



## 2

## Tensorflow를 이용한 다층신경망 구현

- 1. Neural Network
- 2. Activation Function
- 3. Array
- 4. 신경망 구현하기
- 5. 출력층 구현하기
- 6. MNIST 맛보기

#### 학습 목표

- ✓ 퍼셉트론에서 신경망까지 발전 과정을 이해한다.
- ✔ 딥러닝의 주요 활성화 함수를 이해한다.
- ✓ 신경망을 직접 구현한다.

#### 주요 내용

- ✔ 딥러닝의 기본인 신경망에 대한 기초적인 이해
- ✔ 딥러닝에 사용되는 활성화 함수 이해
- ✔ 신경망을 이해하는데 기본적인 계산 이해



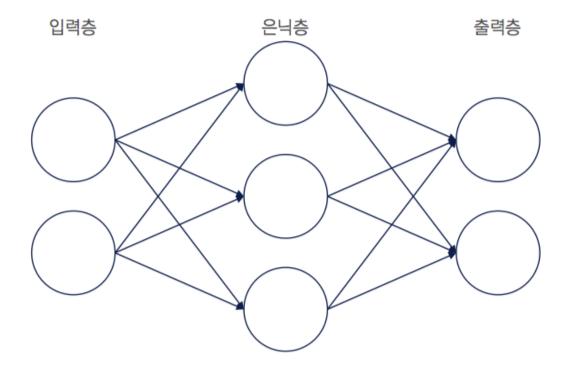
2

## 1. Neural Network

### **Neural Network**

#### ❖ 퍼셉트론에서 신경망으로

- 신경망?
  - 가중치 매개변수의 적절한 값을 데이터로부터 자동으로 학습
  - 신경망은 신호를 어떻게 전달할까?



#### **Neural Network**

#### ❖ 퍼셉트론에서 신경망으로

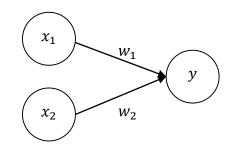
• Perceptron을 잠시 복습해봅시다.

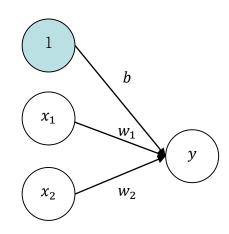
• 
$$y = \begin{cases} 0 & (w_1 x_1 + w_2 x_2 \le \theta) \\ 1 & (w_1 x_1 + w_2 x_2 > \theta) \end{cases}$$

- 가중치가 *b*이고 Input이 1인 뉴런 추가
  - $x_1$ ,  $x_2$ , 1 세 개의 input이 뉴런에 입력되고, 입력된 뉴런에 가중 치를 곱한 후 그 합이 0을 넘으면 1을 출력하고 그렇지 않으면 0을 출력하는 퍼셉트론

• 
$$y = h(b + w_1x_1 + w_2x_2)$$

• 
$$h(x) = \begin{cases} 0 & (x \le 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$





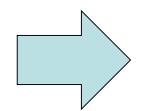
### **Neural Network**

#### ❖ 활성화 함수?

- Activation Function(활성화 함수)
  - 입력 신호의 총합을 출력 신호로 변환하는 함수(h(x))

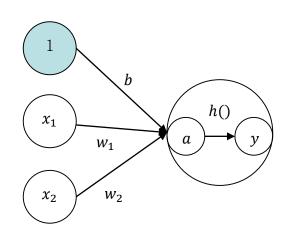
• 
$$y = h(b + w_1x_1 + w_2x_2)$$

• 
$$h(x) = \begin{cases} 0 & (x \le 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$



• 
$$a = b + w_1 x_1 + w_2 x_2$$

• 
$$y = h(a)$$





2

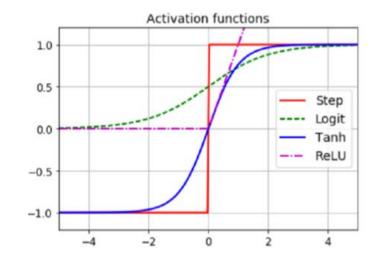
## 2. Activation Function

#### ❖ 활성화 함수?

- 퍼셉트론에서는 어떤 활성화 함수를 썼는가?
  - 계단 함수(Step Function) 사용

• 
$$h(x) = \begin{cases} 0 & (x \le 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$

- 그렇다면 신경망에서는 어떤 활성화 함수들을 사용하는가?
  - Sigmoid Function 함수를 많이 사용
  - $\bullet \ h(x) = \frac{1}{1 + exp^{(-x)}}$
  - $exp^{(-x)}$  는  $e^{(-x)}$  이며 e는 자영 상수로 2.7182....
    - 로그와 유사
  - Sigmoid Function, Tanh Function, ReLU etc..



