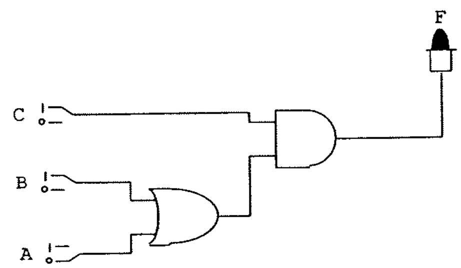
P3- Simplificando la función SOP a través de los teoremas del álgebra de Boole

$$F= C\bar{B}A + CB\bar{A} + CBA$$
$$F= C\bar{B}A + CB(\bar{A} + A)$$
$$F= C\bar{B}A + CB*1$$
$$F= C\bar{B}A + CB$$
$$F= C(\bar{B}A + B)$$
$$F= C(B + \bar{B})(B + A)$$
$$F=C(B + A)$$

P4- Circuito Lógico.



2.2 *Mapas de Karnaugh.*

El álgebra booleana es la base para cualquier simplificación de funciones lógicas.- Una de las formas más fáciles de simplificar las funciones lógicas consiste en utilizar el método de los mapas de Karnaug.- Este método esta basado en los teoremas boléanos, y es uno de los diversos métodos utilizados para simplificar circuitos lógicos.

En resumen, los pasos para simplificar una expresión lógica utilizando mapas de Karnaugh son los siguientes:

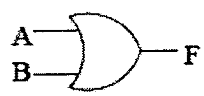
1- Obtener la función SOP(minterms) en forma numérica de la tabla de verdad.
2- Construir el mapa utilizando el código gray deacuerdo al número de variables de la tabla de verdad.
3- Colocar un ´´1´´ en la casilla correspondiente del mapa para cada misterns (término que hace uno la función de salida) de la función obtenida en el numeral 1.
4- Agrupar los 1s en forma adyascente formando grupos de 1, 2, 4, 8 siguiendo las reglas siguientes:
   a- No deben agruparse 1s en forma diagonal
   b- Un 1 agrupado puede agruparse con otro no agrupado
   c- No debe agrupar dos 1s agrupados.
   d- La primer fila es adyacente con la última fila.
   e- La primer columna es adyacente con la última columna
   f- Las esquinas son adyacentes entre si.

   Debe buscar agrupar el mayor número de 1s posibles.- Por ejemplo cuando agrupa 8 1s elimina 3 variables, cuando agrupa 4 1s elimina 2 variables, y cuando agrupa 2 1s elimina 1 variable.

5- Obtener la función simplificada considerando solo aquellas variables que se mantienen de una posición a otra, eliminando aquellas que cambian.- La función obtenida del mapa no siempre es la mínima expresión, debemos utilizar teoremas para obtenerla pero ya es más simple.

Ejemplos:

1- Tomemos la función OR de dos variables como ejemplo:



$F = B + A$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Considerando el procedimiento:

1- Obtener la función SOP(minterns) en forma numérica de la tabla de verdad.
F(AB)= Σ(1,2,3).

2- Construir el mapa utilizando el código gray deacuerdo al número de variables de la de verdad

A \ B	0	1
0		1
1	1	1

3- Para obtener la función de salida vamos tomando cada uno de los lazos, considerando El lazo vertical observamos que verticalmente la variable B, cambia de una posición a otra por lo tanto la eliminamos.- Horizontalmente la variable B no tiene con quien comparar por la tanto se considera la variable.- Para el lazo horizontal cambian los papeles, horizontalmente la variable B esta cambiando de una posición a otra por lo tanto se descarta, verticalmente la variable A no tiene con quien comparar por lo tanto se considera la variable. La función de salida será:

F(AB)= A + B, la cual es una función a su mínima expresión.

2- Dada la función SOP numérica F(ABC)=Σ(1,2,3,5,7), simplificarla utilizando mapas de Karnaugh.

