

Laserspektroskopie

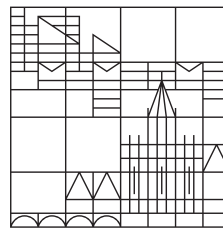
Fortgeschrittenenpraktikumsbericht

vorgelegt von

Hermann Böttcher & Jannik Dornseiff

an der

Universität
Konstanz



Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Sektion
Fachbereich Physik

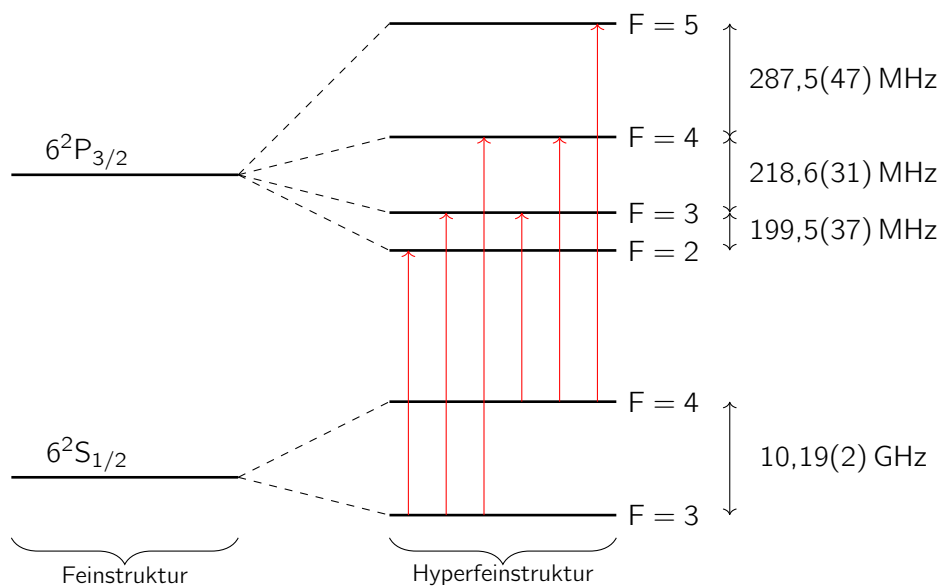
Tutor: Timo Raab

Konstanz, 2018

Zusammenfassung

In diesem Versuch wird ein Teil des Termschemas von ^{133}Cs untersucht. Das Augenmerk liegt hierbei auf der Hyperfeinstruktur der Niveaus $6^2S_{1/2}$ und $6^2P_{3/2}$. Zu dessen Charakterisierung werden sowohl dopplerverbreiterte, als auch dopplerfreie Transmissionspektren einer Cäsiumgaskammer aufgenommen. Hierbei kommen ein Diodenlaser und außerdem, zu Zwecken der Kalibrierung, ein Fabry-Pert-Etalon zum Einsatz.

Zunächst wird die Linienbreite des Lasers zu 11,14(25) MHz bestimmt. Der experimentell bestimmte Wert der Sekunde ist 0,90(1) s. Das Termschema von Cäsium ergibt sich mit den Ergebnissen wie unten abgebildet.



Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	V
1 Einleitung	1
2 Versuch	2
2.1 Feinstruktur	2
2.2 Hyperfeinstruktur	2
2.3 Termschema von Cäsium	3
2.4 Diodenlaser	4
2.4.1 Laserschwelle des verwendeten Diodenlasers	4
2.5 Linienbreite	5
2.5.1 Natürliche Linienbreite	5
2.5.2 Dopplerverbreiterung	6
2.5.2.1 Druckverbreiterung	6
2.5.3 Konfokales Fabry-Perot-Etalon	6
2.5.4 Linienbreite des verwendeten Diodenlasers	7
2.6 Transmissionsspektroskopie	8
2.6.1 Dopplerverbreitertes Spektrum	8
2.7 Dopplerfreie Spektroskopie	9
2.7.1 Dopplerfreies Spektrum	10
2.7.1.1 Cross-over Resonanzen	10
2.8 Normaler Zeeman-Effekt	13
2.8.1 Beobachtete Aufspaltung im Magnetfeld	13
Bibliographie	15
Anhang	16
.1 Netzteil-Kennlinie	17
.2 Gaußfits und Fitparameter	18
.2.1 Gaußfit zur Berechnung der Linienbreite des Diodenlasers	18
.2.2 Gaußfit zur Berechnung des Vielfachen des freien Spektralbereichs	18
.2.3 Gaußfit zur Berechnung des Abstandes der Transmissionsminima	18

Abbildungsverzeichnis

1	Termschema von ^{133}Cs ($I = \frac{7}{2}$) mit Feinstruktur und Hyperfeinstruktur. Die erlaubten Anregungsübergänge sind rot markiert.	3
2	Ausgangsleistung P als Funktion des Eingangsstroms I der verwendeten Laserdiode bei einer Temperatur von $T = 21,4(20)^\circ\text{C}$. Eingezeichnet ist auch die lineare Regression Gleichung (2.1) zur Bestimmung der Laserschwelle Gleichung (2.2). . .	5
3	Aufbau eines <i>Fabry-Perot-Etalons</i> aus zwei sphärischen Hohlspiegeln. Zusätzlich ist der Strahlengang eines einfallenden Lichtstrahls eingezeichnet. Nach $n \cdot 4$, $n \in \mathbb{N}$ Reflektionen setzt der Strahl seinen Weg hinter dem Interferometer geradlinig fort. Weitere Ausführungen in Abschnitt 2.5.3.	7
4	Dopplerfreies Spektrum zur Bestimmung der Linienbreite des Diodenlasers. Die Spannung ch2 zeigt die Interferenzmaxima des <i>Fabry-Perot-Etalons</i> . In rot ist ein fünffacher Gaußglockenfit zur Bestimmung der Halbwertsbreite der Maxima eingezeichnet. Zuletzt ist zeigt grün den Verlauf der Spannungsmodulation des Netzteils zur Variation der Laserlichtfrequenz.	8
5	9
6	Dopplerfreie Messung des linken (a), bzw. rechten (b), Minimums aus Abb. 5. Die Resonanzmaxima von c1 sind aufgelöst und nummeriert. Ch2 gibt analog zu Abschnitt 2.6.1 den Mastab der Frequenzabstände an.	11
7	Experimentell bestimmtes Termschema von Cäsium.	13
8	Dopplerfreie Messung des linken (a), bzw. rechten (b), Minimums aus Abb. 5 mit eingeschaltetem Magnetfeld.	14
9	Zusammenhang zwischen dem <i>Coarse</i> und der Stromstärke des Netzteils des Diodenlasers.	17

Tabellenverzeichnis

1	Halbwertsbreite der Maxima von ch2, welche in Abb. 4 abgebildet sind, sowie der Abstand der nach Abschnitt 2.5.4 zusammengehörenden Maxima.	8
2	Absolute Position und Natur der Maxima der dopplerfreien Spektren. Die <i>Maximum-Nummer</i> dient der Identifizierung der Maxima. Dabei entspricht die Nummer vor dem Punkt der in Abb. 6 angegebenen Nummerierung innerhalb eines dopplerverbreiterten Minimums; die Nummer hinter dem Punkt wird mit 1 → linkes Minimum und 2 → rechtes Minimum zugeordnet.	10
3	Gemessene und berechnete Position der Maxima der <i>dopplerfreien Spektroskopie</i> auf der Zeitachse t . Für weitere Ausführungen siehe Abschnitt 2.7.1.1.	12
4	Gemessene- und Literaturwerte für die Übergänge der Hyperfeinstruktur von Cäsium. Ausführlichere Erklärungen sind in Abschnitt 2.7.1.1 zu finden.	13
5	Fitparameter des verwendeten n fachen Gaußfits Gleichung (.6) zum Fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerfreien Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung der Linienbreite des verwendeten Lasers genutzt.	18
6	Fitparameter des verwendeten zweiundzwanzigfachen Gaußfits Gleichung (.8) zum Fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.	19
7	Fitparameter des verwendeten zweifachen Gaußfits Gleichung (.8) zum Fitten der Minima des ch1 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.	20

1 Einleitung

Die Sekunde ist eine der sieben Basiseinheiten des internationalen Einheitensystems (*SI-System*). Damit ist eine präzise und gleichzeitig reproduzierbare Definition notwendig. Die Sekunde ist definiert als das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes $6^2S_{1/2}$ von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung. Genau diese Periodendauer soll im folgenden Versuch gemessen werden.

Weiter soll ein Termschema von Cäsium erstellt werden, welches die Hyperfeinstruktur des Grundzustandes $6^2S_{1/2}$ und des angeregten Zustandes $6^2P_{3/2}$ enthält.