- 신경망이란?
  - 활성화 함수로 Sigmoid 함수를 이용하여 입력 값을 변환하고, 이 값을 다음 뉴런에 전달!

#### Step Function Code

- 계단 함수(Step Function)는 입력이 0을 넘으면 1을 출력하고 그 외에는 0을 출력하는 함수
- 배열도 지원하는 코드를 작성하고 싶은 경우?

```
In [2]: import numpy as np
import matplotlib.pylab as plt

In [3]: x = np.array([-1.0, 1.0, 2.0])
y = x > 0
print("x = ", x)
print("y = ", y)

x = [-1. 1. 2.]
y = [False True True]

In [4]: y = y.astype(np.int)
print("y = ", y)

y = [0 1 1]
```

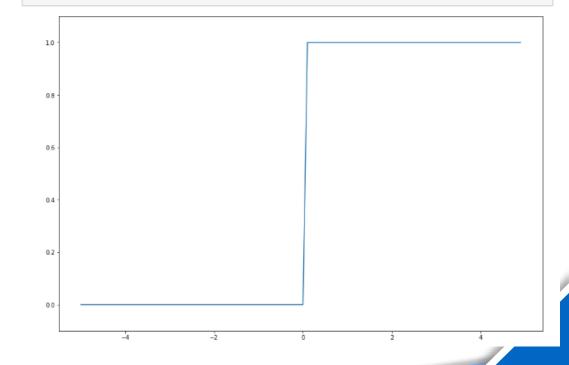
- 넘파이 배열의 부등호 연산 수행 -> bool 배열 생성
- Bool자료형 변환 -> astype() 메소드 사용

#### ❖ Step Function 그래프

- matplotlib 사용
- np.arange(-5.0, 5.0, 0.1) 은 넘파이 배열 생성
- step\_function()은 인수로 받은 넘파이 배열의 원소 각각을 인수로 계단 함수를 실행하여 결과 배열로 돌려줌

```
In [5]: def step_function(x):
    return np.array(x > 0, dtype=np.int)

In [6]: X = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
    Y = step_function(X)
    plt.figure(figsize = (15, 10))
    plt.plot(X, Y)
    plt.ylim(-0.1, 1.1) # y축 범위 지정
    plt.show()
```



#### Sigmoid Function

$$\bullet \ h(x) = \frac{1}{1 + exp^{(-x)}}$$

#### ❖ (참고)Sigmoid Function

#### ❖ Sigmoid Function 그래프

• 
$$h(x) = \frac{1}{1 + exp^{(-x)}}$$

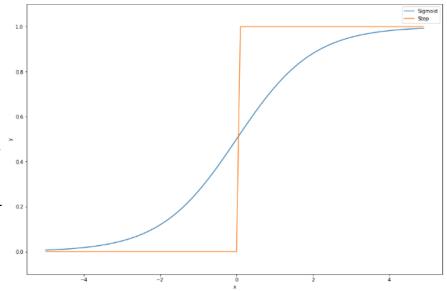
```
In [1]: import numpy as np
    import matplotlib.pylab as plt

In [2]: def sigmoid(x):
        return 1 / (1 + np.exp(-x))

In [3]: X = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
        Y = sigmoid(X)
        plt.figure(figsize = (15, 10))
        plt.plot(X, Y)
        plt.ylim(-0.1, 1.1)
        plt.show()
```

#### **❖ Sigmoid Function vs. Step Function**

- Singmoid 와 step function의 차이?
  - 매끄러움
  - 계단 함수: 0을 기점으로 출력이 급격하게 변화
  - 시그모이드 함수: 입력에 따라 연속적 변화
- Singmoid 와 step function의 공통점?
  - 입력이 작은 경우의 출력은 0에 가깝고 입력이 커질 수록 1에 가까워지는 구조
  - 즉, 입력이 중요하면 큰 값 출력, 중요하지 않으면 작 <sup>12</sup> 은 값 출력
  - 출력은 0에서 1 사이
  - 비선형 함수
    - 왜 신경망에서는 비선형 함수를 사용해야 할까?



