Aufgabe 1

Gruppe 4

Jonas Eckhoff Anton Jabs Florian ... Felix Kieckhäfer

13. November 2018

Zur Regelauslegung in der Simulationsumgebung wird ein genaues Farzeugmodell benötigt. Dafür müssen unter anderem unbekannte Systemparameter gemessen werden. Je genauer diese bestimmt werden, desto besser kann die Dynamik modelliert werden. Im Nachfolgenden werden vier Versuche beschrieben, die wir durchgeführt haben um die unbekannten Parameter zu bestimmen.

1 Masse und Schwerpunktslage

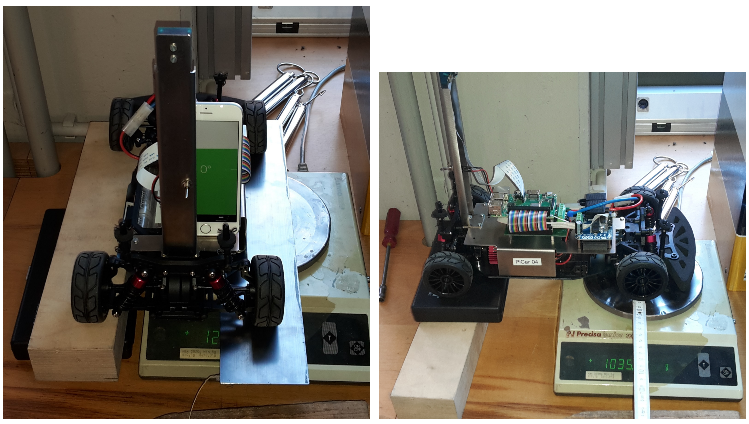


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Schwerpunktsbestimmung

Die Schwerpunktslage x_S in x-Richtung, bzw. y_S in y-Richtung errechnen wir mit den Formeln

$$x_S = \frac{F_{\text{hinten}}}{F_{\text{hinten}} + F_{\text{vorne}}} l_x, \qquad y_S = \frac{F_{\text{links}}}{F_{\text{links}} + F_{\text{rechts}}} l_y.$$

Wobei die x-Achse parallel zur Längsachse und die y-Achse parallel zu den Radachsen des Autos verlaufen soll. F_{hinten} ist die Kraft, die auf die hinteren Räder auf das Auto wirkt, F_{vorne} ist die Kraft auf die vorderen Räder und l_x ist die Länge zwischen den Radachsen. Entsprechend sind F_{links} die Kraft links, F_{rechts} die Kraft rechts und l_y die Länge zwischen den Rädern, wobei wir mit links in Fahrtrichtung links meinen.
Um die Kräfte zu bestimmen, haben wir zunächst das Gesamtgewicht m des Autos mit der bereitgestellten Waage gemessen, wobei wir davon ausgehen, dass die Waage das Gewicht mit vernachlässigbarem Fehler anzeigt. Anschließend haben wir für x_S, wie in Abbildung 1 gezeigt,

versucht, nur das Gewicht jeweils vorne und hinten zu bestimmen. Um das Auto möglichst gerade auf die Waage zu stellen, haben wir uns mit einer Wasserwaagenapp auf einem Smartphone und einigen Gegenständen beholfen, was man auch in Abbildung 1 sieht. Bei diesem Aufbau verlassen wir uns auf die Genauigkeit der App, sowie der möglichst exakten Platzierung des Autos auf der Waage. Dabei haben wir die Resultate

$$m = 2260.1 \text{ g}, \quad m_{\text{vorne}} = 1035.08 \text{ g}, \text{ und } m_{\text{hinten}} = 1230.5 \text{ g}$$

ermittelt. Es muss $m = m_{\text{vorne}} + m_{\text{hinten}}$ gelten, nach unseren Messungen erhalten wir aber $m_{\text{vorne}} + m_{\text{hinten}} = 2265.58$ g, ein Fehler, der weniger als 1% des Gewichts des Autos ausmacht. Die Länge l_x zwischen den Achsen beläuft sich auf $l_x = 0.261$ m, mit der obigen Formel erhalten wir also

$$x_S = \frac{1035.08 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.261 \text{ m}}{2260.1 \text{ g} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.1195 \text{ m}$$

in Relation zur hinteren Radachse. Ganz analog ermitteln wir y_S in Relation zum linken Rad:

$$m_{\text{links}} = 1090.0 \text{ g}, \; m_{\text{rechts}} = 1158.85 \text{ g}, \; l_y = 0.165 \text{ m} \Rightarrow y_S = \frac{1158.85 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.165 \text{ m}}{2260.1 \text{ g} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.0846 \text{ m}$$

Auch hier erhalten wir mit $m_{\text{links}} + m_{\text{rechts}} = 2248,58$ g einen Fehler, der 1% des Gesamtgewichts des Autos nicht überschreitet. Zusätzlich haben wir als Kontrolle versucht, das Auto auf einer Stange zu balancieren, und bekamen einen Schwerpunkt heraus, der sich sehr nahe dem errechneten Schwerpunkt befindet.

