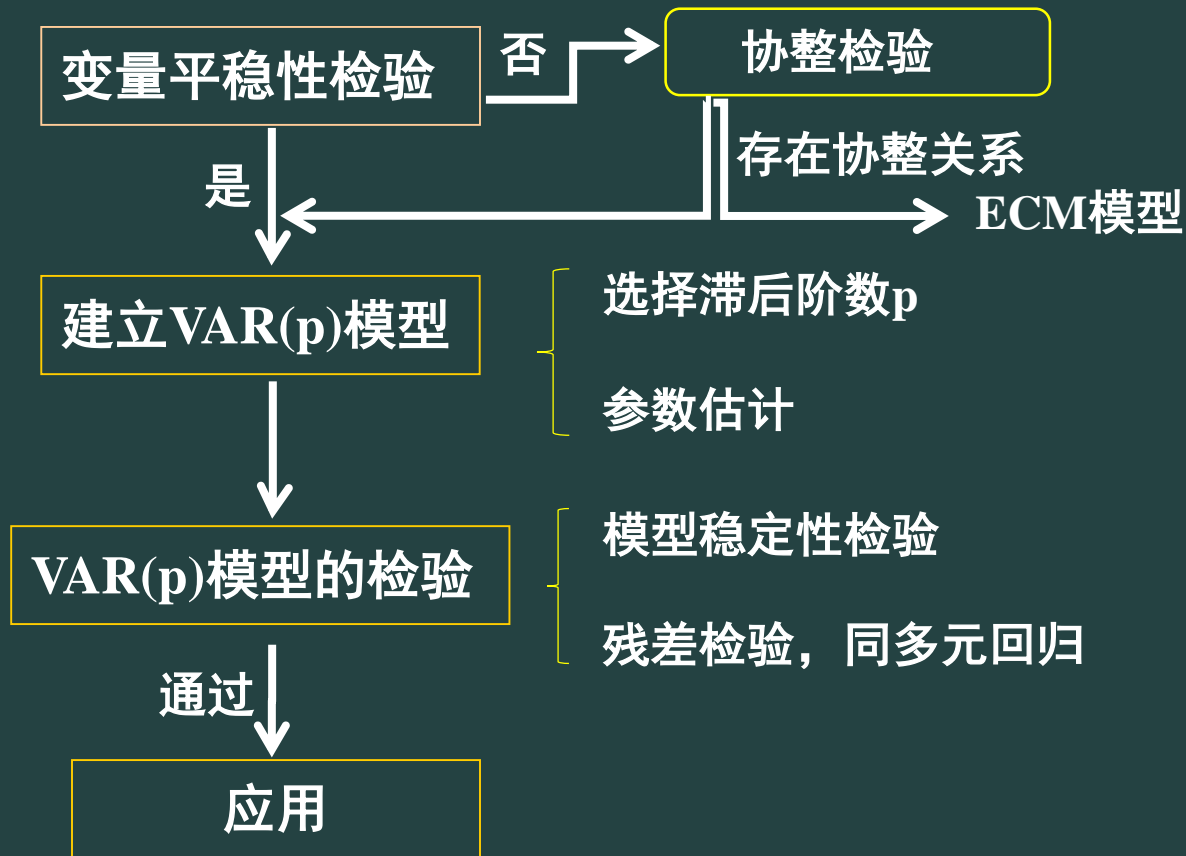
# 向量自回归模型的数学表达式

VAR模型的特点：

- 主要通过实际经济数据而非经济理论来确定经济系统的动态结构；
- 在建模过程中只需明确两个量：
  1. 是所含自变量的个数 $k$
  2. 是自回归的最大滞后阶数 $p$
- VAR模型需要大样本数据，一般 $n > 50$
- 建立VAR模型的目的：预测、研究变量间的动态结构分析