#### **❖** ReLU(Rectified Linear Unit)

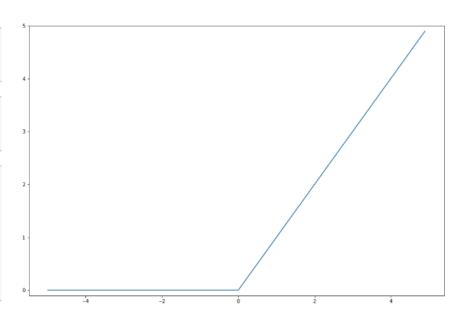
• ReLU는 입력이 0을 넘으면 그 입력을 그대로 출력하고, 0 이하이면 0을 출력하는 함수

• 
$$h(x) = \begin{cases} x & (x > 0) \\ 0 & (x \le 0) \end{cases}$$

```
In [13]: import numpy as np
import matplotlib.pylab as plt

In [14]: def relu(x):
    return np.maximum(0, x)

Min [15]: X = np.arange(-5.0, 5.0, 0.1)
    Y = relu(X)
    plt.figure(figsize = (15, 10))
    plt.plot(X, Y)
    plt.ylim(-0.1, 5)
    plt.show()
```





3. Array

#### ❖ 다차원 배열

- 다차원 배열?
  - N 차원으로 수를 나열하는 것
- 먼저 1차원 배열을 만들어 봅시다.
  - 배열의 차원 수 확인: np.ndim()
  - 배열의 형상 확인: shape

```
In [16]: A = np.array([1, 2, 3, 4])
    print("A =", A)
    print("A.ndim =",np.ndim(A))
    print("A.shape =", A.shape)

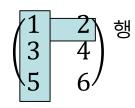
A = [1 2 3 4]
    A.ndim = 1
    A.shape = (4,)
```

#### ❖ 다차원 배열

- 다차원 배열?
  - N 차원으로 수를 나열하는 것
- 이번엔 2차원 배열을 만들어 봅시다.
  - 3\*2 배열을 만들어 보세요
  - 배열의 차원 수 확인: np.ndim()
  - 배열의 형상 확인: shape

```
In [18]: B = np.array([[1,2], [3,4], [5,6]])
    print("B =", B)
    print("B.ndim = ", np.ndim(B))
    print("B.shape =", B.shape)
B = [[1 2]
    [3 4]
    [5 6]]
B.ndim = 2
B.shape = (3, 2)
```

- 3 X 2 배열?
  - 처음 차원에는 원소가 3개, 다음 차원에는 원소가 2개 있다는 의미
  - 2차원 배열은 행렬(matrix)라고 부르며 배열의 가로 방향은 행(row), 세로 방향은(column)



#### ❖ 행렬의 내적(행렬 곱)

• 2 x 2 행렬의 내적 구하기

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$$

- 파이썬으로 구현해보기
  - 넘파이 내적 계산: np.dot()
  - np.dot(A, B), np.dot(B, A) 값은 어떤가?

```
In [19]: A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
    B = np.array([[5, 6], [7, 8]])
    print("A.shape =", A.shape)
    print("B.shape =", B.shape)

A.shape = (2, 2)
    B.shape = (2, 2)

Min [20]: result = np.dot(A, B)
    print("A·B =", result)
    print("result.shape =", result.shape)

A·B = [[19 22]
    [43 50]]
    result.shape = (2, 2)
```

#### ❖ 행렬의 내적(행렬 곱)

• 2 x 3 행렬 A와 3 x 2 행렬B 의 내적을 구해보세요

```
In [21]: A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
    B = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]])
    print("A.shape =", A.shape)

    A.shape = (2, 3)
    B.shape = (3, 2)

In [22]: result = np.dot(A, B)
    print("A·B =", result)
    print("result.shape =", result.shape)

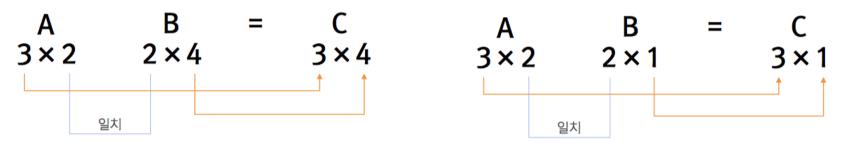
    A·B = [[22 28]
    [49 64]]
    result.shape = (2, 2)
```

- 2 x 3 행렬 A와 2 x 2 행렬B 의 내적을 구해보세요
  - 값이 어떻게 나오나요?

