Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Hermann Böttcher

Universität Konstanz



22/11/2018



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Übersicht

Landauniveaus

Energieaufspaltung durch Quantisierung der Ladungsträgerbewegung im Magnetfeld.



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

∟Übersicht





2018-11-1

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Graphen - Einführung



- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Hermann Böttcher

 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Graphen - Einführung

ohen - Einführung	
2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur	

- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Graphen - Einführung

Monoschicht aus Kohl	enstoffatomen in	
enenwabenstruktur		
rundbaustein aller anders	sdimensionalen Graphitstrukturen	

Graphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Graphen - Einführung

raphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturer
 Zunächst für "akademisches Material gehalten"

- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt.



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Graphen - Einführung

raphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Zunächst für "akademisches Material gehalten"
- (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entder

- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstrukturen
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- 2004 als stabile Strukturen entdeckt.
- Exeptionell hohe kristalline und elektronische Qualität



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Graphen - Einführung

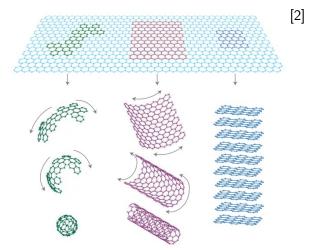
raphen - Einführung

- 2D Monoschicht aus Kohlenstoffatomen in Bienenwabenstruktur
- Grundbaustein aller andersdimensionalen Graphitstr
- Zunächst für "akademisches Material gehalten" (thermodynamisch instabil)
- Experience body by training and elektronische On

- 2D Monoschicht aus C-Atomen Zwei überlappende Dreiecksgitter
- Grundbaustein von Graphitstrukturen Bilder folgen gleich
- Akademisches Material Schmelztemperatur von Dünnfilmen sinkt rapide mit kleiner werdenden Dicke
- In stabiler Form entdeckt Erklärung: Wegen hoher interatomarer Bindungsenergie nicht anfällig für thermische Dislokationen und andere Kristalldefekte; Lecht gekrumpelt → Elastische Energie aber Unterdrückung thermischer Vibrationen
- Exeptionelle kristalline und elektronische Qualität Ladungsträger: Masselose Dirac-Fermionen

Graphitstrukturen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen





Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

 $lue{}$ Graphitstrukturen



- nanotubes (1D), Fullerene (0D), Graphit (3D)
- Monolagen bisher kaum herstellbar → wie viele Lagen k\u00f6nnen als 2D Struktur betrachtet werden?
- Elektronische Struktur ändert sich rapide bei Erreichen von 10 Schichten
 Bis zu 2 Schichten → 1 Ladungsträgertyp, 1 Lochtyp (simples elektronisches Spektrum);
 3+ Schichten → mehrere Ladungsträger- und Lochtypen (kompliziertes elektronisches Spektrum);
- ullet \Rightarrow 1, 2, 3+j10 Lagenstrukturen in 3 2D Kristalle unterscheidbar

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Produktion

└─Produktion

◆□ > ◆□ > ◆ = > ◆ = → ○ へ ○

Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

■ Mikromechanisches Abspalten von Graphit



Hermann Böttcher Universität Konstanz Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─ Produktion

Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten ■ Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Produktion

- Chemische Dampfablagerung auf Metallsubstraten
- Chemische Dekomposition von SiC
- Mikromechanisches Abspalten von Graphit

Abspalten mithilfe von Klebeband

20-100 Lagen, nicht weniger!



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└-Produktion

Produktion

Chemische Dumpfaltagerung auf Metallsubstzeten

Chemische Delampszeiten von SC

Mikszemechanisches Alspallen von Grapht

20-100 Lagen, night weniger!



Hermann Böttcher Universität Konstanz Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Quantenelektrodynamik in Graphen I

intenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit $v_{\rm F} \, {\rm der} \, e^-$
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Besonderheiten in Graphen



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Quantenelektrodynamik in Graphen I



Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
 → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e⁻
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

■ Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch



Hermann Böttcher Universität Konstanz Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Quantenelektrodynamik in Graphen I



Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit $v_{\rm F} \, {\rm der} \, e^-$
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

antenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- ullet e^- im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
 - \rightarrow relativistisch



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Quantenelektrodynamik in Graphen I



Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
 → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_E der e⁻
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e[−] im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
 → relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Quantenelektrodynamik in Graphen I

econdorbatten in Graphen

© Gebundenn of "in C.Astom – nicht relativistisch

© 'im periodischen Potential der Kristalhtrukter von Grap

Masselsen relativistische Tellchen als Ladungsträger (bei
Meinen Energien)

antenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
 → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e⁻
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e[−] im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
 → relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Quantenelektrodynamik in Graphen I

ndenhiten is Graphin
Gebundens e" im C-Atom — nicht relativistisch
e" im periodischen Potential der Kristalistruktur von Graphen
– nelativistisch
Auszeisous relativistische Teitchen als Ladungsträger (bei
Güstens Energien)

