

## Problem2

王想 2100013146

### 1 求相机高度

#### 1.1 建立世界坐标系与相机坐标系

以图片中四个花坛所处的地面为  $z = 0$  的平面, 以路旁草坪的边沿线为  $x$  轴, 以花坛下方边沿为  $y$  轴, 建立世界坐标系 (右手系), 如图 1 中黑色坐标轴所示。

#### 1.2 找到 vanishing line

分别沿路边两个楼房屋顶作直线 (红) 交汇, 沿花坛边沿作直线 (蓝) 交汇, 连接两点得到 vanishing line (黄)。

#### 1.3 利用参照物等比计算相机在世界坐标系中的 $z$ 坐标

从  $y$  轴向 vanishing line 作垂线 (绿), 这条线平行于像平面, 平行关系被保留, 故可以利用等比关系求解。

参照花坛的  $z$  坐标  $h = 0.89m$ , 记相机的  $z$  坐标为  $H$ , 图中垂线高度为 143 个像素, 花坛高度为 78 个像素, 利用等比关系  $\frac{143}{78} = \frac{H}{h}$  计算出  $H \approx 1.64m$ 。



图 1: CalculateCameraHeight

## 2 求相机焦距

### 2.1 建立相机坐标系

在世界坐标系下，相机的坐标为  $(12, 3, 1.64)$ ，相机朝向世界坐标系的  $-x$  方向

以世界坐标系的  $y$  方向为相机坐标系的  $x$  方向，以世界坐标系的  $-z$  方向为相机坐标系的  $y$  方向，以世界坐标系的  $-x$  方向为相机坐标系的  $z$  方向，建立相机坐标系。

### 2.2 外参数

Translation matrix

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -12 \\ -3 \\ -1.64 \end{pmatrix},$$

Rotation matrix

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

### 2.3 内参数

$$c_x = \frac{w}{2} = 853,$$

$$c_y = \frac{h}{2} = 640,$$

$$s = 0, \alpha = 1$$

### 2.4 取点代入方程

图 2 中，实地测量知  $A$  在世界坐标系下的坐标  $\mathbf{X} = (0, 2.46, 0.89, 1)^T$ ，在图像上的像素坐标（以图片左上角为原点，水平向右为  $x$  轴，竖直向下为  $y$  轴） $\mathbf{x}' = (690, 869)^T$ ，将以上数据代入 Projection equation:

$$\begin{pmatrix} s'x' \\ s'y' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & s & c_x \\ 0 & \alpha f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 690s' \\ 869s' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 853 \\ 0 & f & 640 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.54 \\ 0.75 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 690s' \\ 869s' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.54f + 853 \times 12 \\ 0.75f + 640 \times 12 \\ 12 \end{pmatrix}$$

根据以上方程组：

由  $690 \times 12 = -0.54f + 853 \times 12$  解得  $f \approx 3622$

由  $869 \times 12 = 0.75f + 640 \times 12$  解得  $f = 3664$

解出来的焦距不相等但比较接近，考虑到测量数据存在误差，这个差距在合理误差范围内，取平均值得到  $f = 3643$