Für beide Aufgaben wird sowohl die Feinstruktur als auch die Hyperfeinstruktur erklärt und mittels der Laserspektroskopie die Übergänge aufgelöst.

2 Versuch

2.1 Feinstruktur

Nach dem semiklassischen Atommodell kreisen die negativ geladenen Elektronen auf einer Kreisbahn um den positiv geladenen Atomkern. Die Rotation stellt einen Kreisstrom dar. Dieser erzeugt ein magnetisches Dipolmoment, welches über den Bahndrehimpuls \vec{L} ausgedrückt werden kann. Gemäß dem Stern-Gerlach-Experiment (und anderen Experimenten) haben Elektronen ein weiteres magnetisches Dipolmoment inne, welchem der Spin \vec{s} zugrunde liegt. Die beiden magnetischen Momente wechselwirken in der sogenannten *Spin-Bahn-Kopplung*. Je nach Einstellung des Elektronenspins (*Spin-up*/ *Spin-down*, d.h. für die z-Komponente des Spins $s_z = \pm \frac{\hbar}{2}$) ergibt sich eine positive, bzw. negative Energiekorrektur $\Delta E_{l,s}$, die sogenannte *Spin-Bahn-Kopplungsenergie*.

Bei der mathematischen Betrachtung sind für die *Feinstrukturaufspaltung* außerdem relativistische Effekte zu beachten. Auf der Umlaufbahn um den ruhenden Kern dreht sich das Elektron einmal um die zum Drehimpuls parallele Achse. Dies führt zu einer Korrektur der kinetischen Energie ΔE_{rel} .

Zuletzt muss der *Darwin-Term* ΔE_{Darwin} berücksichtigt werden. Als Folge der relativistischen Zitterbewegung des Elektrons auf seiner Kreisbahn verkompliziert sich die elektrostatische Wechselwirkung zwischen Elektron und Atomkern.

Die gesamte Energiekorrektur

$$\Delta E = \Delta E_{l,s} + \Delta E_{\text{rel}} + \Delta E_{\text{Darwin}}$$

führt zur sogenannten *Feinstrukturaufspaltung*.

Zur Beschreibung dieser Zustände wird der Gesamtdrehimpuls $\vec{j} = \vec{L} + \vec{s}$ mit der zugehörigen gutartigen Gesamtdrehimpulsquantenzahl j eingeführt. Letzte kann die Werte

$$j = +\frac{1}{2} \quad \text{für} \quad l = 0$$

und

$$j = l \pm \frac{1}{2} \quad \text{für} \quad l > 0$$

annehmen. Somit spalten alle Zustände mit $l > 0$ in zwei *Feinstrukturniveaus* auf.

[1]

2.2 Hyperfeinstruktur

Analog zum Spin des Elektrons wird auch dem räumlich ausgedehnten Atomkern ein Spin zugeordnet, der sogenannte *Kernspin* \vec{I} . Das dem Spin zugeordnete magnetische Moment des Kerns wechselwirkt mit dem Gesamtspin des Elektrons \vec{j} . Wiederum kommt es je nach Ausrichtung des Kernspins zu einer Energiekorrektur welche positiv und negativ ausfallen kann. Die Projektion auf die z-Richtung von \vec{I} kann die $(2I + 1)$ Werte

$$I_z = m_I \cdot \hbar \quad \text{mit} \quad -I \leq m_I \leq +I$$

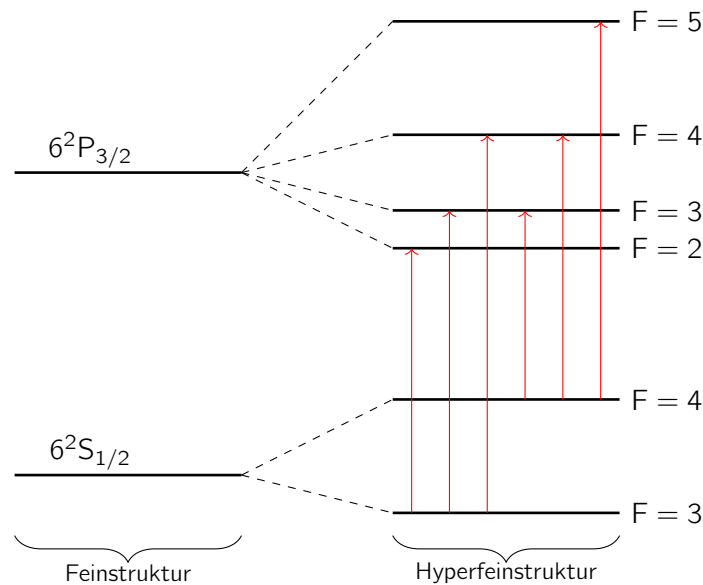


Abbildung 1 Termschema von ^{133}Cs ($I = \frac{7}{2}$) mit Feinstruktur und Hyperfeinstruktur. Die erlaubten Anregungsübergänge sind rot markiert.

annehmen. Zur Zustandsbeschreibung wird nun der Gesamtdrehimpuls des Atoms $\vec{F} = \vec{j} + \vec{I}$ mit der zugehörigen gutartigen Quantenzahl F ,

$$|j - I| \leq F \leq |j + I|$$

eingeführt. Die *Feinstruktur*niveaus spalten also in

$$\begin{cases} (2I + 1), & I < j \\ (2j + 1), & j < I \end{cases}$$

*Hyperfeinstruktur*niveaus auf. Aufgrund der im Vergleich zum Elektron extrem großen Masse des Kerns

$$m_{\text{Kern}} \approx Z \cdot 1836 \cdot m_e,$$

mit der Kernladungszahl Z , ist die Energieaufspaltung in Folge der *Hyperfeinstruktur* sehr klein. Um diese zu messen ist also extrem schmalbandiges Licht notwendig, welches gleichzeitig so intensiv sein muss, dass ein messbares Signal entsteht. Weil Monochromatoren zu breitbandig sind, erfordert das Experiment also einen Laser.

dem:exp3-hyperfeinstruktur

2.3 Termschema von Cäsium

Im Versuch wird das Nuklid ^{133}Cs verwendet. Für die Zustände wird die Nomenklatur $n^{2s+1}l_j$ verwendet. Der relevante Teil des Termschemas von Cäsium für den Versuch, d.h. der Grundzustand $6^2S_{1/2}$ und der angeregte Zustand $6^2P_{3/2}$ mit Feinstrukturaufspaltung und Hyperfeinstrukturaufspaltung sind in Abb. 1 abgebildet. Die Kernspinquantenzahl ist $I = \frac{7}{2}$. Weiter sind die erlaubten angeregten optischen Übergänge rot eingezeichnet. Für diese ist zu beachten, dass anregende Photonen einen Spin von 1 tragen. Bei Verwendung von linear polarisiertem Licht gelten die Übergangsregeln

$$\Delta I = 1 \quad \text{und} \quad \Delta F = -1, 0, +1.$$

2.4 Diodenlaser

Es folgt eine Kurzfassung von [5] zur Funktion von Diodenlasern.

Diodenlaser sind aus Halbleitern aufgebaut. Bei der Rekombination von Elektronen im Leitungsband mit den Löchern im Valenzband wird das Laserlicht emittiert. Der Hauptteil eines Diodenlasers besteht aus einem $p-n$ -Übergang, welcher durch Dotierung erzeugt wird. Die Besetzungsinversion mit Löchern im Valenzband und Elektronen im Leitungsband wird durch das Anlegen einer Spannung erreicht. Dieser Prozess ist der Pumpprozess des Lasers. Die Rekombination der Löcher und Elektronen kann spontan oder stimuliert erfolgen. Das dabei emittierte Licht ist nur kohärent, falls die stimulierte Emission überwiegt. Aufgrund des hohen Brechungsindex n der Halbleiterkristalle beträgt die Reflektivität der Grenzfläche zu Vakuum in etwa 30 %. Damit können die Kristalle selbst, ohne weitere Behandlung, als Resonatoren fungieren. Diejenige Seite, auf der kein Licht austreten soll, wird zusätzlich verspiegelt. Für die Ausbildung von stehenden Wellen im Resonator gilt der Zusammenhang

$$\lambda = \frac{2nL}{m}.$$

Hierbei ist λ die Wellenlänge des Lichts, L die Länge des Resonators (Halbleiterkristalls) und m eine natürliche Zahl.

Einer der Vorteile eines Diodenlasers ist dessen Durchstimmbarkeit bezüglich der Frequenzen. In Abhängigkeit der Betriebstemperatur T und der Stromstärke I ändert sich die Frequenz der Laserstrahlung. Die Temperatur beeinflusst die Ausdehnung des Kristalls und damit die Länge des Resonators. Unter Voraussetzung einer konstanten Temperatur ändert sich mit der Stromstärke die Ladungsträgerdichte im Halbleiter. Damit ändert sich auch der Brechungsindex des Kristalls und somit die optische Länge des Resonators. Die Durchstimmbarkeit ist für diesen Versuch von Bedeutung, um die Resonanzfrequenz von Cäsium zu treffen.

