

PRACTICA N° 01: Simulación Ad Hoc

HERNAN DAVID QUIJANO GONZALEZ - 160004224

Septiembre 2023

1 Introducción

Este informe se centra en la simulación computacional de un sistema de cola sencillo con una restricción en la cantidad máxima de clientes que pueden ser atendidos. El propósito principal es introducir el concepto de simulación computacional mediante un ejemplo específico (Ad hoc), generando variables aleatorias para modelar los intervalos de llegada y los tiempos de atención del servidor. Se analizan diversas métricas de rendimiento y se repite la simulación en múltiples ocasiones para calcular intervalos de confianza en diferentes escenarios de clientes atendidos. Además, se proporciona una revisión preliminar de conceptos clave, como variables aleatorias, distribuciones de probabilidad discreta uniforme y sistemas de cola simples. La metodología abarca la generación de valores aleatorios, el cálculo de medidas de desempeño y la repetición de simulaciones, empleando recursos como equipos informáticos, incluyendo Excel y Google Colab.

2 Metodología

El desarrollo de esta experimentación se basa en dos partes:

- Primero, a partir de la plantilla en excel "Ejemplo fila banco.xlsx", se realizaron 10 hojas con esta plantilla, para la cual tabla era necesario llenar 20 datos de manera aleatoria, con una ruleta valores de 1 a 10 para los datos de "Time Between Arrivals", lo que se traduce como "Tiempo entre llegadas" (columna 2), y con un dado valores de 1 a 6 para "Service Time" o "Tiempo de Servicio" (columna 4). [Figure 1]

| Customer | Time Between Arrivals | Arrival Time | Service Time | Service Begins | Time Service Ends | Time in System | Idle Time | Time in Queue |
|----------|-----------------------|--------------|--------------|----------------|-------------------|----------------|-----------|---------------|
| 1 | - | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 19 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | Sum | 0 | 0 | 0 |

Figure 1: Plantilla de simulación con 20 clientes

La plantilla nos genera unos medidas de desempeño, las cuales serán necesarias para analizar el comportamiento de la cola simple. [Figure 2]

Lo anterior se debe realizar 10 veces, y copiar las medidas de desempeño en una hoja de la plantilla llamada "10 runs". [Figure 3]

Luego a partir de un código en colab, se debe manipular, para ingresar el vector de cada medida de desempeño y obtener la media de la muestra (sample mean), la desviación estándar de la muestra (sample standard deviation), la media anchura (half-width) y los intervalos de confianza (confidence intervals) para

| | |
|---|----|
| Average time in system: | 0 |
| Percent idle time: | 0% |
| Average waiting time per customer: | 0 |
| Fraction having to wait: | 0 |
| Average waiting time of those who waited: | 0 |

Figure 2: Medidas de desempeño

| Run | Average time in system: | Percent idle time: | Average waiting time per customer: | Fraction having to wait: | Average waiting time of those who waited: |
|-----|-------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------------|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figure 3: Plantilla tabla 10 simulaciones

95 por ciento y 99 por ciento de confianza.

- Por ultimo, la intención es usar la primer plantilla, pero ahora con 200 registros, capturados de la misma forma. Con lo anterior, realizar las respectivas comparaciones con la primera parte, y responder: ¿Cuál combinación de número de clientes, repeticiones y porcentaje de confianza tiene la menor desviación estándar de la muestra y el menor rango del intervalo de confianza?

3 Resultados

5.1 Para la primera parte, se uso el simulador de ruleta "https://www.visnos.com/demos/random-spinners", para generar los valores aleatorios de la segunda columna para los 20 clientes y el simulador de dados de google, para generar los datos en la 4 columna.

