Chapter

6_2

강화학습(Reinforcement Learning)

1. Markov Model
2. Markov Decision Process (MDP)
3. Q-Learning
4. Deep Q-Learning(DQN)

강의에 앞서서..

❖ 본 문서는 아래의 자료들을 활용하여 만들어 졌음을 알립니다

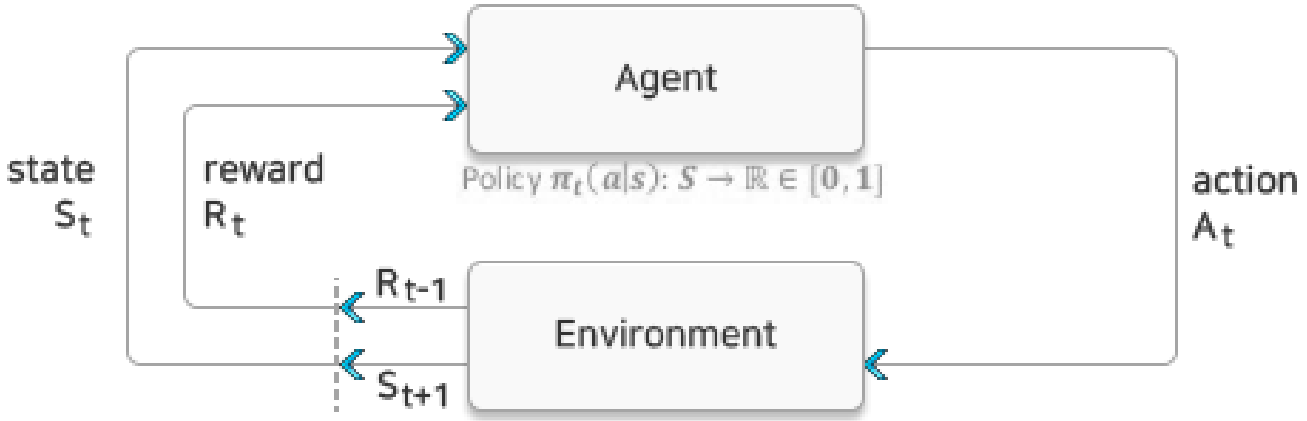
❖ 모두를 위한 딥러닝 강좌
- https://hunkim.github.io/ml/

❖ Hands on Machine Learning
- https://github.com/ugaemi/handson-ml-1

강화학습(Reinforcement Learning)

- 모르는 환경에서 동작하는 에이전트가 있을 때, 에이전트가 현재 상태(state)에서 향후 기대되는 누적 보상값(reward)이 최대가 되도록 행동(action)을 선택하는 정책(policy)을 찾는 문제

- 마르코프 결정 과정(MDP) 확률 모델로 표현



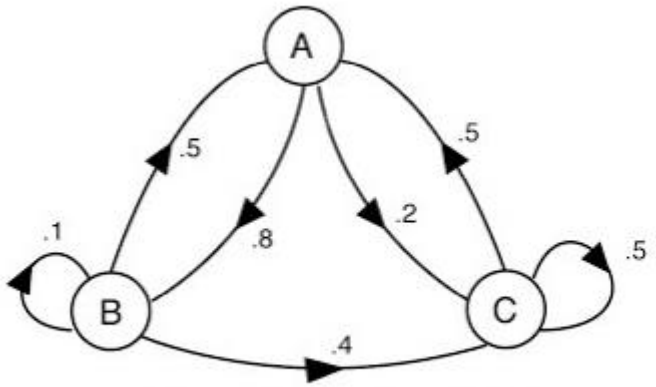
Markov Model

- 상태 전이(state transition)가 현재 상태에 의해서 확률적으로 결정
- 상태(state)
  - $V=\{v_1,\cdots,v_m\}$
- 상태 전이 확률(State transition Probability)
  - 확률 a_{ij}는 상태 v_i에서 상태 v_j로 이동할 확률

$$a_{ij} = P(o_t = v_j \mid o_{t-1} = v_i)$$

$$a_{ij} > 0 \quad and \quad \sum_{j=1}^{m} a_{ij} = 1$$

- 상태 전이도(state transition diagram)



Markov graph of transiton probabilites between states A, B and C

Markov Decision Process (MDP)