#### ❖ 행렬의 내적(행렬 곱)

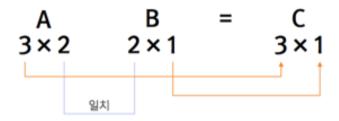
• 2 x 3 행렬 A와 2 x 2 행렬B 의 내적을 구해보세요

- 다차원 배열의 내적(곱셈)에는 두 행렬의 대응하는 차원의 원소 수를 일치하여야 한다!
- 행렬의 형상(Shape)에 주의\*



#### ❖ 행렬의 내적(행렬 곱)

• 3 x 2 행렬 A와 2 x 1 행렬B 의 내적을 구해보세요

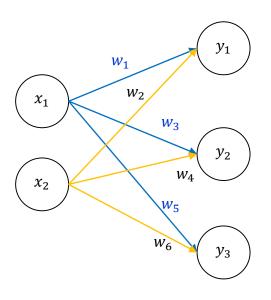


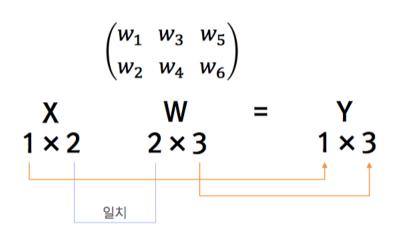
```
In [24]: A = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]])
    print("A.shape =", A.shape)
    B = np.array([7, 8])
    print("B.shape =", B.shape)
    print("A·B = ", np.dot(A, B))

A.shape = (3, 2)
    B.shape = (2,)
    A·B = [23 53 83]
```

#### ❖ 신경망의 내적

• 넘파이를 가지고 어떻게 신경망을 구현할 수 있을까





#### ❖ 신경망의 내적 Code

• 넘파이를 가지고 어떻게 신경망을 구현할 수 있을까

```
In [25]: x = np.array([1, 2])
    print("shape of input =", x.shape)
    weight = np.array([[1, 3, 5], [2, 4, 6]])
    print("weight =", weight)
    print("shape of weight =", weight.shape)
    y = np.dot(x, weight)
    print("y =", y)

    shape of input = (2,)
    weight = [[1 3 5]
        [2 4 6]]
    shape of weight = (2, 3)
    y = [ 5 11 17]
```

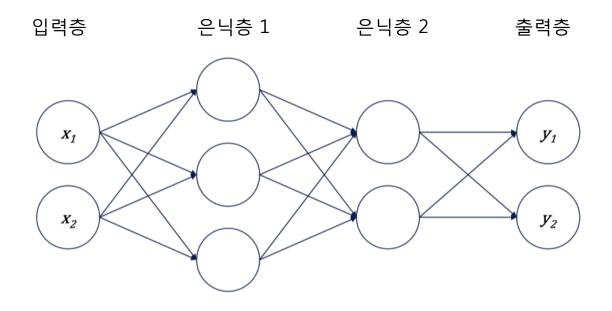


2

## 4. 신경망 구현하기

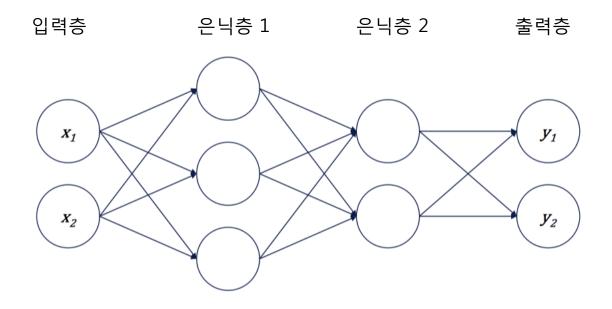
#### ❖ 은닉층이 2개인 신경망 구현하기

- 넘파이를 이용하여 입력부터 출력까지 순방향 신경망 구현
- 구현 예정 신경망



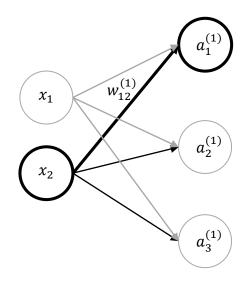
#### ❖ 은닉층이 2개인 신경망 구현하기

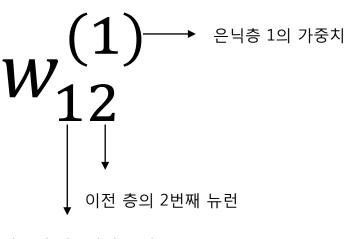
- 넘파이를 이용하여 입력부터 출력까지 순방향 신경망 구현
- 구현 예정 신경망