2 Massenträgheitsmoment

2.1 Theorie

Das Trägheitsmoment kann experimentell durch einen Pendelversuch bestimmt werden. Für eine harmonische Schwingung kann die Auslenkung x mit der Kreisfrequenz ω als Funktion der Zeit dargestellt werden:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

Das Drehmoment, das auf den Körper wirkt beträgt

$$M = -mgd = -mglsin(\varphi).$$

In Verbindung mit $M(t) = I\alpha(t)$ gilt

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} sin(\varphi) = 0.$$

Für kleine Winkel und der damit verbundenen Annahme $sin(\varphi) \approx \varphi$ gilt

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \varphi = 0.$$

Damit ist die Schwingungsdauer T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

und das Trägheitsmoment I

$$I = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgl.$$

2.2 Praxisversuch

Das für den Pendelversuch verwendete Pendel besteht aus einer Holzplatte und einem Gestell. Das kombinierte Trägheitsmoment für Platte und Gestell bezüglich des gemeinsamen Schwerpunktes beträgt $0,057kgm^2$. Die Schwingungsdauer T mit montiertem Autos beträgt $1,3749s$, das Gesamtgewicht aus Holzplatte, Gestell und Auto ergibt sich zu $m_{ges} = 0,846 + 1,152 + 2,26 = 4,258kg$. Die Pendellänge l ist der Abstand vom gemeinsamen Schwerpunkt zur Drehachse und beträgt $0,383m$. Daraus ergibt sich ein Trägheitsmoment von

$$I_{ges} = \left(\frac{1,3749}{2\pi}\right)^2 \cdot 4,258 \cdot 9.81 \cdot 0.383 = 0,7662kgm^2.$$

Dieses ist das Trägheitsmoment des kombinierten Körpers (Holzplatte, Gestell und Auto) bezüglich der Drehachse. Mit Hilfe des Steiner'schen Satzes kann die Bezugsachse in den gemeinsamen Schwerpunkt verschoben werden:

$$I_{ges,SP} = I_{ges} + m_{ges} \cdot l^2 \qquad \rightarrow \qquad 0,7662 + 4,258 \cdot 0,383^2 = 1,39kgm^2.$$

Das Trägheitsmoment des Autos bezüglich des Schwerpunkts berechnet sich aus der Differenz des Gesamtträgheitsmoment und des Trägheitsmoment der Aufhängung:

