Транспортные задачи по критерию времени

Студент III курса
Прикладной математики
Гайдей Р.В.

Транспортные задачи по критерию времени

Транспортные задачи по критерию времени – разновидность транспортных задач, целью которых является достижение наименьшего времени перевозки груза.

Транспортные задачи по критерию времени

Транспортные задачи по критерию времени – разновидность транспортных задач, целью которых является достижение наименьшего времени перевозки груза.

Такие задачи возникают при перевозке срочного груза. Это может быть гуманитарная помощь пострадавшим, скоропортящиеся продукты, лекарства, вакцины, условия хранения которых трудно поддерживать при транспортировке длительное время и т.п.

В ходе работы:

В ходе работы:

- Рассмотрена классическая транспортная задача по критерию времени и алгоритм ее минимизации

В ходе работы:

- Рассмотрена классическая транспортная задача по критерию времени и алгоритм ее минимизации

- Рассмотрена транспортная задача по критерию времени по Постану и алгоритм ее минимизации

В ходе работы:

- Рассмотрена классическая транспортная задача по критерию времени и алгоритм ее минимизации
- Рассмотрена транспортная задача по критерию времени по Постану и алгоритм ее минимизации
- Создана программная реализация обоих алгоритмов минимизации

Классическая транспортная задача по критерию времени

$$T\left(X\right) = \max_{x_{ij}>0} t_{ij} \to \min,$$

Классическая транспортная задача по критерию времени

$$T\left(X\right) = \max_{x_{ij}>0} t_{ij} \to \min,$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j,\ j = 1, 2, \ldots, m,$$

Классическая транспортная задача по критерию времени

$$T\left(X\right)=\max_{x_{ij}>0}t_{ij}\rightarrow\min,$$

$$\sum_{j=1}^{m}x_{ij}=a_i,\ \ i=1,2,\ldots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}=b_j,\ \ j=1,2,\ldots,m,$$

$$x_{ij}\geq 0, x_{ij}\ \ -\ \text{натуральные}\ \forall\ i,j,$$

Классическая транспортная задача по критерию времени

$$T\left(X\right)=\max_{x_{ij}>0} t_{ij}\to\min,$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij}=a_i,\ \ i=1,2,\ldots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}=b_j,\ \ j=1,2,\ldots,m,$$

$$x_{ij}\geq 0, x_{ij}\ \ -\ \text{натуральные}\ \forall\ i,j,$$

где t_{ij} - время перевозки от i - ого поставщика j - ому потребителю

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max\left(t_{ij}\right)$. Обозначим ее через $\left(i_0 j_0\right)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $t_{ij} > T\left(X_1\right)$.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $t_{ij} > T(X_1)$.
4. Строим все возможные разгрузочные циклы, отрицательная полуцепь C^- содержит только те клетки, где $x_{ij} \geq x_{i_0 j_0}$, а полуцепь C^+ - клетки с $t_{ij} < T(X_1)$.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $t_{ij} > T(X_1)$.
4. Строим все возможные разгрузочные циклы, отрицательная полуцепь C^- содержит только те клетки, где $x_{ij} \geq x_{i_0 j_0}$, а полуцепь C^+ - клетки с $t_{ij} < T(X_1)$.
5. Выполнить сдвиг на величину $\theta = x_{i_0 j_0}$. Получим новый план X_2.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $t_{ij} > T(X_1)$.
4. Строим все возможные разгрузочные циклы, отрицательная полуцепь C^- содержит только те клетки, где $x_{ij} \geq x_{i_0 j_0}$, а полуцепь C^+ - клетки с $t_{ij} < T(X_1)$.
5. Выполнить сдвиг на величину $\theta = x_{i_0 j_0}$. Получим новый план X_2.
6. Повторяем шаги 2-5. Если на шаге 4 не существует разгрузочных циклов - оптимальный план достигнут.