| Customer | Time Between Arrivals | Arrival Time | Service Time | Service Begins | Time Service Ends | Time in System | Idle Time | Time in Queue |
|----------|-----------------------|--------------|--------------|----------------|-------------------|----------------|-----------|---------------|
| 1 | - | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 5 | 5 | 4 | 5 | 9 | 4 | 4 | 0 |
| 3 | 7 | 12 | 6 | 12 | 18 | 6 | 3 | 0 |
| 4 | 9 | 21 | 6 | 21 | 27 | 6 | 3 | 0 |
| 5 | 9 | 30 | 6 | 30 | 36 | 6 | 3 | 0 |
| 6 | 10 | 40 | 3 | 40 | 43 | 3 | 4 | 0 |
| 7 | 9 | 49 | 6 | 49 | 55 | 6 | 6 | 0 |
| 8 | 8 | 57 | 6 | 57 | 63 | 6 | 2 | 0 |
| 9 | 6 | 63 | 4 | 63 | 67 | 4 | 0 | 0 |
| 10 | 2 | 65 | 3 | 67 | 70 | 5 | 0 | 2 |
| 11 | 1 | 66 | 1 | 70 | 71 | 5 | 0 | 4 |
| 12 | 4 | 70 | 5 | 71 | 76 | 6 | 0 | 1 |
| 13 | 8 | 78 | 5 | 78 | 83 | 5 | 2 | 0 |
| 14 | 5 | 83 | 4 | 83 | 87 | 4 | 0 | 0 |
| 15 | 3 | 86 | 6 | 87 | 93 | 7 | 0 | 1 |
| 16 | 9 | 95 | 3 | 95 | 98 | 3 | 2 | 0 |
| 17 | 9 | 104 | 6 | 104 | 110 | 6 | 6 | 0 |
| 18 | 7 | 111 | 2 | 111 | 113 | 2 | 1 | 0 |
| 19 | 4 | 115 | 2 | 115 | 117 | 2 | 2 | 0 |
| 20 | 1 | 116 | 1 | 117 | 118 | 2 | 0 | 1 |
| | | | | Sum | 89 | 38 | | 9 |

Figure 4: Simulación con 20 clientes Ejemplo 1

5.2 A partir de la plantilla se obtuvieron las siguientes medidas de desempeño:

| | |
|---|------|
| Average time in system: | 4.45 |
| Percent idle time: | 32% |
| Average waiting time per customer: | 0.45 |
| Fraction having to wait: | 0.25 |
| Average waiting time of those who waited: | 1.8 |

Figure 5: Medidas de desempeño Ejemplo 1

De las anteriores medidas se puede concluir:

- Average time in system (Tiempo Promedio en el Sistema): Indica que, en promedio, un cliente pasa aproximadamente 4.45 unidades de tiempo en el sistema desde el momento en que llega hasta que es atendido y sale.
- Percent idle time (Porcentaje de Tiempo de Inactividad): El 32 por ciento representa el porcentaje de tiempo en el que el servidor está inactivo o no está atendiendo a ningún cliente. Un valor relativamente alto podría indicar una subutilización del servidor, lo que podría ser ineficiente en términos de recursos.
- Average waiting time per customer (Tiempo Promedio de Espera por Cliente): En promedio, un cliente que debe esperar en la cola antes de ser atendido espera alrededor de 0.45 unidades de tiempo.
- Fraction having to wait (Fracción que Debe Esperar): Indica que aproximadamente el 25 por ciento de los clientes que llegan al sistema tienen que esperar en la cola antes de ser atendidos. Cuanto menor sea este valor, mejor, ya que significa que menos clientes tienen que esperar.
- Average waiting time of those who waited (Tiempo Promedio de Espera de Quienes Esperaron): Con un valor de 1.8, esto representa el tiempo promedio que pasaron esperando los clientes que tuvieron que esperar en la cola.

5.3 Luego se realizó el paso 5.1 y 5.2 en 9 ocasiones más obtener todos los datos de las 10 simulaciones y llenar la tabla "10 runs" [Figure 3], obtenemos la siguiente tabla [Figure 4]:

| A | B | C | D | E | F |
|-----|-------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------------|---|
| Run | Average time in system: | Percent idle time: | Average waiting time per customer: | Fraction having to wait: | Average waiting time of those who waited: |
| 1 | 4.45 | 32% | 0.45 | 0.25 | 1.8 |
| 2 | 4 | 26% | 0.55 | 0.3 | 1.833333333 |
| 3 | 3.8 | 41% | 0.45 | 0.15 | 3 |
| 4 | 4.2 | 39% | 0.4 | 0.2 | 2 |
| 5 | 4.9 | 32% | 1.3 | 0.4 | 3.25 |
| 6 | 4.2 | 34% | 1.05 | 0.4 | 2.625 |
| 7 | 4.1 | 37% | 0.65 | 0.25 | 2.6 |
| 8 | 4.8 | 29% | 1.25 | 0.5 | 2.5 |
| 9 | 4.2 | 39% | 0.45 | 0.2 | 2.25 |
| 10 | 6.95 | 22% | 2.65 | 0.45 | 5.888888889 |