# 向量自回归模型建模流程图







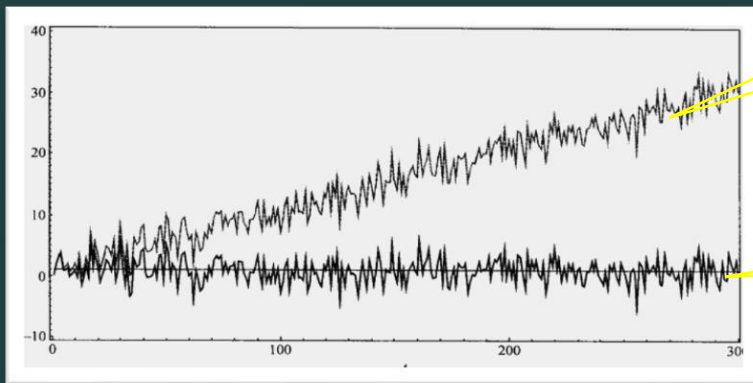
# 向量自回归模型建模过程

## 一、变量平稳性检验

数据  $\{x_t\}$   $\begin{cases} \text{平稳 (宽平稳)} \\ \text{非平稳} \end{cases}$

$$E(x_t) = \mu, \quad \text{Var}(x_t) < \infty$$

$$\text{COV}(x_t, x_s) = \gamma_{t-s}$$



非平稳

平稳



# 向量自回归模型建模过程

常见的ADF检验。检验模型有三种，分别为：

- (1)  $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i$  -- 没有漂移项和时间趋势
- (2)  $\Delta y_t = a + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i$  -- 有漂移项但没有时间趋势
- (3)  $\Delta y_t = a + \delta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_i$  -- 有漂移项和时间趋势

	Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
(1)	Zero Mean	0	-164.793	0.0001	-9.37	<.0001		
		1	-150.214	0.0001	-8.61	<.0001		
(2)	Single Mean	0	-455.904	0.0001	-17.24	<.0001	148.58	0.0010
		1	-594.464	0.0001	-17.15	<.0001	147.04	0.0010
(3)	Trend	0	-456.223	0.0001	-17.23	<.0001	148.50	0.0010
		1	-595.050	0.0001	-17.14	<.0001	146.97	0.0010

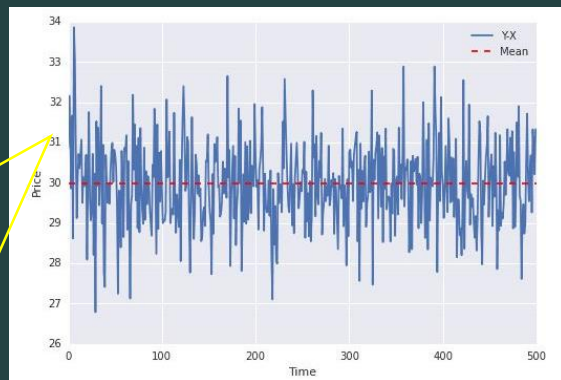
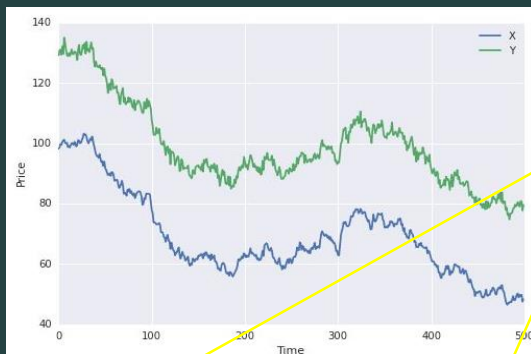
表中Tau的P值  
<0.05，说明三种检  
验模型下变量均平  
稳，否则非平稳。



# 向量自回归模型建模过程

## 二、协整关系检验

协整关系：简单的说就是变量自身非平稳，但其线性组合却是平稳的，这种组合反映了变量之间长期稳定的比例关系。



变量 $x$ 和 $y$ 均为非平稳序列，但变化趋势相似，且 $y-x$ 是平稳的，因此 $x$ 和 $y$ 具有协整关系。



# 向量自回归模型建模过程

## 二、协整关系检验

常见的有两种检验方法：

(1) 特征根迹(trace)检验

(2) 最大特征值(max)检验

表 特征根迹检验结果						
Cointegration Rank Test Using Trace						
H0: Rank= $r$	H1: Rank $>r$	Eigenvalue	Trace	5% Critical Value	Drift in ECM	Drift in Process
0	0	0.1937	36.1683	29.38	Constant	Linear
1	1	0.0851	11.8399	15.34		
2	2	0.0157	1.7908	3.84		

当 $r=0$ 时,  $\text{trace}=36.1683>29.38$ ;而 $r=1$ 时 $\text{trace}=11.8399<15.34$ ,  
说明变量间存在协整关系, 个数是一个。