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Зависимость t_{ij} от x_{ij} выглядит следующим образом:

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Зависимость t_{ij} от x_{ij} выглядит следующим образом:

$$t_{ij}\left(x_{ij}\right) = \frac{x_{ij}}{P_{ij}} + \tau_{ij} e\left(x_{ij}\right),$$

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Зависимость t_{ij} от x_{ij} выглядит следующим образом:

$$t_{ij}\left(x_{ij}\right) = \frac{x_{ij}}{P_{ij}} + \tau_{ij} e\left(x_{ij}\right),$$

где P_{ij} - производительность транспортных систем, что работают в направлении $A_i \to B_j$;

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Зависимость t_{ij} от x_{ij} выглядит следующим образом:

$$t_{ij}\left(x_{ij}\right)=\frac{x_{ij}}{P_{ij}}+\tau_{ij}e\left(x_{ij}\right),$$

где P_{ij} - производительность транспортных систем, что работают в направлении $A_i \to B_j$;

τ_{ij} - время выполнения дополнительных операций, не связанных непосредственно с перевозкой и перегрузкой (непроизводительные простои, прохождение таможни и др.) при транспортировке груза от пункта A_i к пункту B_j.

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Зависимость t_{ij} от x_{ij} выглядит следующим образом:

$$t_{ij}\left(x_{ij}\right) = \frac{x_{ij}}{P_{ij}} + \tau_{ij} e\left(x_{ij}\right),$$

где P_{ij} - производительность транспортных систем, что работают в направлении $A_i \to B_j$;
τ_{ij} - время выполнения дополнительных операций, не связанных непосредственно с перевозкой и перегрузкой (непроизводительные простои, прохождение таможни и др.) при транспортировке груза от пункта A_i к пункту B_j.

$$e\left(x\right) = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 0; \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Критерий оптимальности:

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Критерий оптимальности:

$$T\left(X\right)=\max_{x_{ij}>0}t_{ij}\left(x_{ij}\right)\rightarrow\min,$$

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Критерий оптимальности:

$$T(X) = \max_{x_{ij}>0} t_{ij}(x_{ij}) \to \min,$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i,\ i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j,\ j = 1, 2, \ldots, m,$$

Транспортная задача по критерию времени по Постану

Критерий оптимальности:

$$T(X) = \max_{x_{ij}>0} t_{ij}(x_{ij}) \to \min,$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, \; j = 1, 2, \dots, m,$$

$$x_{ij} \geq 0, x_{ij} \; - \; \text{натуральные} \; \forall \; i, j,$$

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $1 + P_{ij}\tau_{ij} \geq P_{ij}T(X_1)$.

Алгоритм минимизации

1. Построить опорный план X_1 любым известным способом. Найти его время.
2. Найти лимитирующую клетку - занятая клетка транспортной таблицы, в которой достигается $\max(t_{ij})$. Обозначим ее через $(i_0 j_0)$.
3. Вычеркнуть пустые клетки, для которых $1 + P_{ij}\tau_{ij} \geq P_{ij}T(X_1)$.
4. Строим все возможные разгрузочные циклы, отрицательная полуцепь C^- содержит только те клетки, где $x_{ij} \geq x_{i_0 j_0}$, а полуцепь C^+ - клетки с $t_{ij} < T(X_1)$.

Алгоритм минимизации

5. Для каждого цикла определяем такое значение θ,

$$\theta = 1, 2, \dots, \min_{(i,j)\in C^-} x_{ij},$$

которое минимизирует выражение:

$$T\left(X\left(\theta\right)\right) = \max_{x_{ij}>0} t_{ij}\left(x_{ij}\left(\theta\right)\right),$$

$$x_{ij}\left(\theta\right) = \begin{cases} x_{ij}, & \text{если } (i,j) \notin C^- \bigcup C^+ \\ x_{ij} - \theta, & \text{если } (i,j) \in C^- \\ x_{ij} + \theta, & \text{если } (i,j) \in C^+ \end{cases}$$

Если $\min_\theta T\left(X\left(\theta\right)\right)$ дотигается в нескольких значениях θ, то выбирается любое из них.

Алгоритм минимизации

6. Для каждого цикла находим время перевозки плана, который будет получен в случае сдвига по этому циклу при его оптимальном значении θ.

Алгоритм минимизации

6. Для каждого цикла находим время перевозки плана, который будет получен в случае сдвига по этому циклу при его оптимальном значении θ.
7. Среди полученных планов выбираем тот, который дает наибольшее снижение по времени.

Алгоритм минимизации

6. Для каждого цикла находим время перевозки плана, который будет получен в случае сдвига по этому циклу при его оптимальном значении θ.
7. Среди полученных планов выбираем тот, который дает наибольшее снижение по времени.
8. Повторяем пункты 2-8 до тех пор, пока на пункте 4 существуют разгрузочные циклы или пока на пункте 8 не будет планов, которые дают снижение по времени.

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!