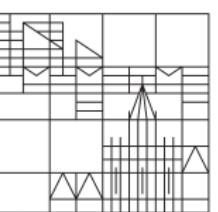


Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität
Konstanz



22/11/2018

Übersicht

- 1 Graphen und dessen Produktion
- 2 Quantenelektrodynamik (QED) in Graphenschichten
- 3 Landauniveaus (in Graphen)
- 4 Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen
- 5 Graphen auf Metallsubstraten

└ Übersicht

2018-11-21

Graphen - Einführung

2018-11-21

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen └ Graphen

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur

2018-11-21

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen

2018-11-21

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibratoren
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

2018-11-21

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

2018-11-21

└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität

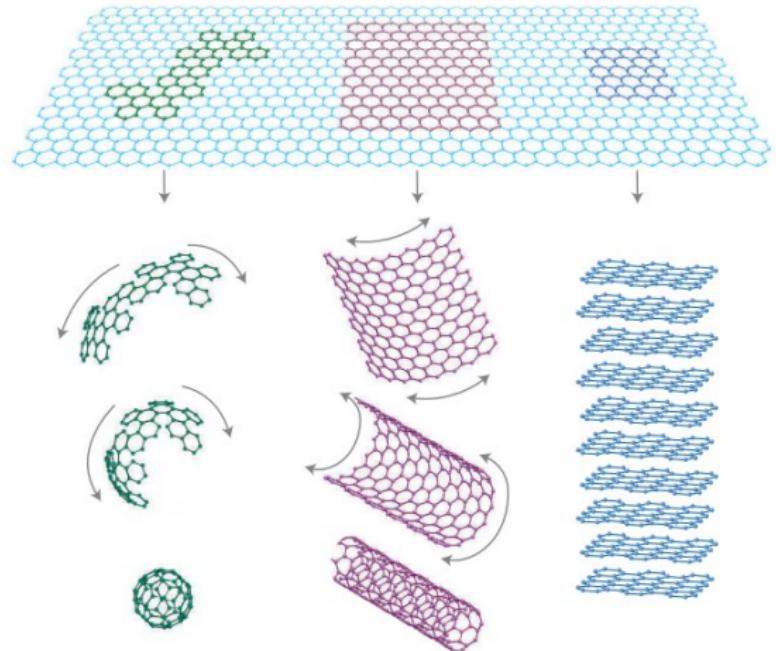
└ Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
Leicht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphitstrukturen

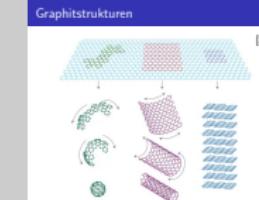
[2]



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Graphitstrukturen



- nanotubes (1D), Fullerene (0D), Graphit (3D)
- Monolagen bisher kaum herstellbar → wie viele Lagen können als 2D Struktur betrachtet werden?
- Elektronische Struktur ändert sich rapide bei Erreichen von 10 Schichten
Bis zu 2 Schichten → 1 Ladungsträgertyp, 1 Lochtyp (simples elektronisches Spektrum);
3+ Schichten → mehrere Ladungsträger- und Lochtypen (kompliziertes elektronisches Spektrum);
- ⇒ 1, 2, 3+10 Lagenstrukturen in 3 2D Kristalle unterscheidbar

Produktion

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Produktion

Produktion

Abspalten mithilfe von Klebeband

Landa-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Produktion

Produktion

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen

2018-11-21

└ Produktion

Produktion

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen

Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten

2018-11-21

└ Produktion

Produktion

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen

Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten

- Monolage
- Erhitztes Metallsubstrat ($T > 1000^\circ\text{C}$) wird Dampf (z. B. C_2H_4) ausgesetzt
- Moleküle spalten auf, C-Atome werden gebunden, H-Atome verdampfen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Produktion

Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-21

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

2018-11-21

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

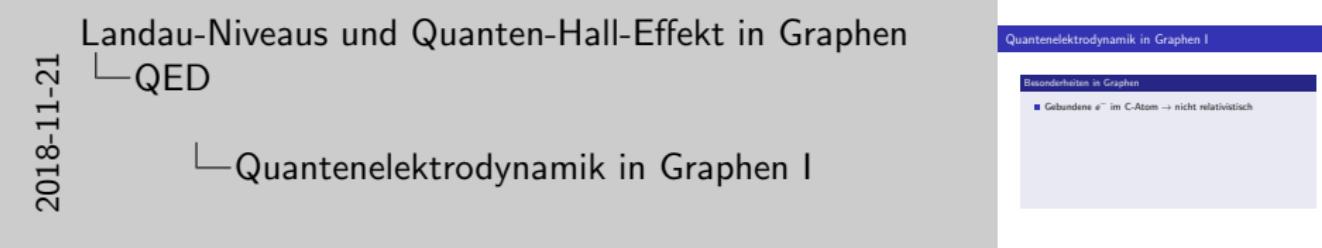
Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch



Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
→ **relativistisch**

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-21

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
→ relativistisch

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → **relativistisch**
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-21

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → **relativistisch**
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → **relativistisch**
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-21

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → **relativistisch**
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- v_F statt c

└ QED

└ Quantenelektrodynamik in Graphen I

2018-11-21

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom → nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen → **relativistisch**
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- v_F statt c

Besonderheiten

- Gebundene e^- : Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masselose relativistische Ladungsträger
→ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
→ Weil QED Phänomene proportional zur Geschwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- $\vec{\sigma}$ koppelt mit \vec{k} ⇒ entgegengesetzte Wellenvektoren k zeigen das gleiche elektronische Spektrum
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phänomene meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phänomene dominieren
Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Quantenelektrodynamik in Graphen II

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
→ Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- $\vec{\sigma}$ koppelt mit \vec{k} ⇒ entgegengesetzte Wellenvektoren k zeigen das gleiche elektronische Spektrum
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phänomene meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phänomene dominieren
Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage
 e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ *Pseudospin* wird eingeführt

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern → Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- $\vec{\sigma}$ koppelt mit \vec{k} ⇒ entgegengesetzte Wellenvektoren k zeigen das gleiche elektronische Spektrum
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phänomene meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phänomene dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage
 e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ Pseudospin wird eingeführt

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

→ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage
 e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern → Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- $\vec{\sigma}$ koppelt mit \vec{k} ⇒ entgegengesetzte Wellenvektoren k zeigen das gleiche elektronische Spektrum
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phänomene meist proportional zu c
- Quantenelektrodynamische Phänomene dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

→ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung

Quantenelektrodynamische Phomäne $\frac{c}{v_F} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien oberviert!

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage
 e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
→ Pseudospin wird eingeführt

$$\hat{H}_1 = \hbar v_F \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_F \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung
Quantenelektrodynamische Phomäne $\frac{c}{v_F} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien oberviert!

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern → Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- $\vec{\sigma}$ koppelt mit \vec{k} ⇒ entgegengesetzte Wellenvektoren k zeigen das gleiche elektronische Spektrum
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Chiralität

2018-11-21

└ Chiralität

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

2018-11-21

└ Chiralität

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Chiralität

Chiralität

Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Chiralität

Parität

- Transformation $(t, x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z)$
- Parität einer Größe *positiv*, falls invariant
- Parität einer Größe *negativ*, falls Vorzeichenwechsel

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

Landauniveaus I

2018-11-21

└ Landauniveaus I

Landau niveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld

2018-11-21

└ Landau niveaus I

Landau niveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Landau niveaus I

Landauniveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Landauniveaus I

Landauniveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

Landauniveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

$$E_n^{\text{Landau}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Landauniveaus I

Landauniveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

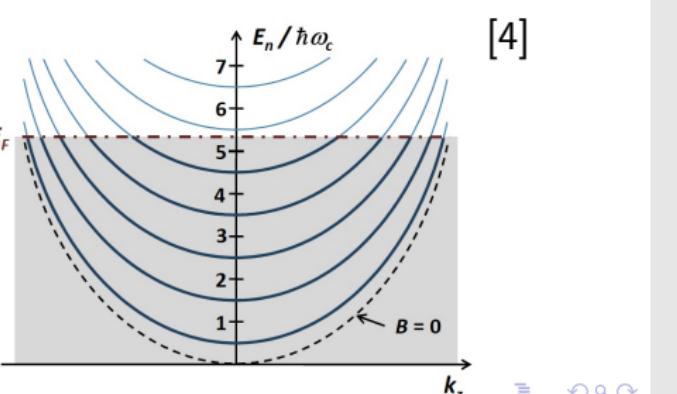
$$E_n^{\text{Landau}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