Quarksitischen, durch Dirac-Geichung beschrieben

antenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
 → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e⁻
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Besonderheiten in Graphen

- Gebundene e^- im C-Atom \rightarrow nicht relativistisch
- e[−] im periodischen Potential der Kristallstruktur von Graphen
 → relativistisch
- Masselose relativistische Teilchen als Ladungsträger (bei kleinen Energien!)
- Quasiteilchen; durch Dirac-Gleichung beschrieben
- \blacksquare $v_{\rm F}$ statt c



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Quantenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten in Craphen

Gebandern e" im C-Atom — nicht relativistisch

B " im periodischen Potential der Kristalltursker von Graphen

Messelnen stellsvistischen Treithen als Ladungsträger (bei
Mönnen Energien)

G Quistichten, derch Drus Gelichung beschrieben

antenelektrodynamik in Graphen I

Besonderheiten

- Gebundene e⁻: Nicht relativistische
- Im Potential des Kristallgitters: Relativistisch
- Masseloste relativistische Ladungsträger
 → Dirac-Gleichung, nicht Schrödinger-Gleichung beschreibt die elektrischen Eigenschaften am einfachsten
- Quasiteilchencharakter vergleichbar mit geladenen Neutrinos
- Anstelle der Lichtgeschwindigkeit c tritt die Fermi-Geschwindigkeit v_F der e⁻
- → Weil QED Phenomäne proportional zur Geshwindigkeit der Teilchen Effekte in Graphen verstärkt!

Der Hamiltonian für eine Monolage



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Quantenelektrodynamik in Graphen II

uantenelektrodynamik in Graphen II		
	Der Hamiltonian für eine Monolage	

Hamiltonian für Monolage

- Spin der e⁻ erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!

Der Hamiltonian für eine Monolage

 e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Quantenelektrodynamik in Graphen II



Hamiltonian für Monolage

2018-1

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern \rightarrow Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!

Der Hamiltonian für eine Monolage

- e^- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
- \rightarrow *Pseudospin* wird eingeführt



Hermann Böttcher Universität Konstanz
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Quantenelektrodynamik in Graphen II



Hamiltonian für Monolage

2018-1

- ullet Spin der e^- erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu *c*
- Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!

Der Hamiltonian für eine Monolage

- entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
- → *Pseudospin* wird eingeführt

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

$$\hat{\mathbf{H}}_1 = \hbar \mathbf{v}_{\mathrm{F}} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & k_{\mathrm{x}} - i k_{\mathrm{y}} \\ k_{\mathrm{x}} + i k_{\mathrm{y}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \hbar \mathbf{v}_{\mathrm{F}} \vec{\sigma} \vec{k}$$



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen 2018-11-19

-Quantenelektrodynamik in Graphen II



Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern \rightarrow Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e⁻ erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!

Der Hamiltonian für eine Monolage

- e entstammen einem der beiden Sub(-dreiecks-)gitter der Bienenwabenstruktur
- → Pseudospin wird eingeführt

$$\hat{\mathbf{H}}_1 = \hbar v_{\mathrm{F}} \begin{bmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{bmatrix} = \hbar v_{\mathrm{F}} \vec{\sigma} \vec{k}$$

Wert von Graphen für die Forschung

Quantenelektrodynamische Phenomäne $\frac{c}{v_F} \approx 300$ mal stärker in Graphen als bisher in anderen Materialien observiert!



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Quantenelektrodynamik in Graphen II



Hamiltonian für Monolage

- Bienenwabenstruktur entspricht zwei überlagerten Dreiecksgittern \rightarrow Pseudospin; $\vec{\sigma}$ -zweidimensionale Pauli-Matrix, \vec{k} -Wellenvektor
- Spin der e⁻ erhält extra Term im Hamiltonian
- Quantenelektrodynamische Phenomäne meist proportional zu c
- Quantenelektrodynamische Phenomäne dominieren Spin-Effekte in Graphen!

└─ Chiralität

Definition

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Chiralität

Definition

Zerfegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter
Partitisoperationen ineinander übergehen.

Chiralität

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Chiralität



Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

■ Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└-Chiralität



Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Chiralität

Chiralitä

Differen
Zeitgang van Diese Spiesenen in orthogenske Zustände, die unter
Früstlingen van Diese Spiesenen in orthogenske Zustände, die unter
Früstlingen van Diese Spiesenen bestehe die geben.