❖ First-order Markov assumption 기반으로 고안

- 시간 t에서의 상태는 t-1 상태에서만 영향을 받는다

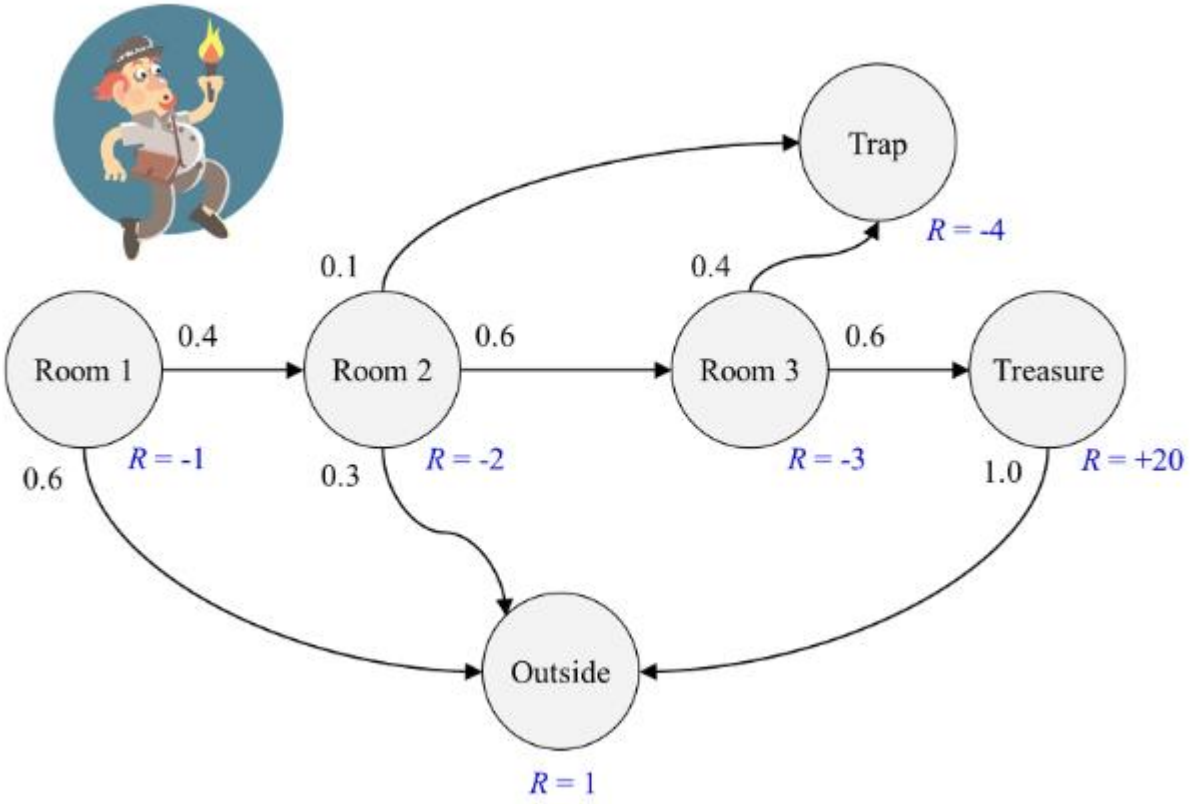
$$p(s_t|s_0, s_1, \ldots, s_{t-1}) = p(s_t|s_{t-1})$$

❖ Markov reward process : $<S, P, R, \gamma>$

- S: state의 집합을 의미한다. State는 바둑에서 바둑판에 돌이 어떻게 놓여져 있는가를, 미로를 탈출하는 문제에서는 현재의 위치를 나타낸다.
- P: 각 요소가 $p(s'|s) = \Pr(S_{t+1} = s'|S_t = s)$인 집합이다. $p(s'|s)$는 현재 상태 s에서 s'으로 이동할 확률을 의미하며, transition probability라고 한다.
- R: 각 요소가 $r(s) = \mathbb{E}[R_{t+1}|S_t = s]$인 집합이다. $r(s)$는 state s에서 얻는 reward를 의미한다.
- γ: 즉각적으로 얻는 reward와 미래의 얻을 수 있는 reward 간의 중요도를 조절하는 변수이다. 주로 [0, 1] 사이의 값을 가지며, discount factor라고 한다.

