5. Muestre con detalle que la sustitución hacia atrás se expresa como:

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

- Por definición de la sustitución hacia arriba tenemos una matriz triangular superior A que soluciona el sistema:

$$\begin{array}{ccc} A & X & & b \\ \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0j} \\ 0 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ 0 & 0 & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & a_{ij} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_j \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_i \end{bmatrix} \end{array}$$

① $a_{ij} \cdot x_j = b_i \Rightarrow x_j = \frac{b_i}{a_{ij}}$

② $a_{(i-1)(j-1)} \cdot x_{(j-1)} + a_{(i-1)j} x_j = b_{(i-1)} \Rightarrow x_{(j-1)} = \frac{b_{(i-1)} - a_{(i-1)j} x_j}{A_{(i-1)(j-1)}}$

$\vdots$

ⓝ $a_{(i-n)j} x_j + \dots + a_{(i-(n+1))(j-n)} x_{(j-n)} = b_{(i-n)}$

$$x_{(j-n)} = \frac{b_{(i-n)} - a_{(i-n)j} x_j \dots}{a_{(i-(n+1))(j-n)}}$$

generalizando el método obtenemos

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

dando como condición $i = n, n-1, \dots, 0$.