#### ❖ 은닉층이 2개인 신경망 구현하기

• 표기법

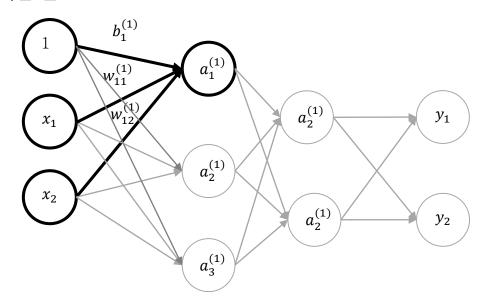




다음 층의 1번째 뉴런

#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현

- 입력층에서 은닉층 1의 첫번째 뉴런으로 가는 신호
- Bias(편향) 추가



• 
$$a_1^{(1)} = w_{11}^{(1)} x_1 + w_{12}^{(1)} x_2 + b_1^{(1)}$$

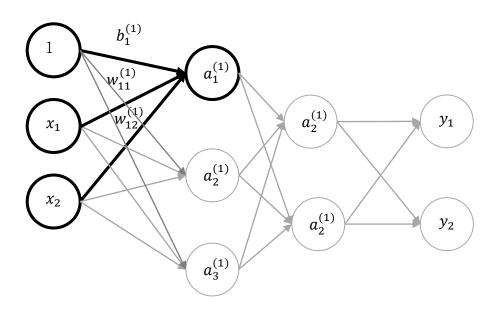
- 행렬의 내적을 이용하여 식을 간소화:  $\mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{W}\mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{B}^{(1)}$
- $\mathbf{A}^{(1)} = \left(a_1^{(1)}, a_2^{(1)}, a_3^{(1)}\right), \ \mathbf{W} = (\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}), \ \mathbf{B}^{(1)} = \left(b_1^{(1)}, b_2^{(1)}, b_3^{(1)}\right)$

• 
$$\mathbf{W}^{(1)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & w_{21}^{(1)} & w_{31}^{(1)} \\ w_{12}^{(1)} & w_{22}^{(1)} & w_{32}^{(1)} \end{pmatrix}$$

#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현 Code

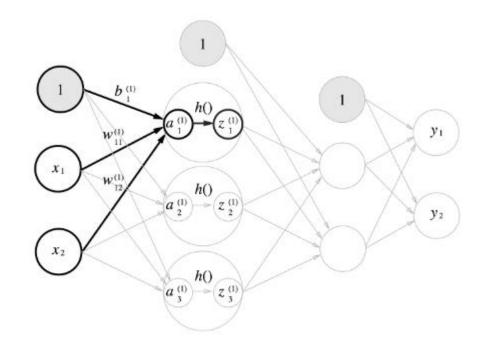
- 입력층에서 은닉층 1층의 첫번째 뉴런으로 가는 신호
  - W1은 2 x 3 행렬
  - X는 원소가 2개인 1차원 배열
  - W1과 X의 차원의 원소 수 일치

```
W1.shape : (2, 3)
X.shape : (2,)
B1.shape : (3,)
A1.shape : (3,)
A1 : [0.3 0.7 1.1]
```



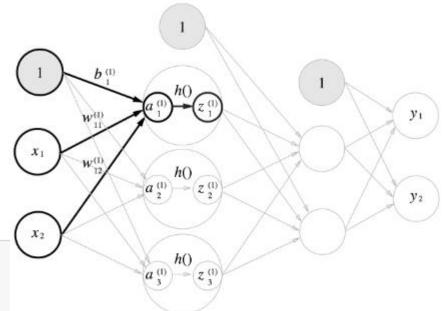
#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현: 활성화 함수 처리

- a 는 은닉층에서의 가중치 합(가중신호와 편향의 총합)으로 표기
- *z* 는 활성화 함수 *h*()로 변환된 신호
- 활성화 함수로 시그모이드를 사용