Markov Decision Process (MDP)

❖ 유적을 탐험하는 모험가의 상황을 MRP로 표현



Markov Decision Process (MDP)

❖ 누적 보상치(Return)

- t시간 이후부터 얻을 수 있는 보상(reward)의 합

$$G_t = R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1}$$

- 예: γ=0.5,S1= Room 1이고, Room 2, Outside의 순서로 탐험하였을 때 G1

$$G_1 = -1 + (0.5) \times (-2) + (0.5)^2 \times 1 = -1.75$$

❖ 상태가치함수(State-value function)

- 목표를 도달하는데 있어서 state s가 얼마나 좋은 상태인지를 표현
- V(s)는 state s에서 시작했을 때 얻을 수 있는 누적 보상치의 기댓값

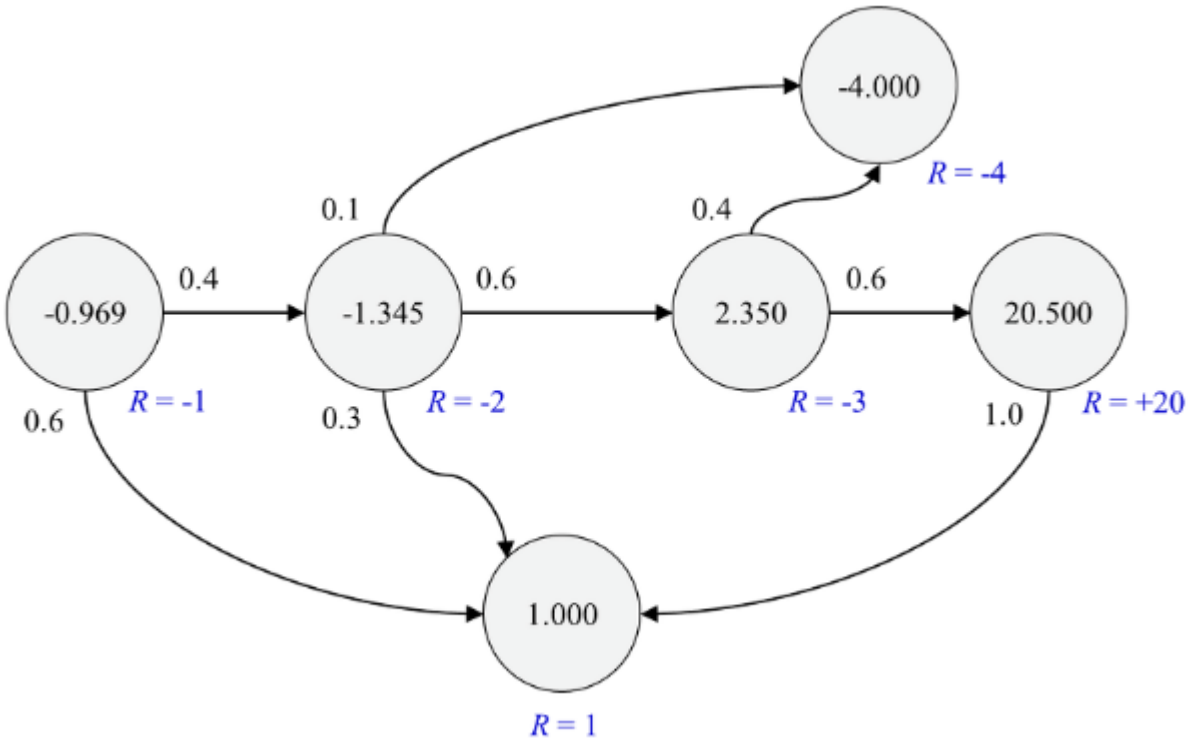
$$v(s) = \mathbb{E}[G_t | S_t = s]$$

$$v(s) = \mathbb{E}[R_{t+1} + \gamma R_{t+2} + \gamma^2 R_{t+3} + \ldots | S_t = s] = E[R_{t+1} + \gamma v(S_{t+1}) | S_t = s]$$

$$v(s) = R_{t+1} + \gamma \sum_{s' \in S} p(s'|s) v(s')$$

Markov Decision Process (MDP)