# 向量自回归模型建模过程

## 三、VAR(p)模型最优滞后阶数的确定

一般采用**AIC**、**SBC**等信息准则采用多种方法进行综合判断。

### ① AIC信息准则

$$AIC = \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 \right] + \frac{2p}{n}$$

判别标准：在p的取值范围内，选择使AIC、SBS最小的p值为最优

### ② SBC信息准则

$$SBC = \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2 \right] + \frac{p}{n} \log n$$

p=2为最优

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	22.98003	NA	7.75E-05	-0.951430	-0.827311	-0.905935
1	175.5519	276.0825	8.34E-08	-7.788187	-7.291710	-7.606208
2	195.7592	33.67880*	4.93E-08*	-8.321867*	-7.453032*	-8.003404*
3	199.9654	6.409457	6.31E-08	-8.093591	-6.852398	-7.638645



# 向量自回归模型建模过程

## 四、估计VAR模型的参数

VAR模型可采用最小二乘或极大似然法进行估计。

## 五、VAR模型的检验

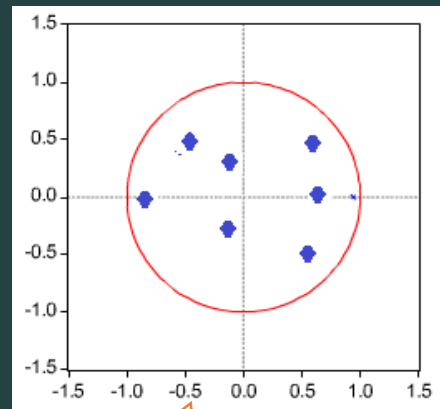
### (1) 模型稳定性检验

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{B} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

令  $\Phi(L) = \mathbf{A}_1 L + \mathbf{A}_2 L^2 + \cdots + \mathbf{A}_n L^p$ ，则VAR模型稳定的充要条件为：

$|\Phi(L) - \lambda E| = 0$  的根都在单位圆内。

### (2) 残差检验，同多元回归，不赘述



VAR模型是稳定的



## 案例分析

2010年上海世博会是首次在中国举办的世界博览会。从1851年伦敦开始，世博会正日益成为各国人民交流历史文化、展示科技成果、体现合作精神、展望未来发展的重要舞台。以1990-2008年的可能受世博会影响的我国8个指标数据定量分析2010年上海世博会的影响力。数据见下表

- |                |                |
|----------------|----------------|
| $x_1$ —GDP总量,  | $x_6$ —城镇就业人数, |
| $x_2$ —出口贸易额,  | $x_7$ —市场化程度,  |
| $x_3$ —城镇投资总量, | $x_8$ —城镇水平,   |
| $x_4$ —国外游客人数, |                |
| $x_5$ —利率。     |                |



# 案例分析-数据

年份	城镇就业人数	出口贸易额	城镇总投资额	国外游客
	万人	亿元	亿元	万人
1990	17041	1510.2	6767.2	174.73
1991	17465	1700.6	8542.5	263.30
1992	17861	2026.6	10317.8	355.60
1993	18262	2577.4	12093.1	438.60
1994	18653	3496.2	13868.4	500.30
1995	19040	4283.0	15643.7	588.67
1996	19922	4838.9	17567.2	674.43
1997	20781	5160.3	19194.2	742.80
1998	21616	5425.1	22491.4	710.77
1999	22412	5854.0	23732.0	843.23
2000	23151	6280.0	26221.8	1016.04
2001	23940	6859.6	30001.2	1122.64
2002	24780	7702.8	35488.8	1343.95
2003	25639	8472.2	45811.7	1140.29
2004	26476	9421.6	59028.2	1693.25
2005	27331	10493.0	75095.1	2025.51
2006	28310	11759.5	93368.7	2221.03
2007	29350	13785.8	117464.5	2610.97
2008	30210	14306.9	148738.3	2432.53