Weiter weist ein Diodenlaser, wie alle Laser, eine schmale Linienbreite auf. Dieser Vorteil, welcher für dieses Experiment von großer Bedeutung ist, wird in Abschnitt 2.5 vertieft.

2.4.1 Laserschwelle des verwendeten Diodenlasers

Der in diesem Versuch verwendete Diodenlaser weist den in Abb. 2 abgebildeten Zusammenhang zwischen Eingangsstrom und Ausgangsleistung auf. Die lineare Regression für Messpunkte mit Eingangsstrom $I \geq 31$ liefert die Gerade

$$P(I) = -5,21(6) \text{ mW} + 0,156(1) \text{ V} \cdot I \quad (2.1)$$

Und damit die Laserschwelle

$$I_{\text{Schwelle}} = 33,37(56) \text{ A}. \quad (2.2)$$

Gemessen wurde die Ausgangsleistung in Abhängigkeit des *Coarse* der Spannungsquelle. Mithilfe von *Coarse*-Stromstärke-Kennlinie des Netzteils des Diodenlasers (Abschnitt .1) wird die Eingangsstromstärke des Lasers ermittelt. Diese Daten liegen nicht in digitaler Form vor und mussten deshalb vom Graphen abgelesen werden. Hierbei ist ein nicht zu vernachlässigender Fehler aufgetreten, der, zusammen mit dem unbekannten Fehler der des Graphen selber, auf

$$\delta I = \pm 2 \text{ mA}$$

geschätzt wird.

$$\delta P = 0,003 \cdot P.$$

Beide Fehler sind mithilfe der Fehlerbalken in Abb. 2 angegeben. Bei der Berechnung der linearen Regression wurde der Fehler des Powermeters mit einer $\frac{1}{\text{Fehler}}$ -Gewichtung berücksichtigt. Die Messungen wurden bei der Diodenlasertemperatur

$$T = 21,4(20)^\circ\text{C}$$

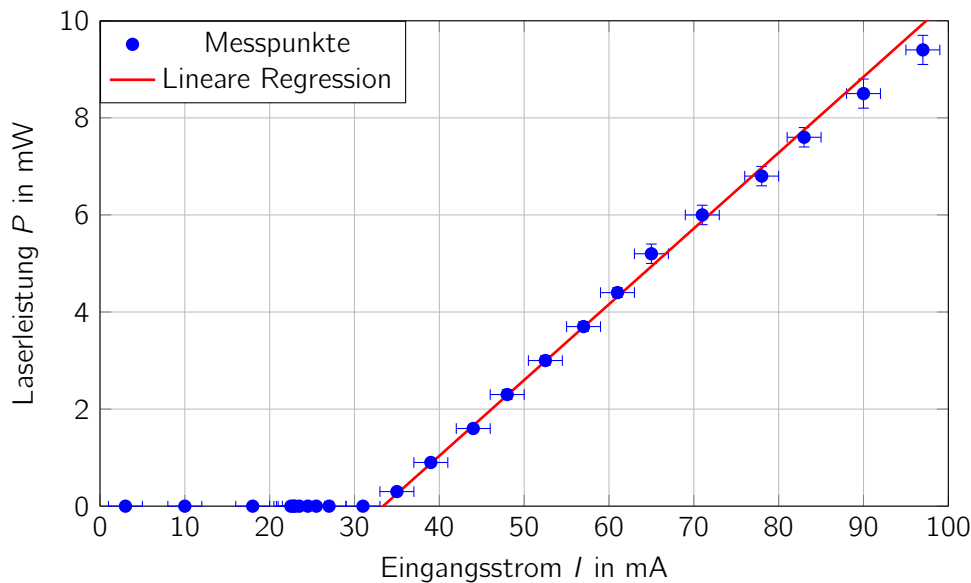


Abbildung 2 Ausgangsleistung P als Funktion des Eingangsstroms I der verwendeten Laserdiode bei einer Temperatur von $T = 21,4(20)^\circ\text{C}$. Eingezeichnet ist auch die lineare Regression Gleichung (2.1) zur Bestimmung der Laserschwelle Gleichung (2.2).

durchgeführt. Während die Anzeige des Regelungsinstruments den Wert laut technischer Daten präziser angibt, ist das Gerät seit Jahren nicht geeicht geworden. Deshalb dient die Anzeige nur als Anhaltspunkt, bzw. für Temperaturdifferenzen, jedoch nicht für absolute Temperaturmessungen. Dementsprechend groß ist der Fehler mit 2°C gewählt.

2.5 Linienbreite

Als *Linienbreite* bezeichnet man das zunächst unerwartete Frequenzintervall, welches beispielsweise von der Strahlung eines einzelnen optischen Übergangs abgedeckt wird. Anstelle einer diskreten Frequenz wird eine glockenförmige Verteilung gemessen. Die Verbreiterung setzt sich aus mehreren Beiträgen zusammen. Im Folgenden werden nur diejenigen Mechanismen betrachtet, welche für dieses Experiment von Bedeutung sind. Dazu gehören die *natürliche Linienbreite*, die *Dopplerverbreiterung* und die *Druckverbreiterung*.

Ausführlichere Erklärungen zur Linienbreite sind in [2] zu finden.

2.5.1 Natürliche Linienbreite

Die *natürliche Linienbreite* wird quantenmechanisch mit der Heisenberg'schen Energie-Zeit-Unschärferelation

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

begründet, mit der Energieunschärfe ΔE und der Zeitunschärfe Δt . Da ein observiertes Photon welches von einem Elektron emittiert wurde den Zeitpunkt des optischen Übergangs einschränkt, ist dessen Frequenz wegen

$$\Delta E = \hbar \Delta f$$

nur bis auf eine Frequenzunschärfe Δf definiert. Umgekehrt kann so von Atomen Strahlung mit einer entsprechenden Frequenzunschärfe absorbiert werden. Die *natürliche Linienbreite* kann auch über den klassischen Ansatz eines gedämpften harmonischen Oszillators für das angeregte Elektron gezeigt werden. Eine ausführliche Herleitung bietet geeignete Fachliteratur (z.B. [2]).

2.5.2 Dopplerverbreiterung

Der *Dopplerverbreiterung* liegt der relativistische Dopplereffekt zugrunde. Bewegt sich ein Atom im Laborsystem mit einer Geschwindigkeitskomponente $v_z \neq 0$ parallel zum emittierten, bzw. absorbierten Photon, so ist die Frequenz des Photons im Laborsystem eine rot-, bzw. blauverschoben. Im Falle von entgegengesetzten Bewegungen von Atom und Photon kommt es zur Blauverschiebung (die vom Atom observierte Frequenz wird größer), im Falle von gleichgerichteten Bewegungen zur Rotverschiebung (die vom Atom observierte Frequenz wird kleiner).

Die *Dopplerverbreiterung* ist etwa 1000-mal größer als die Verbreiterung durch die *natürliche Linienbreite*. Damit liegt sie in der Größenordnung der Hyperfeinstrukturaufspaltung des angeregten Cäsium-Niveaus und muss bei der Messung eliminiert werden. Das Vorgehen wird in Abschnitt 2.7 erläutert.

2.5.2.1 Druckverbreiterung

Im Experiment befinden sich die Cäsiumatome in einem Gas in einer Glasampulle. Je nach Gasdruck in der Gaskammer kommt es zu mehr oder weniger Stößen zwischen den Cäsium-Atomen. Die Wechselwirkung zwischen den Atomen beeinflusst das Termschema und verbreitert damit die Spektrallinien. Die Linienverbreiterung ist proportional zum Druck. Somit kann und wird der Effekt der *Druckverbreiterung* durch einen geringen Druck in der Gaskammer minimiert, sodass die Größenordnung weit unter der der Hyperfeinstrukturaufspaltung liegt.

2.5.3 Konfokales Fabry-Perot-Etalon

Es folgt eine an [4] angelehnte Beschreibung des *Fabry-Perot-Etalons*.