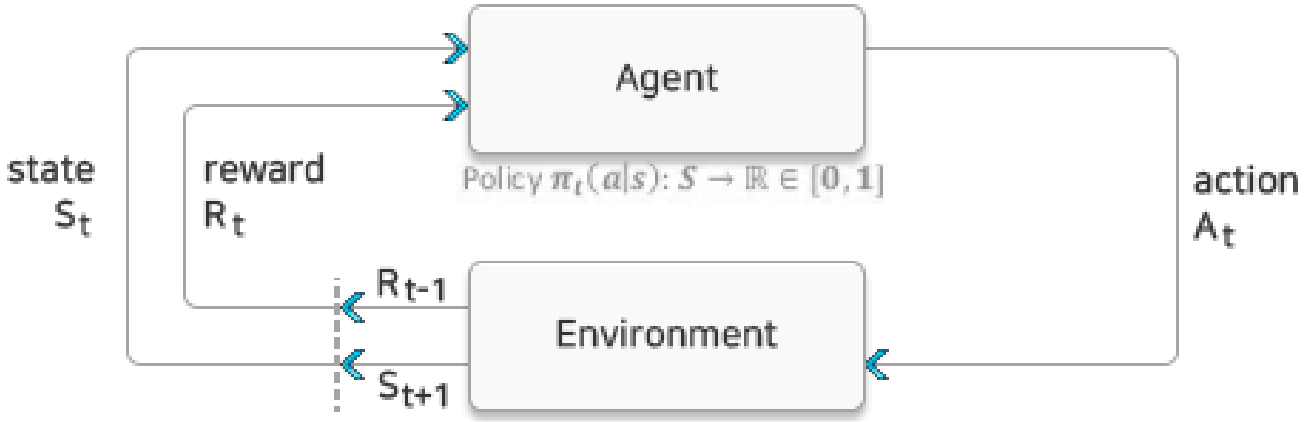
❖ 탐험가 MRP에서의 각 state의 State-value function



Markov Decision Process (MDP)

❖ 마르코프 결정 과정(Markov Decision Process ,MDP)

- 전이학습 모델
- 상태 전이(state transition)가 현재 상태 S_t와 행동 A_t에 의해서 확률적으로 결정되는 마르코프 모델(Markov model)
- Markov reward process에 action이라는 요소가 추가된 모델 $<S, A, P, R, \gamma>$



❖ Reward의 합의 기댓값을 최대로 만드는 policy를 찾는 문제

$$\max_{\pi} \mathbb{E}[\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t R_t \,|\pi]$$

Markov Decision Process (MDP)

- **강화학습 목적 : MDP로 정의된 문제에 대해 각 state마다 전체적인 reward를 최대화하는 action이 무엇인지를 결정하는 것**

- 정책(Policy) π
  - 각각의 state마다 action이 선택될 확률을 표현하는 함수

$$\pi(a|s) = \Pr(A_t=a|S_t=s)$$

- 정책을 포함한 상태가치함수(State-value function with policy)
  - 어떠한 state가 더 많은 reward를 얻을 수 있는지를 알려준다

$$v_\pi(s) = \mathrm{E}_\pi[G_t|S_t=s] = \mathrm{E}_\pi[R_{t+1} + \gamma v_\pi(S_{t+1})|S_t=s]$$
$$= \sum_{a\in A}\pi(a|s)\left(r(s,a) + \gamma\sum_{s'\in S}p(s'|s,a)v_\pi(s')\right)$$

Markov Decision Process (MDP)

❖ 상태-행동 가치함수(Action-value function)

- state s에서 시작하여 a라는 action을 취했을 때 얻을 수 있는 누적보상치의 기댓값
- 어떠한 state에서 어떠한 action을 취해야 더 많은 reward를 얻을 수 있는지 알려준다

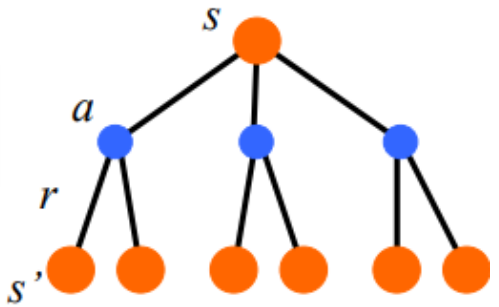
$$q_\pi(s,a) = \mathrm{E}_\pi[G_t|S_t=s,\ A_t=a] = \mathrm{E}_\pi[R_{t+1} + \gamma q_\pi(S_{t+1},\ A_{t+1})|S_t=s]$$

$$= r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} p(s'|s,a) \sum_{a' \in A} \pi(a'|s') q_\pi(a'|s')$$