# 案例分析-数据

年份	利率	GDP总量	市场化程度	城镇化水平
	%	亿元	万/人	%
1990	1.8	18667.82	699.75	22.01
1991	1.8	21781.50	812.96	22.79
1992	3.2	26923.48	938.29	23.43
1993	3.2	35333.92	1051.50	24.58
1994	3.2	48197.86	1357.10	25.72
1995	2.0	60793.73	1702.40	26.86
1996	1.7	71176.59	2024.20	27.89
1997	1.4	78973.04	2208.20	28.29
1998	1.4	84402.28	2336.70	28.42
1999	1.0	89677.05	2475.20	28.32
2000	1.0	99214.55	2694.70	28.44
2001	1.0	109655.17	2945.70	28.61
2002	0.7	120332.69	3184.90	28.72
2003	0.7	135822.76	3558.00	29.32
2004	0.7	159878.34	4163.00	30.72
2005	0.7	183217.40	5153.00	31.96
2006	0.7	211923.50	5828.00	33.35
2007	0.7	257305.60	6769.00	34.47
2008	0.7	300670.00	7983.00	35.63



# 案例分析

data EXPO;

input x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 @ @;

cards;

```
18667.82 1510.2 6767.2 174.73 1.8 17041 699.75 22.01
21781.5 1700.6 8542.5 263.3 1.8 17465 812.96 22.79
26923.48      2026.6 10317.8 355.6 3.2 17861 938.29 23.43
35333.92      2577.4 12093.1 438.6 3.2 18262 1051.5 24.58
48197.86      3496.2 13868.4 500.3 3.2 18653 1357.1 25.72
```

;

run;

---

data LEXPO;

set EXPO;

y1=log(x1); y2=log(x2); ...y8=log(x8);

run;

输入数据,  
数据名为EXPO

对 $x_1 \sim x_8$ 取对数, 以消除趋势的变化和多重共线性,  
新数据名为 LEXPO



# 案例分析

```
proc arima data=LEXPO;  
  identify var=y1 stationarity=(adf=3);  
  ...  
  identify var=y8 stationarity=(adf=3);  
run;
```

平稳性检验-  
ADF检验

adf=3表示检验模型是滞后3阶

```
-----  
proc arima data=LEXPO;  
  identify var=y1(1) stationarity=(adf=3);  
run;
```

↓ 一阶差分非平稳时,  
做二阶差分

y1(1)表示y1的一阶差分, y1(1,1)表示y1的二阶差分

```
identify var=y1(1,1) stationarity=(adf=3);
```



# 案例分析

```
proc varmax data=LEXPO;  
  model y1-y8/minic=(type=aic p=2 q=0)  
    print=(diagnose roots)  
    cointtest=(johansen=(type=trace));  
  output lead=5;  
run;
```

根据AIC信息最小准则，在 $p=0,1$ 时确定 $p$ 的最优值。并在最优 $p$ 值的条件下，估计VAR模型

显示模型的特征根其他检验，判断模型的稳定性和拟合效果

协整检验

向前5步预测



# 案例分析-结果

## y1的ADF检验结果

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	0.2423	0.7269	8.78	0.9999		
	1	0.2250	0.7225	1.03	0.9126		
	2	0.1901	0.7120	1.87	0.9800		
	3	0.1687	0.7046	1.84	0.9783		
Single Mean	0	-0.7031	0.8974	-1.96	0.2994	55.62	0.0010
	1	-1.2466	0.8454	-1.28	0.6112	1.59	0.6823
	2	-0.7542	0.8914	-1.19	0.6513	2.88	0.3858
	3	-0.2903	0.9257	-0.39	0.8885	1.76	0.6442
Trend	0	-3.3435	0.9025	-1.86	0.6348	3.19	0.5746
	1	-17.5570	0.0247	-5.85	0.0011	17.66	0.0010
	2	-20.0156	0.0057	-4.06	0.0287	8.97	0.0211
	3	-538.055	0.0001	-5.66	0.0022	16.03	0.0010

y1的ADF检验 $p > 0.05$ ,  
表明y1非平稳,同样y1  
的一阶差分也非平稳,  
二阶差分ADF检验  
 $p < 0.05$ , 说明二阶差分  
后数据是平稳的