#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현: 활성화 함수 처리 Code

- a 는 은닉층에서의 가중치 합(가중신호와 편향의 총합)으로 표기
- *z* 는 활성화 함수 *h*()로 변환된 신호
- 활성화 함수로 시그모이드를 사용



```
def sigmoid(x):
    return 1 / (1 + np.exp(-x))

Z1 = sigmoid(A1)

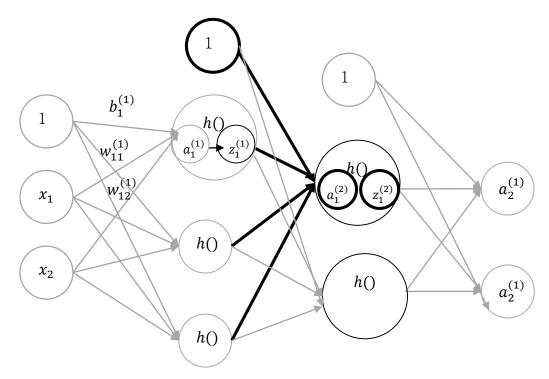
print('A1 :', A1)
print('Z1 :', Z1)
```

A1 : [0.3 0.7 1.1]

Z1 : [0.57444252 0.66818777 0.75026011]

#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현: : 은닉층 1에서 은닉층 2로...

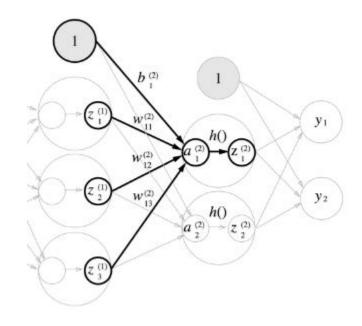
- a 는 은닉층에서의 가중치 합(가중신호와 편향의 총합)으로 표기
- *z* 는 활성화 함수 *h*()로 변환된 신호
- 활성화 함수로 시그모이드를 사용



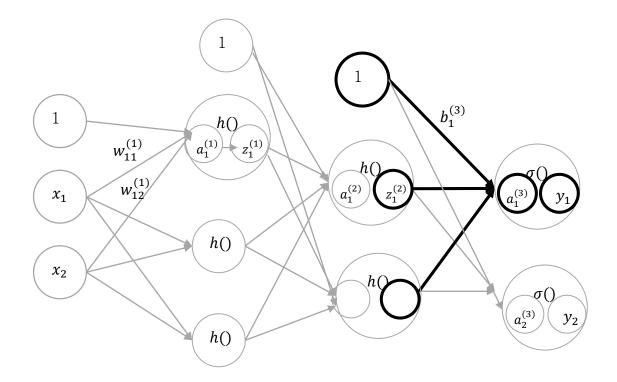
#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현: 은닉층 1에서 은닉층 2로... Code

Z1.shape : (3,) W2.shape : (3, 2) B2.shape : (2,)

A2 : [0.51615984 1.21402696] Z2 : [0.62624937 0.7710107 ]



- ❖ 각 층별 신호 전달 구현: 출력층 구현
  - 출력층



#### ❖ 각 층별 신호 전달 구현: 출력층 구현 Code

• 출력층

```
def identity function(x):
    return x
W3 = np.array([[0.1, 0.3],
               [0.2, 0.4]])
B3 = np.array([0.1, 0.2])
A3 = np.dot(Z2, W3) + B3
Y = identity_function(A3) # Y = A3
print('\subseteq3.shape :', \subseteq3.shape)
print('B3.shape :', B3.shape)
print('A3.shape :', A3.shape)
print('Y.shape :', Y.shape)
print('A3 :', A3)
print('Y :', Y)
₩3.shape : (2, 2)
B3.shape : (2,)
A3.shape : (2.)
Y.shape : (2.)
A3 : [0.31682708 0.69627909]
Y : [0.31682708 0.69627909]
```

#### ❖ 구현 정리

- 은닉층이 2개인 신경망
- Init\_network(): 가중치와 편향을 초
   기화 후 network에 저장
- forward(): 입력을 출력으로 변환하
   는 처리 과정

```
def init_network():
   network = {}
   network['W1'] = np.array([[0.1, 0.3, 0.5],
                              [0.2, 0.4, 0.6]
   network['b1'] = np.array([0.1, 0.2, 0.3])
   network['W2'] = np.array([[0.1, 0.4],
                              [0.2, 0.5],
                              [0.3, 0.6]])
   network['b2'] = np.array([0.1, 0.2])
   network['\\3'] = np.array([[0.1, 0.3]])
                              [0.2, 0.4]])
   network['b3'] = np.array([0.1, 0.2])
   return network # dictionary return
def forward(network, x):
   W1, W2, W3 = network['W1'], network['W2'], network['W3']
   b1, b2, b3 = network['b1'], network['b2'], network['b3']
   a1 = np.dot(x, W1) + b1
   z1 = sigmoid(a1)
   a2 = np.dot(z1, W2) + b2
   z2 = sigmoid(a2)
   a3 = np.dot(z2, W3) + b3
   v = identity function(a3)
   return y
network = init_network()
x = np.array([1.0, 0.5])
y = forward(network, x)
print(v)
[0.31682708 0.69627909]
```