Markov Decision Process (MDP)

❖ 상태 가치 함수와 상태-행동 가치 함수의 관계

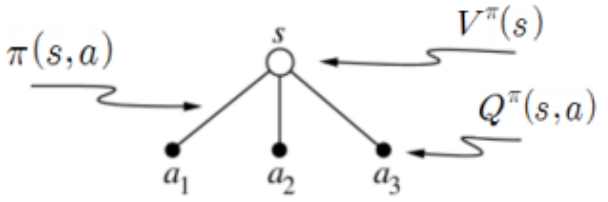
$$
\begin{aligned}
V^{\pi}(s) &= \mathrm{E}[\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k} r_{t+k+1} \mid s_t = s, \pi] \\
&= \mathrm{E}\left[r_{t+1} + \gamma \sum_{s'}\gamma^{k} r_{t+k+2} \mid s_t = s, \pi\right] \\
&= \sum_{a}\pi(s,a)\sum_{s'}P^{a}_{ss'}\left[r^{a}_{ss'} + \gamma \mathrm{E}\left[\sum_{k=0}^{\infty}\gamma^{k} r_{t+k+2} \mid s_{t+1} = s'\right]\right] \\
&= \sum_{a}\pi(s,a)\sum_{s'}P^{a}_{ss'}\left[r^{a}_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s')\right] \\
&= \sum_{a}\pi(s,a)Q^{\pi}(s,a)
\end{aligned}
$$



- $\pi(s,a)$: 정책 π가 상태 s에서 행동 a를 선택할 확률
- $P^{a}_{ss'}$: 상태 s에서 행동 a를 할 때, 상태 s'이 될 확률
- $r^{a}_{ss'}$: 상태 s에서 행동 a를 할 때, 보상값
- γ : 할인율

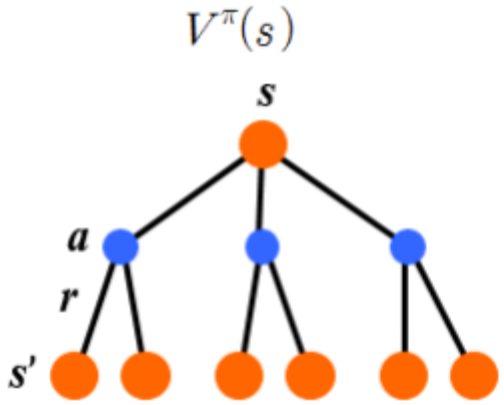
$$V^{\pi}(s) = \sum_{a}\pi(s,a)Q^{\pi}(s,a)$$

$$Q^{\pi}(s,a) = \sum_{s'}P^{a}_{ss'}\left[r^{a}_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s')\right]$$

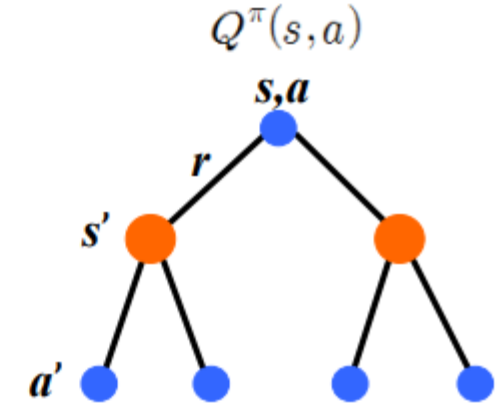


Markov Decision Process (MDP)