Zur Messung der Linienbreite muss ein Spektrum des Lasers aufgezeichnet werden. Eine Diode wäre zu breitbandig und könnte deshalb die Linienbreite des Lasers nicht auflösen. Deshalb wird ein *konfokales Fabry-Perot-Etalon* vorgeschaltet. Dieses ist aus zwei gegenüberliegenden sphärischen Hohlspiegeln im Abstand L aufgebaut. Der Vorteil der sphärischen Spiegel gegenüber Planspiegeln liegt darin, dass die Empfindlichkeit bezüglich Justierungen der Spiegel minimiert wird und außerdem die Beugungsverluste reduziert. Der exemplarische Aufbau eines *konfokales Fabry-Perot-Etalon* ist in Abb. 3 abgebildet und ein Strahlenverlauf eingezeichnet. Geometrisch ist klar, dass Parallel einfallende Strahlen genau dann ihren Weg hinter dem Etalon geradelinig fortsetzen und interferieren, wenn sie $n \cdot 4$ -mal ($n \in \mathbb{N}$) reflektiert werden. Der Krümmungsradius der Spiegel ist gleich dem Abstand der beiden Spiegel L . Wenn die Abstände zwischen den Reflektionspunkten und der optischen Achse viel kleiner als der Spiegelabstand sind und weiter für den Winkel zwischen einfallendem Strahl und der optischen Achse $\theta \ll 1$ gilt, dann ist die Bedingung für konstruktive Interferenz gegeben durch

$$4L = m \frac{c}{f},$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c . Die Auflösung von unterschiedlichen Frequenzen f_n und f_m , $n, m \in \mathbb{N}$ mit $n \neq m$, ist wegen

$$\Delta f = f_n - f_m = c \frac{n - m}{4L}$$

sehr gut. Man nennt die kleinste Auflösbare Frequenzverschiebung

$$\Delta f_{\text{FPE}} = f_n - f_{n+1} = \frac{c}{4L} = 599,58(1199) \text{ MHz} \quad (2.3)$$

auch den *freien Spektralbereich*, wobei im letzten Schritt die gemessene Länge des *Fabry-Perot-Etalons*

$$L = 12,5(10) \text{ cm}$$

verwendet wurde. Der Fehler ergibt sich hierbei durch das unsichere Messen mit einem einfachen Lineal. Die Spiegel sind in Gehäusen versenkt. Weiter erlaubt der Aufbau es nicht, das Lineal dirrekt

anzulegen, es muss stattdessen ein paar Zentimeter oberhalb des Etalons in der Luft gehalten werden. Somit kommen das Peilen und die Unsicherheit, an welcher Stelle genau im Gehäuse sich die Spiegel befinden, zusammen. Entsprechend wurde der Fehler mit 1 cm großzügig gewählt.

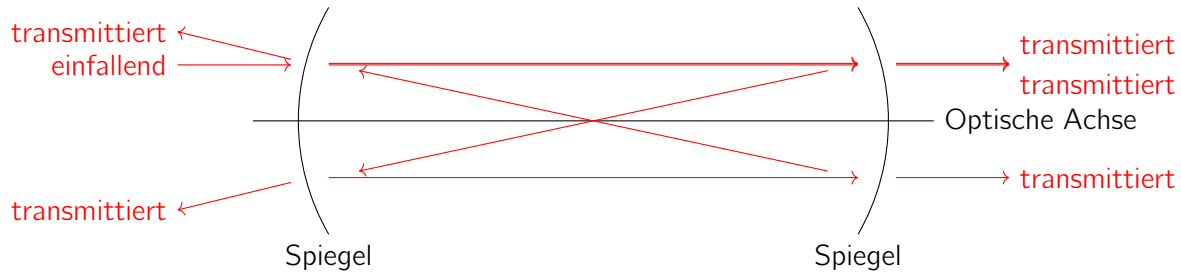


Abbildung 3 Aufbau eines *Fabry-Perot-Etalons* aus zwei sphärischen Hohlspiegeln. Zusätzlich ist der Strahlengang eines einfallenden Lichtstrahls eingezeichnet. Nach $n \cdot 4$, $n \in \mathbb{N}$ Reflektionen setzt der Strahl seinen Weg hinter dem Interferometer geradlinig fort. Weitere Ausführungen in Abschnitt 2.5.3.

2.5.4 Linienbreite des verwendeten Diodenlasers

Zur Bestimmung der Linienbreite wird der Laserstrahl direkt in das *Fabry-Perot-Etalon* geleitet und dahinter mit einer Diode als ch2 erfasst. Eine Dreiecksspannung ch3 variiert mithilfe eines Piezoelements währenddessen die Länge des Etalons. Abbildung 4 zeigt die Messdaten des Laserspektrums. Hierbei liegen die ersten beiden Maxima von ch2 auf einem aufsteigenden Ast von ch3 und die zweiten beiden auf dem folgenden absteigenden Ast. Mithilfe eines mehrfachen Gaußfits werden die maxima genauer charakterisiert. Die Fitparameter sind in crefsubsec:fit-linienbreite einzusehen.

Der Abstand Δf_{FPE} zwischen den beiden Maxima der jeweiligen Pärchen entspricht gemäß Abschnitt 2.5.3 gerade dem *freien Spektralbereich* des *Fabry-Perot-Etalons* Δf_{FPE} (vgl. Gleichung (2.3)). Nun ist die *Linienbreite* des Lasers gegeben durch den Zusammenhang

$$\Delta f_{\text{Laser}} = \frac{\Delta f_{\text{FPE}}}{\Delta t_{\text{FWHM}}} \cdot \Delta t_{\text{FWHM}}, \quad (2.4)$$

mit der Halbwertsbreite der Maxima von ch2

$$\Delta t_{\text{FWHM}} = \frac{1}{2\sqrt{2\ln 2}\sigma}.$$

Hierbei ist σ die Standardabweichung vom jeweiligen Gaußfit eines Maximums.

Durch Einsetzen in Gleichung (2.4) folgen die Werte

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{aufsteigend, links}} &\approx 10,81(59) \text{ MHz} \\ \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{aufsteigend, rechts}} &\approx 8,30(32) \text{ MHz} \\ \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{absteigend, links}} &\approx 11,59(41) \text{ MHz} \\ \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{absteigend, rechts}} &\approx 13,85(58) \text{ MHz}. \end{aligned}$$

Mitteln der zusammengehörenden Werte liefert dann

$$\begin{aligned} \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{aufsteigend}} &\approx 9,56(34) \text{ MHz} \\ \Delta f_{\text{Laser}}^{\text{absteigend}} &\approx 12,72(36) \text{ MHz}, \end{aligned}$$

und noch einmal mitteln führt zu

$$\Delta f_{\text{Laser}} \approx 11,14(25) \text{ MHz}.$$

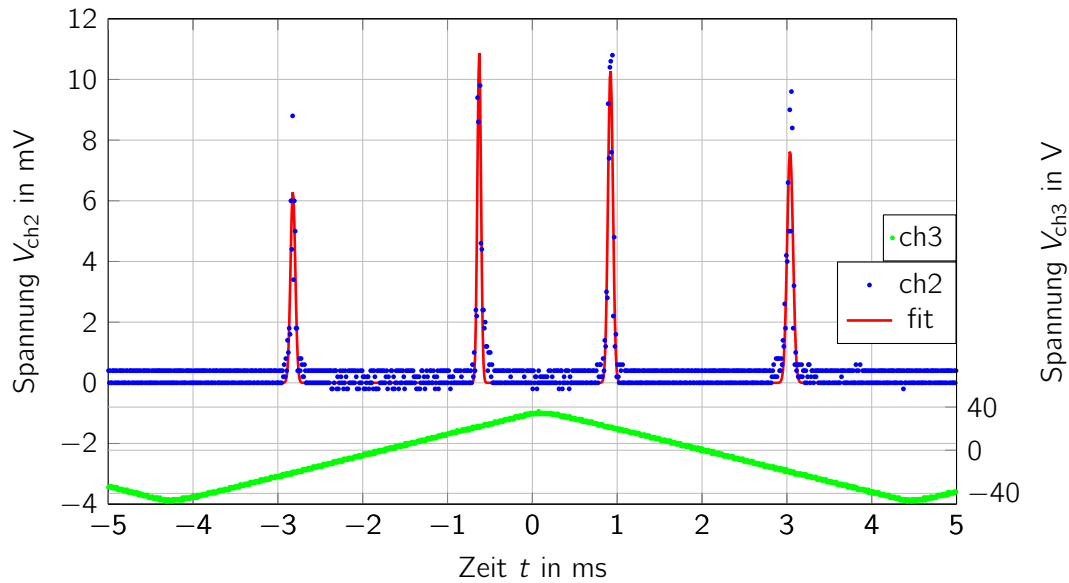


Abbildung 4 Dopplerfreies Spektrum zur Bestimmung der Linienbreite des Diodenlasers. Die Spannung ch2 zeigt die Interferenzmaxima des *Fabry-Perot-Etalons*. In rot ist ein fünffacher Gaußglockenfit zur Bestimmung der Halbwertsbreite der Maxima eingezeichnet. Zuletzt ist zeigt grün den Verlauf der Spannungsmodulation des Netzteils zur Variation der Laserlichtfrequenz.