## y1的二阶差分ADF检验结果

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests							
Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	-9.5906	0.0185	-2.63	0.0119		
	1	-18.1390	0.0002	-3.03	0.0050		
	2	-18.0905	0.0002	-2.33	0.0231		
	3	-126.908	0.0001	-2.57	0.0142		
Single Mean	0	-9.5001	0.0911	-2.53	0.1281	3.36	0.2761
	1	-18.2343	0.0013	-2.98	0.0598	4.64	0.0754
	2	-19.4117	0.0005	-2.40	0.1585	3.08	0.3398
	3	-151.182	0.0001	-2.42	0.1559	2.99	0.3611
Trend	0	-9.6839	0.3247	-2.49	0.3278	3.12	0.5877
	1	-17.9310	0.0143	-3.09	0.1437	4.86	0.2826
	2	-25.6536	<.0001	-3.36	0.0965	5.96	0.0980
	3	63.9533	0.9999	-2.61	0.2828	4.06	0.4239

y1的ADF检验 $p > 0.05$ , 表明y1  
非平稳,同样y1的一阶差分也  
非平稳, 二阶差分ADF检验  
 $p < 0.05$ , 说明二阶差分后数据  
是平稳的



# 案例分析-结果

## 协整检验结果

Cointegration Rank Test Using Trace Under Restriction

H0: Rank=r	H1: Rank>r	Eigenvalue	Trace	5% Critical Value	Drift in ECM	Drift Process
0	0	0.9992	416.3833	165.73	Constant	Constant
1	1	0.9978	286.8857	132.00		
2	2	0.9523	176.6834	101.84		
3	3	0.9234	121.9210	75.74		
4	4	0.8647	75.6866	53.42		
5	5	0.6280	39.6834	34.80		
6	6	0.5110	21.8860	19.99		
7	7	0.3938	9.0095	9.13		

说明对数序列中存在7个协整关系，表明变量可做VAR模型

## AIC结果

Minimum Information  
Criterion Based  
on AIC

Lag	MA 0
AR 0	-30.31012
AR 1	-59.74563

显然一阶自回归的AIC值比0阶的小，因此，接下来建立VAR(1)模型



# 案例分析-结果

Model Parameter Estimates

Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
y1	CONST1	-3.99348	7.38141	-0.54	0.6016	1
	AR1_1_1	-0.08763	0.82807	-0.11	0.9180	y1(t-1)
	AR1_1_2	1.10830	0.72427	1.53	0.1603	y2(t-1)
	AR1_1_3	0.27614	0.10578	2.61	0.0282	y3(t-1)
	AR1_1_4	0.13911	0.06554	2.12	0.0628	y4(t-1)
	AR1_1_5	0.09173	0.05507	1.67	0.1301	y5(t-1)
	AR1_1_6	0.52563	0.79879	0.66	0.5270	y6(t-1)
	AR1_1_7	-0.54880	0.27318	-2.01	0.0755	y7(t-1)
	AR1_1_8	0.65071	1.11970	0.58	0.5754	y8(t-1)
y2	CONST2	-3.47673	11.62472	-0.30	0.7717	1
	AR1_2_1	-0.00977	1.30410	-0.01	0.9942	y1(t-1)
	AR1_2_2	1.11021	1.14063	0.97	0.3558	y2(t-1)
	AR1_2_3	0.15182	0.16659	0.91	0.3859	y3(t-1)
	AR1_2_4	0.16648	0.10321	1.61	0.1412	y4(t-1)
	AR1_2_5	0.10450	0.08673	1.20	0.2590	y5(t-1)
	AR1_2_6	0.50688	1.25799	0.40	0.6964	y6(t-1)
	AR1_2_7	-0.51543	0.43021	-1.20	0.2615	y7(t-1)
	AR1_2_8	-0.29944	1.76338	-0.17	0.8689	y8(t-1)
y3	CONST3	6.87254	11.97341	0.57	0.5800	1
	AR1_3_1	-0.46678	1.34321	-0.35	0.7362	y1(t-1)
	AR1_3_2	0.50356	1.17484	0.43	0.6783	y2(t-1)
	AR1_3_3	1.29580	0.17158	7.55	0.0001	y3(t-1)
	AR1_3_4	0.03742	0.10631	0.35	0.7330	y4(t-1)
	AR1_3_5	-0.10512	0.08933	-1.18	0.2695	y5(t-1)
	AR1_3_6	-0.48836	1.29572	-0.38	0.7150	y6(t-1)
	AR1_3_7	-0.07985	0.44312	-0.18	0.8610	y7(t-1)
	AR1_3_8	-1.04297	1.81627	-0.57	0.5799	y8(t-1)
y4	CONST4	24.47723	35.98495	0.68	0.5135	1
	AR1_4_1	3.65815	4.03690	0.91	0.3885	y1(t-1)
	AR1_4_2	-2.84625	3.53087	-0.81	0.4410	y2(t-1)
	AR1_4_3	0.62222	0.51567	1.21	0.2583	y3(t-1)
	AR1_4_4	0.01752	0.31950	0.05	0.9575	y4(t-1)
	AR1_4_5	0.05241	0.26848	0.20	0.8496	y5(t-1)
	AR1_4_6	-2.24736	3.89417	-0.58	0.5780	y6(t-1)
	AR1_4_7	0.77411	1.33175	0.58	0.5753	y7(t-1)
	AR1_4_8	-7.36428	5.45863	-1.35	0.2103	y8(t-1)