AB \ C		$\overline{C}$ 0	C 1
$\overline{A}\overline{B}$	00	0	1
$\overline{A}B$	01	2	3
AB	11	6	7
$A\overline{B}$	10	4	5

AB \ C		$\overline{C}$ 0	C 1
$\overline{A}\overline{B}$	00		1
$\overline{A}B$	01	1	1
AB	11		1
$A\overline{B}$	10		1

La función que obtenemos del mapa es la siguiente:

$$F(ABC)= \overline{A}B + C$$

4- Dada la función lógica simplificarla utilizando mapas de karnaugh.

$$F(ABCD)= \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{B}CD + A\overline{B}C\overline{D}$$

Debemos canonizar utilizando teoremas del álgebra de boole

$$F(ABCD) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}*1 + \overline{A}\overline{B}\overline{D}*1 + \overline{B}CD*1 + A\overline{B}CD$$
$$F(ABCD)= \overline{A}\overline{B}\overline{C}*(D+\overline{D}) + \overline{A}\overline{B}\overline{D}*(C+\overline{C}) + \overline{B}CD*(A+\overline{A}) + A\overline{B}C\overline{D}$$
$$F(ABCD)= \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}C\overline{D}$$

F(ABCD)=	0001 +	0000 +	0010 +	0000 +	1011 +	0011 +	1010
	1	0	2	0	11	3	10

F(ABCD)= Σ(0, 1, 2, 3, 10, 11)
4

AB \ CD	$\overline{C}\overline{D}$ 00	$\overline{C}D$ 01	CD 11	$C\overline{D}$ 10
$\overline{A}\overline{B}$ 00	0	1	3	2
$\overline{A}B$ 01	4	5	7	6
AB 11	12	13	14	15
$A\overline{B}$ 10	8	9	11	10

AB \ CD	$\overline{C}\overline{D}$ 00	$\overline{C}D$ 01	CD 11	$C\overline{D}$ 10
$\overline{A}\overline{B}$ 00	1	1	1	1
$\overline{A}B$ 01				
AB 11				
$A\overline{B}$ 10			1	1

Obteniendo la función simplificada:

$F(ABCD)= \overline{A}\overline{B} + \overline{B}C$ Sacando factor común $\overline{B}$

$$F(ABCD)= \overline{B}(A + C)$$

Veamos algunos ejemplos de circuitos combinacionales aplicando mapas de karnaugh en la simplificación de la función SOP.

1- Diseñar un circuito de control para un motor.- El circuito de control debe activar una salida con el fin de que se ponga en marcha un motor cuando se den ciertas condiciones de entrada.- el motor se pondrá en marcha cuando uno o ambos detectores se active; siempre y cuando la llave de control este activada.- Por otra parte existirá otra salida más que pondrá en marcha una sirena cuando una entrada de seguridad se active.- Dicha salida además de indicar la detección de una anomalía en el proceso a realizar como medida de seguridad, cada vez que se active parará el motor.- La estructura de bloques se muestra en la fig. 2.1

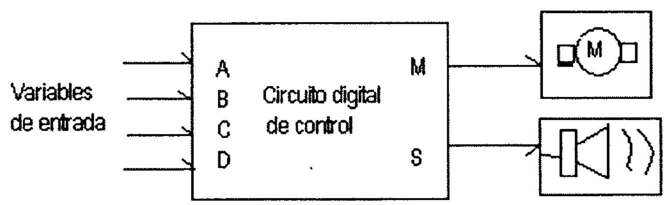


Fig. 2.1 Estructura simplificada del sistema de control

Ay B: Entradas de activación del motor (interruptores, finales de carrera, detectores de proximidad, etc.) Su activación (1) pone en marcha el motor.
C: Puesta en marcha del sistema, llave de ON/OFF (ON=1).
D: Entrada para detector de seguridad; cada vez que se active se para el motor y se pone en marcha la sirena.
M: Salida para la activación del motor.
S: Salida para la activación de la sirena.

Con esta información planteamos las variables de entrada y salida:

Variables de Entrada:
- Sea D el detector de seguridad.

