

Análisis de Regresión Lineal Simple

Aplicaciones Prácticas en Nuevos Escenarios

Alexander Quispe Holguin
Escuela Profesional de Estadística e Informática

28 de mayo de 2025

1. Introducción

La regresión lineal simple es una herramienta estadística que permite analizar la relación entre una variable dependiente (Y) y una independiente (X), mediante un modelo lineal de la forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (1)$$

donde β_0 es el intercepto, β_1 la pendiente y ε representa el error aleatorio. Su estimación se realiza mediante mínimos cuadrados:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (2)$$

Este informe presenta tres casos prácticos en diferentes ámbitos: salud, marketing digital y recursos humanos.

2. Análisis de Casos

2.1. Caso 1: Ejercicio Físico vs Nivel de Energía

Este análisis evalúa cómo las horas de ejercicio semanal afectan el nivel percibido de energía en una escala de 0 a 100.

| Horas de Ejercicio | Nivel de Energía |
|--------------------|------------------|
| 0 | 40 |
| 1 | 48 |
| 2 | 53 |
| 3 | 59 |
| 4 | 65 |
| 5 | 72 |
| 6 | 78 |
| 7 | 83 |

Resultados del análisis:

- Ecuación de regresión: $\hat{y} = 6,57x + 39,21$
- MSE: 9.82
- Coeficiente de determinación: $R^2 = 0,975$

Interpretación: Cada hora adicional de ejercicio incrementa en promedio 6.57 puntos el nivel de energía. El modelo tiene un ajuste muy bueno con un R^2 del 97.5 %.

2.2. Caso 2: Publicidad en Redes Sociales vs Ventas Online

Se estudia la relación entre el gasto semanal en publicidad (en USD) y las ventas en una tienda virtual.

| Publicidad (USD) | Ventas (USD) |
|------------------|--------------|
| 50 | 400 |
| 100 | 700 |
| 150 | 980 |
| 200 | 1250 |
| 250 | 1580 |
| 300 | 1830 |
| 350 | 2100 |
| 400 | 2380 |

Resultados del análisis:

- Ecuación de regresión: $\hat{y} = 5,97x + 120,35$
- MSE: 14,624.76
- Coeficiente de determinación: $R^2 = 0,992$

Interpretación: Cada dólar adicional en publicidad genera aproximadamente \$5.97 en ventas. El modelo tiene un ajuste excelente con R^2 superior al 99 %.

2.3. Caso 3: Antigüedad Laboral vs Satisfacción

Se analiza cómo los años en un puesto laboral afectan la satisfacción reportada por los empleados.

| Antigüedad (años) | Satisfacción (1–10) |
|-------------------|---------------------|
| 0 | 5.2 |
| 1 | 5.8 |
| 2 | 6.4 |
| 3 | 6.7 |
| 4 | 7.2 |
| 6 | 8.0 |
| 8 | 8.5 |
| 10 | 9.0 |

Resultados del análisis:

- Ecuación de regresión: $\hat{y} = 0,40x + 5,12$
- MSE: 0.13
- Coeficiente de determinación: $R^2 = 0,981$

Interpretación: La satisfacción aumenta en promedio 0.40 puntos por cada año trabajado. El modelo es muy adecuado para explicar esta relación.

3. Predicciones

- Ejercicio: Con 4.5 horas semanales se estima un nivel de energía de 68.76 puntos.
- Publicidad: Con \$275 de inversión se estiman \$1743.71 en ventas.
- Antigüedad: Con 7 años, la satisfacción estimada sería 7.92 puntos.

4. Resumen Comparativo

| Modelo | R^2 | Calidad del Ajuste | Aplicabilidad |
|---------------------------------------|-------|--------------------|---------------|
| Ejercicio \rightarrow Energía | 0.975 | Excelente | Alta |
| Publicidad \rightarrow Ventas | 0.992 | Excelente | Alta |
| Antigüedad \rightarrow Satisfacción | 0.981 | Excelente | Alta |

5. Conclusiones

El análisis de regresión lineal simple aplicado a tres nuevos escenarios muestra que:

1. Los modelos presentan excelente ajuste y capacidad explicativa.
2. Permiten interpretar y predecir comportamientos cuantitativos reales.
3. Son útiles para la toma de decisiones en salud, marketing y recursos humanos.

Limitaciones:

- Las predicciones fuera del rango observado pueden ser inexactas.
- No se consideran otras variables que podrían influir.
- La relación puede no ser lineal en todos los contextos.

La regresión lineal simple continúa siendo una herramienta clave para el análisis y la comprensión de relaciones estadísticas en diversas áreas.