Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität Konstanz

22/11/2018

2018-11-19

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität Konstanz

22/11/2018

Übersicht

Landauniveaus

Energieaufspaltung durch Quantisierung der Ladungsträgerbewegung im Magnetfeld.

Übersicht
Landauniveaus
Energieaufspaltung durch Quantisierung der Ladungsträgerbewegung im Magnetfeld.

Graphen - Einführung

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur

Graphen - Einführung
2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen

Graphen - Einführung
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

Graphen - Einführung
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

Graphen - Einführung
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphen - Einführung

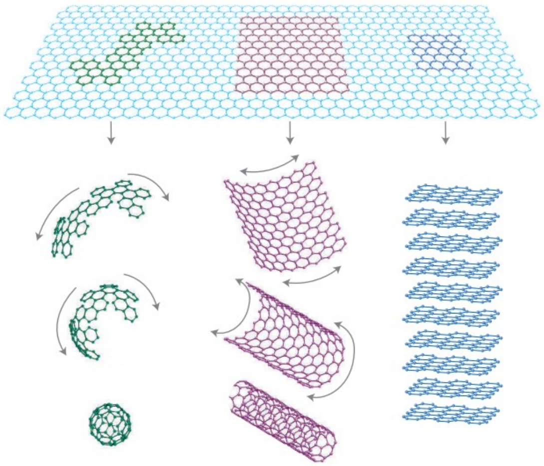
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität

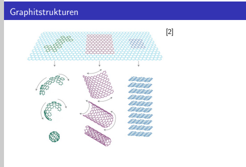
Graphen - Einführung
- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität

- 2D Monoschicht aus C-Atomen - Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen - Bilder folgen gleich
- Akademisches Material - Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt - Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte;
  Lecht gekrumpelt $\rightarrow$ Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität - Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphitstrukturen

[2]





- nanotubes (1D), Fullerene (0D), Graphit (3D)
- Monolagen bisher kaum herstellbar → wie viele Lagen können als 2D Struktur betrachtet werden?
- Elektronische Struktur ändert sich rapide bei Erreichen von 10 Schichten
  Bis zu 2 Schichten → 1 Ladungsträgertyp, 1 Lochtyp (simples elektronisches Spektrum);
  3+ Schichten → mehrere Ladungsträger- und Lochtypen (kompliziertes elektronisches Spektrum);
- ⇒ 1, 2, 3+¡10 Lagenstrukturen in 3 2D Kristalle unterscheidbar

Produktion

Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Produktion
- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen, nicht weniger!

Produktion
- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit
Abspalten mithilfe von Klebeband
20-100 Lagen, nicht weniger!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen
Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen
Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen
- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen
Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_{F} der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
- e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- v_F statt c

Quantenelektrodynamik in Graphen I
Besonderheiten in Graphen
Gebundene e^- im C-Atom $\rightarrow$ nicht relativistisch
e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen $\rightarrow$ relativistisch
Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
v_F statt c

Besonderheiten

- Gebundene e^-: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
  $\rightarrow$ Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e^-
  $\rightarrow$ Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Der Hamiltonian für eine Monolage

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern $\rightarrow$ Pseudospin; $\vec{\sigma}$-zweidimensionale Pauli-Matrix, $\vec{k}$-Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage
e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern $\rightarrow$ Pseudospin; $\vec{\sigma}$-zweidimensionale Pauli-Matrix, $\vec{k}$-Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage
e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern $\rightarrow$ Pseudospin; $\vec{\sigma}$-zweidimensionale Pauli-Matrix, $\vec{k}$-Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{\mathrm{H}}_1 = \hbar v_{\mathrm{F}} \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_{\mathrm{F}} \vec{\sigma} \vec{k}$$

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage
e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt
$\hat{\mathrm{H}}_1 = \hbar v_{\mathrm{F}} \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_{\mathrm{F}} \vec{\sigma} \vec{k}$

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
  $\rightarrow$ Pseudospin; $\vec{\sigma}$-zweidimensionale Pauli-Matrix, $\vec{k}$-Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Quantenelektrodynamik in Graphen II

Der Hamiltonian für eine Monolage

e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt

$$\hat{\mathrm{H}}_1 = \hbar v_\mathrm{F} \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_\mathrm{F} \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung

Quantenelektrodynamische Phenomäne $\frac{c}{v_\mathrm{F}} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien observiert!

Quantenelektrodynamik in Graphen II
Der Hamiltonian für eine Monolage
e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
$\rightarrow$ *Pseudospin* wird eingeführt
$\hat{\mathrm{H}}_1 = \hbar v_\mathrm{F} \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_\mathrm{F} \vec{\sigma} \vec{k}$
Wert von Graphen für die Forschung
Quantenelektrodynamische Phenomäne $\frac{c}{v_\mathrm{F}} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien observiert!

Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern
  $\rightarrow$ Pseudospin; $\vec{\sigma}$-zweidimensionale Pauli-Matrix, $\vec{k}$-Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- **Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!**

Chiralität

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.
Von Graphen

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.
Von Graphen
Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.
Von Graphen
Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$
Positiv für Elektronen, negativ für Löcher

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

Chiralität
Definition
Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.
Von Graphen
Projektion von $\vec{\sigma}$ auf $\vec{k}$
Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
Kontext: k Elektronen, $-k$ Löcher

Parität

- Transformation $(t, .x, y, z) \to (t, -x, -y, -z)$
- Parität einer Größe *positiv*, falls invariant
- Parität einer Größe *negativ*, falls Vorzeichenwechsel

Landauniveaus in Graphen I

Normale Landayniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c$$

Monolage

$$E_n = \mathrm{sgn}(n)\sqrt{2e\hbar v_f^2|n|B}$$

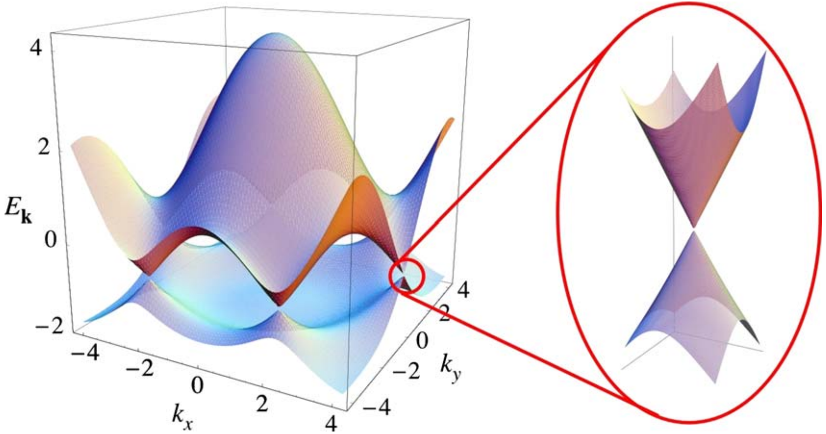
Doppellage

$$E_n = \mathrm{sgn}(n)\hbar\omega_c\sqrt{|n|(|n|+1)}$$

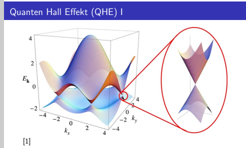
Landauniveaus in Graphen I
Normale Landayniveaus
$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c$
Monolage
$E_n = \mathrm{sgn}(n)\sqrt{2e\hbar v_f^2|n|B}$
Doppellage
$E_n = \mathrm{sgn}(n)\hbar\omega_c\sqrt{|n|(|n|+1)}$

- *Normales* Landauniveau: Translationsenergie in Feldrichtung weggelassen!
- Energie relativ zum Dirac-Punkt gemessen (da, wo Leitungsband und Valenzband sich berühren)
- Bei Monolage und Doppellage: $E_n(n = 0) = 0$! Existenz eines null Energie Niveaus

Quanten Hall Effekt (QHE) I



[1]



- Bandstruktur von Graphen
- Zoom auf einen der Dirac Punkte

Bandstruktur von Graphen

Landauniveaus in Graphen II

Entartung der Landauniveaus in Graphen

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher

Landauniveaus in Graphen II
Entartung der Landauniveaus in Graphen
- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten (unterschiedliche Subgitter!) haben das gleiche Spektrum
- Landauniveaus zweifach entartet
- Null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher $\rightarrow$ damit teilt es Elektronzustände ($\mu > 0$) und Lochzustände ($\mu < 0$)

Bandstruktur von Graphen

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ-Wiederstand
- *xx*-longitudinale Komponente, *xy*-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma xy^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$-longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$-Hall Komponente

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ-Wiederstand
- *xx*-longitudinale Komponente, *xy*-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma xy^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$-longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$-Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ-Wiederstand
- *xx*-longitudinale Komponente, *xy*-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma xy^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$-longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$-Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0$, $\rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I
Leitfähigkeitstensorkomponenten
$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma xy^2}$
$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$-longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$-Hall Komponente
Chemisches Potential in Region von
lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0$, $\rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$

- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ-Wiederstand
- *xx*-longitudinale Komponente, *xy*-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma xy^2}$$

$\sigma_{xx}(\rho_{xx})$-longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$-Hall Komponente

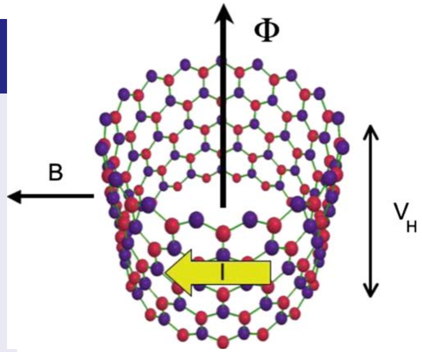
Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0$, $\rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