VAR(1)模型  
参数估计结果，  
比较多，这里  
截取一部分



# 案例分析-结果

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	Variable
y1	CONST1	-3.99348	7.38141	-0.54	0.6016	1
	AR1_1_1	-0.08763	0.82807	-0.11	0.9180	y1(t-1)
	AR1_1_2	1.10830	0.72427	1.53	0.1603	y2(t-1)
	AR1_1_3	0.27614	0.10578	2.61	0.0282	y3(t-1)
	AR1_1_4	0.13911	0.06554	2.12	0.0628	y4(t-1)
	AR1_1_5	0.09173	0.05507	1.67	0.1301	y5(t-1)
	AR1_1_6	0.52563	0.79879	0.66	0.5270	y6(t-1)
	AR1_1_7	-0.54880	0.27318	-2.01	0.0755	y7(t-1)
	AR1_1_8	0.65071	1.11970	0.58	0.5754	y8(t-1)
y2	CONST2	-3.47673	11.62472	-0.30	0.7717	1
	AR1_2_1	-0.00977	1.30410	-0.01	0.9942	y1(t-1)
	AR1_2_2	1.11021	1.14063	0.97	0.3558	y2(t-1)
	AR1_2_3	0.15182	0.16659	0.91	0.3859	y3(t-1)
	AR1_2_4	0.16648	0.10321	1.61	0.1412	y4(t-1)
	AR1_2_5	0.10450	0.08673	1.20	0.2590	y5(t-1)
	AR1_2_6	0.50688	1.25799	0.40	0.6964	y6(t-1)
	AR1_2_7	-0.51543	0.43021	-1.20	0.2815	y7(t-1)
	AR1_2_8	-0.29944	1.76338	-0.17	0.8889	y8(t-1)

VAR(1)的数学模型为

$$\begin{pmatrix} \ln x_1 \\ \ln x_2 \\ \ln x_3 \\ \ln x_4 \\ \ln x_5 \\ \ln x_6 \\ \ln x_7 \\ \ln x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.99348 \\ -3.47673 \\ 6.87254 \\ 24.47723 \\ 46.27416 \\ 3.20423 \\ 6.86491 \\ 6.26436 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.08763 & 1.1083 & 0.27614 & 0.13911 & 0.09173 & 0.52563 & -0.5488 & 0.65071 \\ -0.00977 & 1.11021 & 0.15182 & 0.6648 & 0.1045 & 0.50688 & -0.51543 & -0.29944 \\ -0.46678 & 0.50356 & 1.2958 & 0.03742 & -0.10512 & -0.48836 & -0.07985 & -1.04297 \\ 3.65815 & -2.844625 & 0.6222 & 0.01752 & 0.05241 & -2.24736 & 0.77411 & -7.36428 \\ 2.77865 & -3.3204 & 0.99786 & 0.99428 & -0.16516 & -5.69042 & -2.02655 & 2.04889 \\ 0.14816 & -0.13692 & 0.01014 & -0.00113 & -0.01839 & 0.65068 & 0.08616 & -0.28134 \\ 0.48062 & 0.27612 & 0.57303 & 0.02361 & -0.10867 & -1.03287 & -0.38518 & 0.17485 \\ 0.02525 & 0.07046 & 0.007592 & -0.01255 & -0.00257 & -0.60842 & 0.01213 & 0.14776 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln x_1(-1) \\ \ln x_2(-1) \\ \ln x_3(-1) \\ \ln x_4(-1) \\ \ln x_5(-1) \\ \ln x_6(-1) \\ \ln x_7(-1) \\ \ln x_8(-1) \end{pmatrix}$$