Landauniveaus I

- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

$$E_n^{\text{Landau}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$



2018-11-21

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landauniveaus I

Landauniveaus I

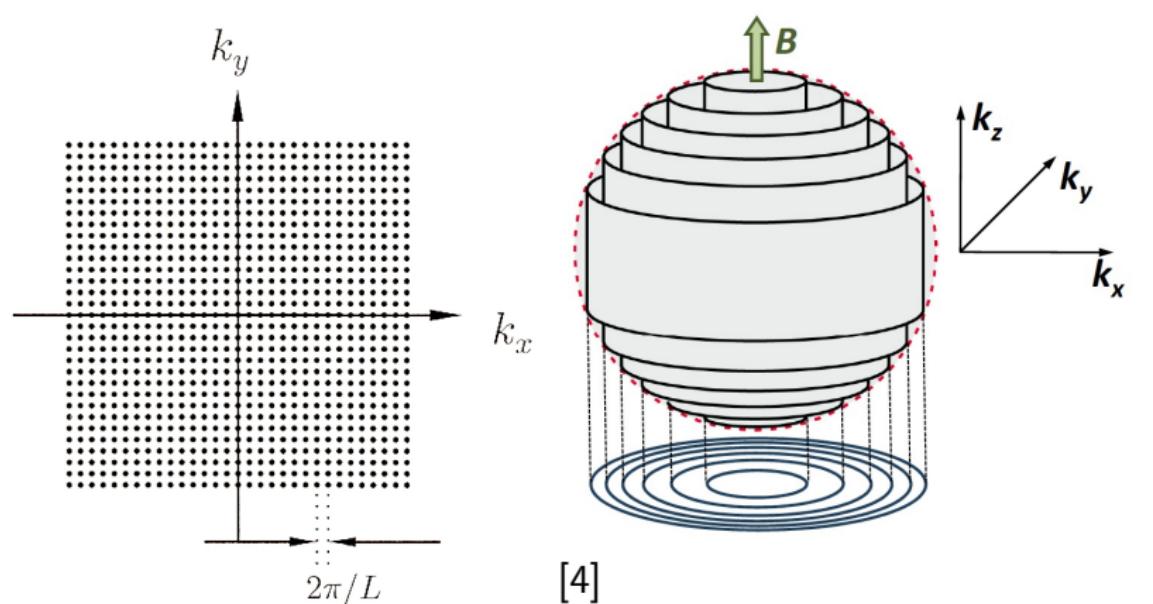
- Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf Kreisbahnen
- Quantisierte Kreisbahnen wegen quantisiertem Spin

$$E_n^{\text{Landau}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$

- Landauniveaus → Energiequantelung von Ladungsträgern im Magnetfeld
- Bewegung orthogonal zum Magnetfeld auf quantisierten Kreisbahnen
- Kreisbahnen quantisiert wegen quantisiertem Spin
- Plot der Energien

Landauniveaus II

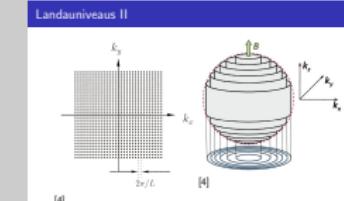


[4]

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Landauniveaus II



- Zustände im k -Raum → im dreidimensionalen durch Fermi-Kugel beschränkt
- Landau-Zylinder im dreidimensionalen k -Raum → Kreisbahnen mit variablem k_z parallel zum Magnetfeld