Figure 6: Tabla 10 simulaciones

- Esas medidas de desempeño se pueden resumir de la siguiente manera:
- En el tiempo promedio en el sistema, oscila entre 3.8 y 6.95, siendo estos extremos, y concentrándose la gran cantidad de datos entre 4 y 4.9.
 - En general, en todas las ejecuciones, se mantiene una tendencia de que el servidor tiene cierto grado de tiempo de inactividad, aunque la magnitud varía. Esto sugiere que el servidor no está funcionando constantemente y podría haber oportunidades para mejorar la utilización de los recursos.
 - La longitud promedio de la espera en la cola varía desde 0.45 hasta 2.65 unidades de tiempo. Algunas ejecuciones tienen tiempos de espera muy cortos, mientras que otras tienen esperas mucho más largas.
 - La fracción de clientes que tienen que esperar en la cola tiende a variar entre el 15 por ciento y el 50 por ciento. Aunque fluctúa, en la mayoría de los casos, una parte significativa de los clientes debe esperar antes de ser atendidos.
 - Esta medida también presenta diferencias significativas, variando desde alrededor de 1.8 hasta 5.89 unidades

de tiempo. Las ejecuciones con tiempos de espera más largos para aquellos que esperaron indican una mayor variabilidad en la experiencia del cliente.

5.4 Con el uso del código de colab, fue necesario manipularlo para calcular el intervalo de desempeño de cada una de las medidas de desempeño de las 10 simulaciones, obteniendo los siguientes resultados:

- Average time in system (Tiempo Promedio en el Sistema):

```
Average time of system intervalo de confianza de 95%:
95.0% confidence
 $\bar{X} = 4.5600000000000005$ 
 $S = 0.9060905032059436$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.975} = 2.2621571627409915$ 
 $h = 0.6481780988864131$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (3.9118219011135875, 5.208178098886414)$ 
```

Figure 7: Average time in system con intervalo de confianza de 95 por ciento

```
Average time of system:
99.0% confidence
 $\bar{X} = 4.5600000000000005$ 
 $S = 0.9060905032059436$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.995} = 3.2498355440153697$ 
 $h = 0.9311785490894107$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (3.62882145091059, 5.491178549089411)$ 
```

Figure 8: Average time in system con intervalo de confianza de 99 por ciento

- Media y Desviación Estándar de la Muestra: Para la medida de Average Time in System, la media de la muestra es aproximadamente 4.56 unidades de tiempo, y la desviación estándar es aproximadamente 0.906 unidades de tiempo.
 - Intervalos de confianza: El intervalo de confianza del 95 por ciento nos otorga una seguridad razonable de que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 3.91 a 5.21 unidades de tiempo para la medida "Average Time in System". Mientras que el intervalo de confianza del 99 por ciento es más amplio que el anterior, lo que significa que es más conservador. Indica que tenemos un mayor nivel de confianza en que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 3.63 a 5.49 unidades de tiempo.
- Percent idle time (Porcentaje de Tiempo de Inactividad):

```
Percent idle time:
95.0% confidence
 $\bar{X} = 33.1$ 
 $S = 6.1544924874255695$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.975} = 2.2621571627409915$ 
 $h = 4.402658703513105$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (28.697341296486897, 37.502658703513106)$ 
```

Figure 9: Percent idle time con intervalo de confianza de 95 por ciento

- Media y Desviación Estándar de la Muestra: La media de la muestra para la medida de desempeño es de 33.1. La desviación estándar de la muestra para la medida de desempeño es de aproximadamente 6.1545.

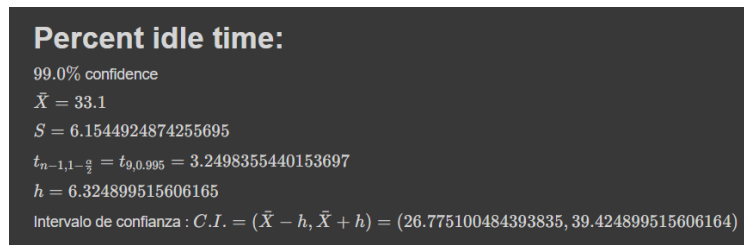


Figure 10: Percent idle time con intervalo de confianza de 99 por ciento

- Intervalos de confianza: El intervalo de confianza al 95 por ciento indica que podemos tener una gran certeza de que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 28.697 a 37.503 para la medida de desempeño. Mientras que el confianza al 99 por ciento es más amplio que el anterior, lo que significa que tiene mayor precisión, lo que indica que tenemos un mayor nivel de confianza en que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 26.775 a 39.425 para la medida de desempeño.