# 案例分析-结果

## 稳定性检验

Roots of AR Characteristic Polynomial

Index	Real	Imaginary	Modulus	Radian	Decay
1	0.99892	0.00000	0.9989	0.0000	0.0000
2	0.82098	0.33069	0.8954	0.3829	21.9397
3	0.82098	-0.33069	0.8954	-0.3829	-21.9397
4	0.62411	0.48637	0.7912	0.6620	37.9293
5	0.62411	-0.48637	0.7912	-0.6620	-37.9293
6	-0.22492	0.36287	0.4269	2.1257	121.7923
7	-0.22492	-0.36287	0.4269	-2.1257	-121.7923
8	-0.85524	0.00000	0.8552	3.1416	180.0000

VAR(1)模型的所有特征值都在单位圆内，所以模型是稳定的。

## 单方程显著性检验

The VARMAX Procedure

Univariate Model ANOVA Diagnostics

Variable	R-Square	Standard Deviation	F Value	Pr > F
y1	0.9995	0.02269	2277.70	<.0001
y2	0.9983	0.03573	642.61	<.0001
y3	0.9990	0.03680	1145.63	<.0001
y4	0.9860	0.11061	79.01	<.0001
y5	0.9726	0.13063	39.98	<.0001
y6	0.9998	0.00344	5821.84	<.0001
y7	0.9994	0.02271	1836.92	<.0001
y8	0.9987	0.00598	890.08	<.0001

伴随概率  
 $P < 0.0001$ , 说明8个方程均显著。



# 案例分析-结果

Forecasts

Variable	Obs	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
y1	20	12.66326	0.02269	12.61879	12.70773
	21	12.82020	0.05583	12.71077	12.92963
	22	12.97730	0.07199	12.83620	13.11839
	23	13.13766	0.08073	12.97943	13.29589
	24	13.28811	0.08414	13.12319	13.45302
y2	20	9.61981	0.03573	9.54977	9.68985
	21	9.73849	0.06542	9.61028	9.86670
	22	9.87995	0.08367	9.71595	10.04395
	23	10.01781	0.09344	9.83466	10.19996
	24	10.14368	0.09720	9.95318	10.33418
y3	20	12.08295	0.03680	12.01082	12.15508
	21	12.25110	0.06028	12.13296	12.36924
	22	12.39615	0.08066	12.23807	12.55423
	23	12.56918	0.09543	12.38213	12.75623
	24	12.72999	0.10493	12.52432	12.93566
y4	20	8.37238	0.11061	8.15558	8.58918
	21	8.21628	0.13796	7.94589	8.48667
	22	8.06018	0.16531	7.73019	8.39017
y4	22	8.48172	0.14616	8.19525	8.76819
	23	8.57823	0.14768	8.28878	8.86769
	24	8.75365	0.14937	8.46089	9.04642
y5	20	-0.33951	0.13063	-0.59555	-0.08347
	21	-0.09402	0.15902	-0.40737	0.21765
	22	-0.35331	0.19748	-0.65037	0.03375
y6	23	-0.28579	0.21349	-0.70424	0.13265
	24	-0.49149	0.23838	-0.95871	-0.02427
	20	10.36263	0.00344	10.35589	10.36937
y6	21	10.39426	0.00527	10.38393	10.40458
	22	10.42169	0.00660	10.40859	10.43479
	23	10.45266	0.00826	10.43847	10.46686
y7	24	10.48486	0.00963	10.46598	10.50373
	20	9.12593	0.02271	9.08142	9.17045
	21	9.17972	0.03233	9.11636	9.24307
y8	22	9.30185	0.05235	9.19926	9.40445
	23	9.46311	0.06224	9.34112	9.58509
	24	9.58267	0.06588	9.45356	9.71179
y8	20	3.61581	0.00598	3.60408	3.62753
	21	3.62343	0.00930	3.60521	3.64165
	22	3.64320	0.01436	3.62105	3.67735
y8	23	3.67458	0.01715	3.64097	3.70820
	24	3.70426	0.01873	3.66756	3.74096

VAR(1)模型的  
8个变量的5个  
预测值