Landauniveaus in Graphen I

Normale Landauniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c$$

Monolage

$$E_n = \text{sgn}(n) \sqrt{2e\hbar v_f^2 |n| B}$$

Doppellage

$$E_n = \text{sgn}(n) \hbar\omega_c \sqrt{|n|(|n| + 1)}$$

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landauniveaus

Landauniveaus in Graphen I

2018-11-21

Landauniveaus in Graphen I

Normale Landauniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c$$

Monolage

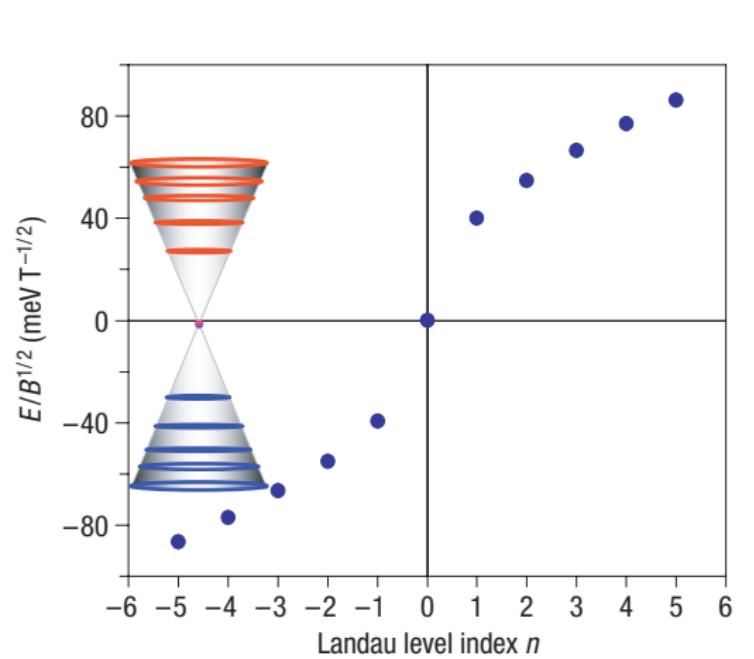
$$E_n = \text{sgn}(n) \sqrt{2e\hbar v_f^2 |n| B}$$

Doppellage

$$E_n = \text{sgn}(n) \hbar\omega_c \sqrt{|n|(|n| + 1)}$$

- Normales Landauniveau: Translationsenergie in Feldrichtung weggelassen!
- Energie relativ zum Dirac-Punkt gemessen (da, wo Leitungsband und Valenzband sich berühren)
- Bei Monolage und Doppellage: $E_n(n=0) = 0$! Existenz eines null Energie Niveaus

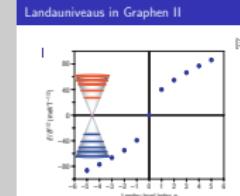
Landauniveaus in Graphen II



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

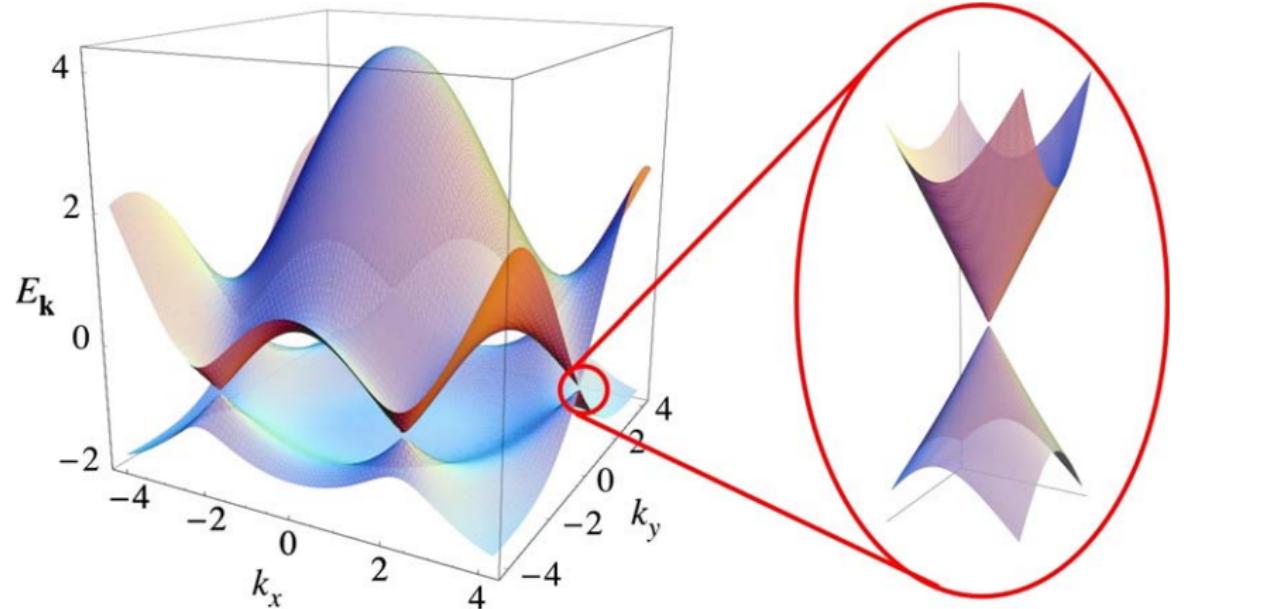
2018-11-21

Landauniveaus in Graphen II



- Keine Lücke zwischen Valenz- und Leitungsband
- Kegel statt Parabelförmigem Ding
- Wurzelverhalten zwischen den Landauniveaus, keine Äquidistanz

Landauniveaus in Graphen III



[1]

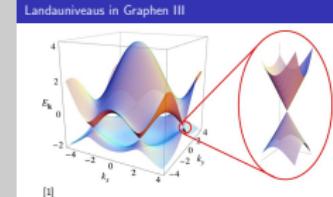
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Landauniveaus in Graphen III

- Bandstruktur von Graphen
- Zoom auf einen der Dirac Punkte

Bandstruktur von Graphen



Landauniveaus in Graphen IV

Entartung der Landauniveaus in Graphen

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Landauniveaus in Graphen IV

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten (unterschiedliche Subgitter!) haben das gleiche Spektrum
- Landauniveaus zweifach entartet
- Null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher → damit teilt es Elektronenzustände ($\mu > 0$) und Lochzustände ($\mu < 0$)

Bandstruktur von Graphen

Entartung der Landauniveaus in Graphen

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx -longitudinale Komponente, xy -Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Annormaler ganzzahliger QHE

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

2018-11-21

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx -longitudinale Komponente, xy -Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

2018-11-21

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Annormaler ganzzahliger QHE

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

Annormaler ganzzahliger QHE

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx -longitudinale Komponente, xy -Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

■ lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Annormaler ganzzahliger QHE

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

2018-11-21

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $\sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

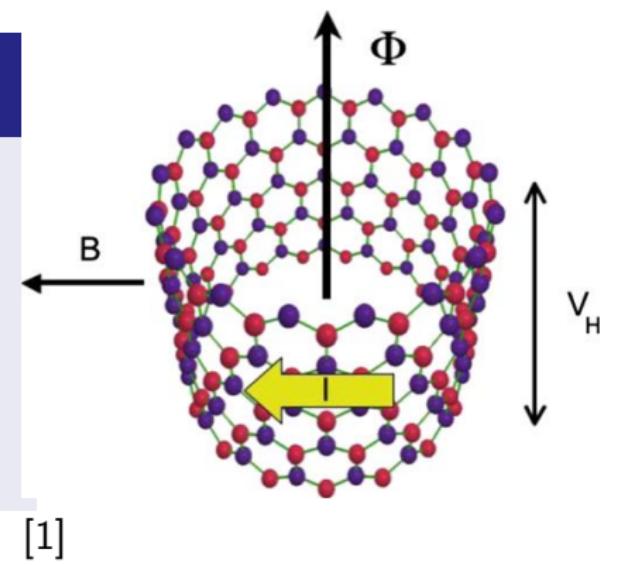
Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0, \rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ -Widerstand
- xx -longitudinale Komponente, xy -Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände

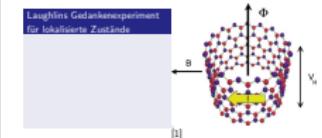


Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

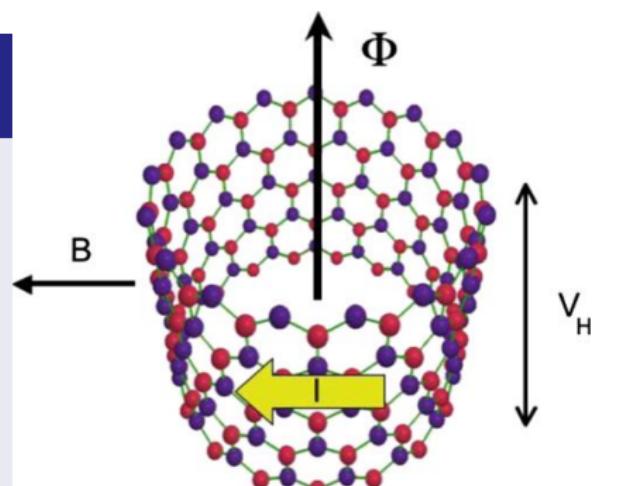


Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände

$$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E -Gesamtenergie des Systems,
 Φ -Magnetischer Fluss



[1]

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



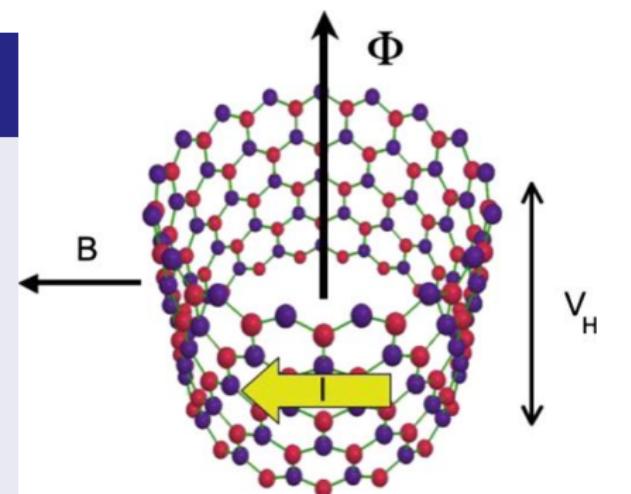
- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment
für lokalisierte Zustände

$$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E -Gesamtenergie des Systems,
 Φ -Magnetischer Fluss
→ betrachte Flussänderung
 $\delta \Phi = hc/e$ (eine Flussquante)



[1]

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände

$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi}$

E -Gesamtenergie des Systems,
 Φ -Magnetischer Fluss
→ betrachte Flussänderung
 $\delta \Phi = hc/e$ (eine Flussquante)

[1]

- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

- Alle Landauniveaus beteiligt → 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landau niveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H$

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H$

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

- Alle Landauniveaus beteiligt $\rightarrow 4$ wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landau niveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$

[Estadística](#)

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{loc}} = \pm 4neV_{\text{H}}$
 $\rightarrow k_{\text{loc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\text{H}} \rightarrow \sigma_{\text{xx,loc}} = \frac{e}{h} = \pm 4ne^2/h$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall-Plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall-Plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

- Alle Landauniveaus beteiligt $\rightarrow 4$ wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
 - ⚡ Hall-Plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

- #### ■ Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

- Alle Landau niveaus beteiligt \rightarrow 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasipinentartung
 - μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
 - Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landau niveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
 - Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Echter Ansatz

- Alle Landau niveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{loc}} = \pm 4\pi eV_{\text{II}}$
 $\rightarrow E_{\text{loc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\text{II}} \rightarrow \sigma_{xy,\text{loc}} = \frac{e}{h} = \pm 4\pi e^2/h$
 - Hall Plateau bei $\mu = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

- #### ■ Berücksichtigung des null-Energie-Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall-Plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

- Berücksichtigung des null Energie Niveaus
 $\rightarrow \delta E = \pm 2(2n + 1)eV_H$
 $\rightarrow \sigma_{xy} = \pm 2(2n + 1)\frac{e^2}{h}$

Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen III

Falscher Ansatz

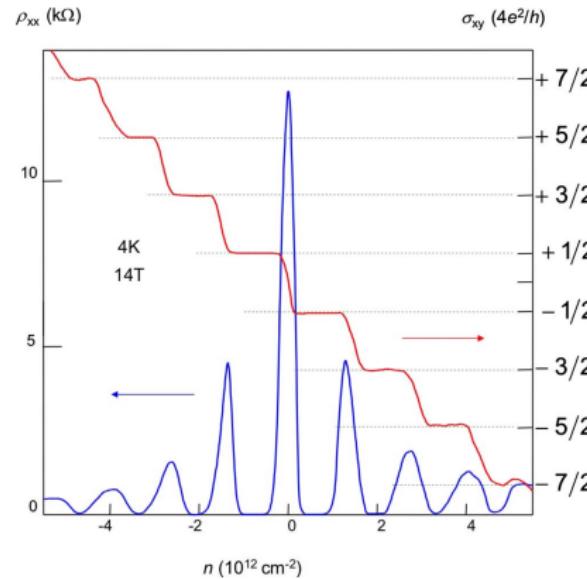
- Alle Landauniveaus beteiligt
 $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_H$
 $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_H \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_H} = \pm 4ne^2/h$
- ⚡ Hall-Plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

- Berücksichtigung des null Energie Niveaus
 $\rightarrow \delta E = \pm 2(2n + 1)eV_H$
 $\rightarrow \sigma_{xy} = \pm 2(2n + 1)\frac{e^2}{h}$

- Alle Landauniveaus beteiligt $\rightarrow 4$ wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen IV

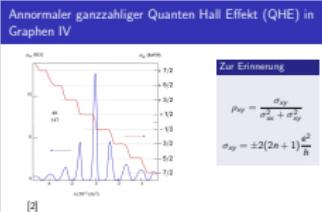


[2]

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen IV



- In blau: Longitudinalkomponente des Widerstands
- In rot: Hall-Komponente der Leitfähigkeit → Kein Hall-Plateau bei $n = 0$
- Äquidistante Stufen der Hall-Leitfähigkeit σ_{xy}
- Verschiebung um $1/2$ im Vergleich zum normalen QHE

Ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in bischichtigem Graphen I

- Chirale Quasiteilchen ($m \approx 0,05m_e$)
- Massive Dirac-Teilchen mit Pseudospin

■

$$\delta E = \pm \hbar\omega \sqrt{n(n-1)}$$

- Zwei entartete Landauniveaus: $n = 0, n = 1$

■

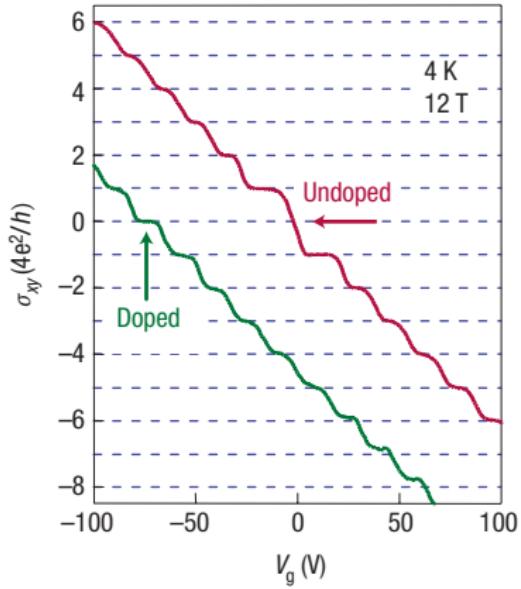
Landauniveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in bischichtigem Graphen I

- Quasiteilchen nicht mehr masselos wegen Wechselwirkung zwischen den beiden Lagen
- Pseudospin erhalten
- Zwei entartete Landauniveaus

Ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in bischichtigem Graphen II



[2]

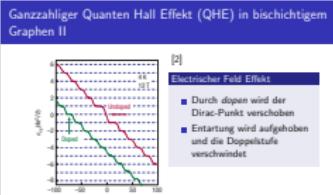
Electrischer Feld Effekt

- Durch *dopen* wird der Dirac-Punkt verschoben
- Entartung wird aufgehoben und die Doppelstufe verschwindet

