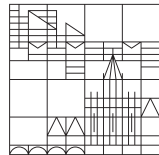


Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität
Konstanz



22/11/2018

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität
Konstanz



22/11/2018

Landauniveaus

Energieaufspaltung durch Quantisierung der Ladungsträgerbewegung im Magnetfeld.

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exzeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdender Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exzeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exzeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exzeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdender Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exzeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

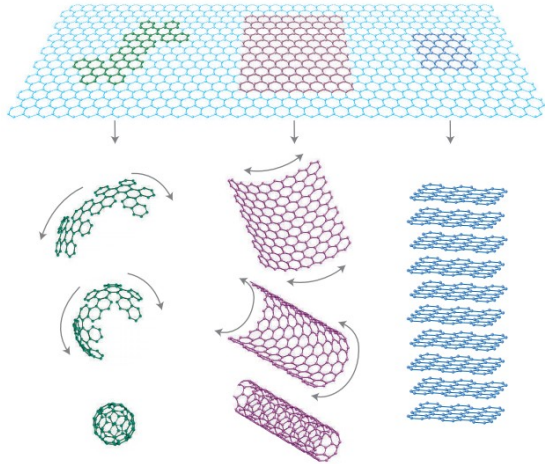
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität

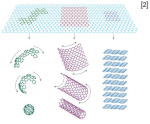
└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnschichten sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität



[2]



- nanotubes (1D), Fullerene (0D), Graphit (3D)
- Monolagen bisher kaum herstellbar → wie viele Lagen können als 2D Struktur betrachtet werden?
- Elektronische Struktur ändert sich rapide bei Erreichen von 10 Schichten
Bis zu 2 Schichten → 1 Ladungsträgertyp, 1 Lochtyp (simples elektronisches Spektrum);
3+ Schichten → mehrere Ladungsträger- und Lochtypen (kompliziertes elektronisches Spektrum);
- \Rightarrow 1, 2, 3+10 Lagenstrukturen in 3 2D Kristalle unterscheidbar

2018-11-19

└─Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen, nicht weniger!

└─ Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen, nicht weniger!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

2018-11-19

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
 \rightarrow Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
 \rightarrow Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
 \rightarrow Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
 \rightarrow Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
 \rightarrow Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
 \rightarrow Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
 \rightarrow Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
 \rightarrow Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- v_F statt c

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen \rightarrow relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- v_F statt c

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
 \rightarrow Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
 \rightarrow Weil QED Phänomäne proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ *Pseudospin* wird eingeführt

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ Pseudospin wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung

Quantenelektrodynamische Phenomäne $\frac{c}{v_F} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien observiert!

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ Pseudospin wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung

Quantenelektrodynamische Phenomäne $\frac{c}{v_F} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien observiert!

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

└ Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

2018-11-19

└ Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

2018-11-19

Chiralität

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.
Von Graphen

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}

└ Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

└ Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

└ Chiralität

Parität

- Transformation $(t, .x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z)$
- Parität einer Größe *positiv*, falls invariant
- Parität einer Größe *negativ*, falls Vorzeichenwechsel

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

Landauniveaus in Graphen I

Normale Landayniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c$$

Monolage

$$E_n = \text{sgn}(n) \sqrt{2e\hbar v_f^2 |n| B}$$

Doppellage

$$E_n = \text{sgn}(n) \hbar \omega_c \sqrt{|n|(|n| + 1)}$$



2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Landauniveaus in Graphen I

Landau-Niveaus in Graphen I

Normale Landayniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c$$

Monolage

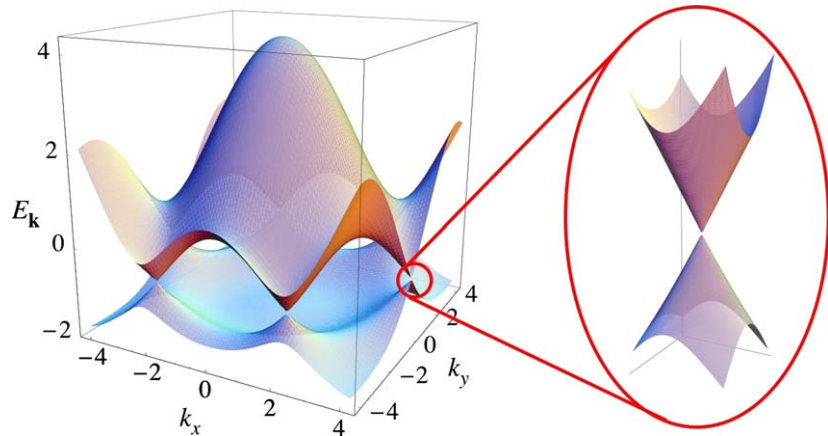
$$E_n = \text{sgn}(n) \sqrt{2e\hbar v_f^2 |n| B}$$

Doppellage

$$E_n = \text{sgn}(n) \hbar \omega_c \sqrt{|n|(|n| + 1)}$$

- *Normales* Landauniveau: Translationsenergie in Feldrichtung weggelassen!
- Energie relativ zum Dirac-Punkt gemessen (da, wo Leitungsband und Valenzband sich berühren)
- Bei Monolage und Doppellage: $E_n(n = 0) = 0$! Existenz eines null Energie Niveaus

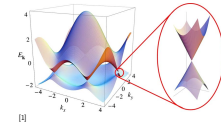
Quanten Hall Effekt (QHE) I



[1]

2018-11-19

Quanten Hall Effekt (QHE) I



- Bandstruktur von Graphen
- Zoom auf einen der Dirac Punkte

Bandstruktur von Graphen

Landauniveaus in Graphen II

Entartung der Landauniveaus in Graphen

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Landauniveaus in Graphen II

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten (unterschiedliche Subgitter!) haben das gleiche Spektrum
- Landauniveaus zweifach entartet
- Null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher
→ damit teilt es Elektronenzustände ($\mu > 0$) und Lochzustände ($\mu < 0$)

Bandstruktur von Graphen

└ Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx -longitudinale Komponente, xy -Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

- Leitfähigkeitstensor Komponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- Leitfähigkeitstensor Komponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensor Komponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

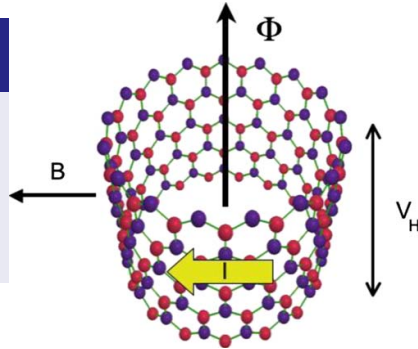
$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände



[1]

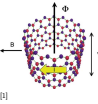
2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände



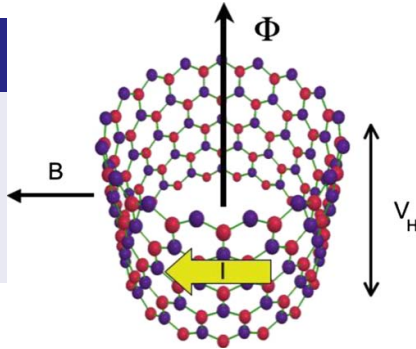
- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände

$$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E -Gesamtenergie des Systems,
 Φ -Magnetischer Fluss



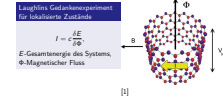
[1]

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Anormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landaniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall plateau bei $n = 0$

Richtiger Ansatz

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landaniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall plateau bei $n = 0$

Richtiger Ansatz

- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite