MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
OBC	EXAMEN :	BACCALAURÉAT BLANC	Durée : 4h	Série : D & TI
DRL-DDSM	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Coefficient :4	Mai 2016

L'épreuve comporte trois exercices et un problème repartis sur deux pages numérotées de 1 à 2.

EXERCICE 1 : 3,25 points

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites définies par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{3} \\ U_{n+1} = \dfrac{3}{2}(U_n)^2 \end{cases}$ et $V_n = \ln\left(\dfrac{3}{2}U_n\right)$.

($\ln$ *désigne la fonction logarithme népérien).*

1. Calculer V_0. **0,25pt**
2. Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 2. **0,5pt**
3. Exprimer V_n en fonction de n, puis U_n en fonction de V_n. **0,5pt**
4. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ et en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$. **0,5pt**
5. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$ et $T_n = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_{n-1}$.
   - **(a)** Montrer que $S_n = (1-2^n)\ln 2$. **0,5pt**
   - **(b)** Exprimer T_n en fonction de n et justifier que : $T_n = \left(\dfrac{2}{3}\right)^n e^{S_n}$. **1pt**

EXERCICE 2 : 4,75 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ d'unité graphique $2cm$.

1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16 + 16i = 0$.
   - **(a)** Développer et réduire $(z+2)\left[z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i)\right]$. **0,5pt**
   - **(b)** Déterminer les racines carrées de $-8-6i$. **0,5pt**
   - **(c)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_1) : z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i) = 0$. **0,5pt**
   - **(d)** En déduire alors les solutions de l'équation (E). **0,5pt**
2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = -2$, $z_B = 4i$ et $z_C = 2-2i$.
   - **(a)** Faire une figure. **0,5pt**
   - **(b)** Soit K le milieu de $[BC]$. On considère la similitude directe S de centre A qui transforme B en K.
     Déterminer et construire l'image $\mathscr{C}'$ du cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ par S. **0,75pt**
   - **(c)** Déterminer l'écriture complexe de S. **1pt**
   - **(d)** Déterminer une mesure de l'angle orienté et le rapport de S. **0,5pt**

PROBLEME : 12 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A,B et C

PARTIE A : 4,75 points

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}-e^{-x}$ et l'on désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ *(unité graphique : 3cm)*.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$? **0,5pt**
2. Calculer $f'(x)$, en déduire les variations de f pour $x\in[0;+\infty[$. **1pt**
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 0. **0,5pt**
4. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α.

   Montrer que $1<\alpha<2$ et déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α. **1pt**
5. Tracer (T) et $\mathscr{C}$ sur la même figure. **0,75pt**
6. **(a)** Déterminer les réels a et b tels que, $\forall x\neq -1, \dfrac{x-1}{x+1}=a+\dfrac{b}{x+1}$. **0,25pt**

   (b) En déduire en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (T), $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x=1$. *(on hachurera ce domaine)* **0,75pt**

PARTIE B : 2,25 points

On considère l'équation différentielle $(E): y''+3y'+2y=\dfrac{x-1}{x^2}e^{-x}$.

1. Montrer que la fonction φ définie sur $]0;+\infty[$ par $\varphi(x)=e^{-x}\ln x$ est une solution particulière de (E). **1pt**
2. Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y''+3y'+2y=0$. **0,75pt**
3. En déduire les solutions générales de (E). **0,5pt**

PARTIE C : 5 points

A) Une urne contient n boules blanches $(n\in\mathbb{N}, n\geq 2)$, 5 boules rouges et 3 boules vertes. Un tirage consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de l'urne.

1. Quelle est la probabilité de tirer 2 boules blanches ? **0,5pt**
2. Montrer que la probabilité de tirer 2 boules de même couleur est $p(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$. **1pt**
3. On suppose que : $n=4$ et un joueur effectue 2 tirages indépendants avec remise.

   Pour chaque tirage, Si les boules sont unicolores, il reçoit $400F$, sinon il reçoit $50F$. Il mise $300F$. Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur à l'issue des 2 tirages.

   Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique de X. **1,5pt**

B) On donne la série statistique suivante à deux variables :

x_i	1,2	1,4	1,6	1,8	2
y_i	13	12	14	16	a

La droite de régression de y en x est : $y=9x+0,6$.

1. Calculer $\overline{x}$ et $\overline{y}$. **0,5pt**
2. Montrer que $a=20$. **0,5pt**
3. Calculer $\operatorname{cov}(x,y)$. **0,5pt**
4. Calculer r et conclure. **0,5pt**