- Average waiting time per customer (Tiempo Promedio de Espera por Cliente):

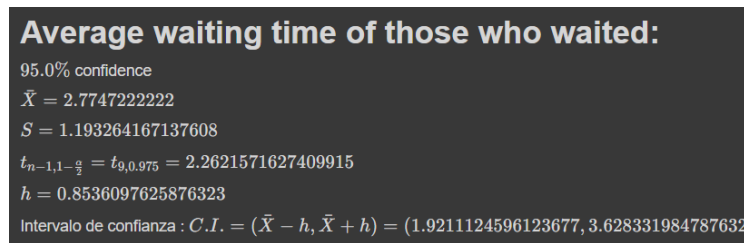


Figure 11: Average waiting time per customer con intervalo de confianza de 95 por ciento

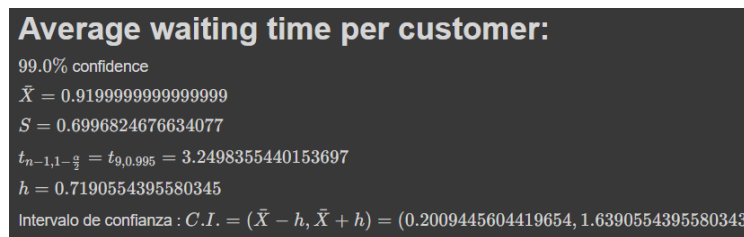


Figure 12: Average waiting time per customer con intervalo de confianza de 99 por ciento

- Media y Desviación Estándar de la Muestra: La media de la muestra para la medida de desempeño es de 33.1. La desviación estándar de la muestra para la medida de desempeño es de aproximadamente 6.1545.
- Intervalos de confianza: El intervalo de confianza al 95 por ciento indica que podemos tener una gran certeza de que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 0.4195 a 1.4205 para la medida de desempeño. Mientras que el confianza al 99 por ciento es más amplio que el anterior, lo que indica que tenemos un mayor nivel de confianza en que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 0.2009 a 1.6391 para la medida de desempeño.

- Fraction having to wait (Fracción que Debe Esperar):

- Media y Desviación Estándar de la Muestra: La media de la muestra para la medida de desempeño es aproximadamente 0.31. La desviación estándar de la muestra para la medida de desempeño es aproximadamente 0.1197.

```

Fraction having to wait:
95.0% confidence
 $\bar{X} = 0.31000000000000005$ 
 $S = 0.11972189997378647$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.975} = 2.2621571627409915$ 
 $h = 0.08564388794001122$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (0.22435611205998884, 0.39564388794001126)$ 

```

Figure 13: Fraction having to wait con intervalo de confianza de 95 por ciento

```

Fraction having to wait:
99.0% confidence
 $\bar{X} = 0.31000000000000005$ 
 $S = 0.11972189997378647$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.995} = 3.2498355440153697$ 
 $h = 0.12303678795591502$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (0.18696321204408503, 0.43303678795591505)$ 

```

Figure 14: Fraction having to wait con intervalo de confianza de 99 por ciento

- Intervalos de confianza: El intervalo de confianza al 95 por ciento indica que podemos tener una gran certeza de que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 0.2244 a 0.3956 para la medida de desempeño. Mientras que el confianza al 99 por ciento es más amplio que el anterior, lo que indica que tenemos un mayor nivel de confianza en que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 0.1870 a 0.4330 para la medida de desempeño.
- Average waiting time of those who waited (Tiempo Promedio de Espera de Quienes Esperaron):

```

Average waiting time of those who waited:
95.0% confidence
 $\bar{X} = 2.774722222$ 
 $S = 1.193264167137608$ 
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.975} = 2.2621571627409915$ 
 $h = 0.8536097625876323$ 
Intervalo de confianza :  $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (1.9211124596123677, 3.628331984787632)$ 

```

Figure 15: Average waiting time of those who waited con intervalo de confianza de 95 por ciento

- Media y Desviación Estándar de la Muestra: La media de la muestra para la medida de desempeño es aproximadamente 2.7747. La desviación estándar de la muestra para la medida de desempeño es aproximadamente 1.1933.
- Intervalos de confianza: El intervalo de confianza al 95 por ciento indica que podemos tener una gran certeza de que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 1.9211 a 3.6283 para la medida de desempeño. Mientras que el confianza al 99 por ciento es más amplio que el anterior, lo que indica que tenemos un mayor nivel de confianza en que la verdadera media de la población se encuentra en el rango de 1.5484 a 4.0010 para la medida de desempeño.

Average waiting time of those who waited:
99.0% confidence
 $\bar{X} = 2.774722222$
 $S = 1.193264167137608$
 $t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} = t_{9, 0.995} = 3.2498355440153697$
 $h = 1.2263035446284027$
Intervalo de confianza : $C.I. = (\bar{X} - h, \bar{X} + h) = (1.5484186775715971, 4.001025766828403)$

Figure 16: Average waiting time of those who waited con intervalo de confianza de 99 por ciento