

3er Parcial, 2020
Procesos Estocásticos y Estadística de No-equilibrio

1. Considere la EDE:

$$dx = (\lambda x - x^2) dt + \sigma x dW, \quad \mathcal{D}_x = [0, \infty] .$$

donde dW es el diferencial de Wiener. Aquí λ y σ son constantes positivas. Obtenga numericamente la pdf estacionaria $P(x)$ en los casos de usar el calculo-estocastico de ITO o STR. Construya un dibujo del histograma $P(x)$ vs. la expresion analitica $P(x)$. Cuales son los puntos (contornos) intrinsecos de la F-P.

Ayudas:

En el caso de ITO (Hernan) la F-P es:

$$\partial_t P(x, t) = \left[-\partial_x (\lambda x - x^2) + \frac{\sigma^2}{2} \partial_x^2 x^2 \right] P(x, t) ,$$

que ocurre cuando: $\lambda < \sigma^2/2, \sigma^2/2 < \lambda < \sigma^2, \lambda > \sigma^2$.

En el caso de STR (Emilio) la F-P es:

$$\partial_t P(x, t) = \left[-\partial_x \left(\lambda x - x^2 + \frac{\sigma^2}{2} x \right) + \frac{\sigma^2}{2} \partial_x^2 x^2 \right] P(x, t)$$

que ocurre cuando: $0 < \lambda < \sigma^2/2, \lambda > \sigma^2/2$, y que pasa si fuese $\lambda < 0$?

Catedra: Dr. M.O. Caceres, Instituto Balseiro.