Tabelle 1 Halbwertsbreite der Maxima von ch2, welche in Abb. 4 abgebildet sind, sowie der Abstand der nach Abschnitt 2.5.4 zusammengehörenden Maxima.

Aufsteigender Zweig			Absteigender Zweig		
$\Delta t_{\text{FWHM}}^{\text{links}}$	$\Delta t_{\text{FWHM}}^{\text{rechts}}$	Δt_{FPE}	$\Delta t_{\text{FWHM}}^{\text{links}}$	$\Delta t_{\text{FWHM}}^{\text{rechts}}$	t_{FPE}
-0,0396(20)	0,0304(10)	2,1958(16)	0,0409(12)	0,0489(18)	2,1168(15)

2.6 Transmissionsspektroskopie

Zum Erstellen eines Termschemas von Cäsium werden Transmissionsspektren aufgenommen. Hierbei transmittiert der Laserstrahl durch die Cäsiumgaskammer und wird anschließend mit einer Diode erfasst. Erwartet werden Transmissionsminima an Stelle der Resonanzfrequenzen des Cäsiums, da hier Photonen die in Abb. 1 gezeigten Übergänge der Atome anregen können und dabei absorbiert werden.

2.6.1 Dopplerverbreitertes Spektrum

Abbildung 5 zeigt das dopplerverbreiterte Spektrum. Wie aufgrund der Dopplerverbreiterung (vgl. Abschnitt 2.5.2) erwartet sind nur einzelne tiefe, zur Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes gehörende, Minima im Spektrum zu sehen - nicht die Hyperfeinstrukturaufspaltung des angeregten Niveaus (vgl. Abschnitt 2.2). Im Folgenden soll die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Grundzustandes vermessen werden. Dazu werden die beiden Minima vom Transmissionsspektrum ch1 betrachtet, welche in Abb. 5 abgebildet sind. Diese befinden sich über einer einzelnen Rampe der Modulationsspannung des Netzteils.

Das linke Minimum des Transmissionsspektrums gehört zum Grundzustand $6^2S_{1/2}$ mit $F = 3$, das Rechte zum Grundzustand mit $F = 4$ (vgl. Abb. 1). Für den Frequenzabstand zwischen

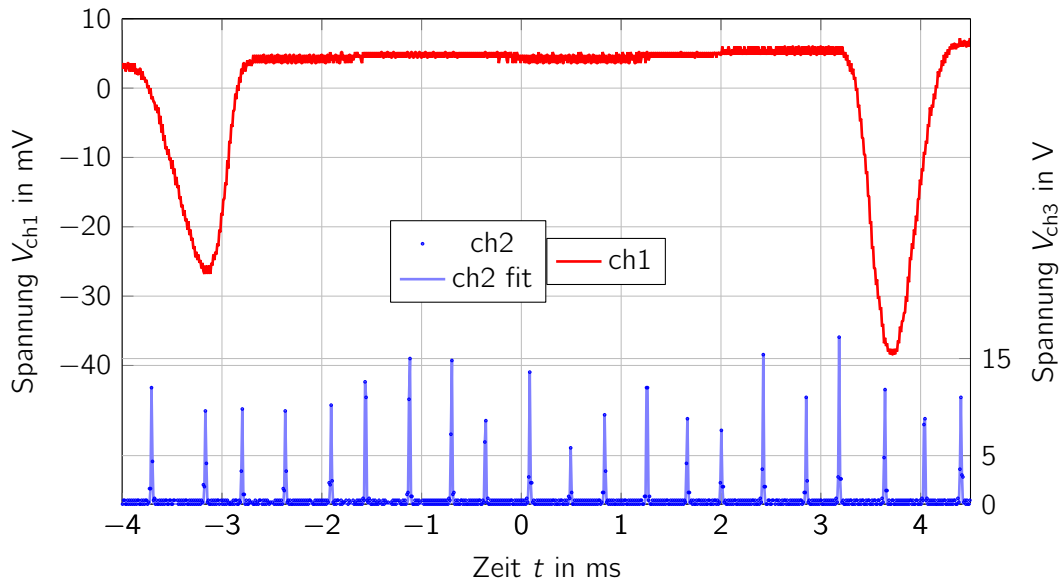


Abbildung 5

Grundzustand und angeregtem Zustand $\Delta f_{F=3}^{F=4}$ gilt analog zu Gleichung (2.4)

$$\Delta f_{F=3}^{F=4} = \frac{\Delta f_{\text{FPE}}}{\Delta t_{\text{FPE}}} \cdot \Delta t_{F=3}^{F=4}.$$

$$\Delta t_{F=3}^{F=4} = 6,9472(87) \text{ ms}$$

ist hierbei der zeitliche Abstand zwischen den beiden angesprochenen Minima. Ein zweiundzwanzigfacher Gaußfit der Maxima von ch2 über demselben Zweig von ch3 dient der Berechnung von

$$\Delta t_{\text{FPE}} = 0,4087(1) \text{ ms}.$$

Dazu wurde der zeitliche Abstand zwischen dem ersten Auftretenden Maximum (1) und dem letzten (22) mithilfe der Fitparameter (Abschnitt .2.2) durch $(22 - 1)$ Abstände geteilt.

Somit ergibt sich der Frequenzabstand zu

$$\Delta f_{F=3}^{F=4} = 10,19(2) \text{ GHz}.$$

Unter Verwendung der in ?? gegebenen Definition der Sekunde wird die experimentell gemessene Sekunde zu

$$s = 0,90(1) \text{ s}.$$

Dieser Wert stimmt auch im Rahmen der Fehlergrenzen nicht mit dem erwarteten Wert von einer Sekunde überein. Mögliche Fehlerquellen beim Versuchsaufbau sind neben dem in Abschnitt 2.5.3 gegebenen Längenmessfehler des *Fabry-Perot-Etalons* auch die Fehler des ???

2.7 Dopplerfreie Spektroskopie

Für die dopplerfreie Spektroskopie wird der Laserstrahl nun geteilt und antiparallel durch die Gaskammer geleitet. Derjenige Strahl, welcher analysiert wird (in diesem Fall mit dem *Fabry-Perot-Etalons*), heißt *Abfragestrahl*. Der andere ist der *Anregestrah*. Nun werden zwei Messungen durchgeführt. Einmal wird der *Anregestrah* geblockt, und einmal nicht. Im ersten Fall entsteht so ein dopplerverbreitertes Spektrum gemäß der Transmissionsspektroskopie. Im zweiten Fall aber regt der *Anregestrah* die Cäsiumatome in der Gaskammer an. Diejenigen Atome mit einer Geschwindigkeitskomponente $v_x = 0$ parallel zur Laserstrahlrichtung, werden nun von beiden Laserstrahlen angeregt. Damit kann der *Abfragestrahl* weniger dieser Atome anregen und die Transmission zeigt an dieser Stelle ein schmales lokales Maximum im dopplerverbreiterten Minimum des Spektrums.

Tabelle 2 Absolute Position und Natur der Maxima der dopplerfreien Spektren. Die *Maximum-Nummer* dient der Identifizierung der Maxima. Dabei entspricht die Nummer vor dem Punkt der in Abb. 6 angegebenen Nummerierung innerhalb eines dopplerverbreiterten Minimums; die Nummer hinter dem Punkt wird mit 1 → linkes Minimum und 2 → rechtes Minimum zugeordnet.

Linkes Minimum			rechtes Minimum		
Maximum-Nummer	Position t [ms]	Klassifizierung	Maximum-Nummer	Position t [ms]	Klassifizierung
1.1	-1.37(1)	Übergang	1.2	-0.53(1)	Übergang
2.1	-0.81(1)	Cross-over	2.2	0.02(1)	Cross-over
3.1	-0.42(2)	Cross-over	3.2	0.39(3)	Cross-over
4.1	-0.30(2)	Übergang	4.2	0.58(3)	Übergang
5.1	0.11(1)	Cross-over	5.2	0.94(2)	Cross-over
6.1	0.56(1)	Übergang	6.2	1.31(4)	Übergang

2.7.1 Dopplerfreies Spektrum

Wie in Abb. 6 zu sehen, bilden sich bei der dopplerfreien Messung jeweils sechs und damit insgesamt zwölf Resonanzmaxima aus. Nach Abb. 1 sind aber nur jeweils drei Resonanzen zu erwarten. Die zusätzlichen Peaks können als sogenannte *Cross-over Resonanzen* identifiziert werden.

2.7.1.1 Cross-over Resonanzen

In Abschnitt 2.7 wurde eingeführt, dass bei der *dopplerfreien Spektroskopie* innerhalb eines dopplerverbreiterten Transmissionsspektrums schmale Maxima an Stelle der Resonanzfrequenzen des Cäsiums auftreten. Zugrunde liegt hierbei die Anregung von Atomen durch *Anregestrahl* und *Abfragestrahl*, d.h. Atom mit Geschwindigkeitskomponente $v_x = 0$ parallel zur Laserstrahlrichtung.