$$1,39 - 0,057 = 1,333kgm^2.$$

3 Beziehung von Stellgrößen der Motoren zu Lenkwinkel und Geschwindigkeit

3.1 Geschwindigkeit

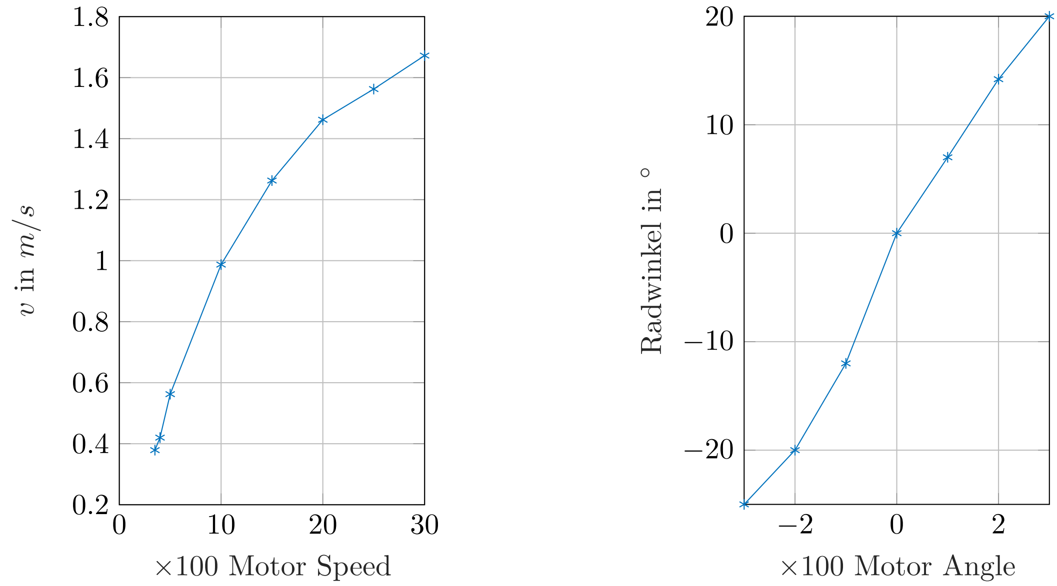
Um die Geschwindigkeit zu einer jeweils vorgegebenen Leistung am Motor zu bestimmen, haben wir das Auto auf gerader Strecke durch zwei Lichtschranken fahren lassen. Mithilfe eines Osziloskops konnten wir die Kurvenverläufe an den Ausgängen der Lichtschranken vergleichen und so die Zeit bestimmen, die das Auto gebraucht hat um die Strecke zwischen den beiden Schranken zurück zu legen. Mit einem aufgeklebten Papier an der Fahrzeugfront haben wir sichergestellt, dass trotz leichter Höhendifferenzen bei beiden Lichtschranken die erste Flanke des Ausgangssignals der gleichen Lage des Autos relativ zur Schranke entspricht.

Bezeichne $x(t) : [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ die Lage des Autos in Fahrtrichtung, $l \in [0, \infty]$ den Abstand zwischen den beiden Lichtschranken und $t_1, t_2 \in [0, \infty]$ den Zeitpunkt, bei dem die Fahrzeugfront an der ersten, beziehungsweise zweiten Lichtschranke ist. Dann lässt sich die Durschnittsgeschwindigkeit $v_d \in \mathbb{R}$ des Autos zwischen den beiden Schranken folgendermaßen berechnen:

$$v_d := \frac{\int_{t_0}^{t_1} \dot{x}(t)dt}{t_1 - t_0} = \frac{x(t_1) - x(t_2)}{t_1 - t_0} = \frac{l}{t_1 - t_0}$$

Wenn wir sicherstellen, dass das Auto zwischen den Schranken eine konstante Geschwindigkeit $v \in \mathbb{R}$ fährt, also $\dot{x}|_{t \in [t_0, t_1]} \equiv v$, entspricht $v_d = v$:

$$v_d = \frac{\int_{t_0}^{t_1} \dot{x}(t)dt}{t_1 - t_0} = \frac{\int_{t_0}^{t_1} vdt}{t_1 - t_0} = v\frac{t_1 - t_0}{t_1 - t_0} = v$$



(a) Geschwindigkeit

(b) Lenkwinkel

Abbildung 2: Messergebnisse für die Simulink Stellgrößen `Motor Speed` (2a) und `Motor Angle` (2b)

Falls die angenommenen Länge um $\Delta l \in \mathbb{R}$ von der wirklichen Länge l abweicht ergibt sich ein Fehler $e \in \mathbb{R}$ bei der Bestimmung der Geschwindigkeit von

$$e = \frac{\Delta l}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta l}{\frac{l}{v}} = \frac{\Delta l}{l} v$$

Wir gehen davon aus, dass wir die Lichtschranken im Abstand von $1m \pm 1cm$ genau plaziert haben, also deshalb die Geschwindigkeit bis auf 1% genau bestimmen konnten. Den Messfehler bei der Zeitmessung betrachten wir hier nicht, da er sich mit dem Oszilloskop bis auf Mikrosekunden sehr genau bestimmen ließ. Die Messergebnisse sind in Abbildung 2a dargestellt

3.2 Lenkwinkel

Um den Lenkwinkel zu messen, haben wir die Reifenstellung auf ein Papier abgetragen und die jeweiligen Winkel mit dem Geodreieck gemessen. Aufgrund von Fehlern beim Abtragen sowie dem recht großen Spiel der Reifen bei fest gesetzten Lenkwinkel schätzen wir den Messfehler auf $\pm 5°$ ein. Aus den Messergebnissen in Abbildung 2b kann man einen linearen Zusammenhang erahnen.

4 Über-/Untersteuerung und Seitenkraftbeiwerte