2

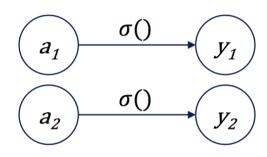
# 5. 출력층 구현하기

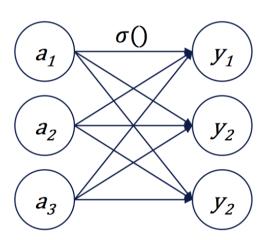
## 출력층 구현하기

# ❖ 항등 함수(Identity Function) 와 소프트맥스 함수(Softmax Function)

- 항등 함수?
  - 항등 함수는 입력을 그대로 출력하는 함수
  - 즉 입력과 출력이 항상 같은 함수
- 소프트맥스 함수
  - 분류에서 사용되는 함수
  - $\exp(x) \vdash e^x =$  뜻하는 지수 함수
  - n은 출력층의 뉴런 수이며, $y_k$ 는 그중 k번째 출력을 뜻함

• 
$$y_k = \frac{\exp(a_k)}{\sum_{i=1}^n \exp(a_i)}$$





## 출력층 구현하기

#### ❖ 소프트맥스 함수(Softmax Function) Code

• n은 출력층의 뉴런 수이며, $y_k$ 는 그중 k번째 출력을 뜻함

• 
$$y_k = \frac{\exp(a_k)}{\sum_{i=1}^n \exp(a_i)}$$

```
def softmax(a):
    c = np.max(a)
    exp_a = np.exp(a - c) # 오버플로 대책
    sum_exp_a = np.sum(exp_a)
    y = exp_a / sum_exp_a
    return y

a = np.array([0.3, 2.9, 4.0])
print('a :', a)
print('softmax(a) :', softmax(a))
```

a : [0.3 2.9 4.] softmax(a) : [0.01821127 0.24519181 0.73659691]

## 출력층 구현하기

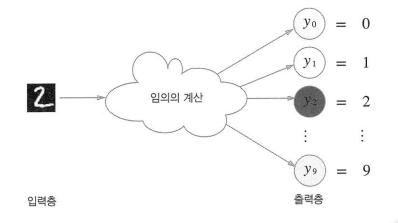
#### ❖ 소프트맥스 함수(Softmax Function) 특징

- 소프트맥스 함수의 출력: 0에서 1.0 사이의 실수
- 소프트맥스 함수 출력의 총합은 1
  - 출력 총합이 된다는 점은 중요한 성질 중 하나
  - 확률과 유사하게 보임

- 그렇다면 출력층에서 어떻게 소프트맥스 함수를 사용할까?
  - 분류의 경우 분류하고 싶은 클래스 수로 설정
  - Q) 입력 이미지가 숫자 0 ~ 9 중 하나로 분류하는 문제라면?
    - 출력층의 뉴런을 10개로 설정

```
M In [7]: matrix = np.array([0.3, 2.9, 4.0])
y = softmax(matrix)
print("y =", y)
print("sum of y =", np.sum(y))
```

 $y = [0.01821127 \ 0.24519181 \ 0.73659691]$ sum of y = 1.0





7

## 6. MNIST 맛보기

#### ❖ 손글씨 숫자 인식

- 손글씨 데이터를 분류하는 신경망 구조를 구현해 봅시다.
  - 추론 과정만 구현(학습은 다음 챕터에서 자세하게!)
  - 이러한 추론 과정을 신경망의 forward propagation 이라고 함
- MNIST 데이터 셋이란?
  - 미국 국립표준기술연구소(NIST)의 손글씨 데이터베이스
  - MNIST 손글씨 숫자 이미지 집합
  - 0 부터 9까지 숫자 이미지로 구성
  - Train data: 60,000장, Test data: 10,000장
  - 28\*28 회색조 이미지
  - 각 이미지에는 이미지의 정답 레이블이 함께 있음



#### ❖ 손글씨 숫자 인식

• 데이터 불러오기

```
[12] #구글 드라이브 연결
from google.colab import drive
drive.mount('/gdrive')
```