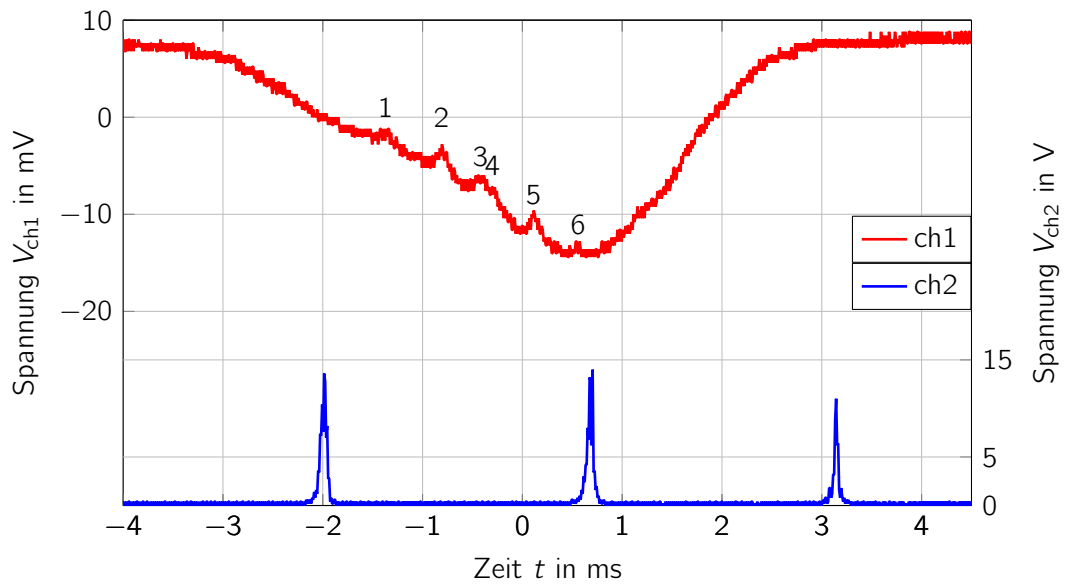
Wenn nun aber zwei Resonanzen des Cäsiums so dicht beieinander liegen, dass sich die Minima der dopplerverbreiterten Transmissionsspektren überlagern, dann passiert Folgendes: Ein Atom mit Geschwindigkeitskomponente $v_x \neq 0$ kann von einem der beiden gegenläufigen Laserstrahlen zum einen optischen Übergang angeregt werden, vom anderen aber gleichzeitig zum andern optischen Übergang. In diesem Fall findet der *Abfragestrahl* der *dopplerfreien Spektroskopie* analog zu Abschnitt 2.7 weniger anregbare Atome vor, als mit geblocktem *Anregestrahl*. Es entsteht ein lokales Maximum im dopplerverbreiterten Minimum des Absorptionsspektrums, dessen Frequenz *genau in der Mitte zwischen den beiden vorausgesetzten optischen Übergängen* liegt.

Somit lassen sich drei der sechs gefundenen Resonanzen der dopplerfreien Spektren als *Cross-over Resonanzen* identifizieren. Die Zuordnung ist in Tabelle 2 aufgelistet. Hierbei resultieren die angegebenen Unsicherheiten aus der Ableseungenauigkeit. Die Positionen der Maxima wurden mittels eines Cursors ausgelesen, wobei immer mehrere Messpunkte betrachtet wurden.

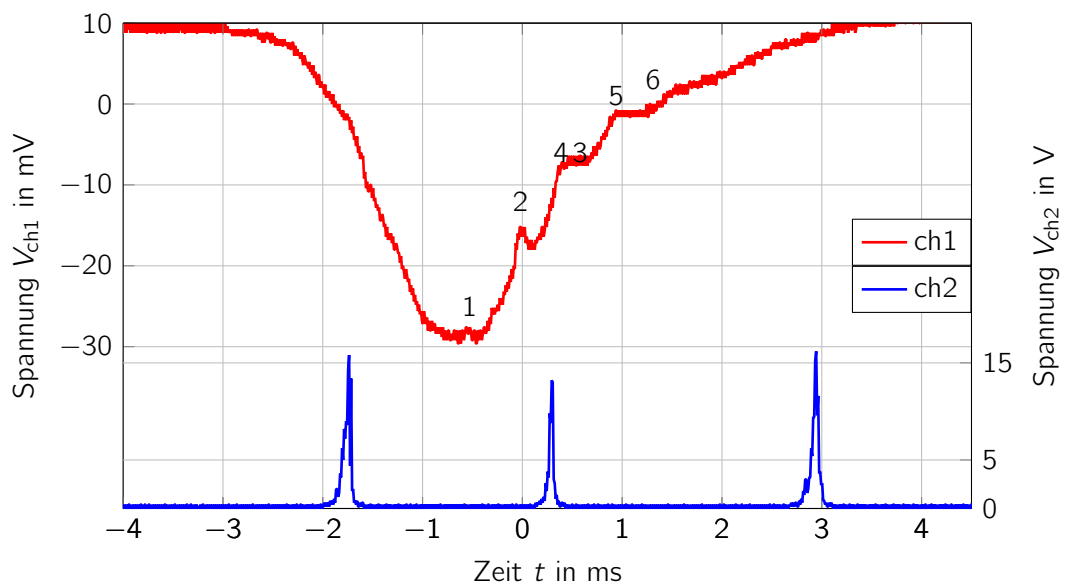
Das Maximum 6.2 ist nur sehr schwach ausgeprägt. Aufgrund des Wissens um die *Cross-over Resonanz* der Maxima 3.2 und 5.2 wurde es eher errahnt als tatsächlich entdeckt. Deshalb ist die Unsicherheit mit 0,04 ms groß gewählt.

Die *Cross-over Frequenzen* können entsprechend auch berechnet werden, um die abgelesenen Werte im Rahmen der Messunsicherheiten zu überprüfen. Es gilt zum Beispiel

$$t_{2.1} \approx \frac{t_{1.1} - t_{4.1}}{2} + t_{4.1}.$$



(a)



(b)

Abbildung 6 Dopplerfreie Messung des linken (a), bzw. rechten (b), Minimums aus Abb. 5. Die Resonanzmaxima von c1 sind aufgelöst und nummeriert. Ch2 gibt analog zu Abschnitt 2.6.1 den Mastab der Frequenzabstände an.

Tabelle 3 Gemessene und berechnete Position der Maxima der *dopplerfreien Spektroskopie* auf der Zeitachse t . Für weitere Ausführungen siehe Abschnitt 2.7.1.1.

Maximum-Nummer	t_{gemessen} [ms]	$t_{\text{berechnet}}$ [ms]
2.1	-0,81(1)	0,83(2)
3.1	-0,42(2)	0,41(1)
5.1	0,11(1)	0,13(2)
2.2	0,02(1)	0,03(3)
4.2	0,58(3)	0,39(4)
5.2	0,94(2)	0,95(5)

In Tabelle 3 ist klar ersichtlich, dass die berechneten und gemessenen cross-over Resonanzen bis auf die Messungenauigkeit übereinstimmen. Also sollte die Messung korrekt sein. Nun kann die Frequenzdifferenz zwischen den Resonanzpeaks bestimmt werden um die Hyperfeinstruktur zu analysieren. Hierzu kann die Fromel

$$\Delta f_{\text{Laser}} = \frac{\Delta f_{\text{FPE}}}{\Delta t_{\text{FPE}}} \cdot \Delta t_{\text{FWHM}} \quad (2.5)$$

aus Abschnitt 2.5.4 genutzt werden. Für das linke Minimum gilt:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{FPE}} &= \frac{3,16(5) + 2,01(5)}{2} = 2,585(7) \text{ ms} \\ \Delta f_{\text{FPE}} &= 599,58(11,99) \text{ MHz} \\ \Delta f_{4,1}^{1,1} &= 248,2(40) \text{ MHz} \\ \Delta f_{6,1}^{1,1} &= 447,7(48) \text{ MHz} \\ \Delta f_{6,1}^{4,1} &= 199,5(37) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Und für das rechte Minimum gilt:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{FPE}} &= \frac{2,92(5) + 1,71(5)}{2} = 2,315(7) \text{ ms} \\ \Delta f_{\text{FPE}} &= 599,58(11,99) \text{ MHz} \\ \Delta f_{4,2}^{1,2} &= 287,5(47) \text{ MHz} \\ \Delta f_{6,2}^{1,2} &= 476,6(56) \text{ MHz} \\ \Delta f_{6,2}^{4,2} &= 189,1(47) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Die Hyperfeinstruktur Aufspaltung des $6^2P_{3/2}$ Niveaus liegt laut Literatur bei ca. 150, 200 und 250 MHz, bei direkt benachbarten Niveaus. Die Zuordnung der Messwerte zu den Übergängen in der Hyperfeinstruktur ist in Tabelle 4 angegeben.