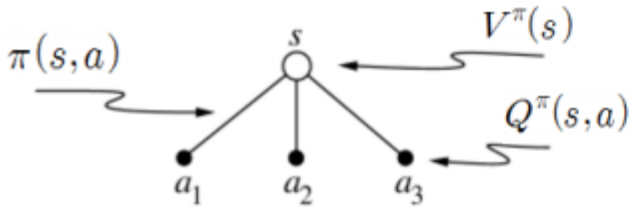
❖ 상태 가치 함수와 상태-행동 가치 함수의 관계

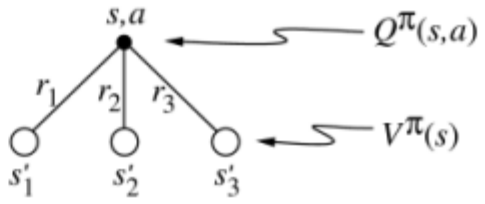


$$V^{\pi}(s) = \sum_{a} \pi(s,a) Q^{\pi}(s,a)$$



$$Q^{\pi}(s,a) = \sum_{s'} P^{a}_{ss'} \left[r^{a}_{ss'} + \gamma V^{\pi}(s') \right]$$





http://nlp.jbnu.ac.kr/AI2019/slides/ch04-5.pdf

Markov Decision Process (MDP)

❖ 최적의 상태가치함수(optimal state-value function)

- 주어진 모든 policy에 대한 state-value function의 최대값

$$V^*(s) = \max_{\pi} V_\pi(s)$$

❖ 최적의 상태-행동 가치 함수(optimal action-value function)

- 주어진 모든 policy에 대한 action-value function의 최대값

$$Q^*(s,a) = \max_{\pi} Q_\pi(s,a)$$

➔ **최적의 정책(optimal policy)**

$$\pi^*(a|s) = \begin{cases} 1, & a = \arg\max_{a'} Q^*(s,a') \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Markov Decision Process (MDP)

❖ 벨만 최적 방정식(Bellman Optimality Equation)

- 에이전트가 상태 s에 도달한 후 최적으로 행동한다는 가정하에 평균적으로 기대할 수 있는 할인된 미래의 보상의 합

$$V^*(s) = \max_a \sum_{s'} [r(s,a,s') + \gamma V^*(s')] P(s'|s,a)$$

$$Q^*(s,a) = \sum_{s'} \left[r(s,a,s') + \gamma \max_{a'} Q^*(s',a') \right] P(s'|s,a)$$

$$\pi^*(a|s) = \begin{cases} 1, & a = \arg\max_{a'} Q^*(s,a') \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bellman Optimality Equation

$P(s'|s,a)$ 에이전트가 행동 a를 선택했을 때, 상태 s에서 상태 s′으로 전이될 확률

$r(s,a,s')$ 에이전트가 행동 a를 선택해서 상태 s에서 상태 s′으로 이동되었을 때 에이전트가 받을 수 있는 보상

Markov Decision Process (MDP)

❖ 가치반복(Value Iteration) 알고리즘
- 모든 상태가치를 반복적으로 수정하여 최적의 상태가치를 추정

$$V_{k+1}(s) \leftarrow \max_a \sum_{s'} [r(s,a,s') + \gamma V_k(s')] P(s'|s,a)$$

❖ Q-가치반복(Q-Value Iteration) 알고리즘
- 모든 Q-가치를 반복적으로 수정하여 최적의 Q-가치를 추정

$$Q_{k+1}(s,a) \leftarrow \sum_{s'} T(s,a,s') \left[R(s,a,s') + \gamma \cdot \max_{a'} Q_k(s',a') \right] \quad \text{for all } (s,a)$$

❖ 최적의 Q-가치를 이용하여 최적의 정책 정의
- 에이전트는 가장 높은 Q값을 가진 행동을 선택하는 것이 가장 좋은 전략

$$\pi_{k+1}(a|s) = \begin{cases} 1, & a = \arg\max_{a'} Q_k(s,a') \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Q-Learning

❖ Model-based & Model-free

- Model-based : 가치반복(Value Iteration) 알고리즘은 정확한 MDP모델이 필요하나 실제 상황에서는 정확한 모델을 모름
- Model-free : Q-Learning은 모델이 없이 학습하는 강화학습 알고리즘