D: 1, Detector de seguridad activado
   0, Detector de seguridad desactivado

- Sea C, la llave que pone en marcha el sistema.

C: 1, Sistema en marcha
   0, Caso contrario

- Sea A y B, interruptores de activación del motor.

$$\left.\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right\rangle \begin{cases}1, & \text{Interruptor activado}\\ 0, & \text{Interruptor desactivado}\end{cases}$$

Variable de salida:

- Sea M, la activación del motor

$$M \begin{cases}1, & \text{A o B=1, siempre que C=1 y D=0}\\ 0, & \text{Caso contrario}\end{cases}$$

- Sea S, la activación de la alarma

$$S \begin{cases}1, & \text{M=0 y D= 1}\\ 0, & \text{Caso contrario}\end{cases}$$

P2- Establecimiento de la tabla de verdad.

D C B A	M S
0 0 0 0	0 0
0 0 0 1	0 0
0 0 1 0	0 0
0 0 1 1	0 0
0 1 0 0	0 0
0 1 0 1	1 0
0 1 1 0	1 0
0 1 1 1	1 0
1 0 0 0	0 1
1 0 0 1	0 1
1 0 1 0	0 1
1 0 1 1	0 1
1 1 0 0	0 1
1 1 0 1	0 1
1 1 1 0	0 1
1 1 1 1	0 1

Obteniendo la función SOP para M y S

$$M(DCBA)=\sum_{3}(5,6,7)$$

$$S(DCBA)=\sum_{3}(8,9,10,11,12,13,14,15)$$

P3- Simplificando la función SOP para M y S a través de mapas de karnaugh

$M(DCBA)=\sum_{4}(5,6,7)$

DC \ BA	$\bar{B}\bar{A}$ 00	$\bar{B}A$ 01	BA 11	$B\bar{A}$ 10
$\bar{D}\bar{C}$ 00				
$\bar{D}C$ 01		1	1	1
DC 11				
$D\bar{C}$ 10				

$S(DCBA)=\sum_{4}(8,9,10,11,12,13,14,15)$

DC \ BA	$\bar{B}\bar{A}$ 00	$\bar{B}A$ 01	BA 11	$B\bar{A}$ 10
$\bar{D}\bar{C}$ 00				
$\bar{D}C$ 01				
DC 11	1	1	1	1
$D\bar{C}$ 10	1	1	1	1

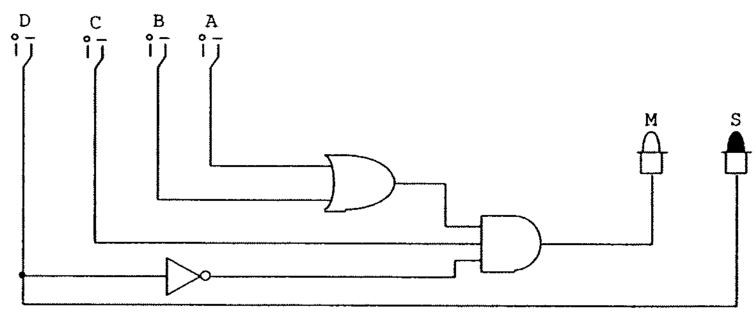
Obteniendo las funciones para M y S

$M(DCBA)=\bar{D}CA + DCB$
$M(DCBA)=\bar{D}C(A + B)$

$S(DCBA)=D$

P4- Circuito Lógico.

Utilizando el Circuit Maker



2.2.1 Funciones Incompletas

A la fecha se han desarrollado funciones en las cuales para cada combinación de las entradas se define un valor 1 ò 0 en la función, estas funciones se denominan totalmente definidas.

Existen funciones no totalmente definidas denominadas funciones incompletas; que son aquellas en las que para una o mas combinaciones de entrada, a la salida se le puede asignar el valor de 0 o 1 indistintamente.

Las razones que originan esta función son las siguientes:

a) Cuando no pueden existir una o más combinaciones de las variables de entrada.