2018-11-21

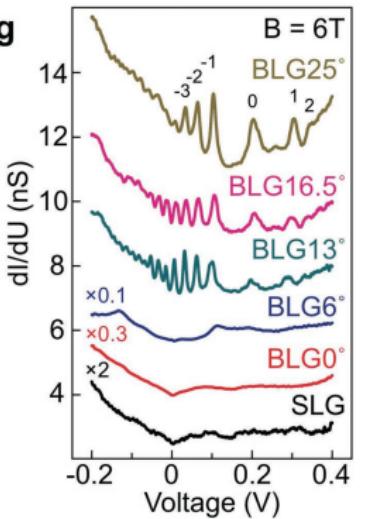
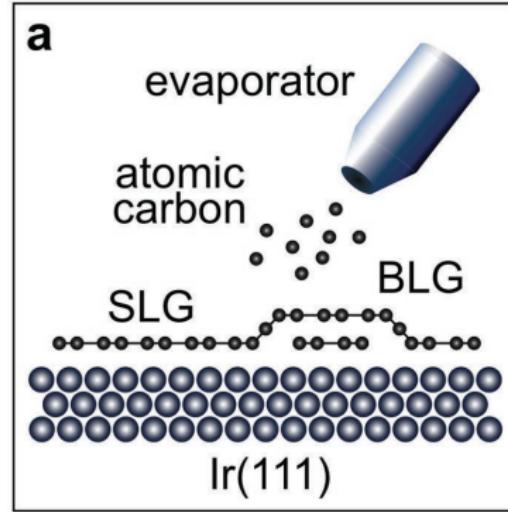
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in bischichtigem Graphen II



- Stufen für bischichtiges Graphen
- Doppelstufe wegen Entartung von $n = 0, 1$
- Durch *Dopen* wird Dirac-Punkt verschoben und Entartung verschwindet → elektrische Feld-Effekt

Bischichtiges Graphen auf Metallsubstraten

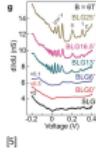
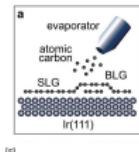


[5]

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen └ Graphen auf Metallsubstraten

└ Bischichtiges Graphen auf Metallsubstraten

2018-11-21



[5]

- Monoschicht wird chemisch dampfabgelagert
- Zweite Schicht mit Druck untendrunter gebracht (obere Schicht bleibt erhalten wegen der hohen Bindungskräfte in der Ebene)
- Abhängig vom Drehwinkel zwischen den beiden Graphenschichten werden die Landau niveaus wieder sichtbar

Quellen I

-  N. M. R. Peres K. S. Novoselov A. H. Castro Neto F. Guinea and A. K. Geim. “The electronic properties of graphene”. In: *Reviews of modern physics* 81 (Jan. 2009).
-  K. S. Novoselov A. K. Geim. “The rise of graphene”. In: *nature materials* 6 (Mar. 2007).
-  Eva Y. Andrei Guohong Li. “Observation of Landau levels of Dirac fermions in graphite”. In: *nature physics* 3 (July 2007).
-  Achim Marx Rudolf Gross. *Festkörperphysik*. Ed. by Achim Marx Rudolf Gross. De Gruyter, 2018.

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

2018-11-21

└ Quellen

-  N. M. R. Peres K. S. Novoselov A. H. Castro Neto F. Guinea and A. K. Geim. “The electronic properties of graphene”, In: *Reviews of modern physics* 81 (Jan. 2009).
-  K. S. Novoselov A. K. Geim. “The rise of graphene”, In: *nature materials* 6 (Mar. 2007).
-  Eva Y. Andrei Guohong Li. “Observation of Landau levels of Dirac fermions in graphite”, In: *nature physics* 3 (July 2007).
-  Achim Marx Rudolf Gross. *Festkörperphysik*. Ed. by Achim Marx Rudolf Gross. De Gruyter, 2018.

Quellen II



Julia Tesch Felix Förchner Vivien Enenkel Charlotte Herbig
Timo Knispel Alexander Tries Jörg Kröger Yuriy Dedkov
Mikhail Fonin Sabina Simon Elena Voloshina. “Layer-by-Layer
Decoupling of Twisted Graphene Sheets Epitaxially Grown on
a Metal Substrate”. In: *small-journal* (2018).

2018-11-21

└ Quellen