Zusätzlich gehören die im dopplerverbreiterten Spektrum gemessenen 10,19(2) GHz zu $6^2S_{1/2} \quad F = 3 \leftrightarrow F = 4$. Der entsprechende Literaturwert ist 9,193 GHz.

Abbildung 7 zeigt das experimentell bestimmte Termschema von Cäsium.

Tabelle 4 Gemessene- und Literaturwerte für die Übergänge der Hyperfeinstruktur von Cäsium. Ausführlichere Erklärungen sind in Abschnitt 2.7.1.1 zu finden.

Übergang	f_{links} [MHz]	f_{rechts} [MHz]	f_{lit} [MHz]
$6^2P_{3/2} F = 2 \leftrightarrow F = 3$	199,5(37)	-	151,2
$6^2P_{3/2} F = 3 \leftrightarrow F = 4$	248,2(40)	189,1(47)	201,2
$6^2P_{3/2} F = 4 \leftrightarrow F = 5$	-	287,5(47)	251,0

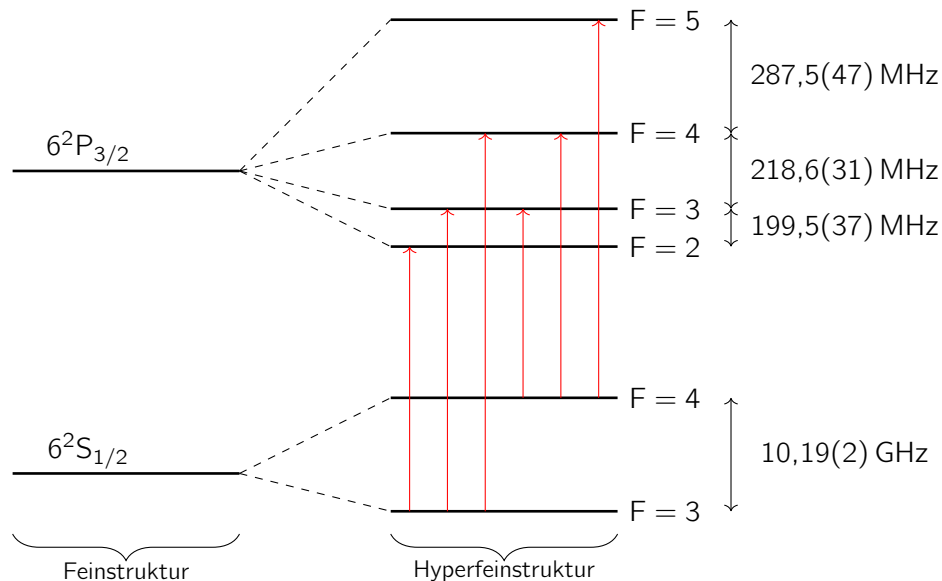


Abbildung 7 Experimentell bestimmtes Termschema von Cäsium.

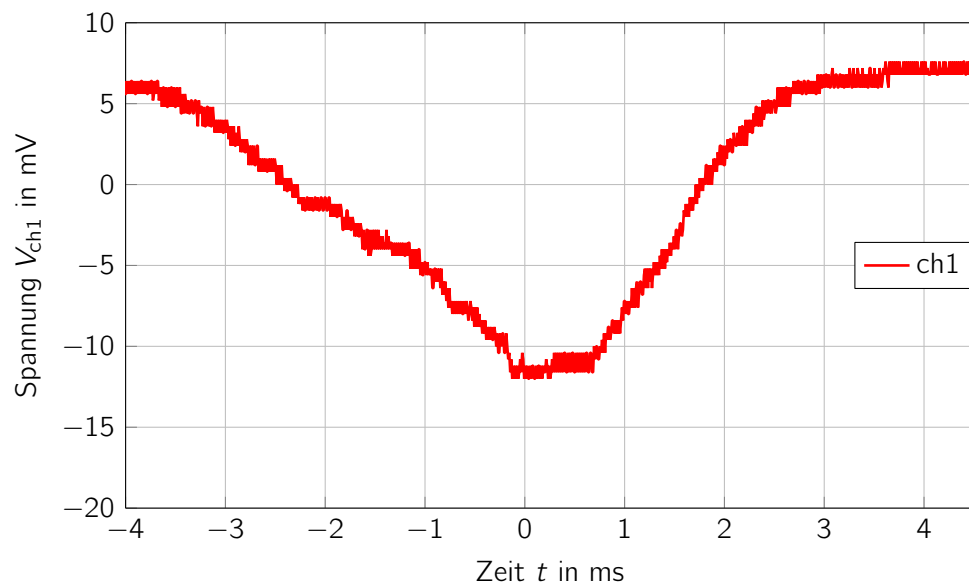
2.8 Normaler Zeeman-Effekt

Der *Zeeman-Effekt* beschreibt die beobachtete Energieaufspaltung der entarteten $E_{n,l,m}$ -Zustände der Elektronen in der Atomschale in m Subniveaus in einem externen Magnetfeld \vec{B} , wobei n, l, m die bekannten Quantenzahlen sind. Die normale *Zeeman-Aufspaltung* der Spektrallinien ist äquidistant. Ausführlich inklusive der Erklärung der erlaubten Übergänge wird der normale *Zeeman-Effekt* in [3] beschrieben, obige Beschreibung enthält Auszüge.

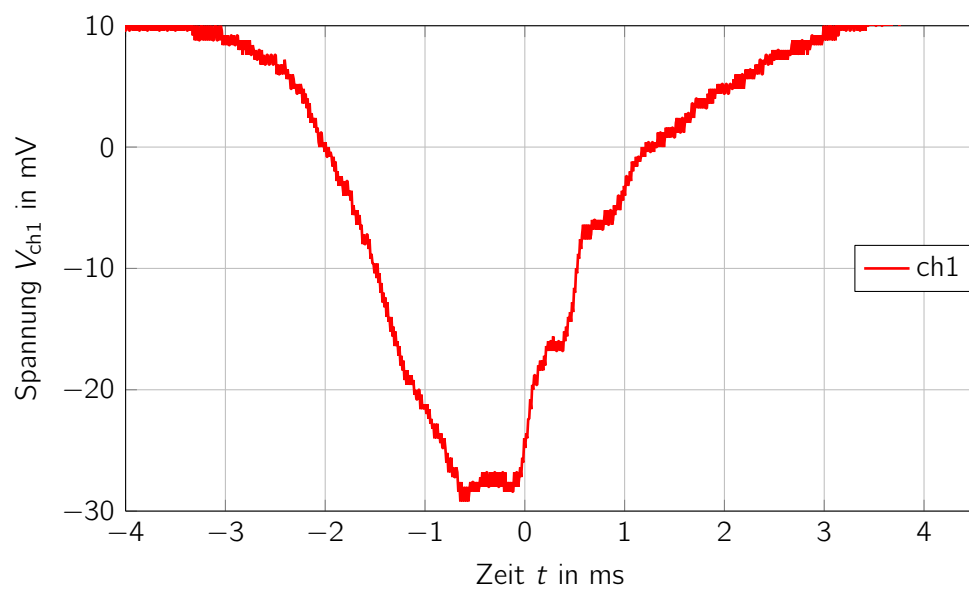
Für ausführlichere Ausführungen sei hier auf [3] verwiesen.

2.8.1 Beobachtete Aufspaltung im Magnetfeld

Wie Abb. 8 zeigt ist die *Zeemann-Aufspaltung* mit diesem Versuchsaufbau gar nicht, oder nur schwer observierbar. Man sieht ein Verschmieren des Spektrums beim Einschalten des Magnetfelds. Neue, voneinander unterscheidbare Maxima, sind jedoch nicht zu erkennen.



(a)



(b)

Abbildung 8 Dopplerfreie Messung des linken (a), bzw. rechten (b), Minimums aus Abb. 5 mit eingeschaltetem Magnetfeld.

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. „Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper“. In: Hrsg. von Wolfgang Demtröder. Springer Spektrum, 2015. Kap. 5, 158 f.
- [2] Wolfgang Demtröder. „Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper“. In: Hrsg. von Wolfgang Demtröder. Springer Spektrum, 2015. Kap. 7, 226 ff.
- [3] Wolfgang Demtröder. „Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper“. In: Hrsg. von Wolfgang Demtröder. Springer Spektrum, 2015. Kap. 5, 149 ff.
- [4] Wolfgang Demtröder. „Laserspektroskopie, Grundlagen und Techniken“. In: Hrsg. von Wolfgang Demtröder. Springer Spektrum, 2007. Kap. 4, 96 ff.
- [5] Stefan Marenbach. *Aufbau und Untersuchung eines stabilisierten Lasersystems für die Bose-Einstein-Kondensation*. 2001. URL: <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/en/diplom-theses.html?task=download&file=261&token=98aab9f4a4879f70120e493dba9d8e34>.