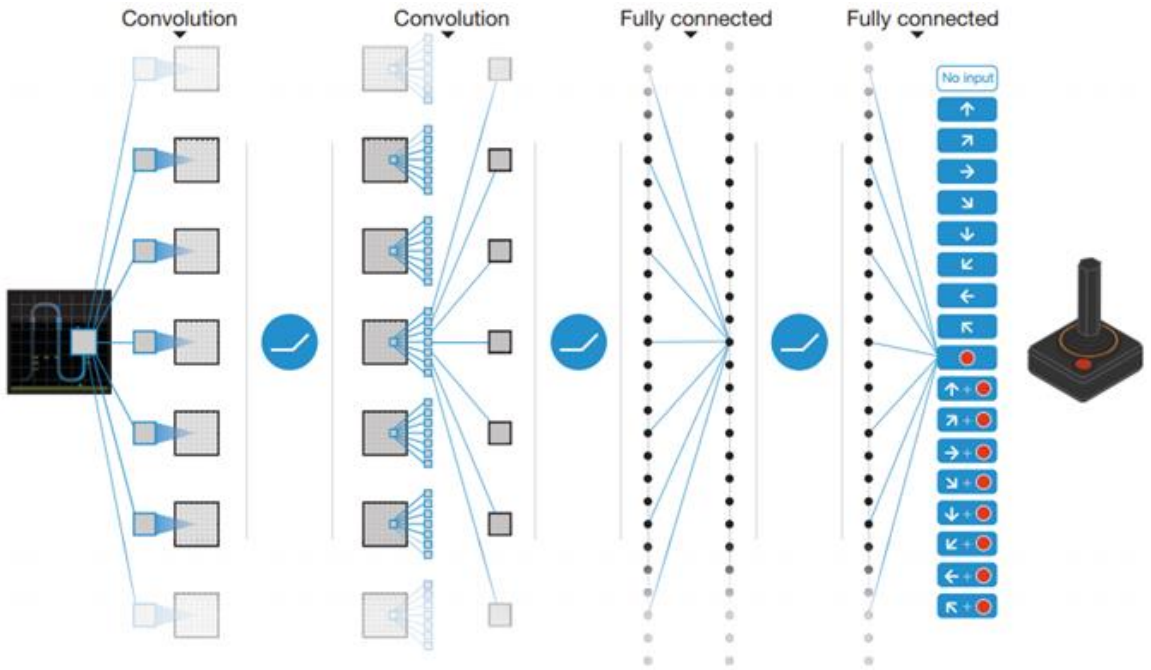
❖ Q-Learning

- 최적의 상태(s)-행동(a) 가치를 추정하여 최적의 정책을 정의
- 가치함수 갱신을 정책이 아닌 max 연산자로 결정
- 에이전트가 상태 s에 도달해서 행동 a를 선택한 후 행동의 결과를 얻기 전에 평균적으로 기대할 수 있는 할인된 미래 보상의 합

$$\hat{Q}(s,a) \leftarrow r(s,a) + \gamma \max_{a'} \hat{Q}(s',a')$$

Deep Q-Learning(DQN)

- "Playing Atari with Deep Reinforcement Learning" 논문 에서 발표 (Goolgle Deepmind)
- atari video game에 적용
  - NN과 Q-Learning을 결합한 DQN으로 상태를 입력하고, 게임 종류마다 필요한 만큼 출력 노드를 결정



Deep Q-Learning(DQN)

- ❖ 상태-행동 쌍의 Q-value에 근사 하는 함수의 가중치를 찾는 문제
- ❖ Q-value 추정을 위해 DNN 사용 (deep Q-network, DQN)
  - 미래의 할인된 가치를 추정하기 위해 다음 상태 s′ 과 모든 사용 가능한 행동 a′에 대해 DQN실행으로 모든 가능한 행동에 대한 미래 근사 Q-value를 얻을 수 있다
  - 미래 근사 Q-value 에서 가장 큰 값을 골라 할인을 적용하면 할인된 미래보상 추정을 얻을 수 있다
  - 할인된 미래보상 추정과 보상 r을 더하여 상태-행동쌍(s,a)에 대한 목표 Q-value y(s,a)를 얻게 된다.
  - 목표 Q-value로 손실을 최소화할 수 있도록 경사하강법을 사용해 훈련단계를 수행

$$Q_{\text{target}}(s,a) = r + \gamma \cdot \max_{a'} \; Q_{\theta}(s',a')$$

Deep Q-Learning(DQN)

❖ 예제파일

- Lab16_2_reinforcement_learning.ipynb