Mounted at /gdrive

```
[6] import sys, os
import pickle
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
sys.path.append(os.pardir) # 부모 디렉터리의 파일을 가져올 수 있도록 설정
import keras
from keras.datasets import mnist #keras.datasets의 mnist 이용
```

```
[56] (x_train, y_train), (x_test, y_test) = mnist.load_data() #mnist 로드

print('x_train.shape :', x_train.shape)
print('t_train.shape :', y_train.shape)
print('x_test.shape :', x_test.shape)
print('t_test.shape :', y_test.shape)
```

#### ❖ 손글씨 숫자 인식

```
#이미지 확인
plt.figure(figsize=(4, 2))
plt.subplot(121)
img = x_train[0].reshape(28, 28)
plt.imshow(img, 'gray')
plt.xticks([]), plt.yticks([]);
plt.subplot(122)
img = x_train[1].reshape(28, 28)
plt.imshow(img, 'gray')
plt.xticks([]), plt.yticks([]);
print("y_train[0] (x_train[0] label) =", y_train[0])
print("y_train[1] (x_train[1] label) =", y_train[1])
y_{train}[0] (x_{train}[0] label) = 5
y_{train[1]}(x_{train[1]} | abel) = 0
```



#### ❖ 손글씨 숫자 인식

• 함수 정의

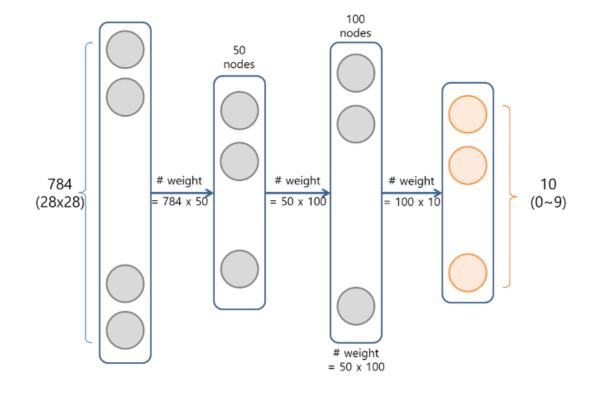
```
def sigmoid(x):
    return 1 / (1 + np.exp(-x))

def softmax(a):
    c = np.max(a)
    exp_a = np.exp(a - c) # 오버플로 대책
    sum_exp_a = np.sum(exp_a)
    y = exp_a / sum_exp_a
    return y
```

```
# mnist에서 테스트 데이터만 반환
def get data():
   (x_train, y_train), (x_test, y_test) = mnist.load_data()
   return x_test, y_test
#sample_weight.pkl 에 저장된 학습된 가중치 가져오기
def init network():
   with open('/gdrive/My Drive/DeepLearning/sample_weight.pkl', 'rb') as f:
       network = pickle.load(f)
   return network
#학습된 network에 x 값을 입력하여 결과 y 반환
def predict(network, x):
   W1, W2, W3 = network['W1'], network['W2'], network['W3']
   b1, b2, b3 = network['b1'], network['b2'], network['b3']
   a1 = np.dot(x, W1) + b1
   z1 = sigmoid(a1)
   a2 = np.dot(z1, W2) + b2
   z2 = sigmoid(a2)
   a3 = np.dot(z2, W3) + b3
   y = softmax(a3)
   return y
```

#### ❖ 손글씨 숫자 인식

• 신경망 구조



#### ❖ 손글씨 숫자 인식

• 성능 확인

```
#(1)테스트 데이터만 가져오기
x, t = get_data()
print("x.shape=", x.shape) #28*28 이미지 10000개
print("t.shape=", t.shape)
#(2) 28*28 2차원을 784 1차원으로 변경(flatten)
x = np.array(x).reshape(x.shape[0], x.shape[1]*x.shape[2])
print("x.shape=", x.shape)
print("t.shape=", t.shape)
#print(x[:28*28]) #첫번째 이미지 값 확인
#(3) 0~255 값을 0~1 실수값으로 변경 (normalization)
x = x / 255.0
#print(x[:28*28]) #첫번째 이미지 값 확인
#학습된 네트워크 얻기
network = init_network()
x.shape= (10000, 28, 28)
t.shape= (10000,)
x.shape= (10000, 784)
t.shape= (10000.)
```

```
accuracy_cnt = 0
for i in range(len(t)):
    y = predict(network, x[i])
    p = np.argmax(y) # 확률이 가장 높은 원소의 인덱스를 얻는다.
    if p == t[i]:
        accuracy_cnt += 1
print("Accuracy:" + str(float(accuracy_cnt)/len(x)))
```

Accuracy:0.9352