Wood Completen

**Prodrikt von dir Saf K

*** Prodrikt für Edistromen, magsärin für Löcher

Definition

Zerlegung von Dirac-Spinoren in orthogonale Zustände, die unter Paritätsoperationen ineinander übergehen.

Von Graphen

- Projektion von $\vec{\sigma}$ auf \vec{k}
- Positiv für Elektronen, negativ für Löcher
- Kontext: *k* Elektronen, −*k* Löcher



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└ Chiralität



Parität

- Transformation $(t, x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z)$
- Parität einer Größe *positiv*, falls invariant
- Parität einer Größe negativ, falls Vorzeichenwechsel

Landauniveaus in Graphen I

Normale Landayniveaus

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c$$

Monolage

$$E_n = \operatorname{sgn}(n) \sqrt{2e\hbar v_f^2 |n| B}$$

Doppellage

$$E_n = \operatorname{sgn}(n)\hbar\omega_c\sqrt{|n|(|n|+1)}$$

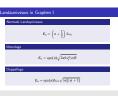
2000

2018-11-19

Universität Konstanz

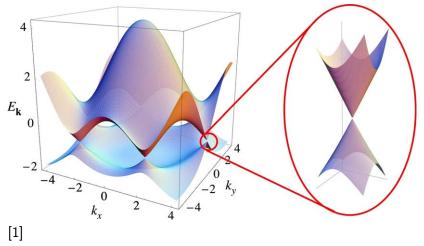
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landauniveaus in Graphen I



- *Normales* Landauniveau: Translationsenergie in Feldrichtung weggelassen!
- Energie relativ zum Dirac-Punkt gemessen (da, wo Leitungsband und Valenzband sich berühren)
- Bei Monolage und Doppellage: $E_n(n=0)=0!$ Existenz eines null Energie Niveaus

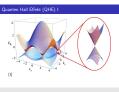
Quanten Hall Effekt (QHE) I



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

└─Quanten Hall Effekt (QHE) I



- Bandstruktur von Graphen
- Zoom auf einen der Dirac Punkte

Bandstruktur von Graphen

Landauniveaus in Graphen II

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Entartung der Landauniveaus in Graphen

- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten haben das gleiche Spektrum
- Jedes Landauniveau ist damit zweifach entartet
- Das null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Landauniveaus in Graphen II



- Landauniveaus auf gegenüberliegenden Dirac-Punkten (unterschiedliche Subgitter!) haben das gleiche Spektrum
- Landauniveaus zweifach entartet
- Null Energie Landauniveau teilen sich Elektronen und Löcher \to damit teilt es Elektronzustände ($\mu>0$) und Lochzustände ($\mu<0$)

Bandstruktur von Graphen

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

- Leitfähigkeitstensorkomponenten sigma-Leitfähigkeit,
 ρ-Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $o \sigma_{xx} \neq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

 $\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I



- Leitfähigkeitstensorkomponenten sigma-Leitfähigkeit,
 ρ-Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $o \sigma_{xx}
 eq 0$

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

 $\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I



- Leitfähigkeitstensorkomponenten sigma-Leitfähigkeit, ρ -Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

 $\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

lacksquare lokalisierten Zuständen $o \sigma_{xx} = 0 o
ho_{xx} = 0$, $ho_{xy} = rac{1}{\sigma_{xy}}$

◆□▶◆□▶◆臺▶◆臺▶ 臺 かへで

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I



- Leitfähigkeitstensorkomponenten sigma-Leitfähigkeit,
 ρ-Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Hermann Böttcher Universität Konstanz

Leitfähigkeitstensorkomponenten

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

 $\sigma_{xx}(\rho_{xx})$ -longitudinale Komponente, $sigma_{xy}(\rho_{xy})$ -Hall Komponente

Chemisches Potential in Region von

- lokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} = 0 \rightarrow \rho_{xx} = 0$, $\rho_{xy} = \frac{1}{\sigma_{xy}}$
- delokalisierten Zuständen $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen I



- Leitfähigkeitstensorkomponenten sigma-Leitfähigkeit, *ρ*-Wiederstand
- xx-longitudinale Komponente, xy-Hall Komponente
- Lokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} = 0$
- Delokalisierte Zustände $\rightarrow \sigma_{xx} \neq 0$

Hermann Böttcher Universität Konstanz



Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen



-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren nicht auf Anderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Anderung von Φ besetzt
- Aber: Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

für lokalisierte Zustände

(QHE) in Graphen II

-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt

 Lokalisierte Zustände reagieren nicht auf Anderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)

• Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom

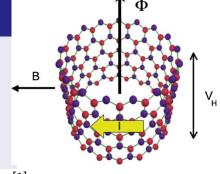
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Anderung von Φ besetzt
- Aber: Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände

$$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E-Gesamtenergie des Systems,