Anhang

.1 Netzteil-Kennlinie

Abbildung 9 zeigt die für die Berechnung der Laserschwelle in Abschnitt 2.4.1 verwendete Charakteristik des verwendeten Netzteils.

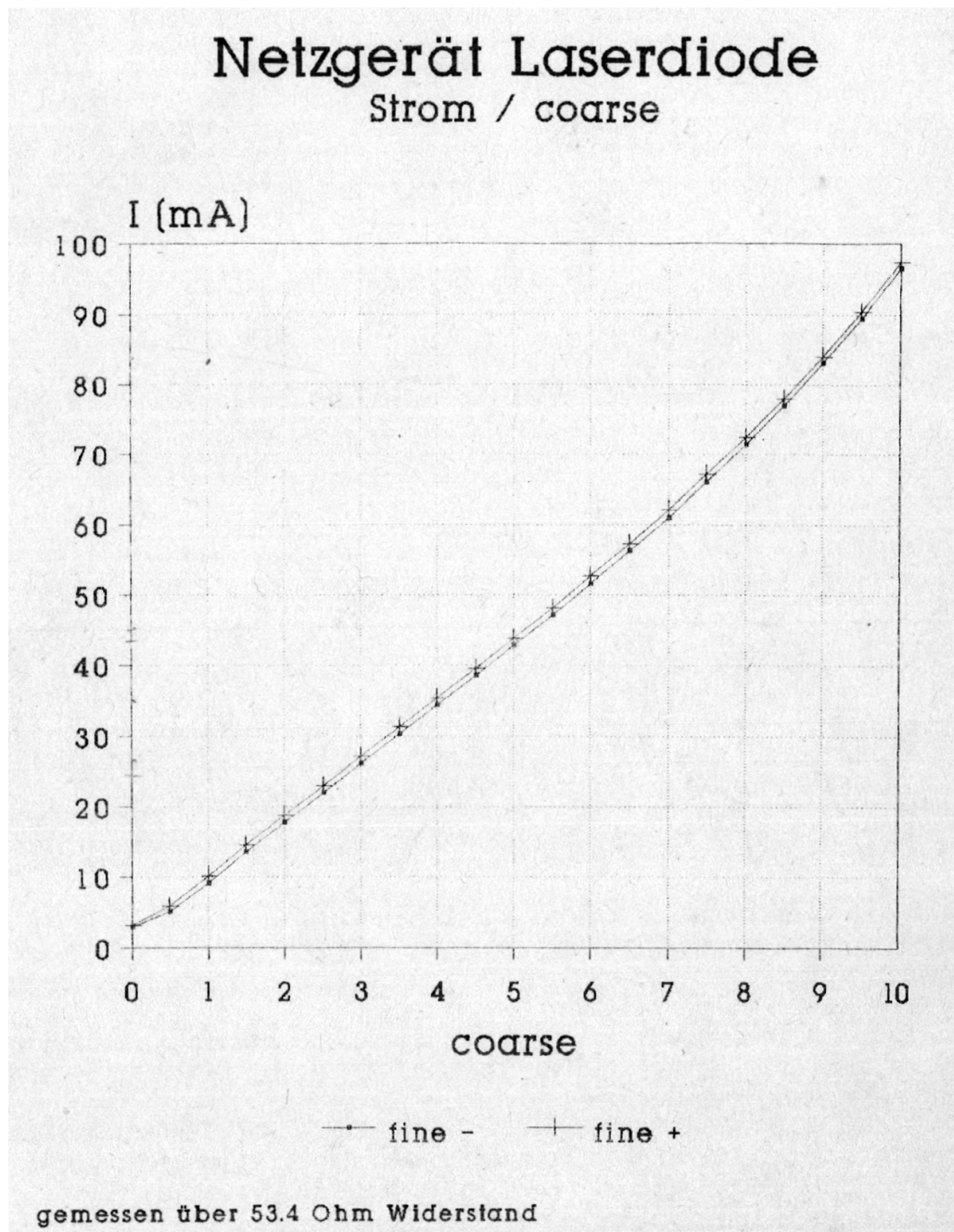


Abbildung 9 Zusammenhang zwischen dem Coarse und der Stromstärke des Netzteils des Diodenlasers.

Tabelle 5 Fitparameter des verwendeten fnffachen Gaußfits Gleichung (.6) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerfreien Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung der Linienbreite des verwendeten Lasers genutzt.

n_{fit}	t_0 [ms]	V_0 [mV]	σ [mV]
1	-5,5875(09)	9,18(28)	-0,0365(13)
2	-2,8228(14)	6,32(27)	-0,0396(20)
3	-0,6269(07)	10,88(31)	0,0304(10)
4	0,9207(09)	10,34(27)	0,0409(12)
5	3,0375(13)	7,6593(24)	0,0489(18)

.2 Gaußfits und Fitparameter

.2.1 Gaußfit zur Berechnung der Linienbreite des Diodenlasers

Der zur Auswertung der Linienbreite des verwendeten Diodenlasers genutzter fnffacher Gaußfit des ch2-Signals des dopplerfreien Spektrums ist gegeben durch

$$f(t) = \sum_{n=1}^5 V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)]. \quad (.6)$$

Die erhaltenen Fitparameter sind in Tabelle 5 aufgefñhrt.

.2.2 Gaußfit zur Berechnung des Vielfachen des freien Spektralbereichs

Fr den zweiundzwanzigfachen Gaußfit des ch2-Signals vom dopplerverbreiterten Spektrum wurde die Formel

$$f(t) = \sum_{n=1}^2 2V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)] \quad (.7)$$

verwendet und die Fitparameter sind in Tabelle 7 aufgefñhrt.

.2.3 Gaußfit zur Berechnung des Abstandes der Transmissionsminima

Fr den zweiundzwanzigfachen Gaußfit des ch2-Signals vom dopplerverbreiterten Spektrum wurde die Formel

$$f(t) = \sum_{n=1}^2 2V_0 \cdot \exp[-(fract - t_0\sigma)] \quad (.8)$$

verwendet und die Fitparameter sind in Tabelle 7 aufgefñhrt.

Tabelle 6 Fitparameter des verwendeten zweiundzwanzigfachen Gaußfits Gleichung (.8) zum fitten der Maxima des ch2 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.

n_{fit}	t_0 [ms]	V_0 [mV]	σ [mV]
1	-3,7043(08)	12,49(108)	-0,0082(08)
2	-3,1644(09)	9,89(101)	-0,0090(10)
3	-2,7978(10)	10,35(121)	0,0078(11)
4	-2,3645(10)	9,90(104)	0,0083(10)
5	-1,9057(10)	10,20(093)	0,0081(08)
6	-1,5614(04)	18,14(391)	0,0076(18)
7	-1,1199(04)	18,67(202)	0,0083(11)
8	-0,6989(06)	17,00(186)	0,0077(10)
9	-0,3602(08)	12,16(536)	0,0072(33)
10	0,0837(08)	13,62(093)	0,0077(06)
11	0,4949(19)	5,89(097)	-0,0072(16)
12	0,8357(10)	9,60(110)	0,0082(11)
13	1,2580(04)	17,42(258)	-0,0082(15)
14	1,6617(10)	9,42(116)	0,0086(13)
15	2,0037(12)	7,58(090)	0,0088(11)
16	2,4230(07)	15,65(101)	0,0075(06)
17	2,8549(10)	11,17(102)	0,0073(86)
18	3,1839(07)	17,20(093)	0,0074(05)
19	3,6420(08)	12,54(118)	0,0082(09)
20	4,0392(05)	12,47(275)	0,0081(22)
21	4,4037(82)	10,94(093)	0,0093(08)
22	4,8789(05)	12,11(267)	0,0081(22)

Tabelle 7 Fitparameter des verwendeten zweifachen Gaußfits Gleichung (.8) zum fitten der Minima des ch1 Signals des dopplerverbreiterten Spektrums. Mit n sind die Maxima von links nach rechts numeriert. Die Fitparameter wurden in Abschnitt 2.5.4 zur Berechnung des Frequenzabstandes zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand verwendet.

n_{fit}	t_0 [ms]	V_0 [mV]	σ [mV]
1	-3,2192(73)	-30,32(085)	-0,321(1)
2	3,7280(47)	-43,44(092)	-0,271(7)