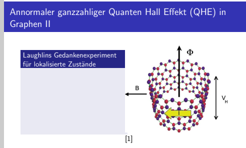
- Leitfähigkeitstensorkomponenten - *sigma*-Leitfähigkeit, ρ-Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände



[1]



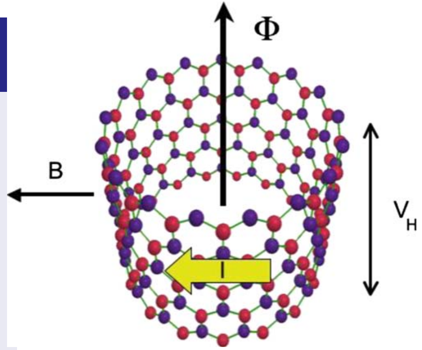
- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände

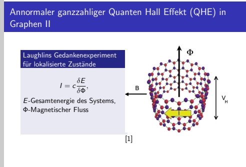
$$I = c\frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E-Gesamtenergie des Systems,
Φ-Magnetischer Fluss



[1]

└Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



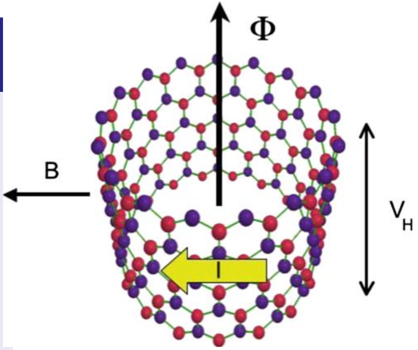
- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

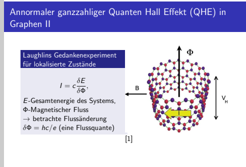
Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände

$$I = c\frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E-Gesamtenergie des Systems,
Φ-Magnetischer Fluss
$\rightarrow$ betrachte Flussänderung
$\delta\Phi = hc/e$ (eine Flussquante)



[1]



- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren **nicht** auf Änderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
  $\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 n e V_{\mathrm{H}}$
  $\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4 (e^2/h) V_{\mathrm{H}}$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt
$\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 n e V_{\mathrm{H}}$
$\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4 (e^2/h) V_{\mathrm{H}}$

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
  $\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4neV_{\mathrm{H}}$
  $\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4ne^2/h$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt
$\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4neV_{\mathrm{H}}$
$\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4ne^2/h$

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
  $\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 ne V_{\mathrm{H}}$
  $\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h) V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4ne^2/h$
- ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt
$\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 ne V_{\mathrm{H}}$
$\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h) V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4ne^2/h$
ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
  $\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 n e V_{\mathrm{H}}$
  $\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h) V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4 n e^2/h$
- ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

- Berücksichtung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt
$\rightarrow \delta E_{\mathrm{inc}} = \pm 4 n e V_{\mathrm{H}}$
$\rightarrow I_{\mathrm{inc}} = \pm 4(e^2/h) V_{\mathrm{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\mathrm{inc}} = \frac{I}{V_{\mathrm{H}}} = \pm 4 n e^2/h$
ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt
Richtiger Ansatz
Berücksichtung des null Energie Niveaus

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

Falscher Ansatz

- Alle Landauniveaus beteiligt
  $\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_{\text{H}}$
  $\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\text{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_{\text{H}}} = \pm 4ne^2/h$
- ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

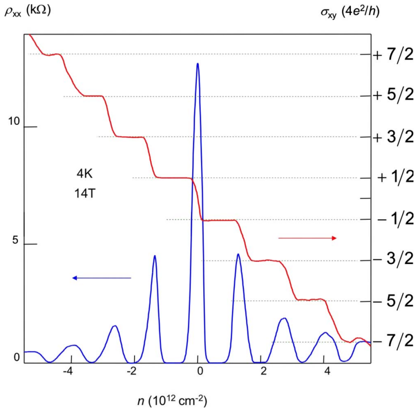
Richtiger Ansatz

- Berücksichtung des null Energie Niveaus
  $\rightarrow \delta E = \pm 2(2n+1)eV_{\text{H}}$
  $\rightarrow \sigma_{xy} = \pm 2(2n+1)\frac{e^2}{h}$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II
Falscher Ansatz
Alle Landauniveaus beteiligt
$\rightarrow \delta E_{\text{inc}} = \pm 4neV_{\text{H}}$
$\rightarrow I_{\text{inc}} = \pm 4(e^2/h)V_{\text{H}} \rightarrow \sigma_{xy,\text{inc}} = \frac{I}{V_{\text{H}}} = \pm 4ne^2/h$
ϟ Hall plateau bei $n = 0$, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt
Richtiger Ansatz
Berücksichtung des null Energie Niveaus
$\rightarrow \delta E = \pm 2(2n+1)eV_{\text{H}}$
$\rightarrow \sigma_{xy} = \pm 2(2n+1)\frac{e^2}{h}$

- Alle Landayniveaus beteiligt $\rightarrow$ 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt $\Leftrightarrow$ Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für $n = 0$, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



[2]