Φ-Magnetischer Fluss



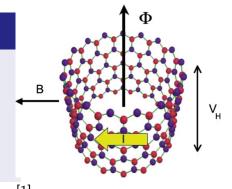
Laughlins Gedankenexperiment für lokalisierte Zustände

$$I = c \frac{\delta E}{\delta \Phi},$$

E-Gesamtenergie des Systems,

- Φ-Magnetischer Fluss
- → betrachte Flussänderung

$$\delta \Phi = hc/e$$
 (eine Flussquante)



4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B + 4 Q Q

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

- Lorentzkraft erzeugt Hall-Spannung orthogonal zu Feld und Strom
- Lokalisierte Zustände reagieren nicht auf Anderungen des Flusses Φ (nur die delokalisierten)
- Alle Zustände unter dem chemischen Potential vor und nach Änderung von Φ besetzt
- **Aber:** Eine ganzzahlige Anzahl Zustände kommt auf einer Seite rein und verlässt den Zylinder auf der anderen Seite

Falscher Ansatz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

■ Alle Landauniveaus beteiligt



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt
(QHE) in Graphen II



- Alle Landayniveaus beteiligt → 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Falscher Ansatz

■ Alle Landauniveaus beteiligt

$$\rightarrow \delta E_{\rm inc} = \pm 4 neV_{\rm H}$$

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

$$\rightarrow I_{\rm inc} = \pm 4(e^2/h)V_{\rm H}$$



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen



Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt
(QHE) in Graphen II

- Alle Landayniveaus beteiligt \rightarrow 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Falscher Ansatz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

■ Alle Landauniveaus beteiligt

$$ightarrow \delta E_{
m inc} = \pm 4 neV_{
m H} \
ightarrow I_{
m inc} = \pm 4 (e^2/h) V_{
m H}
ightarrow \sigma_{
m xy,inc} = rac{I}{V_{
m H}} = \pm 4 ne^2/h$$



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen



—Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

- Alle Landayniveaus beteiligt → 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Falscher Ansatz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

■ Alle Landauniveaus beteiligt

$$ightarrow \delta E_{
m inc} = \pm 4 ne V_{
m H}$$

 $ightarrow I_{
m inc} = \pm 4 (e^2/h) V_{
m H}
ightarrow \sigma_{xy,
m inc} = rac{I}{V_{
m H}} = \pm 4 ne^2/h$

Hall plateau bei n=0, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt



Hermann Böttcher Universität Konstanz

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen



normaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in

—Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II

- Alle Landayniveaus beteiligt → 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Falscher Ansatz

■ Alle Landauniveaus beteiligt

$$ightarrow \delta E_{
m inc} = \pm 4 ne V_{
m H}$$

 $ightarrow I_{
m inc} = \pm 4 (e^2/h) V_{
m H}
ightarrow \sigma_{xy,
m inc} = \frac{I}{V_{
m H}} = \pm 4 ne^2/h$

4 Hall plateau bei n=0, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

■ Berücksichtung des null Energie Niveaus

Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

—Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



- Alle Landayniveaus beteiligt → 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Hermann Böttcher Universität Konstanz

Falscher Ansatz

■ Alle Landauniveaus beteiligt

$$ightarrow \delta E_{
m inc} = \pm 4 ne V_{
m H}$$

 $ightarrow I_{
m inc} = \pm 4 (e^2/h) V_{
m H}
ightarrow \sigma_{xy,
m inc} = \frac{I}{V_{
m H}} = \pm 4 ne^2/h$

• f Hall plateau bei n=0, wenn μ auf dem Dirac-Punkt liegt

Richtiger Ansatz

■ Berücksichtung des null Energie Niveaus

000

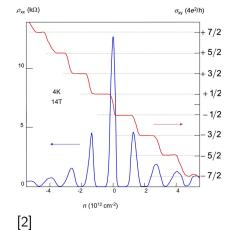
Landau-Niveaus und Quanten-Hall-Effekt in Graphen

-Annormaler ganzzahliger Quanten Hall Effekt (QHE) in Graphen II



- Alle Landayniveaus beteiligt \rightarrow 4 wegen der zweifachen Spinentartung und der zweifachen Quasispinentartung
- μ bei Dirac-Punkt \Leftrightarrow Halb gefüllte Zustände
- Nach vorheriger Ausführung existiert ein Landauniveau für n=0, also kann da kein Hallplateau liegen
- Richtiger Ansatz: Berücksichtigung des null Energie Niveaus

Hermann Böttcher Universität Konstanz



Universität Konstanz





